

# Особенности ускорения и излучения электронов в поле плоской и сходящейся дипольной волны с релятивистскими амплитудами с учетом силы радиационного трения

А.В.Башинов, А.А.Гоносков, А.В.Ким, М.Маркклунд, Ж.Муру, А.М.Сергеев

*Дан сравнительный анализ характеристик излучения электронов при их движении в лазерных полях с ультрарелятивистской интенсивностью и различными конфигурациями, соответствующими плоской или сильно сфокусированной волне. Для плоской бегущей волны получены аналитические выражения для характеристик излучения, а также показано качественное изменение углового распределения интенсивности излучения даже при интенсивности волны, много меньшей, чем в случае радиационно-доминантного режима. Сделан важный вывод об асимптотическом поведении электронов в бегущей волне, стремящихся к синхронизованному движению под действием силы радиационного трения. Выявлены характерные особенности движения электронов в сходящейся дипольной волне, связанные с кривизной фазового фронта и неоднородностью распределения поля. Определены величины максимально достижимых продольных импульсов ускоренных к центру электронов, а также их функция распределения. Показано существование квазипериодических траекторий вблизи фокальной области дипольной волны, а также дан анализ особенностей излучения как ускоренных, так и осциллирующих электронов.*

**Ключевые слова:** сверхмощное лазерное излучение, сила радиационного трения, динамика и излучение электрона, дипольная волна.

## 1. Введение

Прогресс в области лазерных технологий, достигнутый в последнее время, позволил предложить ряд крупномасштабных проектов по созданию сверхмощных (на уровне 10 ПВт и более) лазерных систем [1–3]. Взаимодействие оптических полей, создаваемых излучениями таких систем, с веществом имеет ряд новых фундаментальных особенностей, среди которых важную роль играет сила радиационного трения [4, 5].

Настоящая статья посвящена анализу особенностей ускорения и излучения заряженных частиц (электронов) в поле плоской линейно-поляризованной волны и падающей волны дипольной конфигурации, когда влияние силы радиационного трения приводит к качественно новым эффектам в динамике взаимодействия. В случае плоской волны, являющейся в определенном смысле эталонным, рассмотрены не отмеченные ранее особенности излучения, которые могут качественно зависеть от наличия сил трения. Детально рассмотрены процессы ускорения и излучения электронов в сходящейся волне дипольной конфигурации [6], позволяющей достичь максимально возможной амплитуды поля при заданной мощности лазерного излучения. Для этого более сложного случая особо отмечено влияние кривизны фронта волны на характер

движения заряженной частицы, приводящее к значительным количественным изменениям характеристик ускоряемых частиц по сравнению со случаем плоской волны, а также рассмотрены характеристики излучения электронов, которые существенно зависят от типа реализуемых траекторий.

## 2. Особенности движения и излучения электронов в поле плоской линейно-поляризованной волны

Как известно, релятивистское уравнение движения с учетом силы радиационного трения для заряженной частицы в поле плоской бегущей волны имеет точное аналитическое решение [7]. Тем не менее провести строгий анализ характеристик излучения этой частицы удается лишь в некоторых предельных случаях. Известен параметр [8, 9], определяющий относительную роль эффектов радиационного трения и равный отношению работы силы радиационного трения на периоде волны к начальной энергии частицы,

$$R_r = \frac{2}{3} \frac{e^2 \omega_0}{mc^3} \rho_0 a^2, \quad (1)$$

где  $e$ ,  $m$  – заряд и масса частицы соответственно;  $c$  – скорость света;  $\omega_0$  – угловая частота волны;  $\rho_0 = \gamma_0(1 \pm \beta_0)$  (плюс или минус соответствуют встречному или попутному направлению движения частицы к волне);  $\gamma_0$  – начальный релятивистский фактор;  $\beta_0 = v_0/c$ ;  $v_0$  – начальная скорость частицы;  $a = |e|A_0/(mc^2)$  – амплитуда вектор-потенциала  $A_0$  в релятивистских единицах. Согласно формуле (1) динамика электрона в радиационно-доминантном режиме, когда  $R_r \geq 1$  и, следовательно, потери энергии частицы на излучение жестких квантов велики, существенно зависит от взаимного направления распростра-

А.В.Башинов, А.А.Гоносков, А.В.Ким, А.М.Сергеев. Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: abvk@inbox.ru, arkady.kim@gmail.com, arkady.gonoskov@gmail.com

М.Маркклунд. Department of Physics, Umeå University, SE-901 87 Umeå, Sweden

Г.Муру. Ecole Polytechnique, Route de Scalay, Palaiseau, F-91128, France

Поступила в редакцию 24 декабря 2012 г., после доработки – 12 февраля 2013 г.

нения волны и частицы. Если волна падает на исходно покоящийся электрон, то для ускоряемой ею вдоль направления распространения частицы радиационное трение будет играть важную роль лишь при амплитудах полей, соизмеримых с амплитудой поля

$$E_{cr} = E_s \left( \frac{3\hbar\omega_0}{2\alpha mc^2} \right)^{1/2},$$

где  $E_s = m^2 c^3 / (\hbar e)$ ;  $\hbar = h/2\pi$ ;  $h$  – постоянная Планка;  $\alpha$  – постоянная тонкой структуры; поле  $E_{cr}$  равно  $\sim 0.01 E_s \approx 10^{14}$  В/см при длине волны  $\lambda = 0.8$  мкм. Полей такой величины, возможно, удастся достичь в обозримом будущем благодаря реализации проектов [1–3]. С другой стороны, при взаимодействии оптической волны с движущимся навстречу ей электроном ситуация может качественно измениться. Так,  $R_r = 1$  достигается для электрона с энергией 1 ГэВ в лазерном поле с  $a = 130$  на длине волны  $\lambda = 0.8$  мкм, что соответствует интенсивности  $3 \times 10^{22}$  Вт/см<sup>2</sup>, уже достижимой в наши дни. Этот случай наиболее часто рассматривался в литературе [8, 9], поскольку представляет практически важный интерес для генерации рентгеновских и гамма-квантов.

Однако в данном разделе мы рассмотрим ситуацию, в которой радиационный параметр  $R_r$  мал, но, тем не менее, его учет может оказаться принципиальным для нахождения траекторий частицы и свойств ее излучения. Такую картину можно ожидать в результате сравнительно длительного взаимодействия частицы с волной, когда влияние слабого радиационного трения накапливается со временем, и в конечном счете траектория частицы, а следовательно, и особенности ее излучения, существенно зависят от учета радиационного трения. В п.2.1 рассмотрено излучение электрона, ускоренного из состояния покоя падающей волной, для которого в пренебрежении силой трения можно определить характеристики излучения по заданной траектории. В этом случае характеристики излучения представимы в аналитическом виде и поддаются полному анализу. В п.2.2 рассмотрен случай, когда учет даже малой силы реакции излучения может качественно изменить характеристики излучения, а именно, для частицы, рожденной в нуле электрического поля, может существенно измениться угловое распределение интенсивности излучения. Наконец, в п.2.3 сделан важный вывод об асимптотическом поведении электронов, которые фактически стремятся к синхронизованному движению под действием силы радиационного трения.

## 2.1. Излучение электрона, ускоренного падающей плоской волной

Вначале проведем анализ ускорения падающей полуограниченной плоской волной

$$A = \begin{cases} az \sin(\omega_0 t - ky), & \omega t - ky \geq 0, \\ 0, & \omega t - ky < 0 \end{cases} \quad (2)$$

первоначально покоящегося электрона ( $y = 0$ ), для которого могут быть получены исчерпывающие характеристики излучения.

При амплитуде поля, много меньшей  $E_{cr}$ , можно не учитывать влияние радиационного трения и соответствующее решение уравнения движения представить в следующей параметрической форме:

$$\begin{aligned} \gamma &= 1 + \frac{a^2}{2} \sin^2 \varphi, \quad p_y = \frac{a^2}{2} \sin^2 \varphi, \quad p_z = a \sin \varphi, \\ y &= \frac{a^2 c}{4\omega_0} \left( \varphi - \frac{1}{2} \sin(2\varphi) \right), \quad z = \frac{ac}{\omega_0} (1 - \cos \varphi), \\ t &= \frac{\varphi}{\omega_0} + \frac{a^2}{4\omega_0} \left( \varphi - \frac{1}{2} \sin(2\varphi) \right), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\varphi = \omega_0 t - ky$ ;  $k = \omega_0/c$ ;  $p_y$  и  $p_z$  – проекции импульса частицы в релятивистских единицах.

Для того чтобы охарактеризовать излучение частицы, воспользуемся выражениями для мощности излучения  $P$ , мощности излучения в единичный телесный угол  $P_\Omega$  и характерной частоты излучения  $\omega_c$  [4]:

$$P = \frac{2e^2 w^2 - [v\mathbf{w}]^2/c^2}{3c^3 (1 - v^2/c^2)^3}, \quad (4)$$

$$P_\Omega = \frac{e^2}{4\pi c^3} \left[ \frac{2(n\mathbf{w})(v\mathbf{w})}{c(1 - (v\mathbf{n})/c)^4} + \frac{w^2}{(1 - (v\mathbf{n})/c)^3} - \frac{(n\mathbf{w})^2}{\gamma^2 (1 - (v\mathbf{n})/c)^5} \right], \quad (5)$$

$$\omega_c = \gamma^3 \frac{|[v\mathbf{w}]|}{2v^2}, \quad (6)$$

где  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{w}$  – скорость и ускорение частицы;  $\mathbf{n}$  – единичный вектор, задающий направление излучения. Выражение (6) определяет центральную частоту излучения при движении частицы по криволинейной траектории. Используя (3), можно найти выражения для  $P$ ,  $P_\Omega$  и  $\omega_c$ :

$$P = P_0 a^2 \cos^2 \varphi, \quad (7)$$

$$P_\Omega = \frac{e^2 \omega_0^2 a^2}{8\pi c} \times \frac{\cos^2 \varphi [\cos \theta (2 - a^2 \sin^2 \varphi) + a \sin \varphi (a \sin \varphi - 2 \sin \theta)]^2}{(2 + a^2 \sin^2 \varphi) (1 - a \sin \theta \sin \varphi + a^2 \sin^2(\theta/2) \sin^2 \varphi)^5}, \quad (8)$$

$$\omega_c = \frac{a\omega_0 |\cos \varphi| (2 + a^2 \sin^2 \varphi)^2}{4(4 + a^2 \sin^2 \varphi)}, \quad (9)$$

Здесь  $P_0 = 2e^2 \omega_0^2 / 3c$ ;  $\theta$  – угол между вектором  $\mathbf{n}$  и направлением распространения исходной волны в плоскости  $yz$ .

Определим направления и соответствующие моменты времени, в которых электрон больше всего излучает, а также характерные частоты излучения.

Функция  $P(\varphi)$  максимальна, когда  $\varphi = k\pi$ , где  $k$  – целое число. Тогда при  $a \gg 1$

$$\frac{P}{P_0} = a^2, \quad \frac{P_\Omega}{P_{\Omega_0}} = 2a^2 \cos^2 \theta, \quad (10)$$

где  $P_{\Omega_0} = e^2 \omega_0^2 / (8\pi c)$ .

В этом случае направление излучения не зависит от интенсивности, и электрон, поскольку в моменты  $\varphi = k\pi \ll 1$  его ускорение и скорость направлены почти вдоль элек-

трического поля, излучает как диполь с характерной частотой

$$\omega_c = \frac{a\omega_0}{4}. \quad (11)$$

Функция  $\omega_c(\varphi)$  максимальна, когда

$$\varphi = \arccos\left[\left(\frac{2}{3} + \frac{9 - \sqrt{57 + 18a^2 + a^4}}{3a^2}\right)^{1/2}\right] + k\pi$$

и

$$\varphi = -\arccos\left[\left(\frac{2}{3} + \frac{9 - \sqrt{57 + 18a^2 + a^4}}{3a^2}\right)^{1/2}\right] + k\pi.$$

Тогда при  $a \gg 1$  имеем

$$\omega_c = \frac{a^3\omega_0}{6\sqrt{3}}, \quad \frac{P}{P_0} = \frac{a^2}{3}, \quad (12)$$

$$\frac{P_\Omega}{P_{\Omega_0}} = \frac{54[\sqrt{6}a \sin\theta - 3\cos\theta - 2a^2 \sin^2(\theta/2)]^2}{[3 + 2a^2 \sin^2(\theta/2) - \sqrt{6}a \sin\theta]^5},$$

причем ширина диаграммы направленности равна  $3/a^2$ , а направление, вдоль которого  $P_\Omega$  максимальна, соответствует  $\theta = \sqrt{6}/a$  (угол определяется как отношение поперечного и продольного импульсов частицы, т. к. в ультрарелятивистском случае частица излучает в направлении своего движения в узкий интервал углов вокруг вектора скорости, а ширина диаграммы направленности ведет себя как обратная функция от гамма-фактора частицы).

Функция  $P_\Omega(\theta, \varphi)$  максимальна ( $a \gg 1$ ), когда  $\theta = 2/(a \sin \varphi)$ ,  $\varphi = \arccos(1/\sqrt{3}) + k\pi$  и  $\varphi = -\arccos(1/\sqrt{3}) + k\pi$ ; это следует из разложения  $P_\Omega(\theta, \varphi)$  в ряд по малому углу  $\theta$  в силу ультрарелятивистского характера движения. В этом случае выражения для мощности и характерной частоты излучения совпадают с (12), максимальная мощность излучения в единичный телесный угол имеет вид

$$\frac{P_\Omega}{P_{\Omega_0}} = \frac{16}{27}a^6, \quad (13)$$

характерная ширина диаграммы направленности равна  $3/a^2$ , а направление, в котором  $P_\Omega$  максимальна, соответствует  $\theta = \sqrt{6}/a$ .

Теперь, используя соотношение (3) для  $\varphi$  и  $t$ , характер ускорения и излучения можно представить следующим образом. Вначале частица ускоряется падающей волной и излучает в достаточно большой телесный угол, имея в начальный момент времени максимальную мощность излучения (10). Далее на отрезке времени  $0 < t \leq 0.12a^2/\omega_0$  частица движется с релятивистской скоростью, диаграмма направленности излучения постепенно сужается и становится направленной вдоль ее скорости движения. При этом мощность излучения уменьшается до величины, определяемой (12), а частота излучения возрастает до значения  $\omega_c$  из (12). В момент времени  $t = a^2\pi/(8\omega_0)$  ( $\varphi = \pi/2$ ) мощность излучения обращается в ноль, т. к. на частицу не действуют никакие силы. Затем в силу периодического характера взаимодействия частица начинает замедляться, диаграмма направленности уширяется, а мощность излучения снова возрастает до уровня (10), соответствующего

моменту остановки частицы. В дальнейшем описанный процесс ускорения и излучения частицы в рамках использованного приближения неучета силы радиационного трения периодически повторяется.

## 2.2. Особый случай влияния силы радиационного трения

Теперь рассмотрим случай, когда, несмотря на малость параметра  $R_r$ , влияние силы трения может качественно изменить характер движения и соответственно характеристики излучения. Так, в работе [9] приведен пример взаимодействия падающей волны с движущимся навстречу электроном и показано, что подбором параметров волны и частицы можно изменить знак продольной скорости лишь при учете силы радиационного трения. Это обусловлено тем, что волна сама под действием пондеромоторной силы способна сильно уменьшить продольную скорость электрона, и поэтому учет даже небольшой силы радиационного трения может развернуть электрон, т. е. заставить его двигаться в обратном направлении. Мы покажем, что подобная ситуация может быть реализована и для поперечной проекции скорости, однако в этом случае необходимо, чтобы в начальный момент электрон находился в нужной фазе поля. Это условие может быть реализовано, например, при ионизации атомов жесткими фотонами.

Пусть электрон рождается с нулевым поперечным импульсом в момент, когда поле плоской линейно поляризованной волны равно нулю. Будем исходить из общего решения уравнения релятивистского движения, которое запишем в виде [7]

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{h(\varphi)} \left\{ \gamma_0 + \frac{1}{2\rho_0} [h^2(\varphi) - 1] + \frac{1}{2\rho_0} [a^2 T^2(\varphi)] \right\}, \\ p_{||} &= \frac{1}{h(\varphi)} \left\{ p_{||0} + \frac{1}{2\rho_0} [h^2(\varphi) - 1] + \frac{1}{2\rho_0} [a^2 T^2(\varphi)] \right\}, \\ p_{\perp} &= \frac{aT(\varphi)}{h(\varphi)}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$h(\varphi) = 1 + \frac{R_r}{2} [\varphi - \varphi_0 - \sin \varphi \cos \varphi + \sin \varphi_0 \cos \varphi_0],$$

$$T(\varphi) = h(\varphi) \cos \varphi - \cos \varphi_0$$

$$- R_r \left[ \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3} (\sin^2 \varphi + \sin^2 \varphi_0 + \sin \varphi \sin \varphi_0) \right] (\sin \varphi - \sin \varphi_0).$$

Как известно, в отсутствие силы реакции излучения такой электрон получает максимальную постоянную составляющую поперечного импульса, так что поперечный импульс всегда отрицателен ( $p_{\perp} < 0$ ). Учет же реакции излучения приведет к тому, что в некоторые моменты времени проекция поперечного импульса изменит знак, т. е. электрон будет разворачиваться и двигаться в противоположном направлении. Полагая  $\varphi_0 = 0$ , из решения (14) это нетрудно увидеть, принимая во внимание, что  $p_{\perp} \rightarrow a \cos \varphi$  при  $\varphi \rightarrow \infty$ .

Воспользуемся выражением (5) и построим угловое распределение мощности излучения электрона, родившегося в нуле поля. Азимутальный угол отсчитываем от направления электрического поля в начальный момент. Как следует из сравнения кривых на рис.1, влияние силы ре-

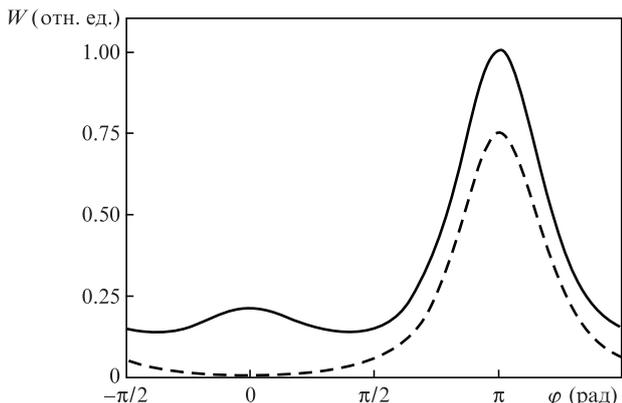


Рис.1. Распределение по азимутальному углу  $\varphi$  энергии  $W$  излучения электрона, родившегося в нуле поля, за время его отставания от волны на 20 периодов поля при расчете с учетом радиационного трения (сплошная линия) и без его учета (штриховая линия). Амплитуда безразмерного вектора-потенциала  $a = 100$ ,  $\gamma_0 = 1$ ,  $\lambda = 0.8$  мкм и  $R_r = 1.6 \times 10^{-4}$ .

акции излучения приводит к качественному изменению углового распределения интенсивности излучения, что обусловлено различием в характерах движения электронов.

### 2.3. Синхронизация движения электронов силой радиационного трения

Здесь мы обратим особенное внимание на то, что из общего вида решения (14) релятивистского уравнения движения в поле плоской бегущей волны с силой радиационного трения в форме Ландау–Лившица можно сделать фундаментально важный вывод. Действительно, нетрудно видеть, что в общем решении все траектории стремятся к одной предельной, которая соответствует траектории электрона, рожденного в нуле векторного потенциала волны или в максимуме электрического поля. Данный вывод не только лежит в основе теоремы о сжимаемости фазового объема частиц, взаимодействующих с лазерным полем при учете силы радиационного трения [10, 11], но и приводит к еще более важному утверждению об асимптотической синхронизации движения всех частиц. Траектория этого предельного движения имеет среднее значение поперечного импульса, равное нулю ( $T(\varphi)/h(\varphi) \rightarrow \cos\varphi$  при  $\varphi \rightarrow \infty$ ), и, в частности, может быть получена из уравнения (14). Полагая  $\varphi \gg R_r^{-1}$ , получим

$$\begin{aligned} \gamma &\approx \frac{R_r \varphi}{4\rho_0} (1 + a^2 \cos^2 \varphi), \\ p_{\parallel} &\approx \frac{R_r \varphi}{4\rho_0} (1 + a^2 \cos^2 \varphi), \\ p_{\perp} &\approx a \cos \varphi, \\ t &\approx \frac{R_r^2 (2 + a^2) \varphi^3}{48 \rho_0^2 \omega_0}. \end{aligned} \tag{15}$$

Как нетрудно видеть, электрон в поле падающей волны с линейной поляризацией ускоряется вдоль направления ее распространения и его средняя энергия пропорциональна  $t^{1/3}$ , т. к.  $t = \omega_0^{-1} \int_0^\varphi h(x) \gamma(x) dx \sim \varphi^3$ , а  $\gamma(x) \sim \varphi$  при  $\varphi \rightarrow \infty$ . Для сравнения отметим, что в циркулярно поляризованной волне энергия пропорциональна  $t^{2/3}$  [12].

### 3. Движение и излучение электрона в сходящейся волне дипольной конфигурации

Перейдем к случаю сильно сфокусированного лазерного излучения в форме оптической волны дипольной конфигурации. Такая конфигурация интересна тем, что позволяет при заданной мощности источника лазерного излучения в области фокуса размером  $\sim 0.032\lambda^3$  создать поле с максимально высокой напряженностью по сравнению с другими геометриями фокусировки. Как будет показано ниже, релятивистская динамика электрона в поле сходящейся волны дипольной конфигурации обладает рядом интересных и важных с прикладной точки зрения особенностей. В отличие от случая плоской волны, движение увлекаемого дипольной волной электрона будет зависеть от его начального положения по отношению к центру сходящейся волны. Зададимся вопросом: когда генерация излучения электроном наиболее эффективна и, следовательно, влияние силы радиационного трения максимально? В соответствии с уравнением (1) и предыдущими рассуждениями естественно ожидать, что максимальный всплеск излучения будет иметь место в центральной области для тех электронов, которые приобрели наибольшие продольные импульсы в сходящейся волне и встретили отраженную от центра расходящуюся волну. Для анализа приобретаемого продольного импульса сначала рассмотрим модельную задачу с режим включением поля, поддающуюся сравнительно простой физической интерпретации, и затем обратимся к реалистичным импульсам с плавной огибающей.

#### 3.1. Падающий импульс с режим включением поля

Пусть центр сходящейся дипольной волны находится в начале декартовой системы координат. Тогда выражения для электрического и магнитного полей дипольной волны можно задать в виде [6]

$$\begin{aligned} E &= \frac{[n[nd_0]]}{Rc^2} \ddot{g}_-(t, R) + \frac{3n(nd_0) - d_0}{R^3} \left[ \frac{R}{c} \dot{g}_+(t, R) + g_-(t, R) \right], \\ H &= -\frac{[nd_0]}{Rc} \left[ \frac{\ddot{g}_+(t, R)}{c} + \frac{\dot{g}_-(t, R)}{R} \right], \end{aligned} \tag{16}$$

где  $\mathbf{R}$  – радиус-вектор от точки фокусировки до точки наблюдения, причем  $|\mathbf{R}| = R$  и  $\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$ ;  $g_{\pm}(t, R) = g(t - R/c) \pm g(t + R/c)$ ;  $d_0$  – произвольный постоянный вектор, модуль которого связан с мощностью дипольной волны  $P$ ;  $d_0 = (3Pc^3/2)^{1/2}$ . Рассмотрим траектории частиц и сопоставим их с траекториями в случае плоской волны. Полезно иметь в виду, что амплитуда падающей дипольной волны вдоль оси ее распространения связана с мощностью следующим образом:

$$a_d = \frac{ed_0}{mc^3 R \omega_0} = \left( \frac{3P}{2c^3} \right)^{1/2} \frac{e}{m \omega_0 R} \quad (R \gtrsim \lambda).$$

Как и в разд.2, полагаем, что электроны вначале покоятся и на них падает полуограниченный импульс излучения с режим включением поля, так что

$$\ddot{g}(t, R) = \cos \varphi, \quad \dot{g}(t, R) = \omega_0^{-1} \sin \varphi, \quad g(t, R) = \omega_0^{-2} \cos \varphi,$$

где  $\varphi = \omega_0 t - \omega_0 R/c$ . Для анализа достаточно рассмотреть поведение электронов в течение полупериода волны, за

который они должны отстать на половину длины волны от переднего фронта импульса.

Как известно, в поле плоской волны первоначально покоящийся электрон приобретает вдоль направления распространения волны продольный импульс  $p_{\parallel} = A^2/2$ , а также смещается в поперечном направлении с поперечным импульсом  $p_{\perp} = A$  [4], где  $A$  – безразмерный вектор-потенциал в точке, где находится частица. Примем в качестве амплитуды вектора-потенциала плоской волны  $a_p$  его значение, соответствующее амплитуде падающей дипольной волны в точке первоначального расположения электрона  $R_c$ :  $a_p = a_d(R = R_c)$ . На рис.2 представлены траекто-

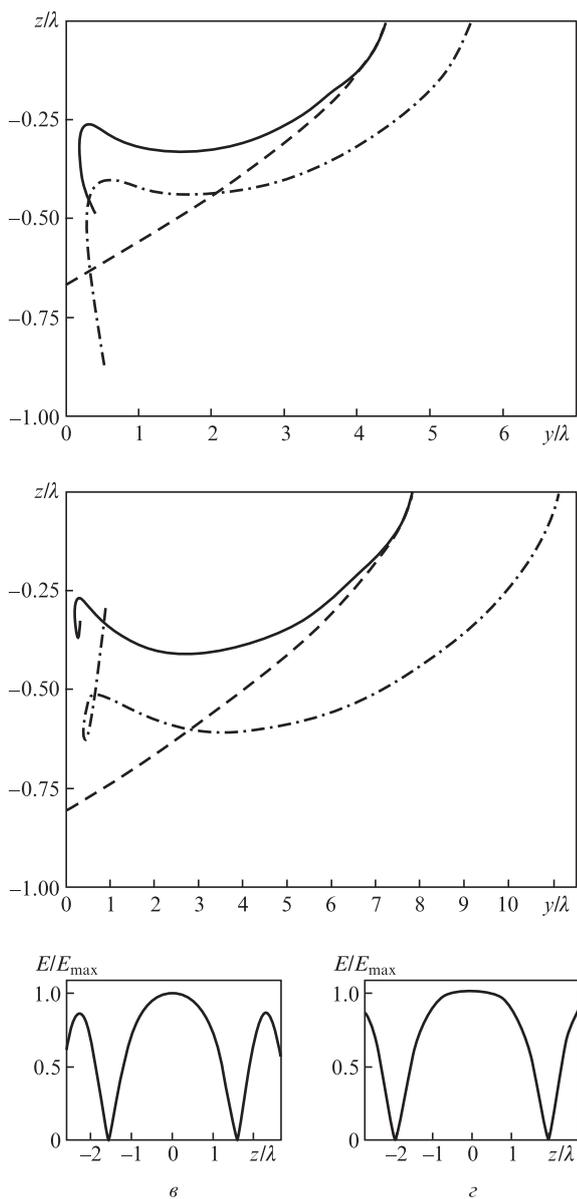


Рис.2. Траектории электронов в поле сходящейся дипольной волны с мощностью 10 (а) и 100 ПВт (б) и длительностью, равной половине периода поля, а также в поле плоской волны (штриховые кривые) с амплитудой, равной амплитуде поля дипольной волны в точке захвата электрона. Сплошные кривые соответствуют траекториям электрона с максимальным продольным импульсом в точке наблюдения  $y = \lambda/2$ . Для сравнения на каждом рисунке штрихпунктирная кривая показывает одну из возможных траекторий электрона с не максимальным продольным импульсом в точке наблюдения  $y = 6\lambda$  (в) и  $7.5\lambda$  (г).

рии электронов для двух различных мощностей волн, 10 и 100 ПВт; видно, что они качественно подобны, и это фактически свидетельствует о малой роли силы радиационного трения для электронов, ускоряемых к центру. Однако ускорения электронов в направлениях распространения дипольной и плоской волн качественно различны: темпы ускорений и достигаемые величины продольных импульсов в сходящейся дипольной волне значительно ниже, чем в плоской, даже несмотря на то, что амплитуда сходящейся волны сильно возрастает к центру. Это связано, в первую очередь, с кривизной фазового фронта дипольной волны, а также с поперечной неоднородностью распределения поля. В сходящейся волне электрон, который первоначально находится в азимутальной плоскости волны ( $z = 0$ ), вначале приобретает перпендикулярный к ней (поперечный) импульс, но, отклоняясь от этой плоскости, он приобретает и продольное ускорение (вдоль оси  $y$ ). Однако, перемещаясь в поперечном направлении, электрон испытывает воздействие сходящейся волны, неоднородный характер которой приводит к возникновению дополнительных сил, возвращающих его в сторону азимутальной плоскости. Это ограничивает движение электрона в поперечном направлении (как видно из рис.2, он прижимается к плоскости  $z = 0$  сильнее, чем в случае движения в поле плоской волны), а следовательно, соответствующий темп продольного ускорения, свойственный случаю плоской волны, не достигается. На рис.3 представлены гамма-фактор электрона вдоль траектории и вектор-потенциал сходящейся волны в точке нахождения электрона; видно, что приобретаемый продольный импульс значительно меньше соответствующего значения в поле плоской волны  $(1 + A^2/2)$ .

Для определения количества ускоренных к центру электронов и приобретаемых ими продольных импульсов рассчитаем соответствующее распределение частиц, если они первоначально были равномерно распределены по оси  $y$ . На рис.4 показано распределение частиц, попавших внутрь сферы радиусом  $3\lambda/2$ , по продольным импульсам. Видно, что имеет место максимум в окрестности максимально достижимых продольных импульсов, которые приблизительно в 2.3 раза больше соответствующих значений векторного потенциала, т.е.  $a_d(R = 3\lambda/2) \approx 440$  при 100 ПВт и  $a_d(R = 3\lambda/2) \approx 140$  при 10 ПВт. Указанный максимум в распределении обусловлен большими временами взаимодействия таких частиц с волной. На рис.5,а представле-

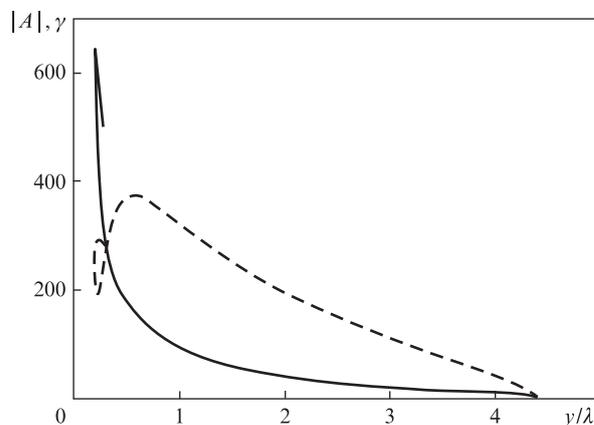


Рис.3. Безразмерный вектор-потенциал (сплошная кривая) и гамма-фактор (штриховая кривая) вдоль траектории, изображенной на рис.2,а сплошной кривой.

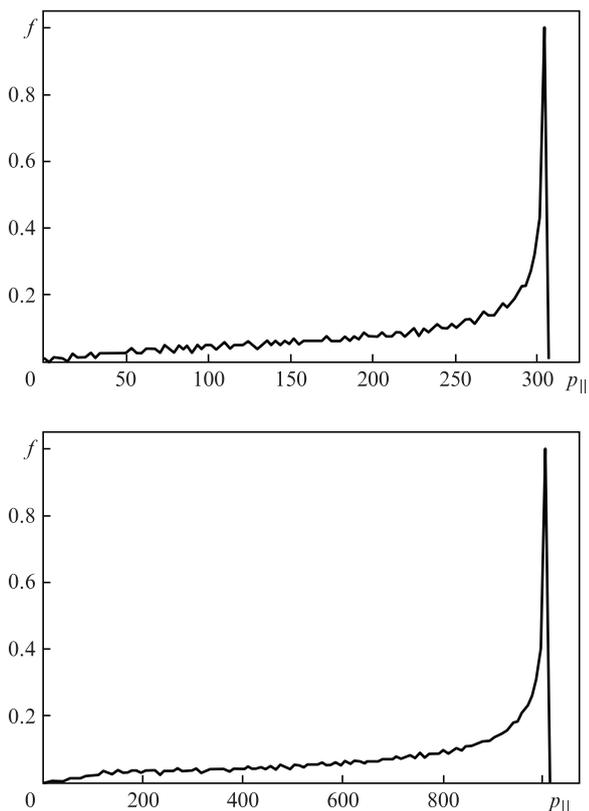


Рис.4. Функции распределения по продольному импульсу электронов, попавших внутрь сферы радиусом  $3\lambda/2$ , при их взаимодействии с дипольной волной с мощностью 10 (а) и 100 ПВт (б) и длительностью, равной половине периода поля.

ны зависимость максимального продольного импульса от мощности  $P$ , согласующаяся с приведенной выше оценкой, а также продольный импульс, набираемый в поле плоской волны с амплитудой, соответствующей амплитуде поля дипольной волны в точке захвата электрона (вставка на рис.5,а). Эти значения, естественно, меньше, чем в поле дипольной волны, что связано с увеличением амплитуды дипольной волны по мере приближения к фокусу и, следовательно, с большим приобретаемым продольным импульсом. Однако нужно отметить, что в поле плоской волны максимальный продольный импульс ( $a_p^2/2$ ) достигается на расстоянии  $a_p^2\lambda/16$  от точки первоначального расположения электрона, и он больше максимального значения ( $\sim 2.3a_d$ ) в дипольной конфигурации (рис.5,б). Так, при мощности 200 ПВт имеем  $a_p^2/2 = 2665$  и  $a_d = 620$ . Поскольку расстояние  $a_p^2\lambda/16$ , соответствующее траекториям электрона в поле дипольной волны, много больше расстояния до точки фокуса, можно сказать, что темп отставания электрона от переднего фронта волны выше в дипольной волне (см. рис.2).

### 3.2. Падающие импульсы с плавной огибающей

Для анализа реалистичных сценариев взаимодействия рассмотрим падающие импульсы с плавной огибающей, что может оказаться важным для электронов, ускоренных к центру и способных испытать воздействие как падающей, так и прошедшей через центр волны. Во-первых, рассмотрим распределение электронов по продольным импульсам, аналогичное представленному на рис.4. На рис.6 дано соответствующее распределение для импуль-

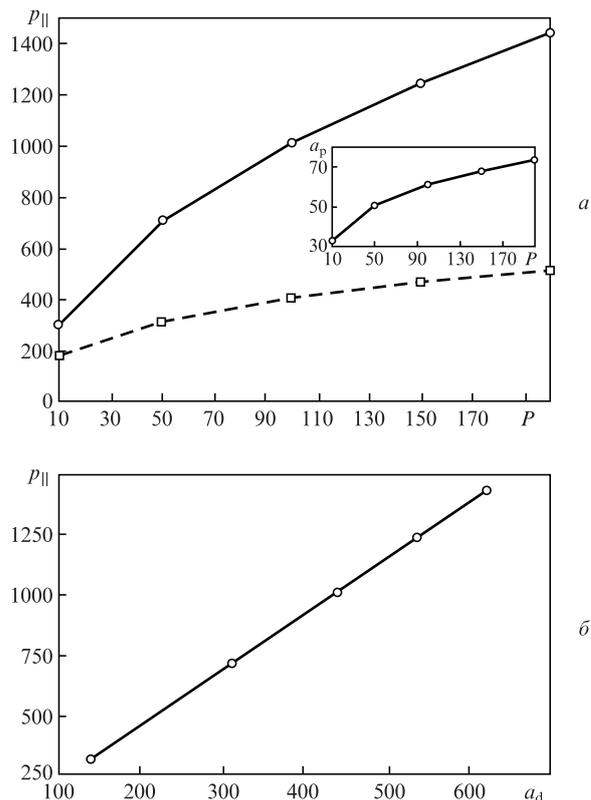


Рис.5. Зависимости величины максимального продольного импульса электронов, попавших внутрь сферы радиусом  $3\lambda/2$ , от мощности дипольной волны с длительностью, равной половине периода поля (а, сплошная кривая) и от  $a_d$  (б). Штриховая кривая на рис. а – зависимость максимального продольного импульса частицы, которая движется в поле плоской волны с амплитудой, равной амплитуде поля дипольной волны в точке захвата  $a_p$  (вставка), в точке наблюдения от мощности дипольной волны  $P$ .

сов с огибающей  $\sin^2 t$ , включающей в себя 3 и 10 периодов поля. Для короткого импульса (рис.6,а) наряду с максимально достижимым продольным импульсом, по порядку величины соответствующим максимальной амплитуде поля, появляются дополнительные максимумы, соответствующие локальным максимумам в распределении мгновенной интенсивности импульса. Интересен факт, что для длинных импульсов (рис.6,б) более высокоэнергетичные пики подавляются, что обусловлено взаимодействием электронов со встречной (прошедшей через центр) волной, которая может резко уменьшить продольный импульс за счет радиационного трения, а также усложнить структуру функции распределения из-за рассеяния электронов на встречной волне.

Для более детального анализа рассмотрим траектории электронов, захваченных на периферии и ускоренных к центру. На рис.7 изображены траектории электронов, движущихся в поле импульсов с двумя разными длительностями и мощностью 200 ПВт как с учетом, так и без учета радиационного трения. Каждая вершина траектории соответствует отставанию электрона в системе отсчета падающей волны на  $\lambda/2$ . Видно, что в поле плоской волны отставание происходит позже, чем в поле дипольной, а кроме того, в поле дипольной волны электрон делает петлевое движение, что качественно отличает его траекторию от случая плоской волны. В поле плоской волны такое петлевое движение возможно при изначальном движении электрона навстречу лазерному импульсу. Данное обстоя-

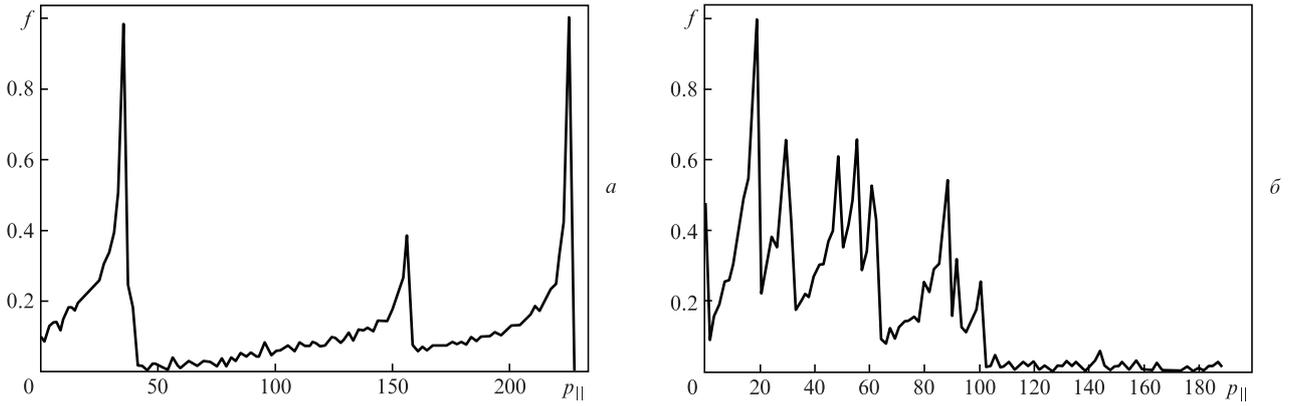


Рис.6. Функция распределения по продольным импульсам электронов, попавших внутрь сферы радиусом  $3\lambda/2$ , при взаимодействии с дипольной волной с полной длительностью 3 (а) и 10 (б) периодов поля и мощностью 10 ПВт.

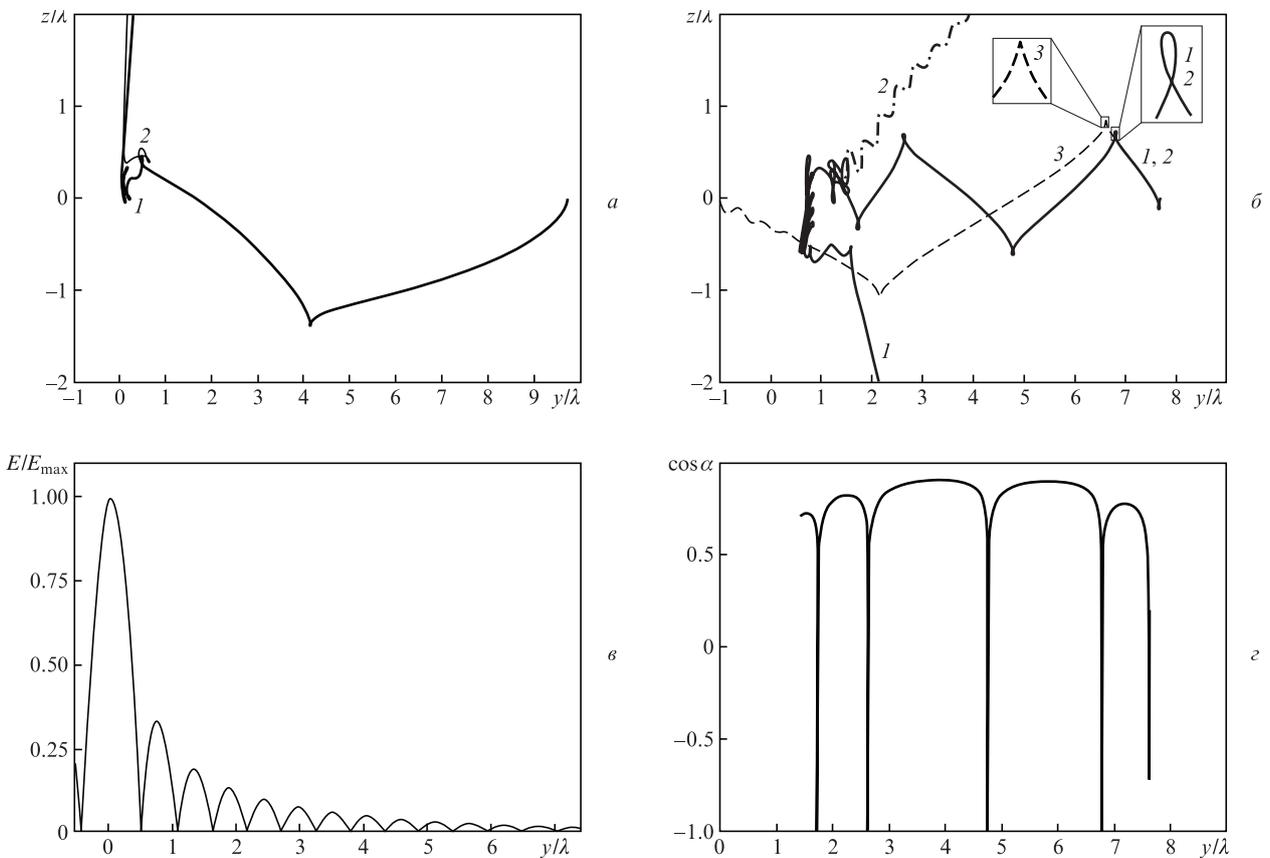


Рис.7. Траектории электронов при взаимодействии с дипольной волной длительностью 3 (а) и 10 (б) периодов поля и мощностью 200 ПВт с учетом (1) и без учета (2) радиационного трения. Траектория 3 на рис. б отвечает движению электрона в поле плоской волны с соответствующей амплитудой (вставка на рис.5,а) с учетом радиационного трения (на вставках в увеличенном масштабе изображены вершины траекторий 1 и 3); в – распределение поля дипольной волны (суперпозиция сходящейся и расходящейся волн) с мощностью 200 ПВт и длительностью 10 периодов поля вблизи фокуса в зависимости от продольной координаты (траектория движения электрона, осциллирующего в области максимума такого поля, изображена на рис. б кривой 1); z – косинус угла между вектором скорости электрона и направлением от электрона к центру дипольной волны, соответствующий начальному участку траектории рис. б (кривая 1).

тельство уменьшает максимально достижимый лоренц-фактор ускоряемого электрона в  $\rho_0 = \gamma_0(1 + v_0/c)$  раз, где  $\gamma_0, v_0$  – начальные значения гамма-фактора и скорости электрона. Петлевое движение в поле дипольной волны, соответствующее движению навстречу импульсу, можно увидеть на траектории электрона, представленной на рис.7,б, а также на рис.7,з, где изображена функция  $\cos \alpha$  ( $\alpha$  – угол между вектором скорости электрона и направлением электрона к центру дипольной волны). Видно, что

угол  $\alpha$  при петлевом движении может быть больше  $\pi/2$  и даже достигать  $\sim \pi$ .

Таким образом, дипольная волна за счет кривизны фазового фронта разворачивает частицу и заставляет ее двигаться навстречу волне. По аналогии с взаимодействием электрона с плоской волной, который изначально двигался бы навстречу волне с таким же гамма-фактором, можно заключить, что влияние кривизны фронта приводит к замедлению ускорения. Важной особенностью тра-

екторий, изображенных на рис.7, является также их качественная зависимость от силы радиационного трения. Как отмечалось выше, его можно не учитывать, пока частица взаимодействует преимущественно со спутной волной (на рис.7 это соответствует  $y \geq \lambda$ ). Затем частица, ускоряясь к центру, начинает взаимодействовать со встречной волной, и роль радиационного трения значительно возрастает; так, согласно соотношению (1), режим этого взаимодействия может перейти в радиационно-доминантный. При параметрах, соответствующих траектории 1 на рис.7,б,  $y \sim \lambda$ ,  $\gamma_m \sim 400$ ,  $a_d \sim 700$ ,  $\rho_0 \sim 2\gamma_m$ , где  $\gamma_m$  – гамма-фактор частиц в начальный момент взаимодействия со встречной волной  $R_r \geq 2$ . Видно, что радиационное трение может способствовать удержанию частицы в области сильного поля, тогда как без его учета частица быстро покидает область фокуса. Из сопоставления вида траекторий на рис.7,б и распределения поля на рис.7,в видно, что может быть реализована траектория, когда электрон колеблется вблизи локального максимума поля продолжительное время, в течение нескольких осцилляций поля, прежде чем поперечная сила вытеснит его в поперечном направлении.

### 3.3. Характерные особенности излучения электронов

Характерные особенности излучения электронов для двух длительностей импульса можно легко представить, проведя сравнительный анализ спектральных мощностей излучений на различных участках траекторий. Для короткого импульса из траектории движения 1 на рис.7,а отчетливо видно, что качественное изменение характера излучения наступает при соударении электрона с прошедшей через центр волной (сплошная кривая на рис.8,а); при этом излучение происходит главным образом в области  $y = \lambda/2$ , и его мощность значительно возрастает по сравнению с мощностью на более ранних участках траектории (в частности, в точке  $y = \lambda$ , изображенной штриховой линией). Отметим, что излучение в области  $y = \lambda/2$  происходит на значительно более высоких частотах, что фактически соответствует излучению релятивистского электрона в поле встречной волны. Для длинного же импульса основной вклад в излучение, спектр которого представлен на рис.8,б, вносят уже электроны, осциллирующие в области сильного суммарного поля падающей и прошедшей через центр волн с гамма-фактором, соответствующим локальному значению векторного потенциала. Характерная траектория электрона в поле длинного импульса изображена на рис.7,б, из которого отчетливо видно, что первоначально ускоренный полем падающей волны электрон, не достигая центра, локализуется в области пучности поля, которая находится на расстоянии  $3\lambda/4$  от центра. На этом участке движения его квазипериодическая траектория соответствует чисто осцилляторному движению электрона в поле стоячей волны, что согласуется с соответствующими характеристиками излучаемой мощности. Для сравнения штриховыми кривыми показаны спектральные мощности, излученные электроном в предыдущий момент времени, соответствующий стадии ускорения и, следовательно, взаимодействию только со спутной волной, т.е. когда он находился в точке  $y = 3\lambda/2$ . Эти кривые свидетельствуют о значительно меньшей излучательной способности электрона до начала взаимодействия со встречной волной. Отметим также, что спектральные мощности, представленные на рис.8 сплошными кри-

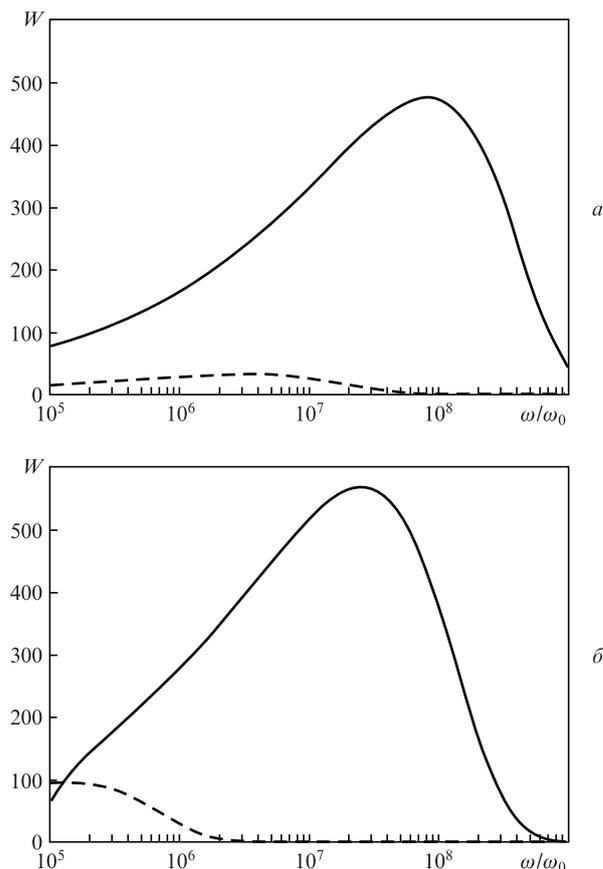


Рис.8. Спектры мощности излучения электрона в поле дипольной волны с длительностью 3 (а) и 10 (б) периодов поля и мощностью 200 ПВт. Сплошная кривая на рис. а соответствует спектру в момент времени  $\pi/(2\omega_0)$  от начала взаимодействия со встречной волной ( $y \sim \lambda/2$ ), а на рис. б – характерному спектру мощности излучения электрона, осциллирующего вблизи максимума поля; штриховые кривые – характерный спектр до начала взаимодействия со встречной волной.

выми, практически одинаковы, и это, несмотря на различную природу излучения, связано с тем обстоятельством, что характерные величины продольных и поперечных импульсов в обоих случаях имеют один порядок и определяются локальными значениями векторного потенциала.

## 4. Выводы

В работе дан анализ ультрарелятивистского движения электронов и особенностей их излучения в поле волн двух конфигураций: плоской линейно-поляризованной и сходящейся дипольной.

Применительно к случаю плоской волны определены аналитические выражения для характеристик излучения ускоряемого электрона (полная мощность, мощность, излучаемая в единичном телесном угле, и характерная частота), а также показано, что учет силы радиационного трения может качественно изменить характер движения и соответственно характеристики излучения.

Анализ движения электронов в поле сходящейся дипольной волны показал, что оно существенно зависит от формы импульса и в значительной мере определяется кривизной фронта. В частности для импульсов с резким включением поля максимально достижимые в процессе ускорения величины продольных импульсов оказываются близкими к значениям векторных потенциалов  $a$  в точке

нахождения частицы, что значительно меньше соответствующих величин ( $a^2/2$ ) в поле плоской волны. Определена функция распределения ускоренных к центру электронов по продольным импульсам, максимальная в области максимально достижимых импульсов, что связано с большими временами взаимодействия между электронами с такими импульсами и волной. Для сравнительно длинных импульсов с плавным включением поля показано, что основной вклад в излучение вносят электроны, осциллирующие в центральной области вблизи максимума поля, релятивистский фактор которых примерно равен векторному потенциалу. Образование таких траекторий обусловлено переходом взаимодействия частиц с полем в радиационно-доминантный режим.

Работа выполнена при поддержке программы Президиума РАН «Экстремальные световые поля и их приложения».

1. Ringwald A. *Phys. Lett. B*, **510**, 107 (2001).
2. <http://www.extreme-light-infrastructure.eu>.
3. Коржиманов А.В., Гоносков А.А., Хазанов Е.А., Сергеев А.М. *УФН*, **181**, 1 (2011).
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория поля* (М.: Наука, 1988, с. 227–277).
5. Sokolov I.V. et al. *Phys. Plasmas*, **16**, 093115 (2009); Sokolov I.V. et al. *Phys. Rev. E*, **81**, 036412 (2010).
6. Gonoskov I., Aiello A., Heugel S., Leuchs G. *Phys. Rev. A*, **86**, 053836 (2012).
7. Di Piazza A. *Lett. Math. Phys.*, **83**, 305 (2008).
8. Koga J., Esirkepov T.Zh., Bulanov S.V. *Phys. Plasmas*, **12**, 093106 (2005).
9. Di Piazza A., Hatsagortsyan K.Z., Keitel C.H. *Phys. Rev. Lett.*, **102**, 254802 (2009).
10. Hazeltine R.D., Mahajan S.M. *Phys. Rev. E*, **70**, 0466407 (2004).
11. Tamburini M., Pegoraro F., Di Piazza A., Keitel C.H., Macchi A. *New J. Phys.*, **12**, 123005 (2010).
12. Буланов С.В., Есиркепов Т.Ж., Кога Дж., Таджима Т. *Физика плазмы*, **30**, 3 (2004).