

# Анализ оптических свойств планарных метаматериалов посредством нахождения мультипольных моментов составляющих их метаатомов

А.А.Павлов, В.В.Климов, Ю.В.Владимирова, В.Н.Задков

*На основе вычисления мультипольных моментов метаатомов, образующих планарный метаматериал, предложен новый метод количественного определения его оптических и поляризационных свойств. Эффективность метода продемонстрирована на примере планарного метаматериала, состоящего из Н-образных наночастиц.*

**Ключевые слова:** метаматериалы, планарные метаматериалы, наночастицы, дальние поля.

## 1. Введение

В последнее время активно исследуются оптические свойства «необычных» материалов – метаматериалов [1]. Это искусственные материалы, состоящие из наночастиц (метаатомов), которые расположены на нанометровых расстояниях друг от друга и играют роль обычных атомов. Такие материалы могут иметь свойства, недостижимые для обычных материалов, и именно этим обусловлен интерес к ним. Главная особенность метаматериалов – «развязка» электрических и магнитных свойств наночастиц, т.к. на наномасштабах из-за отсутствия запаздывания уравнения Максвелла для электрических и магнитных полей становятся независимыми. Именно этим фактом обусловлены возможность получения метаматериалов с фактически произвольными оптическими свойствами и возможность управления светом с их помощью, в том числе и на наномасштабах. На основе метаматериалов уже созданы или разрабатываются супер- и гиперлинзы, сенсоры ближнего поля, идеальные детекторы фотонов и целый ряд других устройств [1–6].

Среди всего многообразия метаматериалов следует выделить планарные метаматериалы, которые состоят из одного или нескольких плоских слоев наночастиц. Важность таких материалов обуславливается как относительной простотой их изготовления, так и возможностью интеграции с современной кремниевой электроникой. Эти особенности планарных метаматериалов привели даже к рождению нового термина – «плоская нанофотоника» (flat nanophotonics).

При попытках теоретического описания оптических свойств метаматериалов возникают значительные трудности, обусловленные сложной формой составляющих их метаатомов, а также тем, что существенную роль на наномасштабах играют ближние продольные поля, описать которые аналитически в большинстве случаев не представляется возможным. Получить аналитические выражения для рассеянного поля в общем виде можно только для рассеяния волны на одиночных сферических, сфероидальных и эллипсоидальных наночастицах [2]. Во всех остальных случаях решать задачу приходится численно, причем, поскольку область моделирования всегда пространственно ограничена, реально вычислить удастся только поля в ближней зоне, а важные для практических применений дальние поля остаются вне рассмотрения.

Существуют различные численные методы, которые позволяют находить электрическое и магнитное поля метаматериалов. Методами, получившими широкое распространение, являются метод конечных разностей во временной области (Finite Difference Time Domain, FDTD) и метод точечных диполей (Discrete Dipole Approximation, DDA) (детальное описание этих и других численных методов приведено в [2]). Однако указанные методы не лишены недостатков. Так, эффективному использованию метода FDTD препятствует необходимость большого объема оперативной памяти, а также сложность описания материалов с дисперсией (металлы) при наклонном падении света на плоскость метаматериала. При использовании метода DDA возникает еще больше проблем. Прежде всего, его сходимость не доказана, и точность лучше нескольких процентов редко достижима. Во-вторых, ближние поля в этом методе не вычисляются и, по-видимому, не могут быть вычислены корректно. Дальние поля также не вычисляются полностью, а находятся только их сечения. По этим причинам для моделирования взаимодействия электромагнитной волны с метаматериалом был выбран пакет COMSOL Multiphysics, использующий для вычисления полей в ближней зоне метод конечных элементов (Finite Element Method, FEM).

В настоящей работе мы демонстрируем возможность количественного описания оптических свойств планарного метаматериала, состоящего из наночастиц произвольной формы, с помощью численного нахождения мультипольных моментов этих частиц и последующего

А.А.Павлов. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы, 1; e-mail: aa.pavlov@physics.msu.ru  
В.В.Климов. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: vkladim@sci.lebedev.ru  
Ю.В.Владимирова, В.Н.Задков. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Международный учебно-научный лазерный центр МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы, 1; e-mail: yu.vladimirova@physics.msu.ru

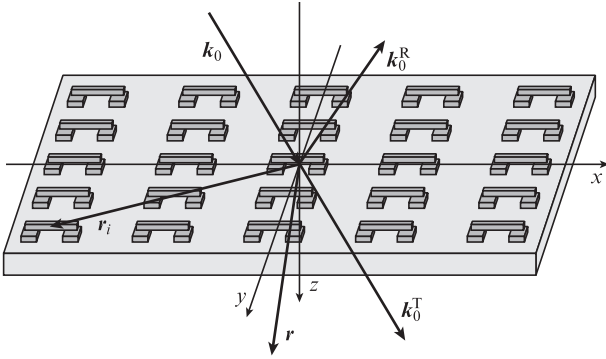


Рис.1. Схематический вид рассматриваемого планарного метаматериала.

аналитического определения дальних полей. Геометрия задачи показана на рис.1.

В разд.2 излагается суть нашего метода. Его основная идея состоит в представлении токов, индуцированных падающей электромагнитной волной внутри наночастиц, в виде порождающих рассеянное поле осциллирующих мультиполей. Исходя из этих мультипольных моментов можно найти аналитические выражения для рассеянного поля, по которым уже можно судить о свойствах прошедшей и отраженной волн в дальней зоне, в том числе вычислить параметры Стокса, что представляет интерес для исследования метаматериалов, состоящих из хиральных наночастиц. В разд.3 продемонстрирована эффективность использования нашего метода для изучения оптических и поляризационных свойств планарного метаматериала, составленного из H-образных наночастиц (экспериментальное исследование этого метаматериала проведено в [7]). В частности вычислены параметры Стокса и сделан вывод об эффективности преобразования поляризации падающих волн данным метаматериалом.

## 2. Вычисление дальних полей по мультипольным моментам метаатомов

Для описания оптических свойств метаматериалов с помощью мультипольных моментов метаатомов будем использовать интегральное выражение для рассеянного поля [8]:

$$E_{sc} = \text{rotrot} \int \frac{\varepsilon(\mathbf{r}') - 1}{4\pi} \frac{E(\mathbf{r}') \exp(i\mathbf{k}_0 R)}{R} dV', \quad (1)$$

где  $E$  – вектор электрического поля внутри частицы;  $k_0$  – модуль волнового вектора падающей волны;  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ ;  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор точки наблюдения;  $\mathbf{r}'$  – радиус-вектор элемента объема  $dV'$ ;  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость частицы; интегрирование ведется по объему метаматериала. Это выражение позволяет по значению поля внутри частиц, найденного с помощью методов численного моделирования, найти рассеянные, т.е. дальние, поля и таким образом описать «внешние» свойства метаматериала.

Используем теперь (1) для описания рассеяния плоской монохроматической волны  $E_0(\mathbf{r}, t) = E_0 \exp(i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}) \times \exp(-i\omega t)$  на планарном метаматериале, состоящем из периодически расположенных метаатомов произвольной формы. В дальнейшем фактор временной зависимости будет опущен. Пусть  $\mathbf{r}_i$  – радиус-вектор  $i$ -й частицы относительно нулевой частицы, расположенной в начале ко-

ординат. Тогда, используя только малость размера наночастиц по сравнению с длиной волны, из выражения (1) можно получить выражения для рассеянного поля, создаваемого бесконечной плоскостью из частиц в виде суммы по отдельным частицам:

$$E_{sc}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \text{rotrot} \sum_i \exp[i(\mathbf{k}_0 \mathbf{r}_i)] \times \frac{\exp[ik_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|]}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|} (\mathbf{d} - ik_0 \hat{M} \mathbf{n}_i), \quad (2)$$

где

$$\mathbf{d} = \varepsilon_0 \int (\varepsilon(\mathbf{r}') - 1) E(\mathbf{r}') dV' \quad (3)$$

– вектор электрического дипольного момента частицы, расположенной в начале координат;

$$\hat{M} \mathbf{n} = \varepsilon_0 \int (\varepsilon(\mathbf{r}') - 1) E(\mathbf{r}') (\mathbf{n} \mathbf{r}') dV' \quad (4)$$

– вектор-проекция тензора  $\hat{M}$  совместного магнитного дипольного и электрического квадрупольного моментов нулевой частицы на направление  $\mathbf{n}$ ;  $\mathbf{n}_i = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)/|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|$  – единичный вектор точки наблюдения от  $i$ -й частицы. В (3) и (4) интегрирование ведется по объему наночастицы, расположенной в начале координат.

Рассмотрим теперь слагаемые, которые содержат электрический дипольный момент  $\mathbf{d}$ . Считая расстояние между наночастицами много меньшим длины волны (что по определению справедливо для метаматериалов), суммирование по частицам можно заменить интегрированием по бесконечной плоскости. В результате выражение для дальнего поля бесконечной плоской решетки из наночастиц с учетом только электрического дипольного момента будет иметь следующий вид:

$$E_{sc}^d = -\frac{i}{2\varepsilon_0 k_{0z} \Delta S} \exp[i(\mathbf{k}'_0 \mathbf{r})] [\mathbf{k}'_0 [\mathbf{k}'_0 \mathbf{d}]], \quad (5)$$

$$H_{sc}^d = \frac{i}{2\varepsilon_0 Z_0 k_0 k_{0z} \Delta S} \exp[i(\mathbf{k}'_0 \mathbf{r})] [\mathbf{k}'_0 [\mathbf{k}'_0 [\mathbf{k}'_0 \mathbf{d}]]],$$

где  $\mathbf{k}'_0 = \mathbf{k}_0^T = \mathbf{k}_0 = (k_{0x}, k_{0y}, k_{0z})$  для прошедшей волны или  $\mathbf{k}'_0 = \mathbf{k}_0^R = (k_{0x}, k_{0y}, -k_{0z})$  для отраженной волны;  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$  – импеданс свободного пространства;  $\Delta S = L_x L_y$  – площадь элементарной ячейки, составляющей метаматериал;  $L_x$  и  $L_y$  – периоды повторения метаатомов в метаматериале вдоль осей  $x$  и  $y$ .

Выражения для рассеянного поля, создаваемого плоской решеткой из квадрупольных электрических и дипольных магнитных моментов, находятся аналогично:

$$E_{sc}^{qm} = -\frac{1}{2\varepsilon_0 k_{0z} \Delta S} \exp[i(\mathbf{k}'_0 \mathbf{r})] [\mathbf{k}'_0 [\mathbf{k}'_0 [\hat{M} \mathbf{k}'_0]]], \quad (6)$$

$$H_{sc}^{qm} = \frac{1}{2\varepsilon_0 Z_0 k_0 k_{0z} \Delta S} \exp[i(\mathbf{k}'_0 \mathbf{r})] [\mathbf{k}'_0 [\mathbf{k}'_0 [\mathbf{k}'_0 [\hat{M} \mathbf{k}'_0]]]].$$

Для анализа магнитных свойств метаматериалов важно разделить вклады электрического квадрупольного и магнитного дипольного моментов. Такое разделение можно произвести, если принять во внимание тот факт, что совместный тензор  $\hat{M}$  можно представить в виде суммы симметричной и антисимметричной частей, причем симметричной части соответствует электрический квадрупольный момент, а антисимметричной – магнитный дипольный момент [9]:

$$(\hat{Mn})^q = \frac{\varepsilon_0}{2} \int (\varepsilon(\mathbf{r}') - 1)(E(\mathbf{nr}') + \mathbf{r}'(En)) dV', \quad (7)$$

$$(\hat{Mn})^m = \frac{\varepsilon_0}{2} \int (\varepsilon(\mathbf{r}') - 1)[\mathbf{r}' \times E] \times \mathbf{n} dV',$$

где  $(\hat{Mn})^q$  – вектор-проекция электрического квадрупольного момента частицы, а  $(\hat{Mn})^m$  – вектор-проекция магнитного дипольного момента частицы на направление  $\mathbf{n}$ .

Теперь электрическое и магнитное поля от бесконечной плоскости из частиц с учетом только электрического квадрупольного момента будут иметь следующий вид:

$$E_{sc}^q = -\frac{1}{2\varepsilon_0 k_{0z} \Delta S} \exp[i(k'_0 \mathbf{r})][k'_0 [k'_0 (\hat{M}k'_0)^q]],$$

$$H_{sc}^q = \frac{1}{2\varepsilon_0 Z_0 k_0 k_{0z} \Delta S} \exp[i(k'_0 \mathbf{r})][k'_0 [k'_0 [k'_0 (\hat{M}k'_0)^q]], \quad (8)$$

$$(\hat{M}k)^q = \frac{\varepsilon_0}{2} \int (\varepsilon(\mathbf{r}') - 1)(E(\mathbf{r}')k'_0 + \mathbf{r}'(E(\mathbf{r}'))k'_0) dV'.$$

Тогда вклад в рассеянное поле от магнитных диполей можно записать в виде

$$E_{sc}^m = E_{sc}^{qm} - E_{sc}^q, \quad H_{sc}^m = H_{sc}^{qm} - H_{sc}^q. \quad (9)$$

Поскольку поля внутри наночастиц, из которых состоит метаматериал, находятся с помощью численного моделирования, формулы (5), (6), (8) для составляющих рассеянного поля, обусловленных моментами различной мультипольности, можно использовать для определения характеристик дальнего поля. В частности можно получить коэффициенты прохождения, отражения и поглощения, вычислить параметры Стокса прошедшей и отраженной волн, определить их поляризацию, а также вычислить эффективные параметры  $\varepsilon_{eff}$ ,  $\mu_{eff}$  среды, сделанной из такого метаматериала [10, 11].

С целью вычисления конкретных выражений для коэффициента прохождения необходимо рассчитать поток электромагнитной энергии, прошедший через слой метаматериала, т.е. вектор Умова–Пойнтинга для суммы внешнего поля, падающего на частицы, и рассеянного поля, а затем разделить его  $z$ -компоненту на  $z$ -компоненту вектора Умова–Пойнтинга внешнего поля. Суммарное (электрическое и магнитное) поле в прошедшей волне определяется выражениями

$$E_T = E_{sc}^d + E_{sc}^{qm} + E_0, \quad H_T = H_{sc}^d + H_{sc}^{qm} + H_0, \quad (10)$$

где  $E_0(\mathbf{r}) = E_0 \exp[i(k_0 \mathbf{r})]$ ,  $H_0(\mathbf{r}) = H_0 \exp[i(k_0 \mathbf{r})]$ ,  $|H_0| = H_0 = Z_0^{-1}|E_0| = Z_0^{-1}E_0$  – внешние электрическое и магнитное поля;  $Z_0$  – импеданс свободного пространства. Усредненный вектор Умова–Пойнтинга прошедшей волны принимает вид

$$S_T = \frac{1}{2} \text{Re}[E_T \times H_T^*] = \frac{1}{2Z_0} \text{Re} \left[ E_0^2 + \frac{1}{\varepsilon_0 k_{0z} \Delta S} (E_0 P_{qm}) + \frac{1}{(2\varepsilon_0 k_{0z} \Delta S)^2} (|P_d|^2 + |P_{qm}|^2) \right] \frac{k_0^T}{k_0}, \quad (11)$$

где

$$P_d = [k_0^T [k_0^T d]], \quad P_{qm} = [k_0^T [k_0^T (\hat{M}k_0^T)]]. \quad (12)$$

Усредненный вектор Умова–Пойнтинга падающей волны

$$S_0 = \frac{1}{2} \text{Re}[E_0 \times H_0^*] = \frac{1}{2Z_0} E_0^2 \frac{k_0}{k_0}.$$

В итоге коэффициент прохождения выражается через мультипольные моменты метаматериала:

$$T = \frac{S_{Tz}}{S_{0z}} = 1 + \frac{1}{E_0^2} \text{Re} \left[ \frac{1}{\varepsilon_0 k_{0z} \Delta S} (E_0 P_{qm}) + \frac{1}{(2\varepsilon_0 k_{0z} \Delta S)^2} (|P_d|^2 + |P_{qm}|^2) \right]. \quad (13)$$

Коэффициент отражения вычисляется аналогично, с той лишь разницей, что  $z$ -компонента вектора Умова–Пойнтинга отраженного поля нормируется на ту же компоненту падающего поля. Отраженные поля имеют следующий вид:

$$E_R = E_{sc}^d + E_{sc}^{qm}, \quad H_R = H_{sc}^d + H_{sc}^{qm}. \quad (14)$$

Тогда коэффициент отражения

$$R = \frac{1}{E_0^2} \frac{1}{(2\varepsilon_0 k_{0z} \Delta S)^2} \text{Re} (|P_d|^2 + |P_{qm}|^2), \quad (15)$$

где

$$P_d = [k_0^R [k_0^R d]]; \quad P_{qm} = [k_0^R [k_0^R (\hat{M}k_0^R)]]. \quad (16)$$

Аналогично могут быть найдены и другие характеристики дальних полей, включая параметры Стокса, а также эффективные значения электрической ( $\varepsilon_{eff}$ ) и магнитной ( $\mu_{eff}$ ) проницаемостей.

Действительно, материальные уравнения для квадрупольной среды имеют вид [11]

$$D = \varepsilon_0 E + P - [\nabla \hat{Q}] = \varepsilon \varepsilon_0 E + i\chi H, \quad (17)$$

$$\frac{1}{\mu_0} B = H + M = \mu H - i\chi E,$$

где  $\mathbf{P}$  – вектор электрической поляризации;  $\hat{\mathbf{Q}}$  – тензор электрического квадрупольного момента единицы объема среды;  $\mathbf{M}$  – вектор намагнитченности. Эти параметры пропорциональны найденным ранее электрическому дипольному, электрическому квадрупольному и магнитному дипольному моментам метаатомов соответственно. Также их можно выразить через усредненные по ячейке периодичности электрическое и магнитное поля в метаматериале:

$$M_\alpha = \chi_{\alpha\beta}^{(0)} H_\beta + \chi_{\alpha\beta\gamma}^{(1)} \nabla_\gamma H_\beta,$$

$$P_\alpha = p_{\alpha\beta}^{(0)} E_\beta + p_{\alpha\beta\gamma}^{(1)} \nabla_\gamma E_\beta, \tag{18}$$

$$Q_{\alpha\gamma} = q_{\alpha\gamma\beta}^{(0)} E_\beta + q_{\alpha\gamma\beta\delta}^{(1)} \nabla_\delta E_\beta,$$

где тензоры  $p_{\alpha\beta}^{(0)}$  и  $\chi_{\alpha\beta}^{(0)}$  вносят вклад в диэлектрическую и магнитную проницаемости соответственно, а  $p_{\alpha\beta\gamma}^{(1)}$ ,  $\chi_{\alpha\beta\gamma}^{(1)}$  и  $q_{\alpha\gamma\beta}^{(0)}$  отвечают за хиральность среды. Таким образом, используя материальные уравнения (17) и формулы (18), можно получить выражения для эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей, а также для хиральности метаматериала. Заметим, что для нахождения всех коэффициентов в (18) надо использовать дополнительную информацию (о симметрии системы и о различных углах падения и поляризации).

### 3. Иллюстрация эффективности метода на примере метаматериала из H-образных наночастиц

Для иллюстрации использования вышеизложенного подхода мы провели численное моделирование и анализ оптических и поляризационных свойств планарного метаматериала с метаатомами в форме буквы H (рис.2). Метаатомы этого материала достаточно сложны, чтобы служить репрезентативным примером использования нашего метода. В качестве вещества, из которого состоят наночастицы, было выбрано золото (диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  взята из [12],  $\mu = 1$ ). Численное моделирование осуществлялось в среде COMSOL Multiphysics. Падающее поле распространялось по нормали к поверхности метаматериала. Моделирование осуществлялось для двух линейных поляризаций падающей волны – для электрического поля, поляризованного по осям  $x$  и  $y$ . Полученные в результате вычислений поля экспортировались затем в пакет Matlab, где осуществлялась их дальнейшая обработка. В том числе, комбинируя результаты, полученные для различных линейных поляризаций пада-

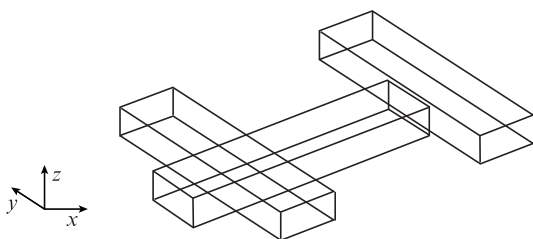


Рис.2. Структура метаатомов, из которых собран метаматериал (см. рис.1). Размеры верхнего бруска  $355 \times 80 \times 40$  нм, размеры нижних брусков  $315 \times 80 \times 40$  нм, смещение верхнего бруска относительно середины нижних (вдоль оси  $y$ ) 70 нм.

ющего поля, мы вычисляли отклик метаматериала на волну с круговой поляризацией.

Для проверки точности рассматриваемого подхода мы сравнили коэффициенты прохождения и отражения, вычисленные в COMSOL и полученные с помощью предлагаемого нами метода. В COMSOL коэффициенты прохождения и отражения рассчитываются путем усреднения вектора Умова–Пойнтинга в плоскости  $xy$  при  $z = 250$  нм (за наночастицей, учитывается полное поле) и  $z = -250$  нм (до наночастицы, учитывается только рассеянное поле) соответственно. Как видно из рис.3, значения коэффициентов совпадают с высокой степенью точности, что говорит об адекватности описания взаимодействия света с метаматериалом с помощью модели мультипольных моментов. Вообще говоря, в настоящей работе мы не учитываем тороидальный момент, который может вносить существенный вклад в рассеянное поле при других геометриях метаатома [13], однако ничто не мешает учесть его в рамках нашего подхода.

Значительный интерес представляет также рассмотрение вкладов различных мультипольных моментов по отдельности, т.к. это позволяет на качественном уровне понять природу того или иного оптического резонанса. Для большей наглядности рассмотрим вклады различных мультиполей в коэффициент прохождения (рис.4). Видно, что хотя электрический дипольный вклад является доминирующим, им одним нельзя достаточно точно описать отклик метаматериала на падающее поле. Дипольный магнитный и электрический квадрупольный моменты оказывают существенное влияние на положение резонансов и величину коэффициента прохождения вне резонансов. Таким образом, хотя дипольный электрический момент качественно определяет отклик данного метаматериала на падающее поле, для точного численного результата важен также вклад моментов более высокой мультипольности.

Из рис.4 следует еще один интересный результат: несмотря на то что наночастицы метаматериала состоят из вещества с  $\mu = 1$ , магнитный отклик метаматериала отличен от нуля. В этом состоит принципиальное отличие метаматериала от обычного макроскопического материала – в метаматериале при взаимодействии со светом проявляются необычные свойства, которые невозможно наблюдать в обычном веществе. Хотя вклад магнитного дипольного момента мал, принципиально важно то, что он

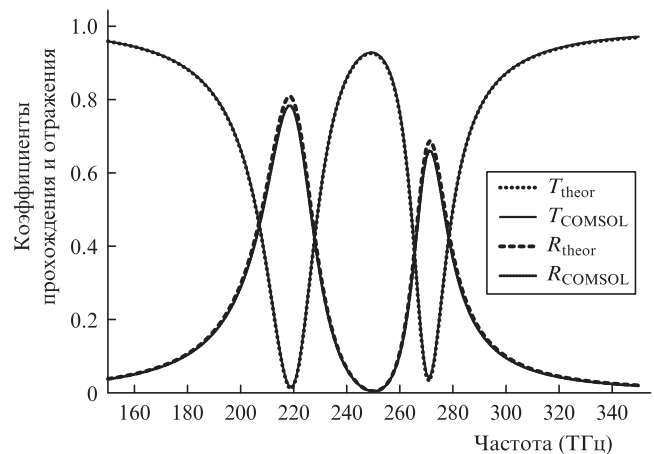


Рис.3. Коэффициенты прохождения ( $T_{\text{theor}}$ ) и отражения ( $R_{\text{theor}}$ ), рассчитанные через мультипольные моменты и в программе для моделирования ( $T_{\text{COMSOL}}$  и  $R_{\text{COMSOL}}$  соответственно).



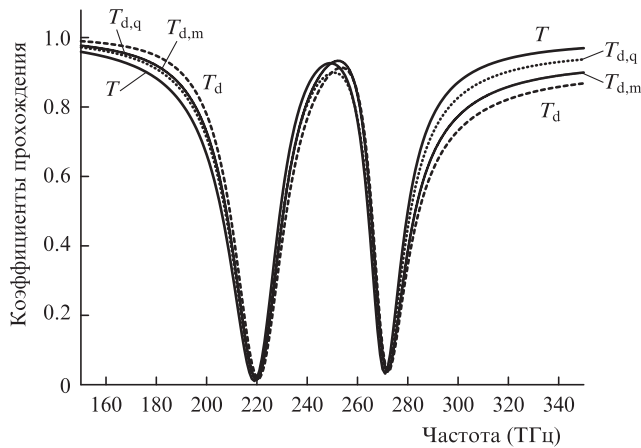


Рис.4. Коэффициенты прохождения с учетом вкладов моментов различных мультипольностей:  $T$  – учитываются все вклады,  $T_d$  – учитывается только дипольный электрический момент,  $T_{d,q}$  – учитывается дипольный и квадрупольный электрические моменты,  $T_{d,m}$  – учитывается дипольные электрический и магнитный моменты. Падающая волна поляризована по  $x$ .

отличен от нуля. Это говорит о возможности создания такой конфигурации наночастицы, при которой ее магнитный момент окажется сравнимым по порядку величины (или даже больше) с электрическим дипольным моментом и будет вносить существенный вклад во взаимодействие света с таким метаматериалом.

Как уже отмечалось, моделирование в COMSOL проводилось для двух линейных поляризаций падающей волны – вдоль оси  $x$  и вдоль оси  $y$ . Комбинируя решения, полученные для этих линейных поляризаций, можно получить решение для любой другой поляризации, в том числе для круговой. Так, если смотреть на распространяющуюся волну со стороны источника, поля для правой и левой круговых поляризаций будут определяться следующим образом:

$$E_{\text{right}}(\mathbf{r}) = E_x(\mathbf{r}) + iE_y(\mathbf{r}), \quad E_{\text{left}}(\mathbf{r}) = E_x(\mathbf{r}) - iE_y(\mathbf{r}), \quad (19)$$

где  $E_x(\mathbf{r})$  и  $E_y(\mathbf{r})$  – решения для линейных  $x$ - и  $y$ -поляризаций. Подставляя затем полученное решение в выражения для параметров Стокса, можно получить коэффициенты преобразования волны с одной круговой поляризацией в волну с противоположной круговой поляризацией. Так как в рассматриваемом случае форма наночастиц метаматериала симметрична по отношению к правой и левой круговым поляризациям (т.е. частица не является хиральной), достаточно получить результаты прохождения через слой метаматериала волны только одного направления круговой поляризации – для другого направления результат будет аналогичным.

Рассмотрим падение правополяризованной волны на метаматериал и ее преобразование. На рис.5 представлены амплитуды право- и левополяризованных волн после прохождения слоя метаматериала, нормированные на их сумму. Видно, что в районе резонансов прошедшая волна уже не является чисто правополяризованной, а в районе 275 ГГц она имеет левую эллиптическую поляризацию. В тех точках, где амплитуды право- и левополяризованных волн пересекаются, прошедшая волна имеет линейную поляризацию. На рис.6 изображены амплитуды волн с правой и левой поляризациями, нормированные на коэффициент прохождения на соответствующей частоте. Видно, что хо-

тя около 60% прошедшей правополяризованной волны преобразуется в левополяризованную, по отношению к амплитуде падающей волны коэффициент преобразования гораздо меньше – около 20%.

Как и в случае линейной поляризации, сравним вклады различных мультипольных моментов в коэффициент прохождения. На рис.7 изображены спектры коэффициента прохождения с учетом различных комбинаций мультипольных моментов. Видно, что доминирующим является электрический дипольный момент, однако соответствующий коэффициент прохождения существенно отличается от полного коэффициента прохождения с учетом всех трех вкладов в случае линейной поляризации. При этом учет дипольного электрического момента вместе с дипольным магнитным почти не изменяет картины, а учет дипольного электрического момента вместе с квадрупольным электрическим значительно улучшает совпадение с полным коэффициентом прохождения. Из этого можно сделать вывод, что при взаимодействии волны круговой поляризации с наночастицами данного метаматериала вклад квадрупольного электрического момента значительно больше вклада магнитного дипольного момента.

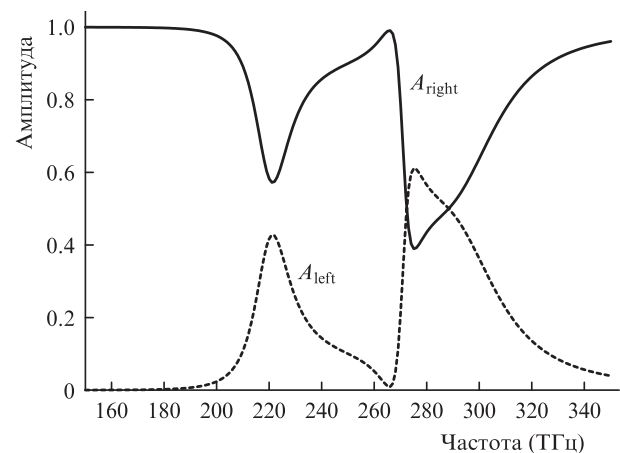


Рис.5. Амплитуды волн с правой и левой круговыми поляризациями в прошедшей через слой метаматериала волне. Амплитуды нормированы на свою сумму, на метаматериал падает волна с правой круговой поляризацией.

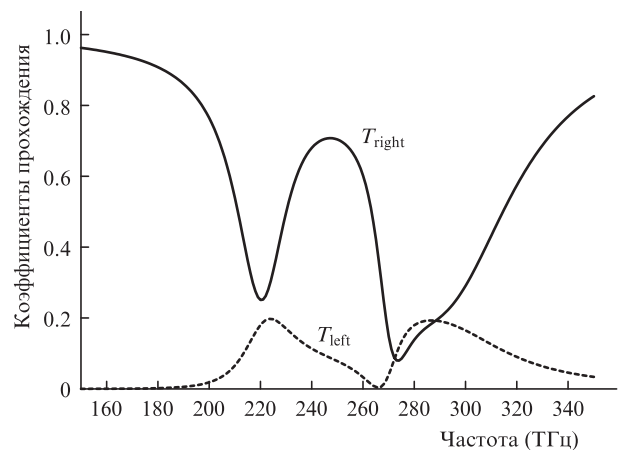


Рис.6. Амплитуды волн с правой и левой круговыми поляризациями в прошедшей через слой метаматериала волне. Амплитуды нормированы на коэффициент прохождения на соответствующей частоте. Видно, что хо-

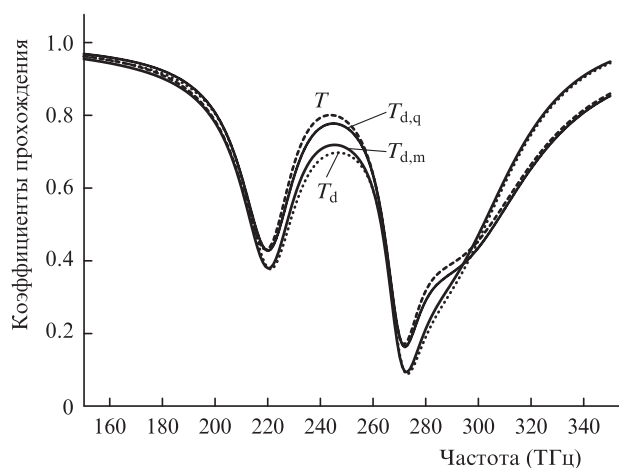


Рис.7. Коэффициенты прохождения с учетом вкладов моментов различных мультипольностей (обозначения те же, что и на рис.4). На метаматериал падает волна с правой круговой поляризацией.

#### 4. Заключение

Нами разработан новый метод нахождения оптических свойств планарных метаматериалов на основе определения мультипольных моментов метаатомов, который, будучи примененным к результатам численного моделирования взаимодействия света с планарным метаматериалом, позволяет исследовать его оптические и поляризационные свойства. В качестве примера использования данного метода нами был исследован метаматериал с метаатомами в виде H-образных наночастиц. Были рассчитаны мультипольные моменты, индуцированные падающим полем в наночастицах, а затем эти результаты были применены для вычисления коэффициентов прохождения и отражения, дальнего поля, параметров Стокса. Комбинируя численные результаты, полученные для двух линейных поляризаций падающей волны, мы построили решение для круговой поляризации падающей волны и исследовали свойства метаматериала для этого случая. В частности

было показано, что выбранный метаматериал в некотором диапазоне частот преобразует падающую волну с круговой поляризацией в волну с эллиптической поляризацией и другим направлением вращения. Полученные результаты показали, что предложенный метод является весьма точным и может быть использован при анализе произвольных метаматериалов.

В настоящей работе не учитывались тороидальные моменты [13], индуцируемые в наночастицах (влияние этих моментов в нашем случае пренебрежимо мало). При их учете возможно дальнейшее расширение метода мультипольных моментов. Кроме того, метод мультипольных моментов позволяет вычислять эффективные параметры  $\epsilon$  и  $\mu$  среды, а следовательно, может использоваться в качестве альтернативы методу, предложенному в [10], что, однако, выходит за рамки исследования, представленного в настоящей работе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №11-02-91065, 11-02-92002, 11-02-01272 и 12-02-90014), Президиума РАН, а также в рамках федеральной программы Минобрнауки РФ (грант №8393).

1. Cai W., Shalae V. *Optical Metamaterials: Fundamentals and Applications* (Berlin: Springer, 2009, p. 200).
2. Климов В.В. *Наноплазмоника* (М.: Физматлит, 2010, с. 480).
3. Klimov V.V., Guzatov D.V., Ducloy M. *Europhys. Lett.*, **97**, 47004 (2012).
4. Климов В.В., Гузатов Д.В. *УФН*, **182**, 1130 (2012).
5. Klimov V., Sun S., Guo G.-Y. *Opt. Express*, **20**, 13071 (2012).
6. Klimov V., Baudon J., Ducloy M. *Europhys. Lett.*, **94**, 20006 (2011).
7. Liu N., Langguth L., Weiss T., Kästel J., Fleischhauer M., Pfau T., Giessen H. *Nature Mater.*, **8**, 758 (2009).
8. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973, с. 713).
9. Jackson J.D. *Classical Electrodynamics* (New York: John Wiley & Sons, 1999, p. 832).
10. Smith D.R., Schultz S. *Phys. Rev. B*, **65**, 195104 (2002).
11. Виноградов А.П. *Электродинамика композитных материалов* (М.: УРСС, 2001, с. 208).
12. Weber M.J. *Handbook of Optical Materials* (New York – London: CRC Press, 2002, p. 536).
13. Баранова Н.Б., Зельдович Б.Я. *УФН*, **127**, 421 (1979).