

НАНОГРАДИЕНТНЫЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОКРЫТИЯ

PACS 78.67.Pt; 42.25.Gy; 42.25.Ja; 42.79.Ry; 42.79.Wc

Поляризационные эффекты в градиентной нанооптике

Н.С.Ерохин, Ю.М.Зуева, А.Б.Шварцбург

Найдены спектры отражения волн s- и p-поляризаций от градиентных нанопокровов при произвольных углах падения в рамках двух точно решаемых моделей таких покрытий. Для использования найденных спектров как в видимом, так и в ИК диапазоне для разных частот и толщин покрытий коэффициенты отражения волн представлены в зависимости от безразмерных значений частот, связанных с градиентом показателя преломления материала покрытия. Показано, что отражение от рассматриваемых градиентных покрытий на порядок слабее, чем отражение от однородных покрытий при равенстве остальных параметров излучения и отражающей системы. Предложена новая точно решаемая модель, иллюстрирующая специфический эффект оптики градиентных пленок – возможность безотражательного прохождения s-волны через такую пленку (аналог эффекта Брюстера). Отмечены перспективы использования градиентных наноструктур с различными профилями показателя преломления для создания широкополосных безотражательных покрытий.

Ключевые слова: градиентные нанопленки, отражение волн, s- и p-поляризации, безотражательное прохождение волн.

1. Введение

Настоящая работа посвящена процессам отражения света при наклонном падении излучения на прозрачную градиентную диэлектрическую нанопленку. Физические основы таких процессов обусловлены особым механизмом дисперсии волн в неоднородных пленках, определяемым непрерывным распределением показателя преломления внутри материала пленки [1]. Дисперсия волн в таких средах зависит не только от значения показателя преломления n в заданной точке среды, но и от значений n в окрестности этой точки; пространственное распределение n определяется технологией изготовления нанопленки [2]. Следует подчеркнуть принципиальное отличие этого механизма как от материальной дисперсии, связанной с параметром $\partial^2 n / \partial \omega^2$, так и от пространственной дисперсии однородных сред (последняя приводит, как известно из кристаллооптики и физики плазмы [3], к малым поправкам к показателю преломления порядка $a/\lambda \ll 1$, где a – период кристаллической решетки или длина свободного пробега частиц в среде и λ – длина волны). Вдали от резонансных частот среды такие эффекты медленно накапливаются по пути распространения волн на расстояниях, составляющих много длин волн. В отличие от этого, эволюция волн в градиентных средах имеет ряд особенностей.

Для аналитического исследования волновых полей внутри нанопленки следует найти точные решения уравнений Максвелла с определенной пространственной зависимостью показателя преломления $n(z) = n_0 U(z)$ без каких-либо допущений о медленности или малости пространственных изменений полей и параметров среды (здесь n_0 – значение показателя преломления n на границе среды $z = 0$, а безразмерная функция $U(z)$ предполагается непрерывной). При нормальном падении излучения на пленку поляризационные эффекты в отражении отсутствуют; в этом случае спектры отражения градиентных сред для ряда точно решаемых моделей найдены в [4]. При расчете спектров отражения для наклонного падения электромагнитных волн возникает ряд эффектов, обусловленных поляризационной структурой волновых полей:

- векторная структура полей различна для s- и p-поляризаций (эти поля внутри среды описываются различными уравнениями);
- возможно построение моделей $U(z)$, обеспечивающих точные решения только для одной поляризации (например, только для s-волн);
- набор точно решаемых моделей $U(z)$, пригодных одновременно для s- и p-волн, ограничен.

Для описания s- и p-волн внутри градиентных пленок с диэлектрической проницаемостью $\epsilon(z)$ удобно ввести производящие функции Ψ_s и Ψ_p , соответствующие этим поляризациям. Выбрав нормаль к слою за ось z , а проекцию волнового вектора на поверхность слоя за ось y , можно записать уравнения Максвелла, описывающие поляризационную структуру s-волны с помощью электрической компоненты волнового поля E_x , параллельной поверхности $z = 0$, и магнитных компонент H_y и H_z , расположенных в плоскости падения (y, z) :

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad \frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{\epsilon(z)}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div}(\epsilon \mathbf{E}) = 0, \quad \operatorname{div}(\mu \mathbf{H}) = 0. \quad (2)$$

Н.С.Ерохин. Институт космических исследований РАН, Россия, 117997 Москва, ул. Профсоюзная, 84/32; e-mail: nerokhin@mx.iki.rssi.ru

Yu.M.Zueva. Wave Lab, LLC, CA 91436, USA

А.Б.Шварцбург. Институт космических исследований РАН, Россия, 117997 Москва, ул. Профсоюзная, 84/32; Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412 Москва, ул. Ижорская, 13, стр. 2; ОАО «НИИ “Полюс” им. М.Ф.Степанаха, Россия, 117342 Москва, ул. Введенского, 3; e-mail: alex-s-49@yandex.ru

Поступила в редакцию 23 апреля 2013 г., после доработки – 23 июня 2013 г.

Компоненты р-волны (H_x , параллельная поверхности $z = 0$, и электрические компоненты E_y и E_z , расположенные в плоскости падения) по-прежнему связаны уравнением (2), но систему (1) следует заменить:

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{\varepsilon(z)}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_x}{\partial y} = -\frac{\varepsilon(z)}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t}.$$

Для анализа уравнений (1)–(3) целесообразно выразить компоненты полей через производящие функции Ψ_s и Ψ_p . Тогда для s-поляризации

$$E_x = -\frac{1}{c} \frac{d\Psi_s}{dt}, \quad H_y = \frac{d\Psi_s}{dz}, \quad H_z = -\frac{d\Psi_s}{dy} \tag{4}$$

и для р-поляризации

$$H_x = \frac{1}{c} \frac{d\Psi_p}{dt}, \quad E_y = \frac{1}{\varepsilon(z)} \frac{d\Psi_p}{dz}, \quad E_z = -\frac{1}{\varepsilon(z)} \frac{d\Psi_p}{dy}. \tag{5}$$

Пользуясь представлениям (4)–(5), можно свести системы уравнений (1) и (3) к двум уравнениям, описывающим s- и р-волны соответственно:

$$\frac{\partial^2 \Psi_s}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega^2 n_0^2 U^2}{c^2} - k_y^2 \right) \Psi_s = 0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_p}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega^2 n_0^2 U^2}{c^2} - k_y^2 \right) \Psi_p = \frac{2}{U} \frac{dU}{dz} \frac{\partial \Psi_p}{\partial z}, \tag{7}$$

где $k_y = \omega n_1 \sin \delta / c$, n_1 – показатель преломления однородной среды, δ – угол падения волны на пленку.

Введя новую переменную η и новые функции f_s и f_p :

$$f_s = \Psi_s \sqrt{U}, \quad f_p = \frac{\Psi_p}{\sqrt{U}}, \quad \eta = \int_0^z U(z_1) dz_1, \tag{8}$$

можно представить уравнения (6), (7) для s- и р-волн в виде

$$\frac{d^2 f_s}{d\eta^2} + f_s \left(K - \frac{U_{\eta\eta}}{2U} + \frac{U_\eta^2}{4U^2} \right) = 0, \tag{9}$$

$$\frac{d^2 f_p}{d\eta^2} + f_p \left(K + \frac{U_{\eta\eta}}{2U} - \frac{3U_\eta^2}{4U^2} \right) = 0. \tag{10}$$

Здесь $K = (\omega n_0 / c)^2 - k_y^2 / U^2$; $U_\eta = dU / d\eta$; $U_{\eta\eta} = d^2U / d\eta^2$. Уравнения (9), (10) справедливы для произвольных распределений показателя преломления $U(z)$ и углов падения δ .

Условия непрерывности компонент полей на поверхностях нанопленки для s- и р-поляризации различны. Рассматривая плоскую волну

$$\Psi_0 = A_0 \exp\{i\omega[n_1(z \cos \delta + y \sin \delta)c^{-1} - t]\},$$

падающую из однородной среды с показателем преломления n_1 под углом δ на границу пленки $z = 0$, и введя комплексные коэффициенты отражения R_s и R_p , зависящие от поляризации, можно записать условия непрерывности для s- и р-волн в виде

$$A_0(1 + R_s) = A_s \Psi_s|_{z=0},$$

$$\frac{i\omega n_1 A_0 \cos \delta (1 - R_s)}{c} = A_s \frac{d\Psi_s}{dz}|_{z=0},$$

$$\frac{i\omega n_1 A_0 \sin \delta (1 + R_s)}{c} = ik_y A_s \Psi_s|_{z=0},$$

(11)

$$A_0(1 + R_p) = A_p \Psi_p|_{z=0},$$

$$\frac{i\omega A_0 \cos \delta (1 - R_p)}{cn_1} = \frac{A_p}{\varepsilon(z)} \frac{d\Psi_p}{dz}|_{z=0},$$

$$\frac{i\omega n_1 A_0 \sin \delta (1 + R_p)}{c} = ik_y A_p \Psi_p|_{z=0}.$$

Если пленка толщиной d расположена на однородной толстой подложке с показателем преломления n , то условия непрерывности, заданные на плоскости $z = d$, связывают компоненты поля в пленке с соответствующими компонентами поля плоской волны в подложке:

$$\Psi = A \exp\{i\omega[(z\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 \delta} + yn_1 \cos \delta)c^{-1} - t]\}.$$

Трудности решения уравнений (9) и (10), соответствующих s- и р-поляризациям, для одного профиля показателя преломления $n(z) = n_0 U(z)$ внутри покрытия ограничивают набор точно решаемых моделей $U(z)$.

Чтобы показать чувствительность процессов отражения волн градиентным покрытием к форме профиля $U(z)$, в разд.2 рассмотрены две простые модели $U(z)$ [5]:

$$U_1(z) = (1 + z/L)^{-1}, \quad U_2(z) = \exp(-z/L), \tag{12}$$

которые характеризуются одним свободным параметром – характерной длиной L , определяющей пространственный масштаб изменения показателя преломления. Хотя значения модельных функций $U_1(z)$ и $U_2(z)$ на границе пленки ($z = 0$) равны, значения их градиентов при $z = 0$ тоже равны и последующее различие при равных значениях отношения z/L для рассматриваемых толщин нанопленки невелики (так, например, при $z/L = 0.3$, $U_1(0.3)/U_2(0.13) = 1.04$), режимы распространения полей, определяемые этими профилями, могут существенно различаться. Режимы распространения волн через покрытия с профилем (12) при произвольных углах падения описываются в рамках этих моделей с помощью точных аналитических решений соответствующих уравнений. В разд.2 отмечены преимущества градиентных пленок при использовании их в качестве широкополосных безотражательных покрытий. В отличие от работ [3] и [5] показаны новые физические эффекты, определяющие эти преимущества, – искусственная дисперсия, определяемая профилем $U(z)$, частота отсечки и режимы туннелирования волн в градиентных средах, не зависящие от поляризации. В разд.3 показано еще одно свойство, присущее именно градиентным пленкам: в отличие от однородных пленок, где возможно безотражательное распространение только р-волн (эффект Брюстера [5]), в градиентной пленке возможно безотражательное распространение s-волн. Такой аналог эффекта Брюстера дан в рамках более гибкой точно решаемой модели, содержащей в отличие от (12) три свободных параметра L , M и g :

$$U^2(z) = 1 - \frac{1}{g} + \frac{W^2(z)}{g}, \tag{13}$$

$$W(z) = \left[\cos\left(\frac{z}{L}\right) + M \sin\left(\frac{z}{L}\right) \right]^{-1}.$$

При уменьшении неоднородности показателя преломления ($L \rightarrow \infty$) распределения (12), (13) вырождаются в постоянную величину: $U \rightarrow 1$.

2. Широкополосные безотражательные покрытия

Разработка безотражательных тонкопленочных покрытий, эффективных в широких спектральных областях при произвольной поляризации волн, привлекает постоянное внимание. Использование градиентных пленок открывает новые перспективы для получения контролируемых спектров отражения в заданных волновых диапазонах. Спектры отражения таких пленок при прочих равных параметрах обнаруживают существенную зависимость от профиля показателя преломления $U(z)$. Начнем анализ профилей (12) с выражения $U_1(z)$ и, подставив $U_1(z)$ в (8), определим переменную $\eta = L \ln(1 + z/L)$. Уравнения (9), (10), определяющие функции f_s и f_p , сводятся в этом случае к уравнению Бесселя:

$$\frac{d^2 f_{s,p}}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{df_{s,p}}{dx} + f_{s,p} \left(q^2 - \frac{l_{s,p}^2}{x^2} \right) = 0, \quad x = \frac{\eta}{L}, \tag{14}$$

$$q^2 = -\left(\frac{\omega L \sin \delta}{c} \right)^2, \quad l_{s,p}^2 = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{u^2} \right), \tag{15}$$

$$u = \frac{\Omega}{\omega}, \quad \Omega = \frac{c}{2n_0 L}.$$

Здесь Ω – некоторая характерная частота, связанная с неоднородностью среды. Линейно независимыми решениями уравнения (14) в случае $q^2 < 0$ являются, как известно, функции Бесселя мнимого аргумента I_l и функции Макдональда K_l [6]. При исследовании поля в слое конечной толщины d следует использовать их линейные комбинации: $\vartheta_l^{(1,2)} = I_l \pm iK_l$. Пользуясь решениями уравнения (14) и обозначениями (8), можно записать производящие функции для s- и p-волн:

$$\Psi_s = \left(1 + \frac{z}{L} \right)^{1/2} f_s, \quad \Psi_p = \left(1 + \frac{z}{L} \right)^{-1/2} f_p, \tag{16}$$

$$f_{s,p} = [\vartheta_l^{(1)}(\zeta) + Q_{s,p} \vartheta_l^{(2)}(\zeta)], \quad \zeta = \frac{\omega(L+z) \sin \delta}{c}. \tag{17}$$

Для простоты записи в выражениях для функций Ψ_s и Ψ_p (16) опущены фазовые множители $\exp[i(k_y y - \omega t)]$; величины Q_s и Q_p в (17) определяются из условий непрерывности на границах воздух–пленка ($n_1 = 0, z = 0, U_1 = 1$) и пленка–подложка ($z = d, U_1 = U_m = (1 + d/L)^{-1}$). В последнем случае переменную ζ для удобства вычислений запишем в виде

$$\zeta_m = \frac{\sin \delta}{2un_0 U_m}. \tag{18}$$

Подстановка выражений (16), (17) в (4), (5) позволяет записать формулы для компонент полей в явном виде. Комплексные коэффициенты отражения для s- и p-волн находятся из уравнений (11) с помощью стандартной процедуры. Так, например, для s-волны коэффициент R_s определяется уравнением

$$\frac{1 + R_s}{1 - R_s} = \frac{iB\Psi_s(\zeta_0)}{\Psi_s(\zeta_0)}, \quad \zeta_0 = \frac{\omega L \sin \delta}{c}, \quad B = 2\zeta_0, \tag{19}$$

$$\Psi_s(\zeta_0) = \frac{\omega L \sin \delta}{c} \frac{d\Psi_s}{d\zeta} \Big|_{\zeta=\zeta_0}$$

(коэффициент R_p находится из (11) аналогичным образом). По этим данным строятся спектры отражения $|R_{s,p}(u)|^2$. Следует отметить, что функции $f_{s,p}$ (17) для обеих поляризаций равны, что значительно сокращает вычисления, а разница между Ψ_s и Ψ_p определяется лишь степенью множителя $(1 + z/L)$ (16). В области высоких частот ($\omega > \Omega, u < 1$) индексы функций ϑ_l в (17) являются мнимыми числами, поскольку $l_{s,p}^2 < 0$; в низкочастотной части спектра ($\omega < \Omega, u > 1$) индексы этих функций – действительные числа ($l_{s,p}^2 > 0$). Для вычисления функций ϑ_l при рассматриваемых значениях индексов $l_{s,p}$ используются выражения в виде бесконечных рядов или интегральные представления [6], поэтому поля (17) исследуются ниже с помощью численных методов.

Примеры спектров отражения $|R(u)|^2$ в области низких частот показаны на рис.1. Чтобы показать влияние

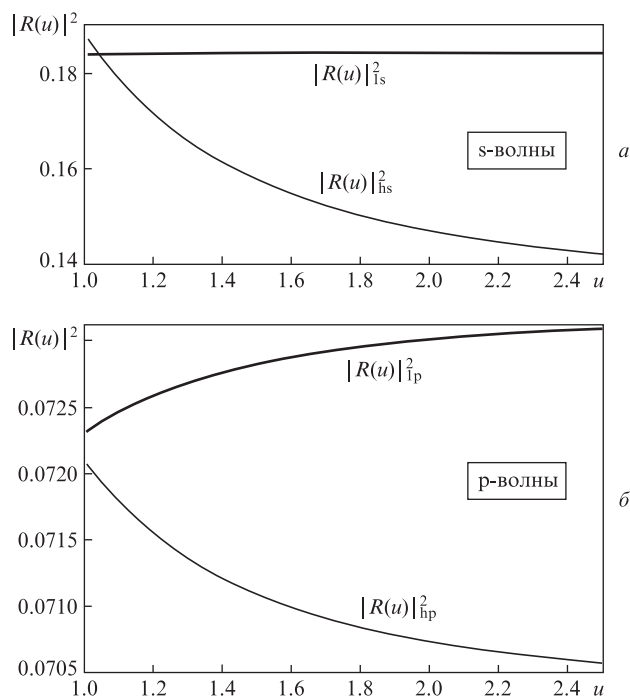


Рис.1. Влияние градиентной структуры нанопокровтий с профилем показателя преломления $N(z) = n_0(1 + z/L)^{-1}$ на спектры отражения s- и p-волн, падающих под углом $\delta = 45^\circ$, при $n_0 = 1.9$ и показателе преломления подложки $n = 1.5$. В силу малости коэффициентов отражения для градиентных покрытий $|R(u)|_{gs}^2$ и $|R(u)|_{ps}^2$ при заданной безразмерной частоте u (15) и поляризации падающих волн (по сравнению с соответствующими коэффициентами для однородных покрытий $|R(u)|_{hs}^2$ и $|R(u)|_{hp}^2$ на рисунке представлены вспомогательные кривые $|R(u)|_{gs}^2$ и $|R(u)|_{ps}^2$, определяющие коэффициенты отражения градиентных покрытий как $|R(u)|_{gs}^2 = 0.09|R(u)|_{gs}^2, |R(u)|_{ps}^2 = 0.12|R(u)|_{ps}^2$.

градиентной структуры на спектры $|R(u)|^2$, полезно сравнить их со спектрами отражения однородных пленок; при этом параметры падающих волн (поляризация, частота ω , угол падения δ) и параметры отражающих структур (показатели преломления n_0 и n), а также толщина пленки d одинаковы в обоих случаях. Комплексные коэффициенты отражения s- и p-волн от однородных пленок, нанесенных на подложку, имеют вид

$$R_s = \frac{M_s \cos \delta - r_1 - i t (\cos \delta - r_1 M_s)}{M_s \cos \delta + r_1 - i t (\cos \delta + r_1 M_s)}, \quad (20)$$

$$R_p = \frac{M_p n^2 \cos \delta - r_1 - i t (n^2 \cos \delta - r_1 M_p)}{M_p n^2 \cos \delta + r_1 - i t (n^2 \cos \delta + r_1 M_p)}, \quad (21)$$

$$M_s = \frac{r_1}{r_2}, \quad M_p = M_s \frac{n^2}{n_0^2}, \quad r_1 = \sqrt{n_0^2 - \sin^2 \delta}, \quad (22)$$

$$r_2 = \sqrt{n^2 - \sin^2 \delta}, \quad t = \tan\left(\frac{\omega d r_1}{c}\right).$$

Чтобы сравнить коэффициенты R_s и R_p для однородных и градиентных пленок при заданной частоте, следует подставить в формулы (20)–(22) значения $t = \tan(\omega d r_1/c)$, выраженные через величины u и U_m :

$$t = \tan\left[\left(\frac{1 - U_m}{2uU_m}\right)\left(1 - \frac{\sin^2 \delta}{n_0^2}\right)^{1/2}\right]. \quad (23)$$

Отметим существенные особенности спектров отражения от градиентных нанопленок с профилем показателя преломления $U_1(z)$ (см. рис. 1, а и б):

- дисперсия пленки, вызванная неоднородностью показателя преломления, определяет характерную частоту Ω , разграничивающую спектральные интервалы высоких и низких частот, которым соответствуют разные пространственные структуры полей внутри пленки (частота Ω одинакова для s- и p-волн);

- в широком спектральном диапазоне коэффициент отражения градиентных пленок по мощности на порядок меньше такого же коэффициента для однородной пленки при одинаковых частотах и поляризациях падающих волн и совпадающих значениях толщин пленок и показателей преломления n_0 и n ;

- градиентные покрытия с профилем $U_1(z)$ могут значительно ослабить отражение, при том что их толщина может быть меньше длины отражаемой волны. Пользуясь определением переменной u (15), можно записать соотношение между длиной волны λ и толщиной d , соответствующей любому значению переменной u :

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{1 - U_m}{4\pi u n_0 U_m}. \quad (24)$$

Согласно рис. 1, а на частоте $u = 1.5$ коэффициент отражения s-волны от градиентной нанопленки $|R(u)|^2 = 0.0165$. Это означает, что указанное значение $|R(u)|^2$ характеризует отражение различных волн от структур, параметры которых удовлетворяют соотношению (23). Так, для параметров, соответствующих рис. 1, из (23) следует, что $d = 0.007\lambda$; при этом падение ИК излучения ($\lambda = \lambda_0 = 14.28$ мкм) под углом $\delta = 45^\circ$ на градиентную пленку толщиной $d = d_0 = 100$ нм характеризуется коэффициентом отражения $|R(1.5)|^2 = 0.0165$. Это же значение $|R(u)|^2_{\text{гс}}$ опре-

деляет коэффициент отражения волны с $\lambda = m\lambda_0$ от пленки толщиной $d = md_0$, где m – произвольное положительное число. Замена этой градиентной пленки однородной пленкой той же толщины приведет согласно рис. 1, а к росту коэффициента отражения на порядок. Такие градиентные пленки представляют интерес для разработки безотражательных нанопокровов ИК диапазона.

Поля s- и p-волн в пленке с экспоненциальным профилем показателя преломления $U_2(z)$ (12) описываются тем же уравнением (14), что и в модели $U_1(z)$, но в отличие от последней используются другие значения параметров:

$$x = \exp\left(-\frac{z}{L}\right), \quad q^2 = \left(\frac{\omega n_0 L}{c}\right)^2, \quad l_s^2 = \left(\frac{\omega L \sin \delta}{c}\right)^2. \quad (25)$$

Следует подчеркнуть, что величина q^2 (25), соответствующая модели $U_2(z)$, всегда положительна, в отличие от модели $U_1(z)$, где величина q^2 всегда отрицательна. Вследствие этого различия линейно независимые решения уравнения (14) представляются функциями Ханкеля $H_l^{(1,2)} = J_l \pm iN_l$ (где J_l и N_l – функции Бесселя и Неймана [6]), и производящие функции для s-волн в модели можно записать в виде

$$\Psi_s = H_l^{(1)}(\zeta) + Q_s H_l^{(2)}(\zeta), \quad \zeta = qx, \quad (26)$$

Производящая функция для p-волн отличается от (26):

$$\Psi_p = \exp\left(-\frac{z}{L}\right)[H_l^{(1)}(\zeta) + Q_p H_l^{(2)}(\zeta)], \quad (27)$$

$$l = l_p = \left[1 + \left(\frac{\omega L \sin \delta}{c}\right)^2\right]^{1/2}.$$

Переменная ζ в функции Ψ_p определена в (26). Вычисление коэффициентов отражения производится при подстановке функций Ψ_s и Ψ_p в граничные условия (11) и использовании численных методов при расчете выражений, содержащих функции Ханкеля с произвольными действительными индексами.

Однако, как известно [6], функции Ханкеля $H_l^{(1,2)}$ при полуцелых значениях индекса l выражаются через элементарные функции. Минимальные возможные полуцелые значения индексов l_s и l_p составляют 1/2 и 3/2 соответственно. В этих случаях вычисления упрощаются, выявляя важный физический результат, расширяющий область применения известного закона Брюстера.

3. Аналогия закона Брюстера для s-волн в градиентной пленке

Рассмотрим простейший случай отражения s-волны от пленки с экспоненциальным профилем показателя преломления $U_2(z)$ при значении $l_s = 1/2$. Производящую функцию Ψ_s в этом случае можно записать в виде

$$\Psi_s = \frac{A[\cos(qx) + Q \sin(qx)]}{\sqrt{x}}, \quad (28)$$

где A – некоторая постоянная. Уравнение, определяющее R_s , следует из граничных условий (11):

$$\frac{1 + R_s}{1 - R_s} = \frac{iB[\cos q + Q \sin q]}{\cos q + 2q \sin q + Q[\sin q - 2q \cos q]}, \quad B = \cot \delta. \quad (29)$$

Значение постоянной B (29) получено из выражения для B (19) в случае $l_s = 1/2$. Параметр Q в (29) вычисляется из граничных условий на границе $z = d$:

$$Q = \frac{2qx_m \sin(qx_m) - (iB_m - 1)\cos(qx_m)}{2qx_m \cos(qx_m) + (iB_m - 1)\sin(qx_m)}, \quad (30)$$

$$B_m = \frac{2\omega L \sqrt{n^2 - \sin^2 \delta}}{c}, \quad x_m = \frac{d}{L}, \quad \delta = \delta_0. \quad (31)$$

Подставляя величины (30) и (31) в (29), можно получить явное выражение для R_s .

Существенно, что при определенном наборе параметров пленки и подложки найденный коэффициент отражения R_s может обратиться в ноль. Так, при падении s-волны с $\lambda = 800$ нм на градиентную нанопленку ($n_0 = 2.255$, $d = 20$ нм) с профилем показателя преломления $U_2(z)$, нанесенную на подложку с $n = 1.53$, коэффициент отражения при падении под углом $\delta_0 = 70^\circ$ обращается в ноль, т.е. такая s-волна проходит через нанопленку без отражения и преломления. В отличие от этого, аналогичный эффект для s-волны в однородных пленках, как видно из определения R_s (20), невозможен: условие $R_s = 0$ не выполняется ни при каких значениях угла δ . Безотражательное прохождение p-волн через однородные пленки, как видно из уравнения (21), возможно для углов падения δ_B , определяемых из условия $R_p = 0$:

$$\tan^2 \delta_B = \frac{(m_0)^2}{n^2 + n_0^2 - (m_0)^2}. \quad (32)$$

В частном случае $n_0 = 1$, соответствующем падению волны из воздуха на однородную среду, выражение (32) переходит в известную формулу для угла Брюстера: $\tan \delta_B = n$ [7].

Следует отметить, что безотражательное распространение s-волн через градиентные пленки возможно и при других профилях показателя преломления $U(z)$. Рассмотрим, например, более сложный немонотонный профиль (13) (рис.2), содержащий в отличие от (12) три свободных параметра L , M и g . Кривые 1 и 2 на рис.2 показывают, как, сохраняя глубину и ширину распределения $U_2(z)$, можно менять крутизну этого распределения. Решение волнового уравнения (6) для распределения (13), требующее специальных преобразований, построено в Приложении. Приведем здесь результаты этого решения, показывающие

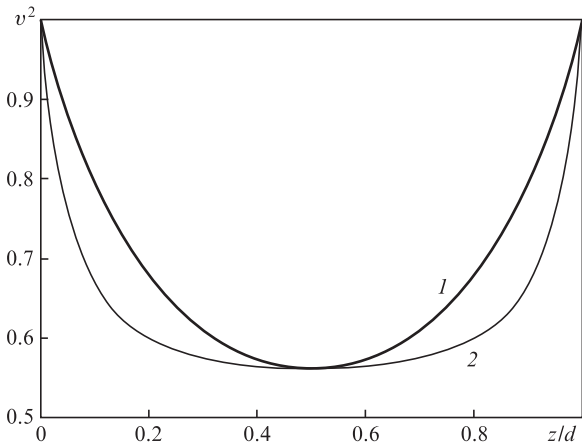


Рис.2. Профили диэлектрической проницаемости $v^2(z/d)$ безотражательной градиентной пленки при параметрах $M = 0.9632$, $g = 1.1$ (1) и $M = 3.3627$, $h = 2.1$ (2).

возможности безотражательного прохождения s-волны через градиентный слой (13). Так, при падении волны из диэлектрической среды с $n_1 = 1.433$ под углом $\delta = 60^\circ$ на нанопленку с профилем (13) (толщина $d = 100$ нм, $n_0 = 1.9$, $M = 0.9632$, $g = 2.1$), напыленную на подложку с $n = 2.28$, отражение исчезает для волны с $\lambda = 485$ нм. В другом случае, когда s-волна падает из воздуха ($n_1 = 1$) под углом $\delta = 45^\circ$ на наноструктуру с параметрами $n_0 = 1.9$, $M = 0.9632$, $g = 1.3$, $n = 2$, $d = 100$ нм, безотражательный режим возникает для волны с $\lambda = 693$ нм.

4. Заключение

Отметим существенные особенности обсуждаемых спектров отражения, зависящие от распределения показателя преломления по толщине пленки.

1. В градиентных пленках формируется характерная частота Ω , отсутствующая в однородных пленках; при этом пространственные структуры высокочастотных ($\omega > \Omega$) и низкочастотных ($\omega < \Omega$) полей внутри пленки различны. Так, для s(p)-волн пространственная структура поля в случае $\omega > \Omega$ формируется монотонными (осциллирующими) изменениями амплитуд волн, а в случае $\omega < \Omega$ для s(p)-волн возникает противоположная ситуация – поля формируются осциллирующими (монотонными) модами.

2. Безотражательное прохождение s-волны через градиентную пленку можно рассматривать как аналогичию эффекта Брюстера – безотражательного прохождения p-волн через границу однородных сред.

3. Рассмотренные нанопленки, характеризующиеся малым коэффициентом отражения, могут представлять интерес для синтеза широкополосных безотражательных покрытий.

Приложение

Для решения уравнения (6) с профилем показателя преломления (13) введем новую переменную η и перейдем к нормализованной переменной ζ :

$$\eta = \int_0^z W(z_1) dz_1, \quad (П1)$$

$$\frac{\eta}{L} = \frac{1}{\sqrt{1+M^2}} \ln \left[\frac{1+m \tan(z/2L)}{1-m \tan(z/2L)} \right], \quad (П2)$$

$$m_{\pm} = \sqrt{1+M^2} \pm M, \quad \zeta = \frac{\eta \sqrt{1+M^2}}{L} - \zeta_0, \quad \zeta_0 = \ln m_+, \quad (П3)$$

$$\zeta|_{z=0} = -\zeta_0, \quad \zeta|_{z=d} = \zeta_0.$$

Функция $W(z)$ (13) выражается через переменную ζ :

$$W(\zeta) = \frac{\cosh \zeta}{\sqrt{1+M^2}}, \quad W(\zeta_0) = W(-\zeta_0) = 1. \quad (П4)$$

Подставив распределение $U_2(z)$ в волновое уравнение (6), введя новую функцию $f = \Psi \sqrt{W}$ и используя переменную ζ , запишем уравнение для функции f в виде

$$\frac{d^2 f}{d\zeta^2} + f \left(q^2 - \frac{\Lambda}{\cosh^2 \zeta} \right) = 0, \quad (П5)$$

$$q^2 = \frac{\omega^2 L^2 n_0^2}{c^2 g(1 + M^2)} - \frac{1}{4}, \quad (\text{П6})$$

$$\Lambda = \left(\frac{\omega L}{c}\right)^2 \frac{\wp}{g} - \frac{1}{4}, \quad \wp = n_0^2(g - 1) - n_1^2 g \sin^2 \delta. \quad (\text{П7})$$

Общее решение уравнения (П5) выражается через гипергеометрические функции [8], но здесь мы ограничимся частным случаем $\Lambda = 0$. Тогда уравнение (П5) сводится к простой форме

$$\frac{d^2 f_s}{d\zeta^2} + q^2 f_s = 0, \quad q^2 = \frac{1}{4} \left[\frac{n_0^2}{\wp(1 + M^2)} - 1 \right]. \quad (\text{П8})$$

Рассмотрим случай $q^2 > 0$, когда решения уравнения (П8) описываются прямой и обратной волнами в ζ -пространстве; при этом производящая функция Ψ_s выражается через элементарные функции:

$$\Psi_s = \left[\cos\left(\frac{\zeta}{L}\right) + M \sin\left(\frac{\zeta}{L}\right) \right]^{1/2} [\exp(iq\zeta) + Q \exp(-iq\zeta)]. \quad (\text{П9})$$

Подставив эту функцию Ψ_s в граничные условия (11), вычислим комплексный коэффициент отражения:

$$R_s = \frac{iB - M - 2iqY\sqrt{1 + M^2}}{iB + M + 2iqY\sqrt{1 + M^2}},$$

$$Y = \frac{\exp(-iq\zeta_0) - Q \exp(iq\zeta_0)}{\exp(-iq\zeta_0) + Q \exp(iq\zeta_0)}, \quad B = \frac{2\omega L n_1 \cos \delta}{c}. \quad (\text{П10})$$

Величины ζ_0 и q определены в (П3) и (П8) соответственно. Вычисляя параметр Q из граничных условий на плоскости $z = d$, можно представить формулу для R_s в следующем виде:

$$R_s = \frac{\sigma_1 + i\sigma_2}{\chi_1 + i\chi_2},$$

$$\sigma_1 = t[BB_1 + M^2 - 4q^2(1 + M^2)] - 4Mq\sqrt{1 + M^2},$$

$$\sigma_2 = (B - B_1)(2q\sqrt{1 + M^2} - Mt),$$

$$\chi_1 = t[BB_1 - M^2 + 4q^2(1 + M^2)] + 4Mq\sqrt{1 + M^2},$$

$$\chi_2 = (B + B_1)(2q\sqrt{1 + M^2} - Mt),$$

$$t = \tan(2q\zeta_0), \quad B_1 = \frac{2\omega L \sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 \delta}}{c}. \quad (\text{П11})$$

Чтобы найти условия безотражательного ($R_s = 0$) прохождения волны через покрытие, положим в (П11) $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$; это условие выполняется для частот и углов, связанных выражением

$$BB_1 = M^2 + 4q^2(1 + M^2). \quad (\text{П12})$$

Подставляя в (П12) величины B (П10) и B_1 (П11), получаем

$$\frac{\omega d}{c} = (\arctan M) \left(\frac{n_0^2 - \wp}{\wp n_1 \cos \delta \sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 \delta}} \right)^{1/2}. \quad (\text{П13})$$

Правая часть уравнения (П13), не зависящая от частоты ω и толщины градиентного покрытия d , определяется параметрами покрытия (n_0 , M , L , g), показателями преломления однородных сред, окружающих пленку (n_1 и n), и углом падения волны δ . Задавая эти параметры, можно найти безразмерную величину $\omega d c^{-1}$ (П13), а зная эту величину – рассчитать толщину пленки d , обеспечивающую безотражательное прохождение s-волны с частотой ω , падающей на эту наноструктуру под углом δ . Примеры параметров градиентной пленки, рассчитанные по этим формулам и соответствующие безотражательному прохождению как при падении из диэлектрической среды, так и при падении из воздуха, приведены в конце разд.3. Использование более толстых пленок при сохранении значений всех параметров в правой части (П13) приведет к сдвигу частоты безотражательного прохождения в ИК область спектра.

1. Shvartsburg A., Petite G. *Opt. Lett.*, **31**, 1127 (2006).
2. Вольпян О.Д., Кузьмичёв А.И. *Отрицательное преломление волн* (Киев – М.: Аверс, 2012).
3. Гинзбург В.Л. *Распространение электромагнитных волн в плазме* (М.: Наука, 1967).
4. Shvartsburg A.B., Kuzmiak V., Petite G. *Phys. Rep.*, **452**, 34 (2007).
5. Wait J.R. *Electromagnetic waves in stratified media* (Oxford: Pergamon Press, 1970).
6. Abramowitz M., Stegun I. *Handbook of Mathematical Functions* (New York: Dover Publ., 1968).
7. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973).
8. Shvartsburg A.B., Maradudin A.A. *Waves in gradient metamaterials* (Singapore: WSPC, 2013).