

## НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

PACS 42.62.Eh; 42.65.Dr; 42.65.Lm; 42.70.Mp

# Теоретическое исследование коллинеарной генерации гребенки оптических частот при многоволновом нестационарном ВКР в кристаллах

С.Н.Сметанин

*На основе математического моделирования исследованы условия низкороговой коллинеарной генерации гребенки оптических частот при нестационарном (пикосекундном) вынужденном комбинационном рассеянии (ВКР) и параметрической четырехволновой связи ВКР-компонент излучения в кристаллах. Показано, что комбинационно-параметрическая генерация гребенки оптических частот шириной около октавы наиболее эффективно происходит в переходном нестационарном режиме ВКР при длительности импульса накачки, превышающей время дефазировки в 5–20 раз. Найдены оптимальные значения не только длительности лазерного импульса накачки, но и длины ВКР-кристалла, соответствующей высокоэффективной генерации гребенки оптических частот от второй антистоксовой до четвертой стоксовой ВКР-компоненты. Для рассмотренных кристаллов  $KGd(WO_4)_2$  (с большой дисперсией) и  $Ba(NO_3)_2$  (с малой дисперсией) при накачке с длиной волны 1.064 мкм и длительностью импульса, превышающей время дефазировки в 5 раз и более, оптимальная длина кристалла составила 0.3 и 0.6 см соответственно, что согласуется с условием наиболее эффективной стокс-антистоксовой связи  $\Delta kL \approx 15$ , где  $\Delta k$  – волновая расстройка фазового синхронизма стокс-антистоксовой связи, определяемая дисперсией показателя преломления ВКР-среды.*

**Ключевые слова:** вынужденное комбинационное рассеяние, гребенка оптических частот, четырехволновое смешение, волновая расстройка, время дефазировки

## 1. Введение

Вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР) является эффективным методом сдвига частоты лазерного излучения. Хорошо известно [1], что процесс ВКР может быть каскадным, что обуславливает генерацию многих стоксовых ВКР-компонент, сдвинутых относительно друг друга на величину комбинационной частоты, являющейся параметром ВКР-среды. В кристаллах процесс ВКР происходит благодаря сложным колебаниям кристаллической решетки, что обеспечивает целый набор комбинационных частот со сдвигом порядка  $1000 \text{ см}^{-1}$  для наиболее интенсивных линий комбинационного рассеяния [2]. Каскадное ВКР в кристаллах на различных комбинационных частотах может обеспечить генерацию гребенки оптических частот для синтеза сверхкоротких импульсов света и в метрологии. Однако реализация каскадной генерации высших стоксовых ВКР-компонент излучения в кристаллах сильно затруднена резким падением коэффициента ВКР-усиления с ростом длины волны света [3], а по интенсивности ограничена порогом лучевой стойкости ВКР-кристалла.

Наличие параметрической четырехволновой связи ВКР-компонент позволяет существенно снизить и сблизить пороги их генерации благодаря тому, что они стартуют не со спонтанного, а с интенсивного параметрического затравочного излучения [4]. При таком комбинационно-параметрическом преобразовании могут генерироваться

как стоксовы, так и антистоксовы ВКР-компоненты излучения. Четырехволновая (четырефотонная) генерация ВКР-компонент излучения в отличие от каскадной двухфотонной ВКР-генерации требует выполнения фазового синхронизма, чему препятствует дисперсия показателя преломления среды. Поэтому для многоволновой ВКР-генерации в качестве сред чаще используются газы, имеющие малую дисперсию [5–8]. В кристаллах генерация гребенки частот со спектральной шириной более октавы при комбинационно-параметрическом преобразовании света была реализована в работах [9–13].

В большинстве случаев комбинационно-параметрическая генерация оказывается неколлинеарной. Например, генерируются так называемые антистоксовы конусы [14], что обусловлено поддержанием синхронизма четырехволнового смешения (ЧВС) ВКР-компонент излучения. В работе Чиао и Стоичева [15] механизм неколлинеарной комбинационно-параметрической генерации впервые был количественно описан условием фазового синхронизма  $k_L + k_{n-1} = k_S + k_n$ , где  $k_L$  и  $k_S$  – волновые векторы лазерной накачки и первой стоксовой ВКР-компоненты,  $k_n$  и  $k_{n-1}$  – волновые векторы антистоксовых ВКР-компонент  $n$ -го и  $(n-1)$ -го порядков соответственно ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ;  $k_0 \equiv k_L$ ), что позволило рассчитать углы антистоксовых конусов в хорошем согласии с результатами экспериментов для кристалла кальцита. Данное условие фазового синхронизма учитывает не все возможные процессы ЧВС, а только те, в которых участвуют две наиболее интенсивные частотные компоненты – волна накачки ( $k_L$ ) и первая стоксова компонента ( $k_S$ ). Такое приближение справедливо в случае самоорганизации синхронизма при неколлинеарном распространении ВКР-компонент, когда наибольшее влияние имеют четырехволновые взаимодействия с участием наиболее интенсивных компонент.

С.Н.Сметанин. Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: ssmetanin@bk.ru

Поступила в редакцию 27 ноября 2013 г., после доработки – 16 мая 2014 г.

Впоследствии данное условие было использовано для теоретического описания комбинационно-параметрической генерации в газах [16, 17]. Однако неколлинеарная комбинационно-параметрическая генерация пока не находит практического применения для задач синтеза сверхкоротких импульсов света, где требуется коллинеарная генерация гребенки оптических частот.

В работах [18, 19] показано, что при ВКР в газах может происходить также коллинеарная (осевая) комбинационно-параметрическая генерация, которая объясняется пространственно-ограниченным захватом фаз параметрически связанных волн при расстройке синхронизма ЧВС. В работе [4] был проведен анализ влияния параметрической связи различных частотных компонент излучения на порог ВКР в твердом теле в зависимости от волновой расстройки ЧВС и материальной дисперсии. Предполагалось, что расстройка синхронизма коллинеарного ЧВС обусловлена дисперсией показателя преломления, которая оказывает тем большее влияние, чем больше различие частот взаимодействующих волн, т. е. наименьшую волновую расстройку имеют процессы четырехволновой связи соседних ВКР-компонент. В связи с этим был произведен учет ЧВС любых соседних ВКР-компонент, а не только ЧВС с участием волны накачки и первой стоксовой компоненты (данные наиболее интенсивные компоненты при коллинеарном ЧВС не доминируют из-за расстройки синхронизма). Рассмотрение было проведено для стационарного ВКР, хотя в большинстве экспериментальных работ [9–13, 20, 21] использовалась пикосекундная накачка.

В настоящей работе теоретически исследованы условия низкороговой коллинеарной генерации гребенки оптических частот при нестационарном (пикосекундном) ВКР и параметрической четырехволновой связи ВКР-компонент излучения в кристаллах.

## 2. Теория

Нестационарное коллинеарное взаимодействие излучения с ВКР-средой может быть описано следующими связанными уравнениями [22]:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (\epsilon E)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} N \frac{\partial \alpha}{\partial Q} \frac{\partial^2 (QE)}{\partial t^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} + \frac{1}{\tau} \frac{\partial Q}{\partial t} + \Omega^2 Q = \frac{1}{2m} \frac{\partial \alpha}{\partial Q} E^2, \quad (2)$$

где  $E$  – электрическая напряженность излучения;  $Q$  – амплитуда колебаний ВКР-среды;  $\Omega = 2\pi\nu_R c$  – центральная частота колебаний;  $\nu_R$  – комбинационная частота, измеряемая в  $\text{см}^{-1}$ ;  $\tau$  – время дефазировки колебаний среды;  $m$  и  $N$  – эффективная масса и концентрация колеблющихся частиц;  $\partial\alpha/\partial Q$  – коэффициент изменения поляризуемости среды;  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды.

Во взаимодействии участвует множество ВКР-компонент излучения, т. е.

$$E = \frac{1}{2} \sum_j E_j \exp(i\omega_j t - ik_j z) + \text{копл. сопр.}, \quad (3)$$

где  $E_j$  – медленно меняющаяся комплексная амплитуда  $j$ -й ВКР-компоненты излучения ( $j = 0$  – волна накачки,  $j > 0$

– стоксовы ВКР-компоненты,  $j < 0$  – антистоксовы ВКР-компоненты);  $\omega_j$  и  $k_j$  – ее частота и волновое число.

В материальном уравнении (2) фигурирует квадрат электрической напряженности излучения, который с учетом выражения (3) можно представить как

$$E^2 \approx \frac{1}{2} \sum_j E_j E_{j+1}^* \exp[i(\omega_j - \omega_{j+1})t - i(k_j - k_{j+1})z] + \text{копл. сопр.}, \quad (4)$$

где учтены только те слагаемые, которые описывают резонансную раскачку комбинационных колебаний среды. Амплитуда колебаний среды, возбуждаемая квадратом напряженности света (4), может быть записана подобным образом:

$$Q \approx \frac{1}{2} \sum_j q_{j,j+1} \exp[i(\omega_j - \omega_{j+1})t - i(k_j - k_{j+1})z] + \text{копл. сопр.}, \quad (5)$$

где  $q_{j,j+1}$  – медленно меняющаяся комплексная амплитуда колебания среды, раскачиваемого волнами  $E_j$  и  $E_{j+1}$ . Подстановка (4) и (5) в уравнение (2) в случае точного резонанса ( $\omega_j - \omega_{j+1} = \Omega$ ) дает материальные уравнения для медленно меняющихся амплитуд световых волн ( $E_j$ ) и колебаний среды ( $q_{j,j+1}$ ):

$$\frac{\partial q_{j,j+1}}{\partial t} + \frac{1}{2\tau} q_{j,j+1} = -\frac{i}{4m\Omega} \frac{\partial \alpha}{\partial Q} E_j E_{j+1}^*. \quad (6)$$

Подстановка выражений (3) и (5) в волновое уравнение (1) дает систему связанных укороченных волновых уравнений для каждой  $j$ -й ВКР-компоненты излучения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_j}{\partial z} + \frac{1}{u_j} \frac{\partial E_j}{\partial t} = & -i \frac{\pi \omega_j^2}{k_j c^2} N \frac{\partial \alpha}{\partial Q} [E_{j-1} q_{j-1,j}^* + E_{j+1} q_{j,j+1} \\ & + E_{j+1} q_{j+1,j+2} \exp(i\Delta k_{j+1} z) + E_{j-1} q_{j-2,j-1}^* \exp(i\Delta k_{j-1} z) \\ & + (E_{j-1} q_{j,j+1}^* + E_{j+1} q_{j-1,j}) \exp(-i\Delta k_j z) \\ & + E_{j+1} q_{j+2,j+3} \exp(i\Delta k_{j+1} z) + E_{j-1} q_{j-3,j-2}^* \exp(i\Delta k_{j-2} z) \end{aligned} \quad (7)$$

$$+ E_{j-1} q_{j+1,j+2}^* \exp(-i\Delta k_j z) + E_{j+1} q_{j-2,j-1}^* \exp(-i\Delta k_{j-1} z)],$$

где  $u_j$  – групповая скорость распространения  $j$ -й ВКР-компоненты излучения;  $\Delta k_j$  и  $\Delta k_{j-1}$  – волновые расстройки частично вырожденного и невырожденного процессов ЧВС  $j$ -го порядка соответственно. В процессе частично вырожденного (две из четырех взаимодействующих волн имеют одинаковую частоту) ЧВС  $j$ -го порядка участвуют три соседние ВКР-компоненты с номерами  $j-1$ ,  $j$  и  $j+1$ , а в процессе невырожденного ЧВС  $j$ -го порядка – четыре соседние ВКР-компоненты с номерами  $j-1$ ,  $j$ ,  $j+1$  и  $j+2$ . В квадратных скобках уравнений (7) учтены все слагаемые, удовлетворяющие закону сохранения энергии при генерации  $j$ -й ВКР-компоненты излучения.

Нужно отметить, что здесь мы рассматриваем ЧВС только для соседних ВКР-компонент и пренебрегаем четырехволновой связью ВКР-компонент, не являющихся соседними, для которых частоты взаимодействующих волн

сильно различаются и поэтому чувствительность к волновой расстройке ЧВС велика из-за большой дисперсии показателя преломления ВКР-кристаллов. Это позволяет описать в единой модели практически все возможные процессы четырехволновой связи соседних ВКР-компонент излучения.

Как показано в [4], вклад параметрической связи в ВКР зависит от выполнения условия фазового синхронизма частично вырожденного ЧВС вида  $2k_j = k_{j-1} + k_{j+1}$ , где  $j$  – номер ВКР-компоненты излучения, являющейся волной ЧВС-накачки ( $j < 0$  – антистоксова волна,  $j > 0$  – стоксова волна,  $j = 0$  – волна ВКР-накачки);  $k_j$  – волновой вектор ЧВС-накачки;  $k_{j-1}$  и  $k_{j+1}$  – векторы соседних ВКР-компонент излучения, являющихся сигнальной и холостой волнами  $j$ -го процесса частично вырожденного ЧВС. Отметим, что волны ВКР-накачки ( $j = 0$ ) и ЧВС-накачки в общем случае не совпадают. При этом наличие волновой расстройки

$$\Delta k_j = k_{j-1} + k_{j+1} - 2k_j, \quad (8)$$

где  $k_j$ ,  $k_{j-1}$  и  $k_{j+1}$  – модули соответствующих волновых векторов, приводит к нарушению условия волнового синхронизма, что ослабляет их параметрическую связь.

Основной причиной волновой расстройки (8) является дисперсия показателя преломления среды. При этом волновая расстройка определяется как (имеется в виду, что  $k_j = 2\pi n_j \lambda_j^{-1}$ ,  $\lambda_j = (\lambda_0^{-1} - j\nu_R)^{-1}$ )

$$\Delta k_j = (n_{j-1} + n_{j+1} - 2n_j)2\pi\lambda_j^{-1} + (n_{j-1} - n_{j+1})2\pi\nu_R, \quad (9)$$

где  $\lambda_j$  – длина волны ЧВС-накачки;  $n_j$ ,  $n_{j-1}$  и  $n_{j+1}$  – показатели преломления волны ЧВС-накачки, сигнальной и холостой волн соответственно.

Кроме частично вырожденного ЧВС, при ВКР происходит также невырожденное ЧВС, имеющее волновой синхронизм вида  $k_j + k_{j+1} = k_{j-1} + k_{j+2}$  [4], где  $k_j$  и  $k_{j+1}$  – векторы первой и второй волн ЧВС-накачки;  $k_{j-1}$  и  $k_{j+2}$  – векторы ВКР-компонент излучения, являющихся сигнальной и холостой волнами процесса невырожденного ЧВС. Расстройка синхронизма невырожденного ЧВС  $j$ -го порядка определяется как

$$\Delta K_j = (n_{j-1} + n_{j+2} - n_j - n_{j+1})2\pi\lambda_j^{-1} + (n_{j-1} + n_{j+1} - 2n_{j+2})2\pi\nu_R \approx \Delta k_j + \Delta k_{j+1}. \quad (10)$$

Заметим, что система уравнений (6), (7) учитывает все возможные процессы четырехволновой связи любых соседних ВКР-компонент излучения при волновой расстройке синхронизма ЧВС, определяемой дисперсией показателя преломления, в отличие от ранних моделей многоволнового ВКР [16, 17], где рассматривались только некоторые ЧВС-процессы, в которых обязательно участвуют волна накачки и первая стоксова компонента.

Модель построена в приближении плоских волн, генерируемых коллинеарно, и не учитывает конические волны, которые на практике забирают на себя часть энергии накачки. Также не учитывается неполное пространственное перекрытие ВКР-компонент. Поэтому в таком приближении не ставится задача определения энергетических параметров генерируемого излучения. Эффективности ВКР-преобразования в модели оказываются завышенными. Однако мы полагаем, что условия коллинеарной

ВКР-генерации гребенки оптических частот описываются адекватно, тем более что конические волны наблюдаются в основном в антистоксовой области спектра, а спектр генерируемой гребенки частот больше смещен в стоксову область, в которой волны генерируются коллинеарно благодаря каскадному процессу ВКР.

Для инициирования процесса каскадной ВКР-генерации уравнение (6) необходимо модифицировать, учитывая, что спонтанное комбинационное рассеяние дает затравку для ВКР-генерации. Существуют два подхода.

При первом подходе в уравнение (6) вводится дополнительное слагаемое [23], описывающее дополнительную «спонтанную» вынуждающую силу колебаний среды. Такой подход хорошо описывает элементарный процесс ВКР-генерации стоксовой волны [24], но его применение для описания затравки каскадной генерации многих ВКР-компонент не было обосновано в литературе. В [24] также показано, что результат применения данного подхода в стационарном случае близок к результату применения другого (второго) подхода, в котором считается, что в среде изначально имеется затравочное спонтанное стоксово излучение. Второй подход применялся для описания не только стационарного [25], но и нестационарного ВКР при моделировании фемтосекундной ВКР-генерации стоксова импульса из шумов в поле накачки [26].

Второй подход может быть связан с известным экспериментальным пороговым условием стационарного ВКР  $gI_L L \approx 25$  [27] ( $g$  – коэффициент ВКР-усиления,  $I_L$  – интенсивность лазерного излучения накачки на входе ВКР-среды,  $L$  – длина ВКР-среды), при котором ВКР-усиление затравочного стоксова излучения  $I_S(L) = I_{\text{seed}} \exp(gI_L L)$  происходит до величины  $I_S(L) \approx 0.01I_L$ , если интенсивность затравочного стоксова излучения  $I_{\text{seed}} \approx 10^{-13}I_L$ .

Для нас важно, что второй подход может обосновать каскадную генерацию многих ВКР-компонент, когда каждая стоксова ВКР-компонента генерируется при накачке предыдущей ВКР-компонентой, т.е.  $I_{j+1}^{\text{seed}} \approx s^2 I_j$ , где  $s \approx \sqrt{10^{-13}}$  – затравочный коэффициент по амплитуде поля, обусловленный спонтанным комбинационным рассеянием. Тогда, следуя работе [26], в уравнении (6) стоксову амплитуду  $E_{j+1}^*$  заменяем суммой генерируемой и затравочной стоксовых амплитуд ( $E_{j+1}^* + S_{j+1}^*$ ). При этом считаем, что  $S_{j+1}^* = sE_j^*$ , т.е. шумы  $(j+1)$ -компоненты являются в поле  $j$ -й компоненты.

Калибровочное моделирование при втором подходе определения затравки для длительности импульса накачки, существенно превышающей время дефазировки, в соответствующих условному порогу ВКР ( $gI_L L \approx 25$ ) начальных условиях, как и следовало ожидать, показало, что эффективность ВКР-генерации равна  $\sim 1\%$  (если не учитывались четырехволновые взаимодействия ВКР-компонент), а повышение  $gI_L L$  в 2 раза привело к преодолению порога генерации второй стоксовой компоненты (каскадный процесс). При трехкратном изменении затравочного коэффициента  $s$  и изменении  $gI_L L$  не более чем на 10% выходные параметры расчета оставались теми же. С другой стороны, установив согласно первому подходу определения затравки одинаковые затравочные слагаемые ( $S_{j+1}^* = sE_0^*$ ), в результате расчета мы получили картину генерации, почти не отличающуюся от предыдущего случая. Дело в том, что ВКР-генерация  $(j+1)$ -компоненты иницируется при большой вынуждающей силе колебаний среды, пропорциональной  $E_j E_{j+1}^*$  (см. уравнение (6)), т.е. когда амплитуда  $j$ -й компоненты  $E_j$  близка к

амплитуде накачки  $E_0$ , поэтому рассмотренные подходы дают близкие результаты.

Представленная модель недавно была апробирована и показала согласие расчетных результатов с результатами экспериментов по многоволновому пикосекундному ВКР в кристаллах простых вольфрамов при различных длинах ВКР-кристаллов [28].

### 3. Порог нестационарного ВКР

Проблема реализации генерации высших ВКР-компонент связана с более высокими порогами их генерации по сравнению с порогом проявления ВКР. Поэтому для нахождения условий низкороговой генерации многих (ангистоксовых и стоксовых) ВКР-компонент при параметрической связи сначала необходимо теоретически определить порог проявления нестационарного ВКР в ее отсутствие.

Хотя в отсутствие собственных потерь процесс ВКР не обладает принципиальным порогом эффекта, но фактически существует экспериментальный порог, вызванный тем, что на начальном этапе интенсивность ВКР-излучения очень быстро экспоненциально нарастает.

Для нестационарного ВКР при неистощенной накачке согласно [23, 29] уравнения, описывающие двухфотонный процесс ВКР (уравнения (6), (7) при  $j = 1$  и отсутствии ЧВС-слагаемых, содержащих экспоненты), можно свести к одному самосогласованному уравнению, которое имеет следующее решение [29]:

$$\begin{aligned} |E(z, t')|^2 &= |E(0, t')|^2 I_0^2 \left( \sqrt{\frac{gz}{\tau} \int_{-\infty}^{t'} I_L(t) dt} \right) \\ &\approx \frac{|E(0, t')|^2}{2\pi \sqrt{\frac{gz}{\tau} \int_{-\infty}^{t'} I_L(t) dt}} \exp\left(2\sqrt{\frac{gz}{\tau} \int_{-\infty}^{t'} I_L(t) dt}\right), \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$g = \frac{8\pi^2 \tau N_V \omega_1}{m \Omega c^2 n_{0,1}} \left( \frac{\partial \alpha}{\partial Q} \right)^2$$

– коэффициент ВКР-усиления, измеряемый в см/Вт;

$$I_L(t') = \frac{cn_0}{8\pi} |E_0(t')|^2$$

– интенсивность лазерного импульса накачки, измеряемая в Вт/см<sup>2</sup>;  $n_{0,1}$  – показатели преломления для волны накачки и стоксовой волны соответственно.

Из выражения (11) следует, что при нестационарном ВКР нарастание интенсивности ВКР-излучения остается экспоненциальным, как и в случае стационарного ВКР, но происходит медленнее. Инкремент экспоненциального нарастания интенсивности ВКР-излучения на выходе ВКР-среды ( $z = L$ ) определяется (при  $t_L \leq \tau$ ) как

$$\begin{aligned} G(t') &= \ln \left( \frac{|E(L, t')|^2}{|E(0, t')|^2} \right) \\ &\approx 2\sqrt{\frac{gL}{\tau} \int_{-\infty}^{t'} I_L(t) dt} - \ln \left( 2\pi \sqrt{\frac{gL}{\tau} \int_{-\infty}^{t'} I_L(t) dt} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Для лазерного импульса гауссовой формы с пиковой интенсивностью  $I_L$  и длительностью  $t_L$  на полувысоте справедливо выражение

$$\int_{-\infty}^{\infty} I_L(t) dt = I_L t_L \sqrt{\frac{\pi}{4 \ln 2}}.$$

Тогда, имея в виду, что  $G(t') \rightarrow G_{\max}$  при  $t' \rightarrow \infty$ , получим

$$G_{\max} \approx 2\sqrt{gLI_L \frac{t_L}{\tau} \sqrt{\frac{\pi}{4 \ln 2}}} - \ln \left( 2\pi \sqrt{gLI_L \frac{t_L}{\tau} \sqrt{\frac{\pi}{4 \ln 2}}} \right). \quad (13)$$

Пороговую интенсивность накачки  $I_L^{\text{th}}$  для наблюдения ВКР можно найти, приравняв максимальный инкремент нестационарного ВКР-усиления  $G_{\max}$  из выражения (13) пороговому значению  $G_{\text{th}} = 25$ . Для гауссова импульса длительностью  $t_L \leq \tau$  получим неявное выражение для пороговой интенсивности накачки:

$$2\sqrt{gLI_L^{\text{th}} \frac{t_L}{\tau} \sqrt{\frac{\pi}{4 \ln 2}}} - \ln \left( 2\pi \sqrt{gLI_L^{\text{th}} \frac{t_L}{\tau} \sqrt{\frac{\pi}{4 \ln 2}}} \right) = 25. \quad (14)$$

Второе слагаемое в (14) заметно меньше первого, поэтому  $I_L^{\text{th}}$  можно выявить методом приближений. В первом приближении выразим  $I_L^{\text{th}}$ , пренебрегая вторым слагаемым в (14), а во втором приближении полученное значение  $I_L^{\text{th}}$  подставим во второе слагаемое этого выражения. Получим искомое выражение, справедливое при  $t_L \leq \tau$ :

$$gLI_L^{\text{th}} \approx \frac{[25 + \ln(25\pi)]^2}{4} \sqrt{\frac{4 \ln 2}{\pi}} \frac{\tau}{t_L} \approx 203 \frac{\tau}{t_L}. \quad (15)$$

Заметим, что зависимость пороговой интенсивности  $I_L^{\text{th}}$  от  $\tau/t_L$  линейна при  $t_L \leq \tau$ .

На рис. 1 представлены зависимости произведения  $gLI_L^{\text{th}}$  от отношения  $\tau/t_L$  – построенная по аналитической формуле (15) (штриховая линия) и полученная посредством численного интегрирования уравнений (6), (7) (точки). Для точек, полученных при численном интегрировании, показана также линейная аппроксимация (сплошная кривая) по методу наименьших квадратов (в области значений  $\tau < t_L < 10\tau$ ), определяемая выражением

$$gLI_L^{\text{th}} \approx 22 + 207\tau/t_L. \quad (16)$$

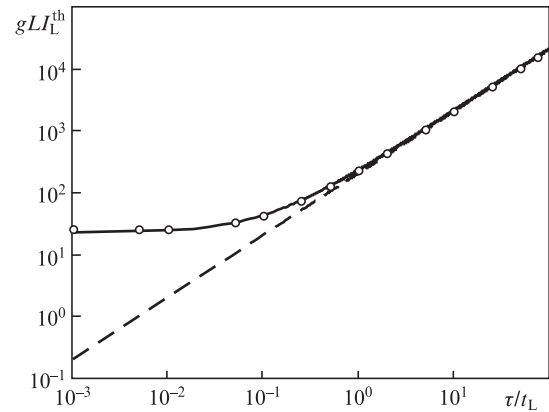


Рис. 1. Зависимости  $gLI_L^{\text{th}}$  от  $\tau/t_L$  – полученная численным интегрированием уравнений (6), (7) (точки) и построенная по аналитической формуле (15) (штриховая линия), а также линейная аппроксимация точек, полученных при численном интегрировании в области значений  $\tau < t_L < 10\tau$  (сплошная кривая).



Из рис.1 видно, что формула (15) (штриховая линия) хорошо согласуется с результатами численного расчета (точки) в области  $t_L \leq \tau$  ( $\tau/t_L \geq 1$ ). Нужно отметить, что зависимость, полученная посредством численного расчета (точки), близка к линейной и в области  $t_L > \tau$ . При этом результат линейной аппроксимации согласуется с результатами численного расчета не только в области аппроксимации ( $\tau < t_L < 10\tau$ ), но и практически во всей области значений  $\tau/t_L$ .

Отметим, что произведение  $gL_L^{\text{th}}$  является пороговым инкрементом стационарного ВКР-усиления  $G_{\text{st}}$ , который должен быть равен 25 при  $t_L \gg \tau$ . В пределе  $\tau/t_L \rightarrow 0$  выражение (16) примерно соответствует данной нормировке ( $gL_L^{\text{th}} \rightarrow 22$ ). Небольшое отклонение от нормировочного значения (22 вместо 25) обусловлено тем, что полученная при численных решениях зависимость  $gL_L^{\text{th}}$  от  $\tau/t_L$  имеет малое отклонение от линейной зависимости (16) в области больших длительностей ( $t_L \gg \tau$ ), и уже при  $\tau/t_L < 100$  (или  $\tau/t_L > 10^{-2}$ ) данным отклонением можно пренебречь.

В работе [21] экспериментально определены пороги ВКР-генерации в кристаллах  $\text{BaWO}_4$  и  $\text{SrWO}_4$  различной длины при пикосекундной накачке. Сравнение полученных экспериментальных результатов с рассчитанными по формуле (16) при учете известных для данных кристаллов значений  $g$  и  $\tau$ , взятых из [30], показывает, что их значения близки. При этом для кристаллов длиной более 1 см несоответствие теоретического и экспериментального значений не превышает 8%. Например, для длинного кристалла  $\text{SrWO}_4$  ( $L = 4.7$  см) оно составляет только 2%, но для короткого кристалла  $\text{BaWO}_4$  ( $L = 0.8$  см) экспериментальная пороговая интенсивность ВКР-генерации первой стоксовой компоненты оказывается завышенной на 16% по сравнению с теоретическим значением из (16).

Из анализа, проведенного в работе [4], следует, что вследствие частично вырожденной четырехволновой связи с первой антистоксовой компонентой пороговая интенсивность  $I_L^{\text{th}1}$  ВКР-генерации первой стоксовой компоненты превышает  $I_L^{\text{th}}$ , определяемую простым двухфотонным процессом ВКР-преобразования (формула (16)), если параметр волновой расстройки стокс-антистоксовой связи  $\Delta k_0 L < 50$ , что выполняется при уменьшении длины ВКР-кристалла.

Возьмем в качестве источника накачки  $\text{YAG:Nd}^{3+}$ -лазер с длиной волны 1.064 мкм, а в качестве ВКР-сред – широко известные кристаллы [31]  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  ( $\nu_R = 901 \text{ см}^{-1}$ ,  $g = 4 \text{ см/ГВт}$ ,  $\tau = 2 \text{ пс}$ ) и  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  ( $\nu_R = 1047 \text{ см}^{-1}$ ,

Табл.1. Волновые расстройки четырехволновой связи ВКР-компонент излучения в кристаллах  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  и  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  при длине волны накачки 1.064 мкм.

Волновая расстройка ( $\text{см}^{-1}$ )	$\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$	$\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$
$\Delta k_{-2}$	63	34
$\Delta k_{-1}$	56	29
$\Delta k_0$	50	25
$\Delta k_1$	42	19
$\Delta k_2$	35	13
$\Delta k_3$	28	6
$\Delta k_4$	18	-6
$\Delta K_{-2}$	119	63
$\Delta K_{-1}$	105	54
$\Delta K_0$	92	44
$\Delta K_1$	78	33
$\Delta K_2$	63	19
$\Delta K_3$	46	-0.5

$g = 11 \text{ см/ГВт}$ ,  $\tau = 27 \text{ пс}$ ). Формулы Селлмейера для этих кристаллов даны в [32, 33]. В табл.1 приведены рассчитанные с использованием формул Селлмейера по выражениям (9) и (10) волновые расстройки процессов ЧВС для выбранных кристаллов при длине волны накачки  $\lambda_0 = 1.064$  мкм. Считалось, что если в двухосном кристалле  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  свет, поляризованный параллельно кристаллооптической оси  $m$ , распространяется вдоль кристаллооптической оси  $p$ , то комбинационный сдвиг частоты для него  $\nu_R = 901 \text{ см}^{-1}$ , а показатель преломления равен главному значению  $n_m$  тензора показателей преломления.

На рис.2 представлены зависимости пороговой интенсивности генерации первой стоксовой компоненты  $I_L^{\text{th}1}$ , нормированной на порог проявления ВКР  $I_L^{\text{th}}$ , от длины ВКР-кристалла  $L$ , полученные в результате математического моделирования по уравнениям (6), (7) для двух выбранных кристаллов при  $\lambda_0 = 1.064$  мкм и различных длительностях импульса накачки  $t_L$ .

Из рис.2 видно, что  $I_L^{\text{th}1}$  возрастает при уменьшении  $L$ . Такая зависимость от длины кристалла обусловлена повышением влияния стокс-антистоксовой четырехволновой связи при уменьшении параметра волновой расстройки  $\Delta k_0 L$  [4].

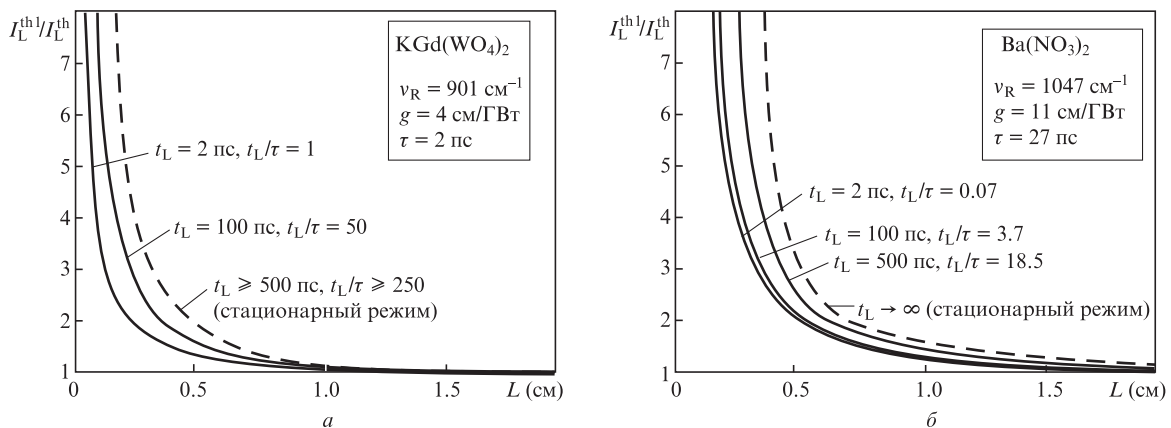


Рис.2. Зависимости пороговой интенсивности генерации первой стоксовой компоненты  $I_L^{\text{th}1}$ , нормированной на порог проявления ВКР  $I_L^{\text{th}}$ , от длины ВКР-кристалла  $L$  для двух выбранных кристаллов при  $\lambda_0 = 1.064$  мкм и различных значениях  $t_L$ .

Из рис.2 также видно, что при уменьшении длительности лазерного импульса накачки  $t_L$  пороговая интенсивность накачки  $I_L^{\text{th}1}$  с уменьшением  $L$  растет медленнее, т.е. повышение нестационарности процесса ВКР приводит к ослаблению влияния стокс-антистоксовой связи на порог ВКР.

#### 4. Порог комбинационно-параметрической генерации гребенки оптических частот

Рассмотрим теперь генерацию многих ВКР-компонент. Нас будет интересовать генерация гребенки оптических частот с частотной шириной около октавы, когда наибольшая длина волны примерно в 2 раза больше наименьшей. При этом мы будем рассматривать коллинеарную генерацию ВКР-компонент, которая описывается уравнениями (6), (7), т.к. этот процесс благодаря пространственному совмещению всех генерируемых волн может быть применен для синтеза сверхкоротких импульсов – в отличие от процессов векторной комбинационно-параметрической генерации, когда генерируются антистоксовые конусы [14], разнесенные в пространстве.

Длины волн ВКР-компонент  $\lambda_j = (\lambda_0^{-1} - j\nu_R)^{-1}$ . Для большинства кристаллов комбинационная частота  $\nu_R \approx 900 - 1000 \text{ см}^{-1}$ , при этом октава частот соответствует генерации семи соседних ВКР-компонент.

Выбираем для рассмотрения гребенку частот от второй антистоксовой ( $j = -2$ ) до четвертой стоксовой ( $j = 4$ ) компоненты, т.к. на практике при многоволновом ВКР обычно наблюдается большее проникновение в стоксову область спектра [5–13].

Порогом генерации гребенки частот будем считать порог генерации слабой из двух крайних ВКР-компонент ( $j = -2$  или  $j = 4$ ).

В результате математического моделирования по формулам (6), (7) мы получили зависимости пороговых интенсивностей генерации второй антистоксовой ( $I_L^{\text{th}(-2)}$ ) и четвертой стоксовой ( $I_L^{\text{th}4}$ ) ВКР-компонент, нормированных на порог проявления ВКР ( $I_L^{\text{th}}$ ), от длины ВКР-кристалла  $L$  для двух выбранных кристаллов при различных длительностях лазерного импульса накачки  $t_L$ . Зависимости приведены на рис. 3.

Из рис.3 видно, что имеется минимальный порог генерации второй антистоксовой компоненты, наблюдающийся при  $L_{\text{as}} = 0.3$  и  $0.6 \text{ см}$  для кристаллов  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  и

$\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  соответственно. При этом для обоих кристаллов параметр волновой расстройки  $\Delta k_0 L_{\text{as}}$  оказывается равным 15, что оптимально для антистоксовой генерации. Для нас интересно, что пороги генерации второй антистоксовой и четвертой стоксовой компонент, являющихся крайними частотами в гребенке частот, оказываются близкими как раз вблизи минимума порога генерации второй антистоксовой компоненты, поэтому минимум порога генерации второй антистоксовой волны и соответствующая ему длина кристалла характеризуют условия, оптимальные для достижения порога генерации всей гребенки оптических частот.

Для кристалла  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  (рис.3,а) при увеличении длительности лазерного импульса накачки с 10 до 100 пс минимумы зависимостей  $I_L^{\text{th}(-2)}/I_L^{\text{th}}$  «приподнимаются» примерно в 1.5 раза, а для кристалла  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  (рис.3,б) они остаются на одинаковом уровне. Это обусловлено на порядок большим временем дефазировки для кристалла  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  (27 пс), сравнимым с длительностями обоих импульсов накачки (10 и 100 пс), из-за чего процесс ВКР в этих случаях является нестационарным. В то же время для кристалла  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  с малым временем дефазировки (2 пс) при большой длительности импульса накачки (100 пс) процесс ВКР становится близким к стационарному.

В абсолютном выражении ( $I_L^{\text{th}}$  находится по формуле (16)) минимальные пороговые интенсивности генерации  $I_L^{\text{th}(-2)}$  при длительностях импульсов накачки 10 и 100 пс для кристалла  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  составляют 158 и 100 ГВт/см<sup>2</sup>, а для кристалла  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  они равны 264 и 35.4 ГВт/см<sup>2</sup>. Нужно отметить, что для большинства ВКР-кристаллов при пикосекундной накачке только последнее значение оказывается заведомо ниже порога лучевой стойкости. Например, в экспериментальных работах [20,21,34] для кристаллов молибдата свинца и ниобата бария–стронция при накачке с длительностью импульса 18 пс и длиной волны 1.064 мкм пороги лучевой стойкости составили 40 и 100 ГВт/см<sup>2</sup> соответственно, а для относительно стойких кристаллов вольфраматов бария и стронция они были ненамного выше. Поэтому очень важно найти оптимальные условия для низкороговой многоволновой ВКР-генерации.

Мы видим, что для кристалла  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$ , для которого процесс ВКР является нестационарным при обеих длительностях импульса накачки, увеличение длительности

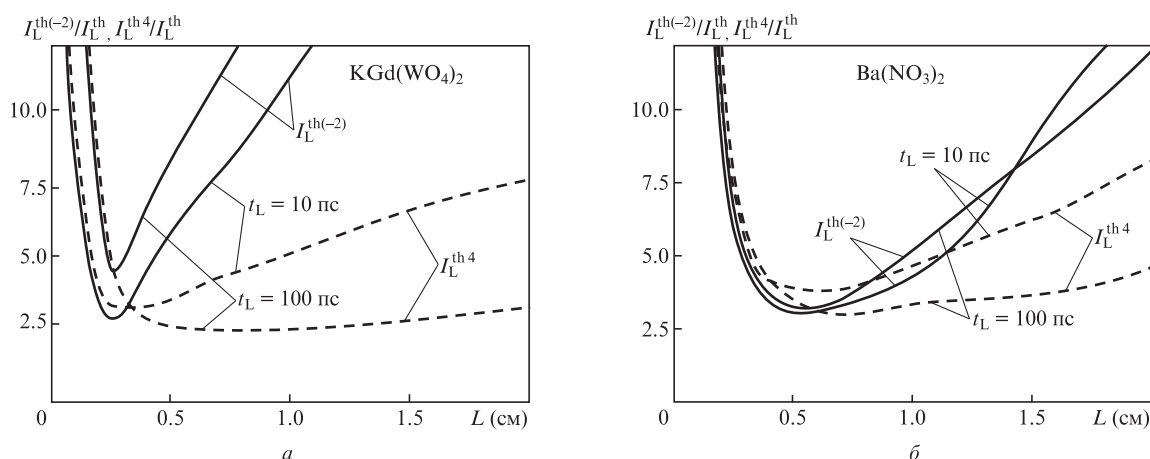


Рис.3. Зависимости пороговых интенсивностей генерации второй антистоксовой ( $I_L^{\text{th}(-2)}$ ) и четвертой стоксовой ( $I_L^{\text{th}4}$ ) ВКР-компонент, нормированных на порог проявления ВКР  $I_L^{\text{th}}$ , от длины ВКР-кристалла  $L$  для двух выбранных кристаллов при различных значениях  $t_L$ .

импульса до 100 пс приводит к резкому снижению (в 7.5 раза) абсолютного порога генерации. Можно предположить, что существует оптимальная длительность лазерного импульса для антистоксовой генерации, которая лежит в диапазоне, соответствующем нестационарному ВКР, и для кристалла  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  она близка к 100 пс. Переход в стационарный режим ВКР не обеспечивает существенного снижения абсолютного порога антистоксовой генерации (для кристалла  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  он снижается только примерно в 1.5 раза).

## 5. Оптимальные условия комбинационно-параметрической генерации гребенки оптических частот

Теперь необходимо определить условия высокоэффективной ВКР-генерации гребенки оптических частот, когда все ее частотные компоненты преодолевают экспериментальный порог генерации, т.е. имеют эффективность преобразования  $\eta_j > 1\%$ .

На рис.4 представлены результаты численного расчета системы уравнений (6), (7) для кристалла  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  при интенсивности накачки, превышающей порог проявления ВКР в 4 раза (т.е.  $I_L = 4I_L^{\text{th}}$ , где  $I_L^{\text{th}}$  находится по формуле (16)), длине волны накачки  $\lambda_0 = 1.064$  мкм, длительности импульса накачки  $t_L = 100$  пс и длине кристалла  $L = 0.4$  см (рис.4,а), 0.55 см (рис.4,б) и 0.7 см (рис.4,в).

Из рис.4,а видно, что при малой длине кристалла ( $L = 0.4$  см) эффективность преобразования во вторую антистоксову компоненту (наименьшую частоту рассматриваемой частотной гребенки) превышает эффективность преобразования в четвертую стоксову компоненту (наибольшую частоту частотной гребенки), но значения эффективностей преобразования оказываются невысокими.

Увеличение длины кристалла до 0.55 см (рис.4,б) обеспечивает повышение ( $\eta_{-2,4} > 4\%$ ) и выравнивание эффективностей преобразования во вторую антистоксову и четвертую стоксову ВКР-компоненты. Заметим, что при этом параметр волновой расстройки  $\Delta k_0 L$  увеличивается до 15, что близко к оптимальному значению для стокс-антистоксовой связи.

Дальнейшее увеличение длины кристалла до 0.7 см (рис.4,в) приводит к тому, что эффективность преобразования в четвертую стоксову компоненту оказывается существенно выше, чем во вторую антистоксову компоненту. При этом эффективности преобразования в данные ВКР-компоненты снижаются по сравнению с таковыми при  $L = 0.55$  см (рис.4,б), что обусловлено увеличением параметра волновой расстройки ( $\Delta k_0 L = 18$ ), приводящим к ослаблению антистоксовой ЧВС-генерации. В промежуточных ВКР-компонентах ( $-2 < j < 4$ ) в этом случае остается больше энергии, но преобразование в крайние компоненты частотной гребенки ( $j = -2$  и  $j = 4$ ) ослаблено. Следовательно, предыдущий случай (рис.4,б), в котором мы наблюдали повышенные и выровненные эффективности преобразования в крайние компоненты ( $j = -2$  и  $j = 4$ ), можно считать оптимальным для эффективной комбинационно-параметрической генерации гребенки оптических частот, т.е. длина кристалла  $L = 0.55$  см является оптимальной при заданном уровне накачки  $I_L/I_L^{\text{th}} = 4$ .

На рис.5 представлены расчетные зависимости оптимальной длины кристалла  $L_{\text{opt}}$ , соответствующей равенству эффективностей преобразования в крайние ВКР-компо-

ненты частотной гребенки ( $\eta_{-2} = \eta_4$ ), а также самой эффективности преобразования  $\eta_{\text{opt}} = \eta_{-2} = \eta_4$ , соответствующей  $L_{\text{opt}}$ , от уровня накачки  $I_L/I_L^{\text{th}}$  для кристаллов  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  и  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  при длине волны накачки  $\lambda_0 = 1.064$  мкм и длительности импульса накачки  $t_L = 20$  пс (рис.5,а) и 100 пс (рис.5,б).

Из рис.5,а видно, что при малой длительности импульса накачки ( $t_L = 20$  пс) в кристалле  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  повышение уровня накачки  $I_L/I_L^{\text{th}}$  приводит к быстрому возрастанию эффективности преобразования  $\eta_{\text{opt}}$  в крайние частотные компоненты частотной гребенки (до  $\eta_{\text{opt}} \approx 8\%$  при  $I_L/I_L^{\text{th}} = 5$ ), но оптимальная длина кристалла изменяется слабо и не превышает 0.5 см. Это согласуется с экспериментальными результатами работ [20, 21], где в кристаллах молибдатов и вольфраматов длиной не более 1 см при накачке лазером с длиной волны 1.064 мкм и длительностью импульса 18 пс повышение энергии накачки приводило к быстрому росту эффективностей преобразования в высшие ВКР-компоненты вплоть до четвертой.

В кристалле  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  при той же малой длительности импульса накачки,  $t_L = 20$  пс (рис.5,а), эффективность генерации  $\eta_{\text{opt}}$  (сплошная кривая) очень слабо возрастает с уровнем накачки и при  $I_L/I_L^{\text{th}} = 5$  не превышает 0.5%, что близко к пороговому значению. При этом оптимальная длина кристалла  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  относительно велика ( $L_{\text{opt}} > 1$  см).

Заметим, что при  $t_L = 20$  пс для кристалла  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  мы имеем  $t_L/\tau = 0.74$  – существенно нестационарный режим ВКР ( $t_L < \tau$ ), а для кристалла  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  –  $t_L/\tau = 10$ , нестационарный переходный режим ВКР ( $\tau < t_L < 100\tau$ ).

Из рис.5,б видно, что с ростом уровня накачки  $I_L/I_L^{\text{th}}$  в кристалле  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  эффективность генерации  $\eta_{\text{opt}}$  растет наоборот быстро – до 6.5%, а в кристалле  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  – медленно (штриховая линия), до значения чуть более 1% при  $I_L/I_L^{\text{th}} = 5$ . Опять же заметим, что при  $t_L = 100$  пс для кристалла  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  мы имеем  $t_L/\tau = 4$  – нестационарный переходный режим ВКР, а для кристалла  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  –  $t_L/\tau = 50$ , близкий к стационарному режим ВКР.

Отметим, что существенно нестационарный и близкий к стационарному режимы ВКР оказались неоптимальными для высокоэффективной комбинационно-параметрической генерации гребенки оптических частот.

На рис.6 представлены расчетные зависимости оптимальной эффективности преобразования  $\eta_{\text{opt}} = \eta_{-2} = \eta_4$  в крайние ВКР-компоненты частотной гребенки и соответствующей оптимальной длины кристалла  $L_{\text{opt}}$  от отношения  $t_L/\tau$  длительности лазерного импульса накачки к времени дефазировки при длине волны накачки  $\lambda_0 = 1.064$  мкм и уровне накачки  $I_L/I_L^{\text{th}} = 4$  для кристаллов  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  (сплошные кривые) и  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  (штриховые кривые).

Из рис.6 видно, что характер зависимостей для обоих кристаллов является сходным. Явно наблюдается максимум эффективности преобразования  $\eta_{\text{opt}} = \eta_{-2} = \eta_4$  при отношении  $t_L/\tau \approx 10$ . В области этого максимума при  $t_L/\tau \approx 10$  имеет место неглубокий минимум оптимальной длины кристалла, а с дальнейшим увеличением  $t_L/\tau$  оптимальная длина кристалла  $L_{\text{opt}}$  слабо растет (менее чем в 1.5 раза) до постоянного значения в области стационарного ВКР ( $t_L/\tau > 10^2$ ).

Дополнительные расчеты показали, что при других уровнях накачки положение максимума эффективности преобразования на оси  $t_L/\tau$  сохраняется, т.е. при любом уровне накачки ВКР-генерация октавы частот наиболее эффективно происходит при длительности импульса на-

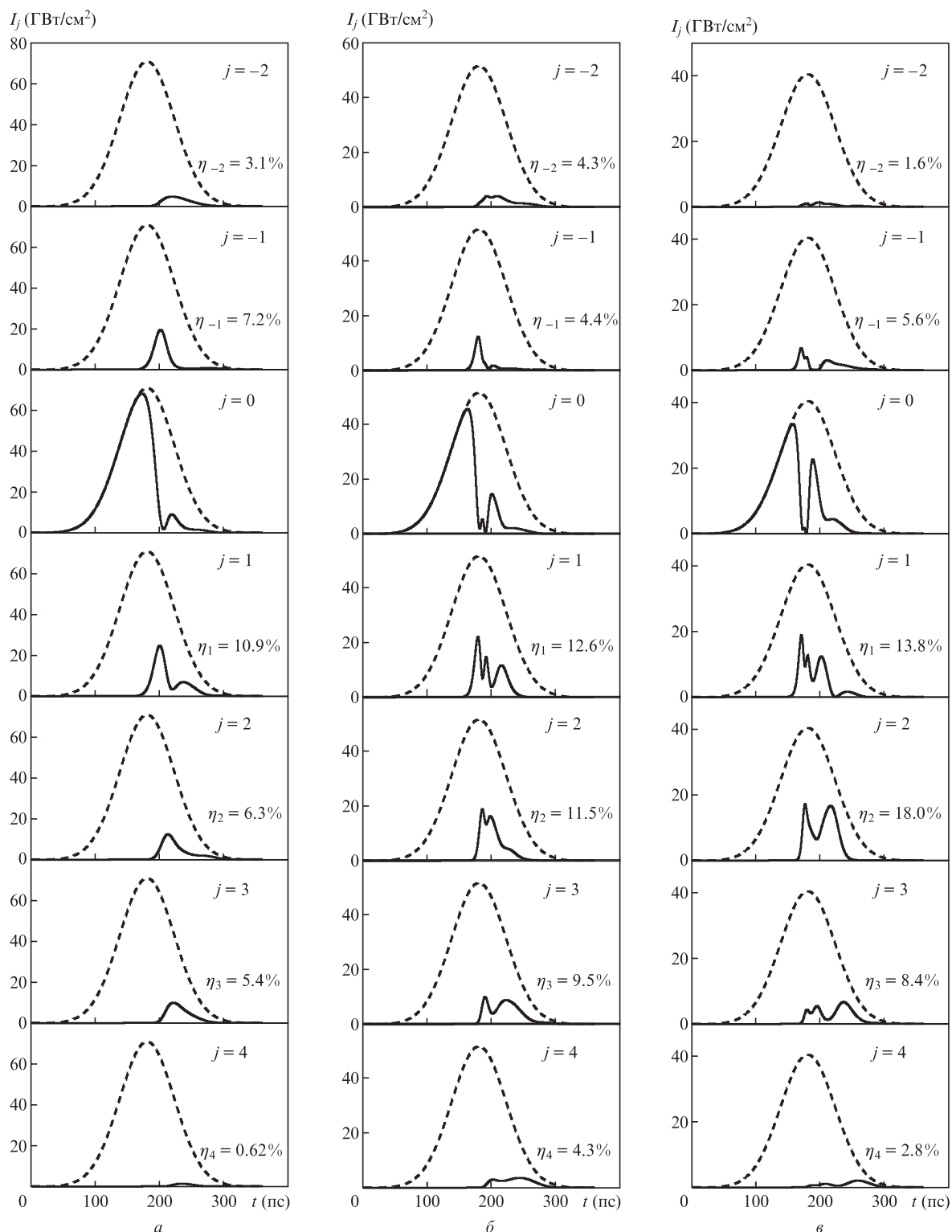


Рис.4. Результаты численного расчета системы уравнений (6), (7) для кристалла  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  при интенсивности накачки, превышающей порог проявления ВКР в 4 раза ( $I_L = 4I_L^{\text{th}}$ ,  $\lambda_0 = 1.064$  мкм,  $t_L = 100$  пс и  $L = 0.4$  (а),  $0.55$  (б) и  $0.7$  см (в)).

качки, в 5–20 раз превышающей время дефазировки колебаний используемого кристалла.

Нужно отметить, что область стационарного ВКР ( $t_L/\tau > 10^2$ ) характеризуется малой эффективностью преобразования  $\eta_{\text{opt}}$  (десятые доли процента), в отличие от области существенно нестационарного ВКР ( $t_L/\tau < 1$ ), где  $\eta_{\text{opt}}$  падает практически до нуля (точнее, до  $\sim 0.01\%$ ). Этим

объясняется неудача в реализации многоволнового ВКР в кристалле  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  при неоптимальной длительности импульса накачки  $t_L = 0.15$  пс в работе [35], и только увеличение (при chirпировании) длительности импульса накачки до 2 пс и более позволило реализовать в настоящей работе комбинационно-параметрическую генерацию нескольких ВКР-компонент.



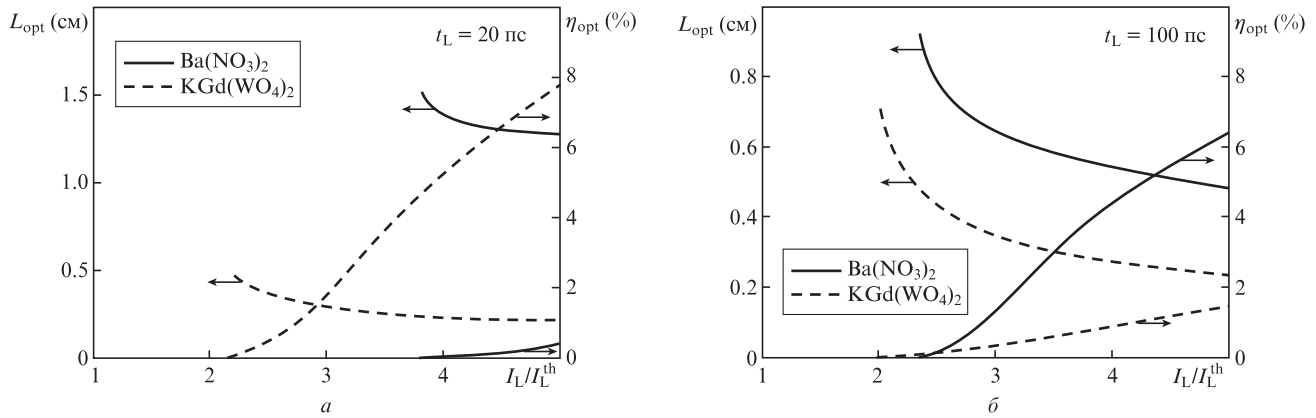


Рис.5. Расчетные зависимости оптимальной длины кристалла  $L_{\text{opt}}$ , соответствующей равенству эффективностей преобразования в крайние ВКР-компоненты частотной гребенки, а также самой эффективности преобразования  $\eta_{\text{opt}} = \eta_{-2} = \eta_4$ , соответствующей  $L_{\text{opt}}$ , от уровня накачки  $I_L/I_L^{\text{th}}$  для кристаллов  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  и  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  при  $\lambda_0 = 1.064$  мкм и  $\tau_L = 20$  (а) и 100 пс (б).

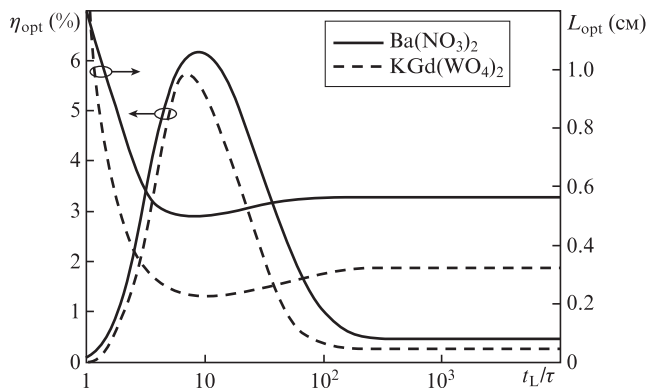


Рис.6. Расчетные зависимости оптимальной эффективности преобразования  $\eta_{\text{opt}} = \eta_{-2} = \eta_4$  в крайние ВКР-компоненты частотной гребенки и оптимальной длины кристалла  $L_{\text{opt}}$  от отношения длительности лазерного импульса накачки к времени дефазировки  $t_L/\tau$  при  $\lambda_0 = 1.064$  мкм и уровне накачки  $I_L/I_L^{\text{th}} = 4$  для кристаллов  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  и  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$ .

## 6. Заключение

Таким образом, в настоящей работе теоретически исследованы условия низкопороговой коллинеарной генерации гребенки оптических частот при нестационарном (пикосекундном) ВКР и параметрической четырехволновой связи ВКР-компонент излучения в кристаллах.

Показано, что комбинационно-параметрическая генерация гребенки оптических частот шириной около октавы наиболее эффективно происходит в переходном нестационарном режиме ВКР при длительности импульса накачки, в 5–20 раз большей времени дефазировки колебаний используемого кристалла.

Для переходного нестационарного режима, который соответствует длительности импульса накачки, превышающей время дефазировки, найдена простая аппроксимационная зависимость пороговой интенсивности проявления ВКР от параметров ВКР-среды и излучения накачки и на ее основе проанализированы пороги комбинационно-параметрической генерации многих ВКР-компонент, составляющих гребенку частот.

Найдены оптимальные значения не только длительности лазерного импульса накачки, но и длины ВКР-кристалла, соответствующей высокоэффективной генерации

гребенки оптических частот от второй антистоксовой до четвертой стоксовой ВКР-компоненты включительно. Для рассмотренных кристаллов  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2$  (с большой дисперсией) и  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  (с малой дисперсией) при накачке с длиной волны 1.064 мкм и длительностью импульса, превышающей время дефазировки в 5 раз и более, оптимальная длина кристалла  $L$  составила 0.3 и 0.6 см, что соответствует условию наиболее эффективной стокс-антистоксовой связи  $\Delta kL \approx 15$ , где  $\Delta k$  – волновая расстройка фазового синхронизма стокс-антистоксовой связи, определяемая дисперсией показателя преломления ВКР-среды.

Автор благодарит А.А.Каминского за обсуждение результатов работы. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-02-00031).

1. Шен И.Р. *Принципы нелинейной оптики* (М.: Наука, 1989).
2. Горелик В.С., Сушинский М.М. *УФН*, **98**, 237 (1969).
3. Lisinetskii V.A., Rozhok S.V., Bus'ko D.N., Chulkov R.V., Grabtchikov A.S., Orlovich V.A., Basiev T.T., Zverev P.G. *Laser Phys. Lett.*, **2**, 396 (2005).
4. Басиев Т.Т., Сметанин С.Н., Шурыгин А.С., Федин А.В. *УФН*, **180**, 639 (2010).
5. Лосев Л.Л., Луценко А.П. *Квантовая электроника*, **20**, 1054 (1993).
6. Eimerl D., Milam D., Yu J. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 2738 (1993).
7. Kawano H., Hirakawa Y., Imasaka T. *Appl. Phys. B*, **65**, 1 (1997).
8. Turner F.C., Trottier A., Strickland D., Losev L.L. *Opt. Commun.*, **270**, 419 (2007).
9. Каминский А.А., Багаев С.Н., Гребне Д., Эйхлер Г., Павлюк А.А., Макдональд Р. *Квантовая электроника*, **23**, 199 (1996).
10. Kaminskii A.A., Becker P., Bohaty L., Ueda K., Takaichi K., Hanuza J., Maczka M., Eichler H.J., Gad G.M.A. *Opt. Commun.*, **206**, 179 (2002).
11. Kaminskii A.A., Bohaty L., Becker P., Held P., Rhee H., Eichler H.J., Hanuza J. *Laser Phys. Lett.*, **6**, 335 (2009).
12. Kaminskii A.A., Lux O., Rhee H., Eichler H.J., Ueda K., Yoneda H., Shirakawa A., Zhao B., Chen J., Dong J., Zhang J. *Laser Phys. Lett.*, **9**, 879 (2012).
13. Kaminskii A.A., Lux O., Rhee H., Eichler H.J., Yoneda H., Shirakawa A., Ueda K., Ruckamp R., Bohaty L., Becker P. *Laser Phys. Lett.*, **10**, 1 (2013).
14. Бломберген Н. *УФН*, **97**, 307 (1969).
15. Chiao R.Y., Stoicheff B.P. *Phys. Rev. Lett.*, **12**, 290 (1964).
16. Hickman A.P., Bischel W.K. *Phys. Rev. A*, **37**, 2516 (1988).
17. McDonald G.S., New G.H.C., Losev L.L., Lutsenko A.P., Shaw M. *Opt. Lett.*, **19**, 1400 (1994).
18. Бутылкин В.С., Венкин Г.В., Протасов В.П., Смирнов Н.Д., Хронопуло Ю.Г., Шалаев М.Ф. *Письма в ЖЭТФ*, **17**, 400 (1973).
19. Бутылкин В.С., Венкин В.Г., Протасов В.П., Фишер П.С., Хронопуло Ю.Г., Шалаев М.Ф. *ЖЭТФ*, **70**, 829 (1976).

20. Basiev T.T., Doroshenko M.E., Smetanin S.N., Jelínek M., Jr., Kubeček V., Jelínková H., Shekhovtsov A.N., Kosmyna M.B. *Laser Phys. Lett.*, **9**, 853 (2012).
21. Басиев Т.Т., Дорошенко М.Е., Ивлева Л.И., Сметанин С.Н., Елинек М., Кубичек В., Елинкова Х. *Квантовая электроника*, **43**, 616 (2013).
22. Остон Д. *Пикосекундная нелинейная оптика. В кн. Сверхкороткие световые импульсы* (М.: Мир, 1981).
23. Ахманов С.А., Драбович К.Н., Сухоруков А.П., Чиркин А.С. *ЖЭТФ*, **59**, 485 (1970).
24. Raumer M.G., Mostowski J. *Phys. Rev. A*, **24**, 1980 (1981).
25. Von der Linde D., Maier M., Kaiser W. *Phys. Rev.*, **178**, 11 (1969).
26. Джиджоев М.С., Михеев П.М., Платоненко В.Т., Савельев А.В. *Квантовая электроника*, **24**, 255 (1997).
27. Basiev T.T., Osiko V.V., Prokhorov A.M., Dianov E.M. *Topics Appl. Phys.*, **89**, 351 (2003).
28. Smetanin S.N., Doroshenko M.E., Ivleva L.I., Jelínek M., Kubeček V., Jelínková H. *Appl. Phys. B*, **117**, 225 (2014).
29. Carman R.L., Shimizu F., Wang C.S., Bloembergen N. *Phys. Rev. A*, **2**, 60 (1970).
30. Басиев Т.Т. *ФТТ*, **47**, 1354 (2005).
31. Басиев Т.Т., Зверев П.Г., Карасик А.Я., Осико В.В., Соболев А.А., Чунаев Д.С. *ЖЭТФ*, **126**, 1073 (2004).
32. Pujol M.C., Rico M., Zaldo C., Sole R., Nikolov V., Solans X., Aguilo M., Diaz F. *Appl. Phys. B*, **68**, 187 (1999).
33. Zverev P.G., Basiev T.T., Osiko V.V., Kulkov A.M., Voitsekhovskii V.N., Yakobson V.E. *Opt. Mater.*, **11**, 315 (1999).
34. Basiev T.T., Doroshenko M.E., Ivleva L.I., Smetanin S.N., Jelínek M., Kubeček V., Jelínková H. *Laser Phys. Lett.*, **9**, 519 (2013).
35. Losev L.L., Song J., Xia J.F., Strickland D., Brukhanov V.V. *Opt. Lett.*, **27**, 2100 (2002).