PACS 42.65.Jx; 42.65.Re; 52.50.Jm

Световые пули и спектр суперконтинуума при филаментации фемтосекундного импульса в условиях аномальной дисперсии групповой скорости в плавленом кварце

С.В.Чекалин, В.О.Компанец, Е.О.Сметанина, В.П.Кандидов

Представлены результаты теоретического и экспериментального исследований трансформации спектра и пространственно-временного распределения интенсивности фемтосекундного лазерного излучения при филаментации в плавленом кварце. Впервые зарегистрировано образование световых пуль с высокой плотностью мощности в фемтосекундном лазерном импульсе в условиях аномальной дисперсии групповой скорости на длине волны 1800 нм. Минимальная длительность световой пули составляет около двух периодов осцилляции светового поля.

Ключевые слова: филаментация, фемтосекундные импульсы, аномальная дисперсия, плазменные каналы, световые пули.

1. Введение

Филаментация лазерного излучения представляет собой пространственно-временную локализацию светового поля, которая поддерживается в воздухе на протяжении десятков и сотен метров. Локализация излучения в тонком филаменте обусловлена керровской самофокусировкой, которая вызывает рост интенсивности и, как следствие, увеличение концентрации электронов в лазерной плазме при многофотонной ионизации в сильном световом поле нелинейного фокуса [1-3]. При равенстве оптических сил фокусирующей керровской линзы и дефокусирующей линзы плазменной нелинейности, которая нарастает во времени в процессе фотоионизации, коллапсирующий рост интенсивности в непрерывной последовательности нелинейных фокусов, образующих филамент, останавливается [4]. В результате динамического баланса керровской и плазменной нелинейностей формируется протяженный филамент с высокой плотностью мощности светового поля. Вследствие большой протяженности филамента, высокой концентрации энергии и фемтосекундного времени взаимодействия светового поля со средой происходит эффективное нелинейно-оптическое преобразование излучения. «Нелинейная оптика филаментации» [5] охватывает сверхуширение частотно-углового спектра излучения, генерацию высших гармоник и терагерцевого излучения, компрессию импульсов, оптическую анизотропию, индуцируемую филаментом, и другие нелинейно-оптические эффекты, сопровождающие явление фемтосекундной филаментации.

К настоящему времени большинство экспериментальных и теоретических исследований явления филамента-

e-mail: chekalin@isan.troitsk.ru, kompanetsvo@isan.troitsk.ru

Е.О.Сметанина, В.П.Кандидов. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы;

e-mail: smetanina@physics.msu.ru; kandidov@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 24 декабря 2012 г., после доработки – 4 февраля 2013 г.

ции выполнено для излучения титан-сапфирового лазера с длиной волны $\lambda_0 = 790-810$ нм, неодимового – с $\lambda_0 =$ 1.053 мкм, хром-форстеритового – с $\lambda_0 = 1.24$ мкм, для излучения их гармоник и на ряде других длин волн при параметрическом преобразовании. Длины волн излучения этих источников лежат в области нормальной дисперсии групповой скорости (ДГС) воздушной среды. Нормальная дисперсия вызывает расплывание импульса и расщепление его на субимпульсы при филаментации, что существенно снижает эффективность генерации широкополосного суперконтинуума [6,7], формирования протяженных плазменных каналов [8], транспортировки лазерного излучения высокой плотности на расстояния километрового масштаба [9, 10]. Пространственно-временное сжатие фемтосекундного излучения титан-сапфирового лазера наблюдалось при филаментации в воздухе [11], в молекулярных газах [12] и в аргоне [13-16]. В настоящее время созданы мощные системы с параметрическими усилителями (ОРСРА) в среднем ИК диапазоне длин волн [17,18], позволяющие расширить диапазон длин волн излучения в исследованиях филаментации в том числе и в область аномальной ДГС воздушной среды.

Спектроскопические исследования филаментации на протяженных трассах в воздухе связаны с большими трудностями. Вместе с тем сценарий филаментации фемтосекундного лазерного излучения определяется совокупностью факторов, таких как керровская самофокусировка и самомодуляция, ограничение интенсивности светового поля и его дефокусировка в лазерной плазме и, наконец, волновые процессы дифракции и дисперсии в среде. Критериями подобия на начальной стадии филаментации (до образования лазерной плазмы) являются дифракционная длина и отношение пиковой мощности Р к критической мощности самофокусировки P_{cr}. Масштабирование эксперимента на основе критериев подобия открывает широкие возможности для лабораторных исследований явления филаментации. Детальное исследование филаментации фемтосекундного лазерного излучения в конденсированной среде в широком спектральном диапазоне, включающем область аномальной ДГС, позволяет установить общие закономерности и особенности этого явления независимо от параметров конкретной среды.

С.В.Чекалин, В.О.Компанец. Институт спектроскопии РАН, Россия, Москва, 142190 Троицк, ул. Физическая, 5;

Такими возможностями обладает широкополосная фемтосекундная лазерная система ЦКП «Оптико-спектральные исследования» ИСАН [19], позволяющая проводить исследования в диапазоне длин волн от УФ до ближнего ИК. С помощью этой системы выполнен целый ряд экспериментов.

Проведено сравнение конической эмиссии (КЭ) при фокусировке фемтосекундного лазерного импульса в объем стекла линзой и аксиконом, обнаружившее существенно более высокую воспроизводимость позиционирования возникающих в стекле микрофиламентов от импульса к импульсу во втором случае. Темные кольца, наблюдавшиеся визуально в структуре КЭ, связаны с интерференцией излучения когерентных источников суперконтинуума (СК) основного и рефокусированных филаментов [20]. С помощью волоконного спектрометра измерено частотно-угловое распределение интенсивности КЭ в плавленом кварце и впервые обнаружено образование множества дискретных колец из непрерывного по углу спектра КЭ при филаментации в кварце спектрально ограниченного коллимированного излучения на длине волны 800 нм при фемтосекундной длительности импульса. Образование дискретных колец объяснено с помощью простой интерференционной модели формирования КЭ, согласно которой ее частотно-угловой спектр является результатом интерференции излучения широкополосного точечного источника, движущегося в филаменте [21, 22]. Предложена оригинальная схема наблюдения КЭ с помощью кварцевого клина, позволившая исследовать трансформацию частотно-углового спектра с изменением длины филамента при неизменных параметрах импульса. Обнаружено возникновение тонкой структуры КЭ при увеличении длины филамента, интерпретированное как результат интерференции излучения от нескольких субимпульсов, на которые распадается импульс в филаменте в условиях нормальной ДГС, движущихся с различными групповыми скоростями [23]. Исследована КЭ при филаментации фемтосекундных импульсов при различном характере ДГС в диапазоне длин волн 400-2300 нм.

Для изучения интерференционных эффектов при формировании КЭ использована схема с клиновидным образцом кварца, дополненная схемой регистрации распределения интенсивности КЭ на плоскости угол расходимости – длина волны. Установлено определяющее влияние интерференционных эффектов в излучении СК и ДГС фемтосекундного импульса на частотно-угловой спектр КЭ [24]. Экспериментально и аналитически исследовано формирование спектра СК при филаментации в плавленом кварце в условиях нулевой и аномальной ДГС [25, 26]. Численно проанализировано влияние порядка многофотонности процесса ионизации на антистоксово уширение спектра СК для сред с модельными параметрами. Установлено, что при увеличении центральной длины волны излучения от 1300 до 2300 нм спектр антистоксова крыла СК сужается, сдвигаясь в синюю область. Все экспериментальные результаты качественно подтверждены численным моделированием. Показано, что математическая модель филаментации фемтосекундного лазерного излучения, используемая в численном моделировании, и интерференционная модель КЭ, используемая в аналитических расчетах [22], адекватно воспроизводят наблюдаемые закономерности и подтверждают когерентность СК и КЭ.

В настоящей работе исследована трансформация пространственно-временной локализации лазерного излучения и частотно-углового спектра СК при филаментации фемтосекундных импульсов в плавленом кварце в условиях аномальной ДГС. Установлено, что формирование световых пуль неразрывно связано со сверхуширением частотно-углового спектра излучения, которое происходит вследствие сильной фазовой самомодуляции светового поля в пространстве и во времени.

2. Эксперимент

Экспериментальные исследования излучения СК при филаментации в плавленом кварце фемтосекундного лазерного излучения с различными длинами волн выполнены на спектроскопическом стенде ЦКП Института спектроскопии РАН. Схема экспериментальной установки приведена на рис.1. Установка состояла из источника фемтосекундного излучения на основе перестраиваемого параметрического усилителя TOPAS, совмещенного с регенеративным усилителем Spitfire Pro. На регенеративный усилитель с накачкой твердотельным лазером Empower 30 подавались импульсы фемтосекундного генератора Tsunami (титан: сапфир) с непрерывным твердотельным лазером накачки Millenia Vs. Фемтосекундные лазерные импульсы с выхода усилителя фокусировались тонкой кварцевой линзой с фокусным расстоянием 50 см на входную грань образца. На длине волны 1800 нм длительность импульса на половине высоты составляла 50 фс, диаметр пучка в перетяжке был равен ~100 мкм, энергия варьировалась от 1 до 10 мкДж. Излучение рекомбинации лазерной плазмы филамента и КЭ, рассеянное в образце, регистрировалось через его боковую грань цифровой фотокамерой Canon EOS 450. Это позволяло определять протяженность и расположение плазменных каналов и оценивать концентрацию электронов в них по яркости свечения нити, получая тем самым информацию о локализации в филаменте областей наиболее высокой интенсивности светового поля и, следовательно, областей генерации излучения СК.

Для измерения частотно-углового спектра КЭ, развернутого на плоскости угол расходимости – длина волны, использовались ахроматическая линза с фокусным расстоянием 5 см и монохроматор Solar-Tii MS2004, входная щель которого находилась в фокальной плоскости этой линзы. Таким образом, линзой осуществлялось фурье-преобразование излучения по пространству, а дифракционной решеткой монохроматора – фурье-преобразование по времени. Получаемое распределение интенсивности спектральных компонент излучения $S_{exp}(\theta, \lambda)$ регистрировалось CCD-камерой «Видеоскан-285-USB». При автокорреляционных измерениях длительности световой пули



Рис.1. Схема экспериментальной установки.



Рис.2. Измеренные АКФ световой пули при филаментации в кварце излучения на длине волны 1800 нм с длительностью импульса 50 фс $(J_{corr}^{exp}(t) - сплошные кривые)$ и АКФ, полученные численным моделированием $(J_{corr}^{comp}(t) - штриховые кривые)$ для излучения на входе в среду (ширина АКФ 70 фс) (*a*), для одной световой пули (диаметр диафрагмы 50 мкм, энергия импульса 2.7 мкДж, толщина кварцевого образца 2 см) (*б*) и для двух световых пуль (диаметр диафрагмы 100 мкм, энергия импульса 9.5 мкДж, толщина кварцевого образца 1 см) (*в*).

приосевая часть филамента, в котором происходило ее формирование, выделялась диафрагмой, установленной у выходной грани образца, и собиралась параболическим зеркалом на входном окне автокоррелятора ASF-20 (рис.1).

Автокорреляционные функции (АКФ) $J_{corr}^{exp}(t)$ световой пули, измеренные при толщине образца 2 и 1 см, изображены на рис.2 вместе с АКФ входного импульса (рис.2,a) сплошными линиями; зависимости на рис.2,6 соответствуют световой пуле, образовавшейся непосредственно у выходной грани образца. В этом случае длина плазменного канала и, следовательно, протяженность области генерации излучения СК не превышают 0.1 мм. При увеличении энергии импульса световая пуля образуется внутри образца. В процессе распространения до выходной грани пуля делокализуется, ее длительность увеличивается. При этом световая пуля смещается к хвосту импульса, и в его центре зарождается новая пуля вблизи выходной грани образца [27]. При наложении первой световой пули на вторую импульс на выходе из образца приобретает двугорбую форму, а АКФ $J_{\text{согг}}^{\exp}(t)$ – характерную трехгорбую (рис.2, в). Поскольку поперечное сечение первой световой пули при распространении к выходной грани образца увеличивается, то перекрытие ее со второй пулей надежно регистрируется при использовании диафрагмы большего диаметра и импульсов большей энергии.

3. Численное моделирование

Образование последовательности световых пуль вдоль филамента в плавленом кварце предсказано в [27] на основе результатов численного исследования распространения фемтосекундного лазерного излучения с различными длинами волн. Установлено, что световые пули формируются в излучении с центральной длиной волны, относящейся к области аномальной ДГС в среде. Пули формируются в результате пространственной компрессии излучения в центральной области импульса, в которую при аномальной ДГС переносится оптическая мощность с его фронтов. Согласно полученным оценкам пиковая интенсивность в световой пуле составляет 5 × 10¹³ Вт/см², ее диаметр равен 20 мкм, длительность составляет около 10 фс. С увеличением энергии импульса число световых пуль в последовательности растет, расстояние между ними сокращается.

Численное моделирование формирования световых пуль в условиях эксперимента выполнено в приближении медленно меняющейся волны [28]. Математическая модель описывает дифракцию импульса, его дисперсию в соответствии с формулой Селлмейера, фазовую самомодуляцию светового поля, укручение фронта огибающей, керровскую нелинейность, генерацию плазмы при многофотонной и лавинной ионизации в кварце. Оператор волновой нестационарности [28] существенно расширяет частотный диапазон, воспроизводимый в методе медленно меняющихся амплитуд, что необходимо для адекватного описания уширения спектра импульса и формирования ударной волны огибающей на хвосте импульса при филаментации. Таким образом, данная модель применима для описания распространения в среде с кубической нелинейностью импульсного излучения, ширина спектра которого сравнима с несущей частотой, а длительность - с полутора периодами оптических осцилляций [28, 29].

В результате численного решения системы уравнений для амплитуды светового поля и концентрации электронов в наведенной лазерной плазме определялось пространственно-временное распределение интенсивности I(r, t)в фемтосекундном импульсе на выходной грани кварцевого образца в условиях эксперимента. В автокорреляционных измерениях исследовалось излучение, усредненное по сечению диафрагмы. Поэтому для сравнения численных результатов с экспериментальными определялась эффективная форма световой пули $\langle I(t) \rangle_D$, получаемая усреднением по апертуре диафрагмы диаметром *D*:

$$\langle I(t) \rangle_D = \int_0^{D/2} 8I(r,t) r dr/D^2.$$
 (1)

Как показывает анализ, приосевая область пучка в филаменте, имеющая наименьшую длительность, значительно меньше апертуры использованных в эксперименте диафрагм. С увеличением диаметра диафрагмы возрастает вклад периферии пучка, в которой временное сжатие импульса невелико, и длительность эффективной формы пули увеличивается. АКФ $J_{\text{согг}}^{\text{comp}}(t)$, рассчитанные по полученной численно эффективной форме световой пули $\langle I(t) \rangle_D$, приведены на рис.2 штриховой линией. Видно, что для начального импульса и одной световой пули они совпадают с измеренными АКФ $J_{corr}^{exp}(t)$ (рис.2,*a*,*б*). В случае наложения двух пуль численная АКФ с четко выраженной трехгорбой структурой (рис.2,в) заметно отличается от измеренной. Такое расхождение объясняется тем, что при измерении в режиме накопления осуществляется усреднение по большой серии световых пуль. При флуктуа-



Рис.3. Полученная численно последовательность световых пуль при филаментации в кварце излучения на длине волны 1800 нм с длительностью импульса 50 фс, энергией 3 мкДж и пиковой мощностью $4P_{cr}$: тоновые картины трансформации с расстоянием *z* эффективной формы световой пули $\langle I(t) \rangle_D$, получаемой усреднением по апертуре диаметром D = 50 мкм (*a*), АКФ эффективной формы световой пули $J_{corr}^{comp}(t)$ (б) и изменение с расстоянием *z* ширины АКФ $\tau_{corr}^{comp}(e)$.

циях энергии импульсов меняется расстояние, на котором зарождаются световые пули, и, следовательно, их длительность на выходе из образца. Поэтому трехгорбая структура измеренной АКФ оказывается размытой. Эффективная форма световой пули $\langle I(t) \rangle_D$, полученная численно, и АКФ $J_{\text{согг}}^{\text{comp}}(t)$, рассчитанная по этой форме, приведены на рис.3,а,б в зависимости от пройденного в среде расстояния z. Длительность и ширина АКФ световой пули минимальны в плоскости ее образования z = 0.75 см (рис.3,e). При распространении пуля делокализуется, ее длительность и ширина АКФ увеличиваются. Формирование последовательности световых пуль отражает периодическое изменение ширины АКФ с расстоянием z. Как видно из результатов численного моделирования (рис.3), повторное сокращение ширины АКФ и, соответственно, длительности излучения возможно при формировании второй световой пули на расстоянии 0.9 см. В этом случае ширина измеренной АКФ τ_{corr}^{exp} составила 34 фс. Расходящиеся линии от областей формирования световых пуль на плоскости трансформации АКФ с расстоянием z иллюстрируют появление трехгорбой АКФ при наложении пуль друг на друга, т.е. при их одновременном существовании на некотором расстоянии *z* в образце (рис.3, δ). Эволюция каждой световой пули в среде с аномальной ДГС представляет собой ее смещение к хвосту импульса в результате уменьшения скорости пули без существенного изменения формы (пока световая пуля не покидает резервуар энергии), что подобно поведению рамановских солитонов в волокнах с аномальной ДГС [30].

4. Длительность световой пули

Эффективная форма световой пули $\langle I(t) \rangle_D$, полученная численно, представлена в нормированном виде на рис.4,6 при D = 50 мкм. Видно, что она качественно отличается от зависимостей, которые обычно используются для аппроксимации формы лазерного импульса. В отличие от гауссова импульса у световой пули большие крылья сочетаются с более крутым передним фронтом и ударным фронтом на хвосте, возникающим вследствие эффекта самоукручения в результате дефокусировки излучения самонаведенной лазерной плазмой (рис.4, а). При этом временная форма пули $\langle I(t) \rangle_D$ зависит от апертуры усреднения. Длительность пули $\tau_{1/2}^{comp}$, определяемая по уровню 0.5, тем меньше, чем меньше диаметр D селектирующей диафрагмы. АКФ $J_{corr}^{comp}(t)$, рассчитанная по полученной численно эффективной форме световой пули $\langle I(t) \rangle_D$ при увеличении пройденного в среде расстояния z, приведена на рис.3,б. Минимальная ширина рассчитанной АКФ $\tau_{\rm corr}^{\rm comp}$, определяемая по уровню 0.5, при D = 50 мкм составляет 19.8 фс, что соответствует длительности пули $\tau_{1/2}^{\text{comp}} = 10.6$ фс; в случае D = 100 мкм при регистрации второй световой пули минимальная ширина $\tau_{\rm corr}^{\rm comp}=30~{\rm \phi c}$ соответствует $\tau_{1/2}^{comp} = 14.8$ фс. Обобщая результаты численного моделирования, можно установить, что отношение $\tau_{1/2}^{\text{comp}}/\tau_{\text{corr}}^{\text{comp}}$ лежит в интервале 0.44–0.7, где 0.7 соответствует гауссовой форме импульса на входе в среду.

Используя численные соотношения между длительностью пули $\tau_{1/2}$ и шириной АКФ τ_{corr} , можно получить следующую оценку длительности экспериментально зарегистрированных световых пуль: $\tau_{1/2}^{exp} = 12 - 20$ фс. Минимальная длительность экспериментально зарегистрированной световой пули равна 11.8-13.5 фс, т. е. около двух периодов осцилляции светового поля для центральной длины волны импульса, испытавшего филаментацию.

Формирование световой пули с высокой локализацией излучения в пространстве и во времени неразрывно связано с уширением частотно-углового спектра. На рис.5 представлена тоновая картина интенсивности компонент частотно-углового спектра $S(\theta, \lambda)$ в логарифмической шкале. Рассмотрен спектр на расстоянии z, где световая пуля имеет наименьшую длительность. Видно, что в окрестности центральной длины спектр равномерно уширен как по углу, так и по длине волны. Кроме того, существует КЭ в антистоксовом крыле СК с невысокой интенсивностью спектральных компонент [25, 26]. Обработка приведенного спектра позволяет оценить, является ли излучение световой пули спектрально ограниченным. Для этого в предположении синфазности всех компонент спектра вычислялись пространственно-временное распределение интенсивности и соответствующая эффективная форма пули $\langle I_{mod}(t) \rangle_D$ по формуле (1) (рис.4,*в*,*г*)). Видно, что в этом случае длительность и область локализации светового поля в спектрально ограниченной световой пуле меньше, чем у пули, формируемой в филаменте. В случае спектрально ограниченной световой пули $\tau_{1/2 \text{mod}}^{\text{comp}} = 5.4 \text{ фc.}$

5. Заключение

При филаментации фемтосекундного лазерного излучения в плавленом кварце в условиях аномальной ДГС формируется последовательность световых пуль с интенсивностью светового поля 5×10^{13} Вт/см². На основе анализа формы световой пули установлено, что отношение



Рис.4. Пространственно-временные характеристики световой пули. Распределение интенсивности I(r, t), нормированной на пиковую интенсивность $I_0(a)$, и эффективная форма $\langle I(t) \rangle_D$ (усредненная по апертуре с D = 50 мкм) (δ) первой световой пули при филаментации в кварце излучения на длине волны 1800 нм с длительностью импульса 50 фс, энергией ЗмкДж, пиковой мощностью $4P_{cr}$ и расстоянием z = 0.75 см, а также распределение интенсивности $I_{mod}(r, t)$ (s) и эффективная форма $\langle I_{mod}(t) \rangle_D$ (усредненная по апертуре D = 50 мкм) (z) модельной световой пули с полностью сфазированными компонентами частотно-углового спектра СК.



Рис.5. Спектральные характеристики световой пули: частотно-угловой спектр СК $S(\theta, \lambda)$ (*a*) и частотный спектр СК $S(\lambda) = \int S(\theta, \lambda) d\theta$ (*b*) первой световой пули при филаментации в кварце излучения на длине волны 1800 нм с длительностью импульса 50 фс, энергией ЗмкДж, пиковой мощностью $4P_{cr}$ и z = 0.75 см.

ее длительности $\tau_{1/2}^{comp}$ к ширине АКФ τ_{corr}^{comp} составляет 0.44–0.5 в области существования световой пули, форма которой сильно отличается от гауссовой. В соответствии с этим получена оценка длительности световой пули, ко-

торая при минимальной ширине измеренной АКФ τ_{corr}^{exp} = 27 фс составляет 11.8–13.5 фс при диаметре селектирующей диафрагмы 50 мкм. При этом в филаменте не достигается полная синфазность спектральных компонент СК

и излучение световой пули не является спектрально ограниченным.

Исследование выполнено при поддержке Минобрнауки РФ (соглашение № 8372), РФФИ (гранты № 12-02-2048-офи_м, 11-02 00556а, 12-02-31690мол_а) и программы Президиума РАН «Экстремальные световые поля и их приложения». Работа В.П.Кандидова и Е.О.Сметаниной поддержана грантом Президента РФ поддержки ведущих научных школ № НШ-6897.2012.2 и Минобрнауки (соглашение № 8393).

- Akozbek N., Becker A., Kandidov V., Kosareva O., Schroeder H. Can. J. Phys., 83, 863 (2005).
- 2. Couairon A., Mysyrowicz A. Phys. Rep., 441, 47 (2007).
- Кандидов В.П., Шленов С.А., Косарева О.Г. Квантовая электроника, 39, 205 (2009).
- Кандидов В.П., Федоров В.Ю., Тверской О.В., Косарева О.Г., Чин С.Л. Квантовая электроника, 41, 382 (2011).
- Гейнц Ю.Э. и др. Нелинейная фемтосекундная оптика атмосферы (Томск: изд-е ИОА, 2010, с. 212).
- Kasparian J., Rodriguez M., Mejean G., Yu J., Salmon E., Wille H., Bourayou R., Frey S., Andre Y.-B., Mysyrowicz A., Sauerbrey R., Wolf J.-P., Woste L. Science, **301**, 61 (2003).
- Голубцов И.С., Кандидов В.П., Косарева О.Г. Квантовая электроника, 33, 525 (2003).
- Mechain G., D'Amico C., Andre Y.-B., Tzortzakis S., Franco M., Prade B., Mysyrowicz A., Couairon A., Salmon E., Sauerbrey R. *Opt. Commun.*, 247, 171 (2005).
- 9. Nuter R., Skupin S., Berge L. Opt. Lett., 30, 917 (2005).
- Кандидов В.П., Шленов С.А. В сб.: Глубокое каналирование и филаментация мощного лазерного излучения в веществе (М.: Интерконтакт Наука, 2009, с. 185).
- Lange H.R., Ripoche J.F., Chiron A.A., Lamouroux B., Franco A., Prade B., Nibbering E.T.J., Mysyrowicz A., in *Proc. 11th Intern. Conf. Ultrafast Phenomena*, (Berlin: Springer, 1998, p. 115).
- Koprinkov I.G., Suda A., Wang P., Midorikawa K. Phys. Rev. Lett., 84, 3847 (2000).

- Wagner N.L., Gibson E.A., Popmintchev T., Christov I.P., Murnane M.M., Kapteyn H.C. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 173902 (2004).
- 14. Stibenz G., Zhavoronkov N., Steinmeyer G. Opt. Lett., 31, 274 (2006).
- Uryupina D., Kurilova M., Mazhorova A., Panov N., Volkov R., Gorgutsa S., Kosareva O., Savel'ev A., Chin S.L. J. Opt. Soc. Am. B, 27, 667 (2010).
- Skupin S., Stibenz G., Bergé L., Lederer F., Sokollik T., Schnürer M., Zhavoronkov N., Steinmeyer G. *Phys. Rev. E*, 74, 056604 (2006).
- Andriukaitis G.Balčiūna T., Ališauskas S., Pugžlys A., Baltuška A., Popmintchev T., Chen M.-C., Murnane M., Kapteyn H. C.. *Opt. Lett.*, 36, 2755 (2011).
- Popmintchev T., Chen M.-C., Popmintchev D., Arpin P., Brown S., Alisauskas S., Andriukaitis G., Balciunas T., Mücke O.D., Pugzlys A., Baltuska A., Shim B., Schrauth S. E., Gaeta A. L., Hernández-García C., Plaja L., Becker A., Jaron-Becker M., Murnane M., Kapteyn H.C. Science, 36 (6086), 1287 (2012).
- 19. Чекалин С.В. УФН, 176, 657 (2006).
- Косарева О.Г., Григорьевский А., Кандидов В.П., Компанец В.О., Чекалин С.В. Квантовая электроника, 36 (9), 821 (2006).
- 21. Дормидонов А.Е., Кандидов В.П., Компанец В.О., Чекалин С.В. Квантовая электроника, **39** (7), 653 (2009).
- 22. Dormidonov A.E., Kandidov V.P. Laser Phys., 19, 1993 (2009)
- Дормидонов А.Е., Кандидов В.П., Компанец В.О., Чекалин С.В. Письма в ЖЭТФ, 91 (8), 405 (2010).
- Кандидов В.П., Сметанина Е.О., Дормидонов А.Е., Компанец В.О., Чекалин С.В. ЖЭТФ, 140, 484 (2011).
- 25. Сметанина Е.О., Компанец В.О., Чекалин С.В., Кандидов В.П. Квантовая электроника, **42** (10), 913 (2012).
- Сметанина Е.О., Компанец В.О., Чекалин С.В., Кандидов В.П. Квантовая электроника, 42 (10), 920 (2012).
- Smetanina E. O., Dormidonov A.E., Kandidov V.P. Laser Phys., 22, 1189 (2012).
- 28. Brabec T., Krausz F. Phys. Rev. Lett., 78, 3282 (1997).
- Бахтин М.А., Шполянский Ю.А. В кн.: Современные технологии (СПб.: изд-во СПбГУ, 2001, с. 12–18).
- 30. Агравал Г.П. Нелинейная волоконная оптика (М.: Мир, 1996).