

# Локализация атомных населенностей в поле оптического излучения

Е.А.Ефремова, М.Ю.Гордеев, Ю.В.Рождественский

*Впервые исследуется возможность двумерной пространственной локализации атомных населенностей под действием полей бегущих волн в tripod-конфигурации квантовых состояний. Три бегущие волны, распространяющиеся в одной плоскости под углами  $120^\circ$  друг к другу, формируют систему стоячих волн, под действием которой и происходит локализация атомных населенностей. При этом размер области пространственной локализации населенностей, в принципе, может составлять сотые доли длины волны оптического излучения.*

**Ключевые слова:** пространственная локализация атомных населенностей, tripod-конфигурация атомных уровней.

## 1. Введение

В последние годы активно исследуется пространственная локализация атомных населенностей как в одномерном, так и в двумерном случае [1–9]. Это обусловлено возможностью получения узких (с шириной, много меньшей длины волны оптического излучения) пространственных распределений атомов, которые находятся в определенных квантовых состояниях.

Физической основой для локализации населенностей квантовых состояний атомной системы является пространственно неоднородная оптическая накачка, которая и определяет пространственное распределение населенностей. При этом необходимо, чтобы существовала стоячая световая волна, резонансная с хотя бы одним переходом многоуровневой системы. Период этой волны задает пространственный период изменений населенностей. В то же время ширина отдельного пика в распределении населенностей определяется интенсивностью поля стоячей волны. Действительно, поскольку в узле стоячей волны интенсивность равна нулю, то оптическая накачка перераспределяет населенности со всех уровней атомной системы в нижнее состояние, на которое воздействует поле стоячей волны. С другой стороны, если атом не находится точно в узле, то эффективность оптической накачки снижается, поскольку интенсивность стоячей волны возрастает. При этом, чем выше интенсивность стоячей волны, тем больше пространственный градиент поля и, следовательно, меньше пространственная область вблизи узла стоячей волны, для которой эффективность оптической накачки высока.

**Е.А.Ефремова.** Санкт-Петербургский государственный университет, физический факультет, Россия, 198504 С.-Петербург, ул. Ульяновская, 3, Старый Петергоф

**М.Ю.Гордеев, Ю.В.Рождественский.** Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Россия, 197101 С.-Петербург, Кронверкский просп., 49А; e-mail: mxmgordeev@gmail.com

Поступила в редакцию 10 апреля 2014 г., после доработки – 16 июня 2014 г.

Следует особо подчеркнуть, что в англоязычной научной литературе вместо термина локализация атомных населенностей (localization of atomic population) используется термин локализация атомов (atom localization), что ведет к определенному несоответствию между физическим явлением и его названием. Дело в том, что в данном случае речь идет именно о локализации населенностей, т.е. в результате взаимодействия атома с полем оптического излучения происходит пространственное перераспределение населенностей атомных состояний. Таким образом, начальное пространственное распределение атомов  $w(x, t=0)$  с учетом населенностей всех квантовых состояний  $\rho_i(x, t=0)$  до ( $w_{in}(x)$ ) и после ( $w_f(x)$ ) взаимодействия сохранит свой вид, в то время как пространственные распределения населенностей после взаимодействия  $\rho_i(x, t)$  изменятся:

$$\begin{aligned} w_{in}(x) &= w(x, t=0) = \sum_i \rho_i(x, t=0) \\ &= \sum_i \rho_i(x, t) = w(x, t) = w_f(x). \end{aligned}$$

Выше предполагалось, что под действием оптического излучения атом не меняет своего трансляционного состояния. Другими словами, атом считается настолько тяжелым, что можно пренебречь энергией отдачи  $E_r = \hbar^2 k^2 / (2m)$  по сравнению с кинетической энергией атома  $E = p^2 / (2m)$  (здесь  $m$  – масса излучающего атома;  $k = 1/\lambda$  – волновое число излучаемого атомом фотона;  $\lambda$  – длина волны фотона;  $p = mv$  – импульс атома;  $v$  – скорость атома).

Теперь учтем, что при поглощении (или испускании) единичного фотона происходит изменение скорости атома на величину, равную скорости отдачи  $v_r = \hbar k / m$ . Тогда минимальный размер  $\delta x$  области локализации населенностей можно определить как расстояние, пройденное атомом со скоростью  $v_r$  за время жизни возбужденного состояния  $t \propto \gamma^{-1}$ :

$$\delta x \geq v_r \gamma^{-1} = \frac{1}{\pi} \frac{E_r}{\hbar \gamma} \approx 3 \times 10^{-3} \lambda,$$

где  $\gamma$  – скорость спонтанной релаксации;  $\lambda$  – длина волны падающего излучения; предполагается, что  $E_r \approx 10^{-2} \hbar \gamma$  для сильных электродипольных оптических переходов в атомах. Влияние скорости отдачи на конечную ширину области локализации населенностей необходимо учитывать в том случае, когда требуется выделить из общего ансамбля только те атомы, которые находятся в определенном квантовом состоянии, поскольку такое выделение также может быть реализовано с помощью оптических методов.

Отметим, что основной проблемой здесь является выбор схемы взаимодействия атомов с полем излучения, поскольку для эффективной оптической накачки на нижние уровни системы желательно иметь только один возбужденный верхний уровень. В результате все рассмотренные схемы атомных состояний, использованные для исследований локализации населенностей, в той или иной степени основываются на трехуровневой  $\Lambda$ -системе. Так, в работах [1–3] предложена одномерная локализация населенностей для атомов с  $\Lambda$ -конфигурацией уровней. При этом обобщение на двумерный случай нетривиально вследствие того, что в уравнениях для элементов матрицы плотности следует явно учитывать поляризации световых волн, т.е. правила отбора для действующих переходов. Поэтому для применения полей как с линейной, так и с круговой поляризацией для двумерной локализации населенностей в [4] было предложено использовать tripod-конфигурацию атомных состояний.

В настоящей работе впервые получена пространственная двумерная локализация населенностей под действием оптических полей только бегущих волн также в четырехуровневой tripod-системе. При этом три бегущие волны, распространяющиеся в одной плоскости под углами  $120^\circ$  друг к другу, формируют стоячие волны, которые, взаимодействуя со средним переходом tripod-системы (рис.1,а), обеспечивают пространственную локализацию атомных населенностей.

Отметим, что использование бегущих волн весьма интересно с точки зрения практической реализации двумерной пространственной локализации населенностей в области, размер которой значительно меньше длины волны оптического излучения  $\lambda$ , причем уже сейчас это может представлять значительный интерес для современных нанотехнологий.

## 2. Основные уравнения

Рассмотрим теперь подробно энергетическую схему уровней атома в tripod-конфигурации (рис.1,а). В этом случае атомная система состоит из трех нижних состояний, оптические переходы между которыми запрещены, и одного верхнего уровня. На оптически разрешенные переходы  $|n\rangle - |4\rangle$  ( $n = 1-3$ ) действуют поля с частотами Раби  $g_1, g_2$  и  $g_3$  и отстройками от резонансных значений частот переходов  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  соответственно. На рис.1,б показана ориентация полей. Видно, что три бегущие волны с одинаковыми частотами Раби  $g_2$ , действующие на переход  $|2\rangle - |4\rangle$ , распространяются в плоскости  $xu$  под углом  $120^\circ$  друг к другу, в то время как поля волн с частотами Раби  $g_1$  и  $g_3$ , действующие на переходы  $|1\rangle - |4\rangle, |3\rangle - |4\rangle$ , распространяются в отрицательном и положительном направлениях оси  $z$  соответственно. В результате выражение для полного поля, действующего на tripod-систему (рис.1), можно записать в виде

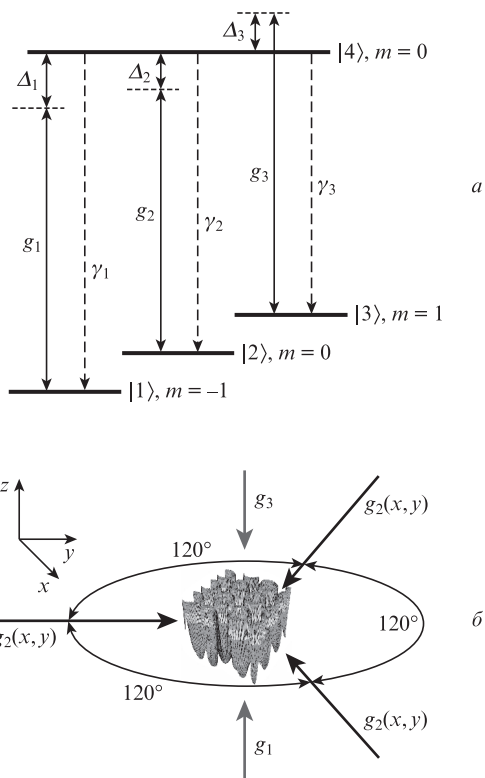


Рис.1. Схема квантовых уровней атома в tripod-конфигурации (а) и взаимная ориентация оптических полей (б).

$$\begin{aligned}
 E = & e_2 E_2 [\cos(\omega_2 t - k_2^{(1)} r) + \cos(\omega_2 t - k_2^{(2)} r) \\
 & + \cos(\omega_2 t - k_2^{(3)} r)] + e_1 E_1 \cos(\omega_1 t + k_1 z) \\
 & + e_3 E_3 \cos(\omega_3 t + k_3 z).
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Волна с частотой  $\omega_1$  и волновым числом  $k_1$  распространяется в отрицательном направлении оси  $z$ , а волна с  $\omega_3$  и  $k_3$  – в положительном, в плоскости  $xu$  действуют три волны с одинаковыми частотами  $\omega_2$ , но с разными направлениями волновых векторов:  $(k_2^{(i)}, k_2^{(j)}) = 120^\circ$  ( $i \neq j; i, j = 1, 2, 3$ ). При этом единичные векторы  $e_{1,3}$  задают положительную и отрицательную круговые поляризации волн соответственно, а вектор  $e_2$  определяет линейную поляризацию.

Описание динамики системы проведем с использованием уравнения для элементов матрицы плотности  $\tilde{\rho}_{ij}(x, y, t)$

$$i\hbar \dot{\tilde{\rho}}_{ij} = [H, \tilde{\rho}]_{ij} + i\Gamma_{ij} \tilde{\rho}_{ij}
 \tag{2}$$

с гамильтонианом в представлении взаимодействия в виде  $H = H_0 + V$ , где  $H_0$  задает квантовое состояние системы в отсутствие возмущения, а

$$V = -\frac{1}{\hbar} \sum_{i=1}^3 (d_{i4} e_i) E_i$$

определяет взаимодействие с полем оптического излучения (1) для переходов  $|n\rangle - |4\rangle$  ( $n = 1-3$ ) с матричным элементом оператора дипольного взаимодействия  $d_{i4}$ .

В выражении (2) элементы матрицы  $\Gamma_{ij}$  задают скорости релаксации элементов  $\tilde{\rho}_{ij}(x, y, t)$ . При этом скорость релаксации диагональных матричных элементов (т.е. населенностей) определяется естественной шириной верх-

него возбужденного состояния системы  $2\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3$  (рис.1,*a*), а скорости релаксации недиагональных матричных элементов  $\Gamma_{ij}$  ( $i \neq j$ ) могут, наряду с естественным распадом, определяться столкновениями, конечностью ширины спектра возбуждающих полей и пр.

В результате уравнения для элементов матрицы плотности  $\tilde{\rho}_{ij}(x, y, t)$  системы уровней в tripod-конфигурации имеют вид

$$\begin{aligned} i\dot{\rho}_{11} &= g_1(\rho_{14} - \rho_{41}) + i\gamma_1\rho_{44}, \\ i\dot{\rho}_{22} &= g_2(\rho_{24} - \rho_{42}) + i\gamma_2\rho_{44}, \\ i\dot{\rho}_{33} &= g_3(\rho_{34} - \rho_{43}) + i\gamma_3\rho_{44}, \\ i\dot{\rho}_{44} &= g_1(\rho_{41} - \rho_{14}) + g_2(\rho_{42} - \rho_{24}) + g_3(\rho_{43} - \rho_{34}) \\ &\quad - i(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)\rho_{44}, \\ i\dot{\rho}_{14} &= g_1(\rho_{11} - \rho_{44}) + g_2\rho_{12} + g_3\rho_{13} + (\Delta_1 - i\Gamma_{14})\rho_{14}, \quad (3) \\ i\dot{\rho}_{24} &= g_2(\rho_{22} - \rho_{44}) + g_1\rho_{21} + g_3\rho_{23} + (\Delta_2 - i\Gamma_{24})\rho_{24}, \\ i\dot{\rho}_{34} &= g_3(\rho_{33} - \rho_{44}) + g_1\rho_{31} + g_2\rho_{32} + (\Delta_3 - i\Gamma_{34})\rho_{34}, \\ i\dot{\rho}_{12} &= g_2\rho_{14} - g_1\rho_{42} + (\Delta_1 - \Delta_2)\rho_{12}, \\ i\dot{\rho}_{13} &= g_3\rho_{14} - g_1\rho_{43} + (\Delta_1 - \Delta_3)\rho_{13}, \\ i\dot{\rho}_{23} &= g_3\rho_{24} - g_2\rho_{43} + (\Delta_2 - \Delta_3)\rho_{23}, \end{aligned}$$

где  $\rho_{ij} = \rho_{ij}^*$  ( $i \neq j$ ).

При выводе системы уравнений (3) мы пренебрегли членами, содержащими временные осцилляции на удвоенной оптической частоте (резонансное приближение) и использовали так называемое приближение вращающейся волны, которое состоит в замене недиагональных матричных элементов  $\tilde{\rho}_{n4} = \rho_{n4}\exp(i\Delta_n t)$  ( $n = 1-3$ ) для оптических когерентностей и  $\tilde{\rho}_{12} = \rho_{12}\exp[i(\Delta_1 - \Delta_2)t]$ ,  $\tilde{\rho}_{13} = \rho_{13}\exp[i(\Delta_1 - \Delta_3)t]$ ,  $\tilde{\rho}_{23} = \rho_{23}\exp[i(\Delta_2 - \Delta_3)t]$  для низкочастотных когерентностей. Согласно (1) на центральном переходе системы (рис.1,*a*) действуют три поля с одинаковой частотой, но с разными направлениями волновых векторов. Для того чтобы фиксировать направления распространения волн относительно введенной системы координат, используем для скалярных произведений в (1) выражения

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_2^{(1)}\mathbf{r} &= -k_2y, \quad \mathbf{k}_2^{(2)}\mathbf{r} = \frac{1}{2}k_2y - \frac{\sqrt{3}}{2}k_2x, \\ \mathbf{k}_2^{(3)}\mathbf{r} &= \frac{1}{2}k_2y + \frac{\sqrt{3}}{2}k_2x. \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, выражения (4) явно демонстрируют, что в плоскости  $xu$  три бегущие разнонаправленные волны действительно задают систему стоячих волн, которые обеспечивают координатную зависимость населенностей состояний квантовой системы.

### 3. Результаты вычислений и их обсуждение

Система уравнений для элементов матрицы плотности (3) полностью определяет динамику квантовой системы в tripod-конфигурации в поле (1). Для исследования пространственной зависимости населенностей (т.е. диагональных элементов матрицы плотности) мы используем

ем стационарное решение уравнений (3), которое может быть получено в пренебрежении временными производными в левых частях по сравнению с членами в правых частях, содержащими скорости распада. Физически это означает, что рассматриваются значения элементов матрицы плотности на временах, значительно превышающих  $\gamma^{-1}$ ,  $\Gamma_{ij}^{-1}$ . В этом случае выражения для населенностей состояний системы могут быть получены в виде

$$\rho_{11} = \frac{D_1}{D}, \quad \rho_{22} = \frac{D_2}{D}, \quad \rho_{33} = \frac{D_3}{D}, \quad \rho_{44} = \frac{1}{D}, \quad (5)$$

$$D = 1 + D_1 + D_2 + D_3,$$

$$D_1 = 1 + \frac{3\gamma^2}{4g_1^2} + \frac{g_2(g_2A - g_1B)}{g_1\Delta_{12}} + \frac{g_3(g_3A - g_1C)}{g_1\Delta_{13}} - \frac{\Delta_1A}{g_1},$$

$$D_2 = 1 + \frac{3\gamma^2}{4g_2^2} + \frac{g_1(g_2A - g_1B)}{g_2\Delta_{12}} + \frac{g_3(g_3A - g_2C)}{g_2\Delta_{23}} - \frac{\Delta_2B}{g_2},$$

$$D_3 = 1 + \frac{3\gamma^2}{4g_3^2} + \frac{g_1(g_3A - g_1C)}{g_3\Delta_{13}} + \frac{g_2(g_3B - g_2C)}{g_3\Delta_{23}} - \frac{\Delta_3C}{g_3}.$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$A = \frac{1}{3} \frac{\Delta_{13}(g_1^2 + g_2^2) + \Delta_{12}(g_1^2 + g_3^2) - \Delta_1\Delta_{12}\Delta_{13}}{g_1\Delta_{12}\Delta_{13}},$$

$$B = \frac{1}{3} \frac{\Delta_{12}(g_2^2 + g_3^2) - \Delta_{23}(g_1^2 + g_2^2) - \Delta_2\Delta_{12}\Delta_{23}}{g_2\Delta_{12}\Delta_{23}},$$

$$C = -\frac{1}{3} \frac{\Delta_{13}(g_2^2 + g_3^2) + \Delta_{23}(g_1^2 + g_3^2) + \Delta_3\Delta_{13}\Delta_{23}}{g_3\Delta_{13}\Delta_{23}},$$

$$\Delta_{ij} = \Delta_i - \Delta_j \quad (i \neq j; i, j = 1, 2, 3).$$

При выводе выражений (5) также предполагалось, что  $\Gamma_{14} = \Gamma_{24} = \Gamma_{34} = (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)/2$ ,  $\gamma_i = \gamma$  ( $i = 1, 2, 3$ ), а переходы между нижними состояниями системы (рис.1,*a*) отсутствуют. Рассмотрим теперь различные случаи возбуждения системы, представленной на рис.1,*a*. Как видно из выражений (5), населенности состояний квантовой системы сильно зависят от разностей отстроек  $\Delta_{ij}$ , что явно указывает на существование в такой системе эффекта когерентного пленения населенностей (КПН). Действительно, как известно, условием возникновения КПН в трехуровневой  $\Lambda$ -системе является равенство нулю разности отстроек частот возбуждающих полей от резонансных значений. Рассматриваемая tripod-система (рис.1,*a*) содержит три различные  $\Lambda$ -системы, для каждой из которых имеется свое условие существования КПН. Так, для  $\Lambda$ -системы, образованной переходами  $|n\rangle - |4\rangle$  ( $n = 1, 2$ ) условием существования КПН будет равенство  $\Delta_{12} = 0$ . В этом случае выражения для населенностей четырехуровневой системы имеют вид

$$\rho_{11} = \frac{g_2^2(x, y)}{g_1^2 + g_2^2(x, y)}, \quad \rho_{22} = \frac{g_1^2}{g_1^2 + g_2^2(x, y)}, \quad (6)$$

$$\rho_{33} = 0, \quad \rho_{44} = 0.$$

Для другой  $\Lambda$ -системы с переходами  $|n\rangle - |4\rangle$  ( $n = 2, 3$ ) условием существования КПН будет равенство  $\Delta_{23} = 0$ , а выражения для населенностей примут вид



$$\rho_{11} = 0, \quad \rho_{22} = \frac{g_3^2}{g_3^2 + g_2^2(x,y)},$$

$$\rho_{33} = \frac{g_2^2(x,y)}{g_2^2 + g_3^2}, \quad \rho_{44} = 0. \tag{7}$$

Наконец, при  $\Delta_{13} = 0$  получим следующие выражения для населенностей:

$$\rho_{11} = \frac{g_3^2}{g_1^2 + g_3^2}, \quad \rho_{22} = 0, \quad \rho_{33} = \frac{g_1^2}{g_1^2 + g_3^2}, \quad \rho_{44} = 0. \tag{8}$$

Из соотношений (6)–(8) видно, что только для выражений (6) и (7) имеется зависимость населенностей от координат  $x, y$  – в первом случае заселены состояния  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ , а во втором – состояния  $|2\rangle$  и  $|3\rangle$ . Соответствующие пространственные распределения приведены на рис.2 и 3.

На рис.4 представлены пространственные зависимости населенностей всех состояний системы в tripod-конфигурации. Видно, что в нашем случае действительно

имеет место двумерная (в плоскости  $xu$ ) локализация населенностей для всех состояний системы. При выбранных параметрах только населенность  $\rho_{11}$  имеет пространственную зависимость в виде «холмов», а для остальных населенностей наблюдаются «кратеры». При этом в определенных точках плоскости  $xu$  максимальные значения населенностей первых двух состояний могут достигать единицы. Это означает, что в этих точках сосредоточена вся населенность квантовой системы.

С другой стороны, среди пространственных структур на рис.4 наиболее интересными являются зависимости населенностей  $\rho_{22}, \rho_{33}$  и  $\rho_{44}$  уровней  $|2\rangle, |3\rangle$  и  $|4\rangle$ . Так, двумерные пространственные зависимости населенностей  $\rho_{33}$  и  $\rho_{44}$  третьего и четвертого уровней демонстрируют двойную структуру – так называемые двойные кратеры, в отличие от обычного кратера (рис.4,б). Самый большой интерес здесь представляет распределение населенности второго уровня  $\rho_{22}$ . Полученные кратеры имеют крайне узкие стенки, что означает высокую степень пространственной локализации – размер области локализации для

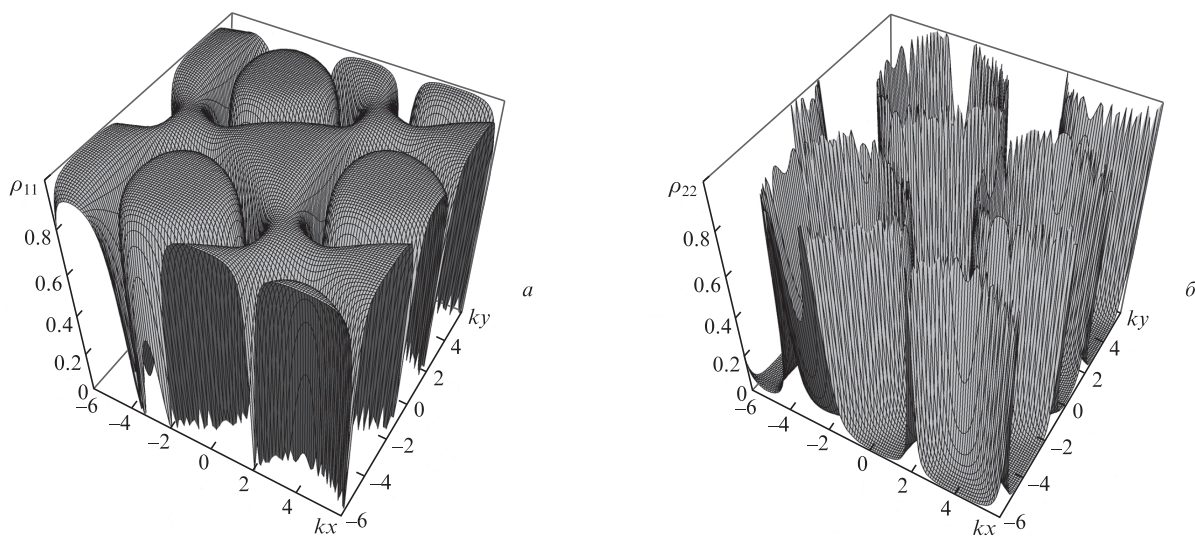


Рис.2. Координатные зависимости населенностей  $\rho_{11}$  (а) и  $\rho_{22}$  (б) состояний tripod-системы в случае КПН в  $\Lambda$ -системе, образованной переходами  $|n\rangle-|4\rangle$  ( $n = 1, 2$ ). Использовались следующие параметры взаимодействия и релаксационные константы системы:  $\gamma_{1,2,3} = \gamma, \Gamma_{14} = \Gamma_{24} = \Gamma_{34} = 1.5\gamma, g_1 = \gamma, g_2 = 4\gamma, g_3 = 2\gamma, \Delta_1 = 4\gamma, \Delta_2 = 4\gamma, \Delta_3 = -2\gamma$ .

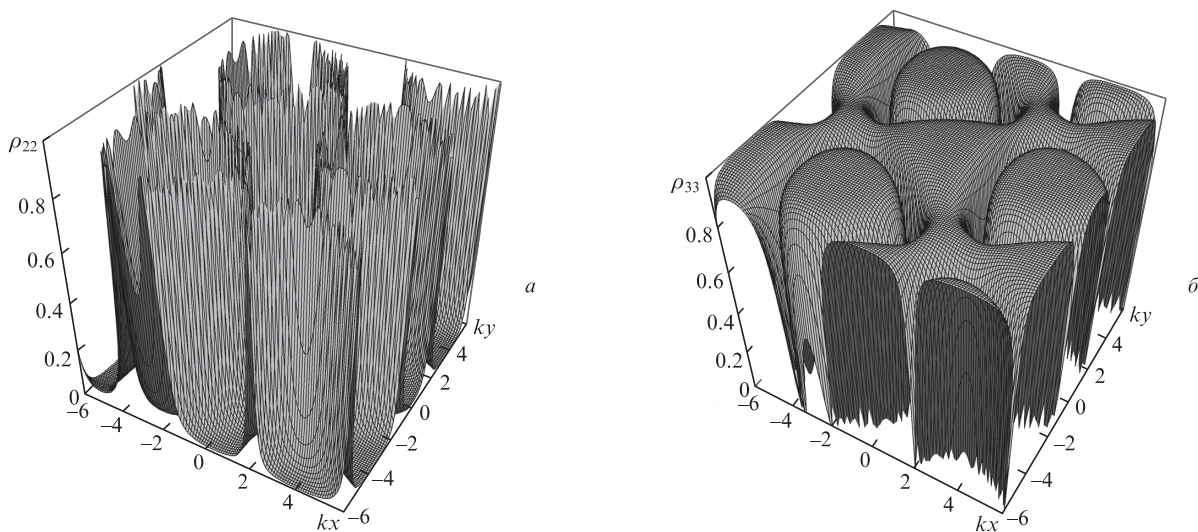


Рис.3. Координатные зависимости населенностей  $\rho_{22}$  (а) и  $\rho_{33}$  (б) состояний tripod-системы в случае КПН в  $\Lambda$ -системе, образованной переходами  $|n\rangle-|4\rangle$  ( $n = 2, 3$ ). Использовались следующие параметры взаимодействия и релаксационные константы системы:  $\gamma_{1,2,3} = \gamma, \Gamma_{14} = \Gamma_{24} = \Gamma_{34} = 1.5\gamma, g_1 = \gamma, g_2 = 3\gamma, g_3 = 2\gamma, \Delta_1 = \gamma, \Delta_2 = 4\gamma, \Delta_3 = -2\gamma$ .

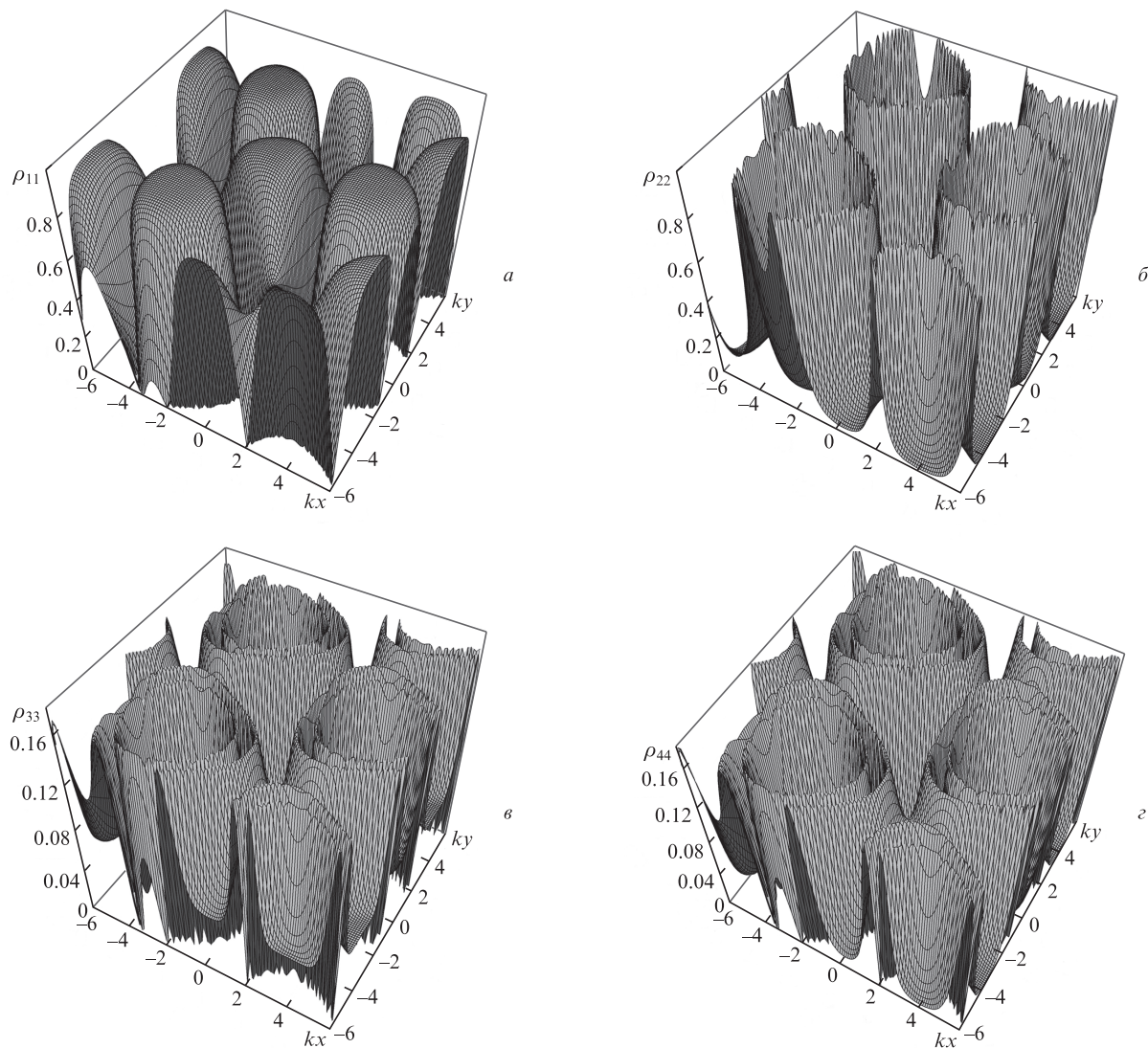


Рис.4. Координатные зависимости населенностей  $\rho_{11}$  (а),  $\rho_{22}$  (б),  $\rho_{33}$  (в) и  $\rho_{44}$  (г) состояний tripod-системы. Использовались следующие параметры взаимодействия и релаксационные константы системы:  $\gamma_{1,2,3} = \gamma$ ,  $\Gamma_{14} = \Gamma_{24} = \Gamma_{34} = 1.5\gamma$ ,  $g_1 = \gamma$ ,  $g_2 = 3\gamma$ ,  $g_3 = 2\gamma$ ,  $\Delta_1 = \gamma$ ,  $\Delta_2 = 4\gamma$ ,  $\Delta_3 = -2\gamma$ .

используемых параметров составляет 0.04 длины волны падающего излучения.

#### 4. Заключение

Мы исследовали возможность двумерной локализации населенностей в tripod-системе при ее взаимодействии с полем бегущих световых волн. Установлено, что необходимым условием зависимости населенностей от пространственных координат  $x, y$  является возбуждение центрального перехода tripod-системы полем разнонаправленных линейно поляризованных бегущих волн. Возникающие при этом двумерные пространственные распределения населенностей могут иметь сложные структуры, такие, например, как двойные кратеры.

Отметим, что для реализации двумерной локализации не важен способ получения пространственной зависимости напряженности линейно поляризованного поля, резонансного центральному переходу tripod-системы. Поэтому полученное двумерное распределение населенностей можно рассматривать как своеобразную визуализацию пространственного распределения интенсивности светового поля. Его характеристики определяются параметра-

ми, при которых можно наблюдать перераспределение населенностей.

В нашем случае быстрота отклика на воздействие равна времени действия оптической накачки  $t \propto \gamma/g^2 = \gamma^{-1} \approx 10^{-7} \text{ c}^{-1}$  ( $g = \gamma$ ), а минимальный размер области локализации  $\delta x \geq v_t \gamma^{-1} \approx 3 \times 10^{-3} \lambda \approx 2 \text{ нм}$ . При этом возможность получения такого разрешения непосредственно связана со значениями скоростей атомов и может быть реализована на атомных ансамблях, охлажденных до соответствующей энергии отдачи температуры  $T_r = E_r/k_B = \hbar^2 k^2 / (2mk_B)$ .

Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов РФ (субсидия 074-U01).

1. Qamar S., Zhu S.-Y., Zubairy M.S. *Phys. Rev. A*, **61**, 063806 (2000).
2. Agarwal G.S., Kapale K.T. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **39**, 3437 (2006).
3. Xu J., Hu X. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **40**, 1451 (2007).
4. Ivanov V., Rozhdestvensky Yu. *Phys. Rev. A*, **81**, 033809 (2010).
5. Qamar S., Zhu S.-Y., Zubairy M.S. *Opt. Commun.*, **176**, 409 (2000).
6. Ghafoor F., Qamar S., Zubairy M.S. *Phys. Rev. A*, **65**, 043819 (2002).
7. Paspalakis E., Knight P.L. *Phys. Rev. A*, **63**, 065802 (2001).
8. Paspalakis E., Terzis A.F., Knight P.L. *J. Mod. Opt.*, **52**, 1685 (2005).
9. Liu C., Gong S., Cheng D., Fan X., Xu Z. *Phys. Rev. A*, **73**, 025801 (2006).