Возможности нелинейно-оптического преобразования фемтосекундного излучения эрбиевой волоконной системы в диапазон 0.8–1 мкм в кварцевых световодах

Е.А.Анашкина, А.В.Андрианов, А.В.Ким

Рассмотрены различные механизмы нелинейно-оптического преобразования в нелинейных кварцевых световодах фемтосекундных импульсов, излучаемых эрбиевой волоконной системой ($\lambda = 1.5 \text{ мкм}$), в диапазон 0.8–1.2 мкм. Найдены эффективность генерации и центральные частоты дисперсионных волн в зависимости от параметров световода и входного импульса. Получены простые аналитические оценки для спектрального распределения интенсивности и частотного сдвига волнового пакета в области нормальной дисперсии при излучении солитоном высокого порядка в условиях фазового синхронизма. В приближении геометрической оптики даны оценки частотных сдвигов при взаимодействии дисперсионных волн с солитонами в различных режимах.

Ключевые слова: дисперсионные волны, нелинейная волоконная оптика, затравочные импульсы для параметрического усиления, взаимодействие солитонов и дисперсионных волн.

1. Введение

Одним из важных методов получения сверхсильных оптических полей является использование параметрических усилителей чирпированных импульсов (ОРСРА) на основе широкоапертурных кристаллов DKDP [1]. В таких усилителях с накачкой излучением второй гармоники неодимового лазера получены импульсы на длине сигнальной волны $\lambda_{sn} \approx 0.9$ мкм с энергией 25 Дж и длительностью 45 фс, что соответствует импульсной мощности 0.56 ПВт [2]. Ввиду отсутствия требуемого источника излучения на длине сигнальной волны в первом каскаде параметрического усиления неколлинеарный синхронизм осуществлялся при взаимодействии второй гармоники неодимового излучения (0.515 мкм) и холостой волны от хром-форстеритового лазера (длина волны 1.25 мкм).

В настоящей работе рассматривается возможность непосредственного получения ультракоротких импульсов на $\lambda_{sn} \approx 0.9$ мкм. Такие импульсы могут быть сформированы в нелинейно-оптическом преобразователе, состоящем из отрезка сильнонелинейного кварцевого световода. Возможность получения импульсов фемтосекундной длительности в области 1 мкм при использовании задающего излучения, генерируемого эрбиевой волоконной системой на длине волны 1.56 мкм, была ранее продемонстрирована в работах [3, 4] (см. также [5]).

Наиболее эффективным механизмом создания такого коротковолнового излучения является генерация линейных дисперсионных волн в области нормальной дисперсии оптического световода при сжатии в процессе распространения солитонного импульса высокого порядка, длина волны которого находится в области аномальной дисперсии [6–10]. Ввиду необходимости соблюдений условий фазового синхронизма для их генерации в англоязычной

Е.А.Анашкина, А.В.Андрианов, А.В.Ким. Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, д. 46; e-mail: elena.anashkina@gmail.com

Поступила в редакцию 24 декабря 2012 г.

литературе можно часто встретить название «черенковское излучение». Возможность генерации дисперсионных волн особенно активно исследовалась применительно к фотонно-кристаллическим волокнам, технология изготовления которых позволяет формировать заданный профиль дисперсионной кривой в очень широком диапазоне длин волн [11]. С фундаментальной и прикладной точек зрения представляет интерес также взаимодействие дисперсионных волн с солитонными импульсами, которое способно привести к дальнейшему повышению частоты и продвижению в еще более коротковолновый диапазон. В настоящее время достаточно хорошо изучено непрерывное изменение частоты дисперсионных волн при взаимодействии с потенциальным полем частотно-смещаемого рамановского солитона [12-15]. Кроме того, в результате численного моделирования обнаружен режим скачкообразного изменения частоты [16].

В настоящей работе детально анализируется как сам механизм генерации дисперсионных волн солитоном высокого порядка, так и предлагается простой аналитический подход в рамках геометрической оптики для оценки частотного сдвига волновых пакетов в области нормальной дисперсии при их взаимодействии с солитонами. Математическое моделирование подтверждает достаточно высокую точность полученных аналитических оценок. В качестве реальной системы рассматривается распространение фемтосекундных импульсов, излучаемых эрбиевой волоконной лазерной системой на длине волны 1.5 мкм, в сильнонелинейных кварцевых световодах со смещенной дисперсией (highly nonlinear dispersion-shifted fiber, HNL-DSF).

Следует отметить, что полученные результаты могут быть использованы и для формирования перестраиваемых импульсов в видимом оптическом диапазоне в фотоннокристаллических волокнах, накачиваемых Ті:сапфировым лазером или иттербиевыми лазерами вблизи 1 мкм.

2. Генерация дисперсионных волн при *N*-солитонном сжатии

В достаточно общем случае динамика формирования дисперсионных волн в области нормальной дисперсии групповых скоростей и их взаимодействие с частотносмещаемыми фундаментальными солитонами или солитонами высших порядков в области аномальной дисперсии могут быть рассмотрены в рамках обобщенного нелинейного уравнения Шредингера [17]:

$$\frac{\partial A(z,\tau)}{\partial z} = i \sum_{m=2}^{N} \frac{i^m}{m!} \beta_m(\omega_0) \frac{\partial^m A(z,\tau)}{\partial \tau^m} + i \gamma \Big(1 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial \tau} \Big) \Big[A(z,\tau) \int_{-\infty}^{\infty} R(\eta) |A(z,\tau-\eta)|^2 d\eta \Big], \quad (1)$$

где $A(z, \tau)$ – медленно изменяющаяся амплитуда; z – координата вдоль оси волокна; τ – время в сопровождающей системе координат; β – постоянная распространения волноводной моды; $\beta_m = \partial^m \beta / \partial \omega^m$; $\omega = 2\pi f$ – круговая частота; ω_0 – несущая частота; γ – коэффициент нелинейности; R(t) – запаздывающий (рамановский) нелинейный отклик [17, 18].

Уравнение (1) может быть численно проинтегрировано псевдоспектральным фурье-методом расщепления по физическим факторам (SSFM) [17], результаты интегрирования будут представлены в разд.4. Для понимания же качественных закономерностей и получения аналитических оценок мы начнем с рассмотрения упрощенной модели, учитывающей керровскую нелинейность, а также квадратичную и кубическую дисперсии:

$$\frac{\partial A(z,\tau)}{\partial z} + i\frac{B_2}{2}\frac{\partial^2 A(z,\tau)}{\partial \tau^2} - \frac{B_3}{6}\frac{\partial^3 A(z,\tau)}{\partial \tau^3} + i\gamma |A(z,\tau)|^2 A(z,\tau) = 0,$$
(2)

где $B_2 = \beta_2(\omega_0)$, $B_3 = \beta_3(\omega_0)$. Уравнение (2) описывает как излучение дисперсионных волн, так и их взаимодействие с солитонными импульсами.

Рассмотрим начальную стадию эволюции импульса с солитонным номером $N = (\gamma P_0 t_0^2 / |\beta_2|)^{1/2}$ [17], заданного в области аномальной дисперсии нелинейного световода. За счет фазовой самомодуляции происходит уширение спектра. При достижении высокочастотным крылом точки фазового синхронизма в области нормальной дисперсии начинается излучение дисперсионных волн [8–10].

На рис.1 показано распространение импульса с начальной амплитудой $A(0,\tau) = \sqrt{P_0}/\cosh(\tau/t_0)$, $t_0 = 20$ фс (что соответствует длительности $T_{\rm FWHM} = 35$ фс на уровне 0.5 от максимума), N = 2.5 и начальным спектром, представленным на рис.1,*a*, в световоде с постоянной распространения β , ее первой $\beta_1 = 1/V_{\rm gr}$ и второй β_2 производными, представленными на рис.1, δ , *в* и *a* соответственно. Спектры сигнала для разных *z* приведены на рис.1,*г*. На рис.1, ∂ показано распределение интенсивности фемтосекундного сигнала во времени для $z = 6 L_{\rm NL}$, где нелинейная длина $L_{\rm NL} = 1/(\gamma P_0)$, P_0 – пиковая мощность. На заднем фронте солитона (рис.1, ∂) отчетливо виден высокочастотный (**B**Ч) импульс.

Для прикладных задач представляет интерес получение подобных ВЧ импульсов на определенной центральной частоте. С целью оптимизации этого процесса при численном решении уравнения (2) нами исследованы зависимости выходной частоты и эффективности (отношения энергии в первом излученном ВЧ импульсе к энергии входного солитона *N*-го порядка) от B_3 и *N* при фиксированных B_2 , γ , t_0 . На рис.2,*a* линиями уровня показан сдвиг



Рис.1. Спектр входного импульса и модельная дисперсионная кривая волокна (*a*); постоянная распространения волноводной моды β (δ) и ее производная β_1 (*a*); спектр сигнала при различных длинах волокна (*z*) и временное распределение интенсивности сигнала (∂). Двойная стрелка на рис.1,*z* и ∂ показывает соответствие между спектром высокочастотного импульса и его положением на временной оси.

частоты f в ТГц, соответствующий сдвигу максимума спектра ВЧ импульса относительно входной частоты солитона N-го порядка. На рис.2, δ линиями уровня показана эффективность генерации при различных N. Заметим, что при N > 2 солитон может излучить несколько волновых пакетов в области нормальной дисперсии с некоторыми временными задержками [19]. Мы отслеживали именно первый излученный волновой пакет (хотя его спектр может перекрываться со вторым и последующими волновы



Рис.2. Разность частоты f (в ТГц) первого сгенерированного волнового пакета в области нормальной дисперсии и исходной частоты солитона *N*-го порядка (*a*) и эффективность генерации дисперсионных волн (δ).

ми пакетами). Чем ближе длина волны нулевой дисперсии к входной длине волны исходного солитона (чем больше B_3 при фиксированном значении B_2), тем меньше частота волнового пакета в области нормальной дисперсии и больше эффективность при фиксированном N. Для больших N при фиксированном B_3 можно сгенерировать импульс большей частоты. Как следует из рис.2, для эрбиевой лазерной системы, излучающей вблизи 1.5 мкм (200 ТГц), можно получить импульсы на длинах волн от меньших 0.9 мкм (200 + 140 = 340 ТГц) до 1.2 мкм (250 ТГц) с эффективностью 10%–20%.

Следует отметить, что полученные нами значения эффективности в целом согласуются с результатами [20, 21]. Однако в [21] показано, что в условиях предельно короткой накачки, спектр которой изначально частично находился в области нормальной дисперсии, возможно получение дисперсионных волн с эффективностью 35%.

Рассмотрим теперь более подробно начальную стадию процесса излучения дисперсионных волн солитоном высокого порядка в рамках простейшей модели на основе уравнения (2).

Представим полное решение в виде $A = A_{\rm S} + A_{\rm DW}$, где выделена малая добавка $A_{\rm DW}$, соответствующая излучаемым дисперсионным волнам, тогда как $A_{\rm S}$ отвечает со-

литонной части. В первом приближении по $A_{\rm DW}$ правая часть уравнения имеет вид $|A_{\rm S}|^2 A_{\rm S} + 2|A_{\rm S}|^2 A_{\rm DW} + A_{\rm S}^2 A_{\rm DW}^*$. Слагаемое $|A_{\rm S}|^2 A_{\rm S}$ описывает солитонный источник, генерирующий цуг дисперсионных волн, остальные слагаемые отвечают за динамику импульса дисперсионных волн, распространяющихся в потенциальном поле солитона.

Запишем уравнение (2) в терминах фурье-образов, учитывая в правой части только солитонный источник:

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}z} = \mathrm{i}\beta(\omega)F + \mathrm{i}\gamma Q_{\mathrm{S}}(\omega, z),\tag{3}$$

где

$$F = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(t) \exp(i\omega t) dt,$$
$$Q_{\rm S} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |A_{\rm S}|^2 A_{\rm S} \exp(i\omega t) dt$$

Начальный этап генерации цуга дисперсионных волн может быть исследован без учета в правой части линейных по $A_{\rm DW}$ слагаемых. Поскольку генерация дисперсионных волн происходит в достаточно узкой полосе частот, достаточно знать фурье-спектр источника $Q_{\rm S}(\omega, z)$ только вблизи частоты синхронизма. Кроме того, численное моделирование показывает, что дисперсионные волны генерируются лишь в достаточно узком промежутке по координате распространения *z*: от $z_{\rm DW} - \delta z$ до $z_{\rm DW} + \delta z$.

Внимательное изучение результатов численного моделирования позволяет найти простую зависимость, которой может быть аппроксимирована функция $Q_S(\omega, z)$ в области около точки (ω_{DW}, z_{DW}). Оказывается, что модуль этой функции имеет экспоненциальную зависимость от частоты с изменяющимся вдоль *z* по квадратичному закону показателем, а фаза этой функции определяется фазой солитона с учетом его групповой скорости:

$$Q_{\rm S} = q \exp[-a\omega(z - z_{\rm DW})^2 - b\omega + i\beta_{\rm S} z], \qquad (4)$$

где q, a и b – константы.

Постоянную распространения солитона на частоте $\omega_{\rm S}$ приближенно можно записать как

$$\beta_{\rm S} = \beta_0(\omega_{\rm S}) + \beta_1(\omega_{\rm S})(\omega - \omega_{\rm S}) + \gamma P_0/2.$$
⁽⁵⁾

Тогда решение линейного уравнения (3) может быть выражено в виде

$$F = \frac{i\gamma q \sqrt{\pi}}{2\sqrt{a\omega}} \exp\left[-\frac{[\beta(\omega) - \beta_{\rm S}]^2}{4a\omega} - b\omega - i\beta(\omega)z\right] \\ \times \left\{1 - \exp\left[\frac{i[\beta(\omega) - \beta_{\rm S}]}{2\sqrt{a\omega}} - \sqrt{a\omega}(z - z_{\rm DW})\right]\right\}.$$
 (6)

Достаточно сложный вид решения не позволяет сразу выявить его свойства, однако дает возможность проверить адекватность сделанных приближений при сравнении с численным моделированием. На рис.3 показаны результат численного моделирования и построенный модуль решения (6). Видно, что аналитическое решение хорошо воспроизводит и экспоненциальное крыло солитонного импульса, и появление практически гауссова спектрального пика дисперсионных волн, соответствующего выполнению условия синхронизма $\beta(\omega) - \beta_{\rm S} = 0$.



Рис.3. Сдвиг высокочастотного крыла спектра (в логарифмическом масштабе) при распространении солитона второго порядка в световоде с кубической дисперсией ($\beta_3 = 0.04 \text{ nc}^3/\text{км}$), полученный при численном моделировании (сплошные кривые) и с помощью приближенного аналитического решения, построенного по формуле (6) (точки). Для удобства каждая следующая кривая смещена на 10 дБ относительно предыдущей.

Интересуясь только величиной $|F|^2$ на частоте синхронизма, можно из уравнения (6) получить следующее выражение:

$$|F(\omega_{\rm DW})|^2 = \frac{\pi \gamma^2 q^2}{4a\omega_{\rm DW}} \exp(-2b\omega_{\rm DW})$$
$$\times \left\{1 + \operatorname{erf}\left[\sqrt{a\omega_{\rm DW}} \left(z - z_{\rm DW}\right)\right]\right\}^2, \tag{7}$$

которое показывает, как нарастает в процессе излучения спектральная интенсивность пика дисперсионных волн. Положение точки синхронизма, вообще говоря, смещается в процессе излучения за счет изменения центральной частоты солитона и его пиковой интенсивности. Поскольку эти изменения составляют величину много меньшую $\omega_{\rm DW}$ и происходят плавно, построенное решение останется приближенно верным, если в нем считать ω_{DW} слабо зависящей от z функцией. Следует отметить, что в соответствии со сделанными приближениями построенное решение не учитывает динамику формирующегося пакета дисперсионных волн в поле солитона, которая приводит к смещению максимума спектрального пика в выходном сигнале. Взаимодействие дисперсионных волн с изменениями показателя преломления, наводимыми солитоном, будет исследовано позже.

На данном этапе, не учитывая вышеназванные поправки, можно упростить выражение для $|F|^2$ в случае больших *z*, когда процесс излучения уже закончился, и далее, воспользовавшись явным видом дисперсионной зависимости и пренебрегая поправкой к условию синхронизма, связанной с мощностью импульса, показать, что спектр излучения дисперсионных волн приближенно имеет гауссову форму:

$$|F|^{2} = \frac{\pi \gamma^{2} q^{2}}{4a\omega} \exp\left(-\frac{[\beta(\omega) - \beta_{S}]^{2}}{2a\omega} - 2b\omega\right)$$
$$\approx \frac{\pi \gamma^{2} q^{2}}{4a\omega} \exp\left(-\frac{(\omega - \omega_{\rm DW})^{2}}{\Delta\omega^{2}} - 2b\omega_{\rm DW}\right). \tag{8}$$

Ширина образующегося пика дисперсионных волн

$$\Delta \omega \approx \frac{8\sqrt{2a\omega_{\rm DW}}\beta_3}{3(\beta_2 + \beta_3\omega_{\rm DW})^2}.$$
(9)

Как видно из полученных выражений (6)–(9), важной особенностью процесса генерации дисперсионных волн солитонами высших порядков является зависимость интенсивности и ширины излучаемого спектра от скорости, с которой происходит изменение параметров солитона при его начальном сжатии. На рис.4 показана зависимость ширины спектрального пика дисперсионных волн от порядка входного солитона при фиксированном значении дисперсии.

Рассмотрим теперь механизм взаимодействия дисперсионных волн с солитоном *N*-го порядка. Как видно из рис. 1,*г*, в процессе излучения солитоном центральная частота импульса в области нормальной дисперсии плавно повышается. Это явление обусловлено двумя эффектами: во-первых, обсуждавшимся выше изменением положения точки синхронизма, во-вторых, взаимодействием с солитоном за счет фазовой кросс-модуляции.

Для аналитического исследования взаимодействия применим хорошо известный геометрооптический подход, естественно предполагая, что, во-первых, пиковая мощность ВЧ импульса много меньше мощности солитона, что позволяет не учитывать обратное влияние дисперсионных волн на сам солитон, и, во-вторых, нелинейная длина для ВЧ импульса много больше длины взаимодействия с солитоном, что допускает применение линейного приближения для дисперсионных волн. В этом случае гамильтониан *H* ВЧ импульса, распространяющегося в волокне с наведенным солитоном изменением показателя преломления, может быть записан в следующем виде [22]:



Рис.4. Зависимость ширины спектрального пика дисперсионных волн от порядка входного солитона, полученная при численном моделировании уравнения (2) (точки) и построенная по формуле (9) (сплошная кривая).

$$H = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)^2 - k_0^2 n_{\rm eff}^2 = 0.$$
 (10)

Здесь φ – фаза; *z* – координата вдоль волокна; $n_{\rm eff}$ – эффективный показатель преломления; k_0 – волновое число в вакууме;

$$k_0^2 n_{\rm eff}^2 = (\beta + \gamma |U|^2)^2, \tag{11}$$

где U(t) – известная медленная огибающая поля солитонного импульса.

Уравнение эйконала (10), представляющее собой нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных первого порядка, принадлежит к классу уравнений Гамильтона-Якоби и может быть решено методом характеристик [22].

Уравнение характеристик запишем в канонической гамильтоновой форме:

$$\frac{\partial z}{\partial \xi} = \frac{\partial H}{\partial k},\tag{12}$$

$$\frac{\partial k}{\partial \xi} = -\frac{\partial H}{\partial z},\tag{13}$$

$$\frac{\partial t}{\partial \xi} = -\frac{\partial H}{\partial \omega},\tag{14}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \xi} = \frac{\partial H}{\partial t},\tag{15}$$

где k – эффективное волновое число; $H = H(\omega, k, z)$ – гамильтониан, определяемый выражениями (10) и (11); ξ – параметр, изменяющийся вдоль характеристики.

Решение { $t(\xi), z(\xi)$ } уравнений (12)–(15) определяет пространственно-временные лучи в двумерном пространстве {t, z}, которые можно рассматривать как проекцию четырехмерной фазовой траектории { $t(\xi), z(\xi), \omega(\xi), k(\xi)$ }, удовлетворяющей системе уравнений (12)–(15), на двумерное пространство { $t(\xi), z(\xi)$ }.

Уравнения пространственно-временных лучей (12)–(15) могут быть представлены [22] в следующем виде:

$$\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial H/\partial \omega}{\partial H/\partial k},\tag{16}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial z} = \frac{\partial H/\partial t}{\partial H/\partial k},\tag{17}$$

$$\frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial H/\partial z}{\partial H/\partial k},\tag{18}$$

а затем с учетом (10) и (11) преобразованы к виду

$$\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial \beta}{\partial \omega},\tag{19}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial z} = -\gamma \frac{\partial |U|^2}{\partial t},\tag{20}$$

$$\frac{\partial k}{\partial z} = \gamma \frac{\partial |U|^2}{\partial z}.$$
(21)

Из уравнения (20) следует, что частота ВЧ импульса будет понижаться при его взаимодействии на переднем фронте солитона *N*-го порядка, в то время как при взаи-



Рис.5. Зависимости пиковой мощности солитона N-го порядка (a) и частоты, соответствующей максимуму спектра волнового пакета в области нормальной дисперсии (δ), от длины волокна для различных N.

модействии на заднем фронте – повышаться. Отметим аналогию «волоконной» задачи с известной «плазменной» задачей, в которой квазисолитонный сигнал при взаимодействии с волной параметров среды, бегущей с постоянной скоростью, может отражаться с повышением частоты [23].

Так как групповая скорость генерируемых дисперсионных волн в световоде с одной точкой нулевой дисперсии меньше скорости солитона (см. рис. 1, δ и s), то можно предложить следующий сценарий формирования ВЧ импульса: во-первых, за счет черенковского излучения он генерируется в области локализации солитона и, во-вторых, при взаимодействии с последним «съезжает» с него с повышением частоты согласно уравнению (20). Для оценки предположим, что за время взаимодействия центральная частота солитона *N*-го порядка не успевает измениться, и его групповая скорость постоянна. Тогда интегрируя (20), (21) с учетом условия $|U|^2 = |U(z - V_{gr}t)|^2$, получаем

$$\omega - kV_{\rm gr} = \text{const.} \tag{22}$$

Солитон *N*-го порядка начинает излучать вблизи точки *z* максимального сжатия с пиковой мощностью $P_{\rm max}$, зависимость которой от расстояния вдоль волокна показана на рис.5,*a*; на рис.5,*б* приведена частота, соответствующая максимуму спектра волнового пакета в области нормальной дисперсии.

Пусть вначале излучение дисперсионных волн происходит на центральной частоте ω_1 , а после «разбегания» волн во времени за счет разности групповых скоростей частота сдвигается до ω_2 . Положим, что ВЧ импульс начинает формироваться во временном представлении вблизи максимума мощности солитона P_{max} . Тогда из (22) с учетом (11) имеем

$$\omega_1 - V_{\rm gr}[\beta(\omega_1) + \gamma P_{\rm max}] = \omega_2 - V_{\rm gr}\beta(\omega_2), \qquad (23)$$

откуда сразу получаем оценку для смещения частоты ($\omega_2 - \omega_1 \ll \omega_1$), справедливую для дисперсионной кривой любого профиля:



Рис.6. Разность несущих частот дисперсионных волн Δf после взаимодействия с солитоном и в момент начала излучения, полученная при численном моделировании (точки), а также по формуле (26) (сплошная линия).

$$\omega_2 - \omega_1 \approx \frac{\gamma P_{\text{max}}}{\beta_1(\omega_1) - \beta_1(\omega_S)}.$$
(24)

Если ограничиться учетом только квадратичной и кубической дисперсии и в условиях синхронизма пренебречь слагаемым $\gamma P_0/2$ в правой части (5), то получается, что начальная частота дисперсионных волн $\omega_1 \approx 3B_2/B_3$. В этом случае формула (24) принимает очень простой вид:

$$\omega_2 - \omega_1 \approx \frac{2}{3} \frac{\gamma P_{\max} B_3}{B_2^2}.$$
(25)

При не очень большом N (N < 2.5) для оценки порядка спектрального сдвига можно использовать выражение

$$\omega_2 - \omega_1 \approx \frac{2\gamma P_0 B_3}{B_2^2}.$$
(26)

Рис.6 демонстрирует хорошее соответствие между зависимостью сдвига частоты волнового пакета в области нормальной дисперсии от N^2 , найденной при численном решении уравнения (2), и зависимостью, построенной по формуле (26), где введено обозначение $\Delta f = (\omega_2 - \omega_1)/(2\pi)$.

3. «Соударение» дисперсионных волн с фундаментальным солитоном

Интересно отметить, что процесс излучения и взаимодействия дисперсионных волн может повторяться неоднократно для солитона высокого порядка. Как известно, в конечном итоге импульс накачки распадается на фундаментальные солитоны и такое же количество соответствующих ВЧ импульсов, которые далее распространяются с постоянными групповыми скоростями [19]. Скорость же солитонов в световоде уменьшается из-за снижения несущей частоты за счет рамановского рассеяния [17, 18].

Рассмотрим самый низкочастотный фундаментальный солитон и первый излученный ВЧ импульс, который отстает от этого солитона. При распространении по волокну солитон может замедлиться настолько, что ВЧ импульс догонит его, и может произойти взаимодействие на заднем фронте [21], которое удобно интерпретировать как соударение. Из соотношения (22) в предположении постоянной групповой скорости солитона за время взаимодействия с ВЧ импульсом следует условие, связывающее центральные частоты последнего до и после соударения:

$$\beta(\omega_1)V_{\rm gr} - \omega_1 = \beta(\omega_2)V_{\rm gr} - \omega_2, \qquad (27)$$

откуда при $\omega_2 - \omega_1 \ll \omega_1$ получаем, что

$$\omega_2 - \omega_1 \approx \frac{2[\beta_1(\omega_S) - \beta_1(\omega_1)]}{\beta_2(\omega_1)}.$$
(28)

Если ограничиться учетом только квадратичной и кубической дисперсии, то выражение (28) преобразуется к виду, не зависящему от наклона дисперсионной кривой:

$$\omega_2 - \omega_1 \approx \frac{(\omega_{\rm S} - \omega_{\rm ZD})^2 - (\omega_1 - \omega_{\rm ZD})^2}{\omega_1 - \omega_{\rm ZD}},$$
(29)

где ω_{ZD} – длина волны нулевой дисперсии групповых скоростей.

На рис.7,*а* показано численное решение уравнения (2) для эволюции спектра по мере распространения импульса вдоль волокна. При z < 6 см ВЧ импульс l догоняет солитон, на длинах 6 см < z < 10 см происходит их взаимодействие, далее часть волнового пакета 2 отражается с повышением частоты, а часть 3 проходит почти без изменения своей частоты. Временное распределение интенсивности импульсов при z = 0 и z = 20 см для тех же параметров показано на рис.7, δ .

После соударения ВЧ импульс имеет меньшую скорость, чем солитон. При достаточной длине световода солитон может снова замедлиться за счет рамановского сдвига частоты (неучтенного в уравнении (2), но описанного уравнением (1)), так что ВЧ импульс опять способен догнать его, и может произойти еще одно соударение с повышением частоты. Такой процесс может происходить неоднократно [16].

Режим соударения может быть также реализован, если сразу после формирования ВЧ импульса и фундаменталь-



Рис.7. Спектральная эволюция сигнала при его распространении вдоль волокна (*a*) и временное распределение интенсивности сигнала на входе в волокно (черные кривые) и на расстоянии 20 см (серые кривые) (δ): *I* – высокочастотный импульс до взаимодействия с солитоном; 2 – отраженный импульс; 3 – прошедший импульс. Параметры моделирования: $B_2 = -10 \text{ nc}^2/\text{км}, B_3 = -0.08 \text{ nc}^3/\text{км}, N = 2.5.$



Рис.8. Зависимость частотного сдвига волнового пакета в области нормальной дисперсии в режиме соударения с солитоном, полученная в результате численного моделирования (квадраты) и построенная по аналитической формуле (30) (сплошная линия).

ного солитона в первом нелинейном световоде к последнему присоединить второй нелинейный световод, в котором солитон распространяется с меньшей групповой скоростью, чем импульс в области нормальной дисперсии. Такой режим может быть применен для приложений, требующих наличие оптически синхронизованных импульсов на различных частотах, а также для расширения границ суперконтинуума.

Следует отметить, что в рамках геометрооптической модели не удается вычислить коэффициент отражения ВЧ сигнала, но с хорошей точностью можно оценить частотный сдвиг. Расчеты показывают, что при одинаковых частотах солитонов и одинаковых начальных частотах импульсов в области нормальной дисперсии сдвиг не зависит от B_3 , что согласуется с формулой (29). Если ввести обозначения $x = (\omega_{\rm S} - \omega_{\rm ZD})/(\omega_1 - \omega_{\rm ZD}), y = (\omega_2 - \omega_1)/(\omega_1 - \omega_{\rm ZD}),$ то формула (29) примет вид

$$y = x^2 - 1. (30)$$

На рис.8 показан график функции y(x), заданной выражением (30), и расчетные значения функции y(x), найденные при численном интегрировании уравнения (2). Под $\omega_{1,2}$ понимались частоты, отвечающие максимумам спектров соответствующих волновых пакетов. Для относительно малых значений x спектры волновых пакетов пе-

рекрываются, при относительно больших x нарушается предположение $\omega_2 - \omega_1 \ll \omega_1$, поэтому расчетные и теоретические значения слегка различаются. При промежуточных значениях x формула (30) и численный расчет совпадают с хорошей степенью точности.

4. Квазинепрерывное взаимодействие дисперсионных волн с рамановским солитоном

Выше было рассмотрено взаимодействие ВЧ импульсов с солитоном в форме соударения, которое в достаточно протяженных световодах может неоднократно повторяться. Однако очевидно, что при определенных скоростях рамановского частотного сдвига солитона возможен режим непрерывного повышения частоты ВЧ импульса. В этом случае последний захватывается замедляющимся солитоном, повышая свою частоту в соответствии с темпом замедления [12–15], так что групповая скорость ВЧ импульса и скорость солитона остаются локально одинаковыми. Этот случай группового синхронизма также легко может быть проанализирован в рамках геометрической оптики.

Для максимальной частотной перестройки ВЧ импульса желательно иметь волокно с наиболее плоской спектральной зависимостью нормальной дисперсии. Тогда при сохранении условия группового синхронизма темп сдвига высокочастотного сигнала выше, чем темп смещения частоты солитона. Предельная частота ω_1^{max} , до которой можно перестроить ВЧ импульс, оценивается из условия $\beta_1(\omega_1^{\max}) = \beta_1(\omega_S^{\min})$, где ω_S^{\min} – минимально достижимая частота рамановского солитона в процессе распространения в нелинейном волокне. Эта частота определяется главным образом потерями в волокне и в меньшей степени энергией солитона. К примеру, в германосиликатных световодах возможно получение солитонов на длинах волн до 2.5 мкм [24], что теоретически позволяет оценить минимальную длину волны ВЧ импульсов в этих волокнах – менее 0.8 мкм.

Возможна ситуация, в которой чирпированный ВЧ импульс при столкновении с солитоном начинает скачком повышать частоту на переднем фронте, но «новая» частота уже присутствует в его спектре, т.е. непрерывное



Рис.9. Спектрограммы оптического сигнала на выходе нелинейного волокна при $z = 12 L_{NL}(a)$, $50 L_{NL}(\delta)$ и $70 L_{NL}(b)$: I – высокочастотный импульс до взаимодействия с солитоном; 2 – отраженный импульс; 3 – прошедший импульс. Параметры моделирования: $B_2 = -10 \text{ nc}^2/\text{км}$, $B_3 = -0.07 \text{ nc}^3/\text{км}$, $B_4 = 6 \times 10^{-5} \text{ nc}^4/\text{км}$, N = 2.5.

смещение частоты может происходить в результате протяженных соударений переднего фронта ВЧ импульса с задним фронтом солитона.

Для количественного анализа обратимся к уравнению (1). Для анализа положения различных спектральных компонент на временной оси построим спектрограмму

$$S(\omega,\tau) = \left| \int A(t)w(t-\tau)\exp(-i\omega t) dt \right|,\tag{31}$$

где $w(t) = \exp[-(t/T)^2]$ – оконная функция (T = 20 фс). Рис.9 демонстрирует рассчитанную по формуле (31) функцию $S(\omega, \tau)$, построенную в различных точках волокна. На рис.9, *а* показана ситуация, когда ВЧ импульс *I* находится позади солитона. На рис.9, *б* показана ситуация, когда часть волнового пакета *3* прошла через солитон без изменения частоты, часть *2* отразилась с повышением частоты, а часть *I* еще не провзаимодействовала. Рис.9, *в* демонстрирует случай, когда провзаимодействовал почти весь исходный волновой пакет. Следует отметить, что рисунок, похожий на рис.9, *б*, был опубликован ранее [25], однако авторы привели результат без комментариев.

5. Заключение

В работе рассмотрено излучение дисперсионных волн солитонными импульсами высокого порядка в нелинейных кварцевых световодах. Показано, что при эффективности генерации импульсов в области нормальной дисперсии 10%-20% может быть осуществлена перестройка длины волны в диапазоне 0.8-1.2 мкм. Рассмотрены следующие режимы повышения частоты дисперсионных волн при взаимодействии с оптическими солитонами в нелинейных световодах: «скатывание» с заднего фронта солитона, отражение и квазисинхронное взаимодействие с рамановским солитоном. В рамках геометрооптического подхода получены простые оценки изменения частоты, хорошо согласующиеся с результатами численного моделирования.

Работа выполнена при поддержке программы Президиума РАН «Экстремальные световые поля и их приложения», РФФИ (гранты № 12-02-31344, 12-02-33074 и 12-02-12101) и Минобрнауки РФ (гос. соглашения 14.132.21.1433, 8626). Е.А.Анашкина также выражает благодарность Фонду некоммерческих программ «Династия» за финансовую поддержку в рамках гранта для аспирантов и молодых ученых без степени.

- Коржиманов А.В., Гоносков А.А., Хазанов Е.А., Сергеев А.М. УФН, 181, 9 (2011).
- Lozhkarev V.V., Freidman G.I., Ginzburg V.N., Katin E.V., Khazanov E.A., Kirsanov A.V., Luchinin G.A., Mal'shakov A.N., Martyanov M.A., Palashov O.V., Poteomkin A.K., Sergeev A.M., Shaykin A.A., Yakovlev I.V. *Laser Phys. Lett.*, 4, 421 (2007).
- Andrianov A.V., Anashkina E.A., Muraviov S.V., Kim A.V. Opt. Lett., 35, 3805 (2010).
- Kieu K., Jones R.J., Peyghambarian N. Opt. Express, 18, 21350 (2010).
- 5. Андрианов А.В., Анашкина Е.А., Муравьев С.В., Ким А.В. Квантовая электроника, **43**, 256 (2013).
- Wai P.K.A., Menyuk C.R., Lee Y.C., Chen H.H. Opt. Lett., 11, 464 (1986).
- 7. Wai P.K.A., Chen H.H., Lee Y.C. Phys. Rev. A, 41, 426 (1990).
- 8. Karpman V.I. Phys. Rev. E, 47, 2073 (1993).
- 9. Akhmediev N., Karlsson M. Phys. Rev. A, 51, 2602 (1995).
- 10. Elgin J.N., Brabec T., Kelly S.M.J. Opt. Commun., 114, 321 (1995).
- Saitoh K., Koshiba M., Hasegawa T., Sasaoka E. Opt. Express, 11, 843 (2003).
- 12. Skryabin D.V., Yulin A.V. Phys. Rev. E, 72, 016619 (2005).
- 13. Gorbach A.V., Skryabin D.V. Nat. Photon., 1, 653 (2007).
- 14. Judge A.C., Bang O., de Sterke C.M. J. Opt. Soc. Am. B, 27, 2195 (2010).
- Liu H., Dai Y., Xu C., Wu J., Xu K., Li Y., Hong X., Lin J. Opt. Lett., 35, 4042 (2010).
- Liu C., Rees E.J., Laurila T., Jian S., Kaminski C.F. Opt. Express, 20, 6316 (2012).
- 17. Agrawal G.P. Nonlinear Fiber Optics (Boston: Acad. Press, 2007).
- 18. Blow K.J., Wood D. IEEE J. Quantum Electron., 25, 2665 (1989).
- 19. Husakou A.V., Herrmann J. Phys. Rev. Lett., 87, 203901 (2001).
- 20. Roy S., Bhadra S.K., Agrawal G.P. Phys. Rev. A, 79, 023824 (2009).
- 21. Chang G., Chen L.-J., Kärtner F.X. Opt. Express, 19, 6635 (2011).
- Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред (М.: Наука 1980).
- 23. Ванин Е.В., Смирнов А.И. ЖЭТФ, 110, 1136 (1996).
- Anashkina E.A., Andrianov A.V., Koptev M.Yu., Mashinsky V.M., Muravyev S.V., Kim A.V. Opt. Express, 20, 27102 (2012).
- Dudley J., Gu X., Xu L., Kimmel M., Zeek E., O'Shea P., Trebino R., Coen S., Windeler R.S. *Opt. Express*, 10, 1215 (2002).