

# Модуляционная неустойчивость и генерация коротких импульсов в средах с релаксирующей керровской нелинейностью и высоким значением параметра самообострения

И.О.Золотовский, Д.А.Коробко, В.А.Лапин

*Модуляционная неустойчивость в волноводах с сильной керровской нелинейностью, характеризующейся задержанным нелинейным откликом, исследуется с учетом влияния параметра самообострения и дисперсии третьего порядка. Получены общие выражения для коэффициента модуляционного усиления. Проведен анализ влияния параметров волновода на коэффициент усиления. Показано, что совместное действие задержанного нелинейного отклика и отрицательной дисперсии нелинейности приводит к увеличению коэффициента модуляционного усиления. Полученные соотношения подтверждаются результатами численного моделирования. Результаты работы могут быть применены при создании компактных генераторов последовательностей высокочастотных импульсов.*

**Ключевые слова:** модуляционная неустойчивость, задержанный нелинейный отклик, параметр самообострения.

## 1. Постановка задачи и основные уравнения

Технология получения оптических сред, обладающих высокими значениями керровской нелинейности, интенсивно развивается в последние годы. В качестве примеров таких сред можно назвать полупроводниковые волноводы [1–3], нанокompозитные материалы [4, 5], фотонно-кристаллические структуры [6], в том числе на основе полимерных и органических материалов [7, 8]. Потребность в материалах подобного рода вызвана необходимостью их использования в оптоэлектронных устройствах – компрессорах импульсов, оптических переключателях, логических элементах и т.п. [9–11]. Высокое значение керровской нелинейности позволяет повысить эффективность нелинейного преобразования в таких устройствах, миниатюризировать их и, таким образом, использовать их в компактных оптоэлектронных схемах.

Генераторы последовательностей коротких импульсов, принцип действия которых основан на эффекте модуляционной неустойчивости (МН) непрерывной волны в нелинейной диспергирующей среде [12], представляют собой еще один тип таких нелинейных преобразователей. МН типична для нелинейных систем, поддерживающих распространение локализованных волн, и связана с балансом между нелинейностью и дисперсией [13]. Этот эффект экспериментально был обнаружен в кварцевых световодах с постоянной аномальной дисперсией групповых скоростей, в которых была зафиксирована генерация последовательности импульсов из непрерывной модулированной волны [14, 15]. Отметим, что стандартные кварцевые световоды характеризуются сравнительно низким коэффициентом нелинейности, поэтому для генерации после-

довательности коротких солитоноподобных импульсов их длина должна быть порядка нескольких километров.

В настоящей работе рассматривается МН в оптическом волноводе с высокой нелинейностью. Специфика данной задачи состоит в том, что в этом случае при построении модели МН необходим учет высших нелинейных и дисперсионных эффектов: запаздывания нелинейного отклика, самообострения волнового фронта, дисперсии третьего порядка. Полученные в результате соотношения могут быть использованы при создании компактных генераторов и компрессоров оптических импульсов на основе сильнонелинейных волноводов.

Характеристикой нелинейного отклика среды служит нелинейный показатель преломления, связанный с действительной частью нелинейной диэлектрической восприимчивости третьего порядка  $\chi^{(3)}$  [12, 16],

$$n_2 = \frac{3}{8n} \text{Re}\chi^{(3)}, \quad (1)$$

где  $n$  – линейная часть показателя преломления среды  $\bar{n}$ . Мы ограничиваем рассмотрение случаем изотропной среды и линейно поляризованного электрического поля распространяющейся волны, когда нелинейную поляризацию среды можно представить как  $P_{\text{NL}} = \chi^{(3)}E^3$ , где  $E$  – напряженность электрического поля. Таким образом, «полный» показатель преломления связан с интенсивностью поля  $|E|^2$  как

$$\bar{n} = n + n_2|E|^2. \quad (2)$$

В приближении медленно меняющихся амплитуд поле волнового пакета, распространяющегося в волноводе вдоль оси  $z$ , можно представить как

$$E(\mathbf{r}, t) = U(x, y)A(z, t)\exp\{i[(\beta(\omega) - \beta_0)z - (\omega - \omega_0)t]\},$$

где  $\omega_0$  – несущая частота пакета;  $\beta(\omega)$  – постоянная распространения;  $U(x, y)$  – распределение поля в плоскости, поперечной направлению распространения. Для амплитуд  $A(z, t)$  волнового пакета в нелинейном волноводе спра-

И.О.Золотовский, Д.А.Коробко, В.А.Лапин. Ульяновский государственный университет, Россия, 432000 Ульяновск, ул. Л.Толстого, 42; e-mail: rafzol.14@mail.ru, korobkotam@rambler.ru, lva2013@yandex.ru

Поступила в редакцию 17 июня 2013 г., после доработки – 29 августа 2013 г.

ведливо нелинейное уравнение Шредингера (НУШ), которое в сопутствующей системе координат, движущейся с групповой скоростью  $u_{gr} = (\partial\beta/\partial\omega)_{\omega=\omega_0}^{-1}$ , выглядит как [12, 16]

$$i\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + \gamma|A|^2 A = 0. \quad (3)$$

Здесь

$$\tau = t - \int_0^z \frac{dz}{u_{gr}(z)}$$

– время в сопутствующей системе координат, а  $\beta_2 = (\partial^2\beta/\partial\omega^2)_{\omega=\omega_0}^{-1}$  – дисперсия групповых скоростей волновода. Коэффициент нелинейности

$$\gamma = \frac{n_2\omega_0}{cS_{eff}}, \quad (4)$$

где

$$S_{eff} = \left( \int_0^\infty |U(x,y)|^2 dx dy \right)^2 \left( \int_0^\infty |U(x,y)|^4 dx dy \right)^{-1}$$

– эффективная площадь моды. В дальнейшем мы будем рассматривать распространение волны в одномодовом волноводе с величиной  $S_{eff}$ , постоянной по его длине.

Уравнение (3) хорошо описывает распространение волновых пакетов длительностью более 0.1 пс в одномодовых кварцевых световодах с  $n_2 \approx 3 \times 10^{-20}$  м<sup>2</sup>/Вт, что соответствует коэффициенту нелинейности (в зависимости от длины волны и конкретной реализации световода)  $\gamma \approx 2-30$  Вт<sup>-1</sup>·км<sup>-1</sup> [12]. Нелинейный показатель преломления  $n_2$  современных высоконелинейных оптических материалов может достигать  $\sim 10^{-14}-10^{-15}$  м<sup>2</sup>/Вт [1–8], и, таким образом, коэффициент нелинейности  $\gamma$  волноводов, изготовленных из этих материалов, может превышать коэффициент нелинейности кварцевых волноводов на 5–6 порядков. При средней мощности модулированной волны  $P_0 \approx 1$  Вт характерная длина нелинейности таких волноводов может составлять всего несколько миллиметров, что перспективно как для миниатюризации оптоэлектронных элементов, так и для получения высокой степени компрессии генерируемых солитоноподобных импульсов. Их длительность может быть найдена приблизительно из грубой оценки, согласно которой модулированная волна с периодом модуляции  $T$  переходит в последовательность солитонов с длительностью  $\tau_0$  и пиковой мощностью  $P = P_0 T/\tau_0$ . Из условия равенства дисперсионной и нелинейной длин солитона получаем, что  $\tau_0 \approx |\beta_2|/(\gamma P_0 T)$ . Отсюда следует, что при использовании характерных параметров высоконелинейных волноводов и модулированной волны  $\gamma = 100$  Вт<sup>-1</sup>·м<sup>-1</sup>,  $\beta_2 = 10^{-23}$  с<sup>2</sup>/м,  $P_0 = 10$  Вт и  $T = 10^{-12}$  с такие волноводы длиной всего несколько миллиметров могут генерировать импульсы длительностью порядка десятков фемтосекунд.

Однако для точного описания распространения волновых пакетов в высоконелинейных волноводах уравнение (3) оказывается недостаточным, т.к. не включает в себя членов, ответственных за высшие нелинейные и дисперсионные эффекты, которыми можно было пренебречь в случае низкой нелинейности. Наиболее важным из них является релаксационный характер сильной нелинейности, связанный с тем, что нелинейный отклик оптической среды не мгновенный, а обладает конечным временем установления  $\tau_{NL}$ . Несмотря на большое разнообразие механизмов возникновения оптической нелинейности, практически всегда можно заметить, что чем сильнее нелиней-

ность, тем большим временем отклика она характеризуется [16]. Квазистатическое рассмотрение, описываемое уравнением (3), остается справедливым, если длительность импульса излучения намного больше времени установления нелинейности  $\tau_{NL}$ . Слабонелинейные кварцевые световоды характеризуются временем отклика порядка нескольких фемтосекунд, что следует учитывать при распространении ультракоротких импульсов длительностью менее 0.1 пс [16]. При описании распространения таких импульсов (длительностью в несколько периодов колебаний поля) приходится отказаться от понятия медленно меняющихся амплитуд и рассматривать совместно волновые уравнения для поля и материальные уравнения, описывающие отклик среды. В последние годы получили развитие методы, основанные на раздельном описании быстрого (электронного) и «медленного» (рамановского) отклика среды [17] и на пространственно-временном многомасштабном разложении волнового уравнения распространения ультракороткого импульса [18].

В полупроводниковых волноводах время релаксации нелинейности  $\tau_{NL}$  значительно выше – оно составляет от долей до десятков пикосекунд, при этом величина нелинейного отклика, оказывающего сильное воздействие на распространение волновых пакетов, также значительно выше, чем в кварцевом стекле [1, 7, 8, 16, 19]. Столь высокие значения  $\tau_{NL}$  позволяют учитывать релаксацию нелинейности в рамках приближенной модели Дебая [16, 20–22]. Кроме этого, высокая нелинейность приводит к необходимости учета эффекта самообострения волнового фронта и дисперсии высшего порядка.

Ограничим рассмотрение распространением импульсов с длительностями не менее 0.05 пс, что позволяет сохранить описание волновых пакетов при помощи медленно меняющейся огибающей и взять за основу НУШ (3). После введения членов, ответственных за учет дисперсии третьего порядка и эффекта самообострения, обобщенное уравнение распространения в сильнонелинейном волноводе можно представить в виде системы

$$i\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} - i\frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A}{\partial \tau^3} + \Delta n A - i\frac{\mu}{\gamma}\frac{\partial}{\partial \tau}(\Delta n A) = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial \tau} = \frac{1}{\tau_{NL}}(-\Delta n + \gamma|A|^2).$$

Здесь введена величина нелинейного отклика среды  $\Delta n(\tau)$ , зависящая от времени, а также параметры дисперсии третьего порядка  $\beta_3 = (\partial^3\beta/\partial\omega^3)_{\omega=\omega_0}^{-1}$  и самообострения. Последний параметр определяется величиной и дисперсией нелинейности оптической среды [16, 23]

$$\mu = \frac{2n_2}{cS_{eff}} - \frac{\omega_0}{c}\frac{\partial}{\partial \omega}\left(\frac{n_2}{S_{eff}}\right). \quad (6)$$

В стандартных кварцевых световодах с хорошей степенью точности обычно полагают, что  $\mu \approx 2\gamma/\omega_0$  [12], т.е.  $\mu$  – малая величина, слабо влияющая на динамику волнового пакета в том случае, если его длительность более 100 фс, а пиковая мощность значительно меньше 1 МВт. В сильнонелинейных волноводах этот параметр значительно возрастает, причем не только за счет роста коэффициента нелинейности, но и за счет дисперсионных факторов, и может достигать  $10^{-12}-10^{-11}$  Вт<sup>-1</sup>·м<sup>-1</sup>·с. Ниже будет проведен анализ устойчивости постоянного (по времени) решения этой системы ( $A = A_0 \exp(i\gamma|A_0|^2 z)$ ) по отношению к малым модуляциям и получены условия разви-

тия модуляционной неустойчивости, необходимые для генерации последовательностей импульсов из модулированной волны.

## 2. Модуляционная неустойчивость в условиях релаксирующей нелинейности

Как уже отмечалось, система (5) обладает решением в виде непрерывной волны постоянной мощности  $P_0$ , испытывающей нелинейный фазовый сдвиг

$$A(z) = \sqrt{P_0} \exp(i\gamma P_0 z). \quad (7)$$

Рассмотрим малое возмущение этой волны  $a(z, \tau)$ , приводящее к малому изменению нелинейного отклика  $\delta n$ ,

$$A(z, \tau) = (\sqrt{P_0} + a) \exp(i\gamma P_0 z), \quad (8)$$

$$\Delta n = \gamma P_0 + \delta n.$$

Линеаризованная по малым возмущениям система (5) принимает вид

$$i \frac{\partial a}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 a}{\partial \tau^2} - i \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 a}{\partial \tau^3} + \sqrt{P_0} \delta n - i \frac{\mu}{\gamma} \left( \sqrt{P_0} \delta n \frac{\partial \delta n}{\partial \tau} + \gamma P_0 \frac{\partial a}{\partial \tau} \right) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \delta n}{\partial \tau} = \frac{1}{\tau_{NL}} [-\delta n + \gamma \sqrt{P_0} (a + a^*)].$$

Из (9) можно получить систему линейных уравнений для фурье-компонент  $\tilde{a}(\Omega, k)$  и  $\tilde{a}^*(-\Omega, -k)$ :

$$\left[ k + \frac{\beta_2}{2} \Omega^2 + \frac{\beta_3}{6} \Omega^3 + \frac{\gamma P_0}{1 + i\Omega \tau_{NL}} + \frac{\mu P_0}{1 + i\Omega \tau_{NL}} (2\Omega + i\Omega^2 \tau_{NL}) \right] \tilde{a} + (\gamma P_0 + \mu P_0 \Omega) \frac{\tilde{a}^*}{1 + i\Omega \tau_{NL}} = 0, \\ (\gamma P_0 - \mu P_0 \Omega) \frac{\tilde{a}}{1 + i\Omega \tau_{NL}} + \left[ -k + \frac{\beta_2}{2} \Omega^2 + \frac{\beta_3}{6} \Omega^3 + \frac{\gamma P_0}{1 + i\Omega \tau_{NL}} - \frac{\mu P_0}{1 + i\Omega \tau_{NL}} (2\Omega + i\Omega^2 \tau_{NL}) \right] \tilde{a}^* = 0.$$

Система обладает нетривиальным решением в том случае, если ее определитель равен нулю. Из этого условия находим дисперсионное соотношение между частотой модуляции  $\Omega$  и постоянной распространения  $k$ :

$$k = \frac{\beta_3 \Omega^3}{6} + \left( 1 + \frac{i}{2} \Omega \tau_{NL} \right) \frac{2\mu P_0 \Omega}{1 + i\Omega \tau_{NL}} \pm \frac{|\Omega|}{2} \left[ \beta_2^2 \Omega^2 + \frac{4\beta_2 \gamma P_0}{1 + i\Omega \tau_{NL}} + \frac{4\mu^2 P_0^2}{(1 + i\Omega \tau_{NL})^2} \right]^{1/2}. \quad (10)$$

Следует отметить, что полученное дисперсионное соотношение (10) в предельном случае  $\tau_{NL} = 0$  переходит в соотношение, полученное в работе [24] для среды с мгновенным нелинейным откликом, а в случае  $\beta_3 = 0, \mu = 0$  совпадает с полученным в [22] результатом для среды с релаксирующей нелинейностью без учета высших порядков дисперсии и дисперсии нелинейности. Таким образом, мож-

но утверждать, что настоящая работа обобщает результаты, полученные в указанных статьях.

Из (10) видно, что можно выделить две дисперсионные ветви  $k(\Omega)$ , при этом различны не только мнимые, но и действительные части постоянной распространения. Действительная часть ответственна за распространение волны с пространственным периодом  $z = 2\pi/\text{Re}k$ , мнимая часть определяет ее усиление или затухание, т.е. можно говорить об отдельном распространении затухающей и (наиболее интересной) растущей модуляции. Частотную зависимость коэффициента усиления  $g(\Omega)$  запишем в виде

$$g(\Omega) = 2 \text{Im} k = -\frac{2\mu P_0 \Omega^2 \tau_{NL}}{1 + \Omega^2 \tau_{NL}^2} \pm |\beta_2| |\Omega| \times \text{Re} \left( -\Omega^2 - \frac{\text{sgn}(\beta_2) 4\gamma P_0}{|\beta_2| (1 + i\Omega \tau_{NL})} - \frac{4\mu^2 P_0^2}{\beta_2^2 (1 + i\Omega \tau_{NL})^2} \right)^{1/2}. \quad (11)$$

В предельном случае мгновенного отклика ( $\tau_{NL} = 0$ ) и без учета самообострения ( $\mu = 0$ ) получаем классический случай МН [12], возникающей в волноводе с аномальной дисперсией  $\beta_2 < 0$  в полосе частот  $-\Omega_c \div \Omega_c$  ( $\Omega_c = 4\gamma P_0/|\beta_2|$ ). Сразу же следует отметить важный результат, заключающийся в том, что величина дисперсии третьего порядка  $\beta_3$  не оказывает влияния на коэффициент усиления начальной фазы МН. Коэффициент  $g(\Omega)$ , определяемый выражением (11), имеет две ветви. В наиболее типичном случае, в котором параметр самообострения  $\mu > 0$  и

$$\frac{2\mu P_0 \Omega^2 \tau_{NL}}{1 + \Omega^2 \tau_{NL}^2} < |\beta_2| |\Omega| \times \text{Re} \left( -\Omega^2 - \frac{\text{sgn}(\beta_2) 4\gamma P_0}{|\beta_2| (1 + i\Omega \tau_{NL})} - \frac{4\mu^2 P_0^2}{\beta_2^2 (1 + i\Omega \tau_{NL})^2} \right)^{1/2},$$

ветви имеют разные знаки, при этом бóльшая по модулю соответствует затуханию, а меньшая – усилению модуляции. Если волновод обладает отрицательной дисперсией нелинейности  $\mu < 0$ , бóльшим по абсолютному значению становится модуляционное усиление. При  $\mu P_0 \Omega^2 \tau_{NL} \rightarrow 0$  абсолютные значения затухания и усиления сравниваются.

На рис.1, 2 представлены зависимости абсолютного значения коэффициента  $g(\Omega)$  в случае аномальной и нормальной дисперсии волновода  $\beta_2$  при различных  $\tau_{NL}$  и  $\mu$ . Значения  $\gamma, \beta_3$  и  $P_0$  выбраны типичными для высоконелинейных волноводов. Зависимости представлены для положительных частот ( $\Omega > 0$ ), для отрицательных частот они выглядят симметрично:  $g(\Omega) = g(-\Omega)$ . Это можно показать, еще раз выполнив проведенную процедуру с системой (9) для фурье-компонент  $\tilde{a}(-\Omega, k)$  и  $\tilde{a}^*(\Omega, -k)$ .

Из графиков на рис.1, а следует, что скорость нелинейного отклика очень сильно влияет на величину и частотный диапазон коэффициента модуляционного усиления. Как уже было отмечено, при мгновенном нелинейном отклике ( $\tau_{NL} = 0$ ) область МН в волноводе с аномальной дисперсией ограничена предельной частотой  $\Omega_c = 4\gamma P_0 \times |\beta_2|^{-1}$ . При учете инерции нелинейности область МН становится неограниченной. При малых  $\tau_{NL}$  (0.01 пс) область сильной МН, которую можно назвать областью параметрического усиления, в основном сохраняется. За ее пределами возникает область слабой МН, обусловленная релаксацией нелинейности. При увеличении  $\tau_{NL}$  (0.3 пс) величина параметрического МН-усиления снижается, и

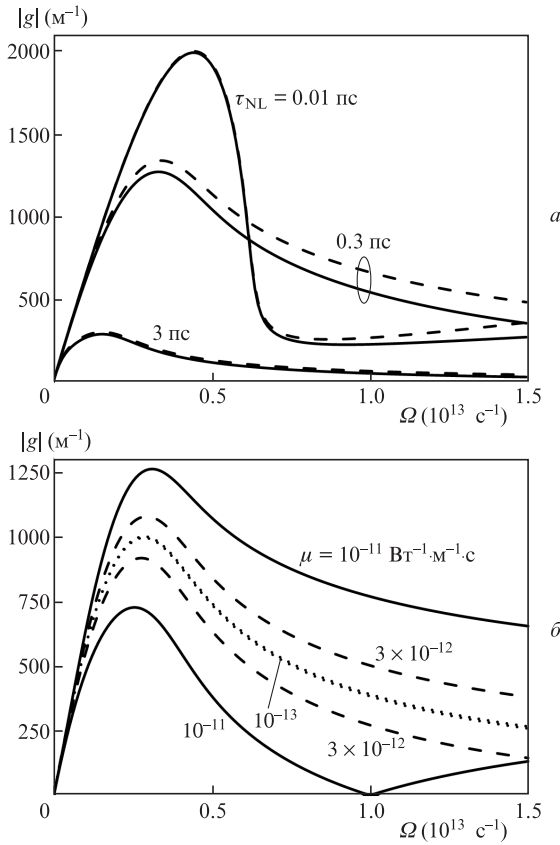


Рис.1. Абсолютные значения коэффициента усиления (затухания)  $g(\Omega)$  (11) при аномальной дисперсии волновода  $\beta_2 = -10^{-22} \text{ c}^2/\text{м}$ ,  $\mu = 10^{-12} \text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{с}$  и различных значениях  $\tau_{\text{NL}}$  (сплошные кривые соответствуют коэффициенту усиления, штриховые – затухания) (а), а также при  $\tau_{\text{NL}} = 0.5 \text{ пс}$  и различных значениях  $\mu$  (б). В обоих случаях  $\gamma = 100 \text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$ ,  $\beta_3 = 10^{-35} \text{ c}^3/\text{м}$ ,  $P_0 = 10 \text{ Вт}$ .

резкая граница между областями размывается. При больших временах релаксации (3 пс) существует неограниченная область слабой МН, в которой параметрическое усиление дает небольшой вклад только в районе малых частот. Максимальное модуляционное усиление, вызванное задержанным нелинейным откликом, приходится на область частот  $\Omega \approx 1/\tau_{\text{NL}}$ .

Влияние положительного параметра самообострения  $\mu$  выражается в «расщеплении» зависимостей абсолютных значений  $g(\Omega)$ , т. е. в снижении модуляционного усиления и увеличении затухания. На рис.1,б более подробно показано влияние параметра  $\mu$  на коэффициент модуляционного усиления при типичном времени  $\tau_{\text{NL}}$ . При малых  $\mu$  ( $10^{-13}$   $\text{Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{с}$ ) его влияние несущественно (пунктирные линии практически совпадают). При увеличении  $\mu$  ( $3 \times 10^{-12}$   $\text{Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{с}$ ) ветви графиков  $|g(\Omega)|$  «расщепляются», т. е. положительный параметр  $\mu$  оказывает демпфирующее воздействие на МН, вызванную как параметрическим усилением, так и релаксацией нелинейности. В случае большого положительного  $\mu$  ( $10^{-11}$   $\text{Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{с}$ ) частотная область модуляционного усиления становится ограниченной, причем, когда  $\Omega > 10^{13} \text{ c}^{-1}$ , коэффициент  $g$  меняет знак и определяет затухание модуляции.

Важно отметить, что при реализации волновода с отрицательным параметром самообострения  $\mu < 0$  ситуация становится обратной, т. е. при большом отрицательном  $\mu$  модуляционное усиление растет. Это усиление МН можно объяснить «встречным» действием запаздываю-

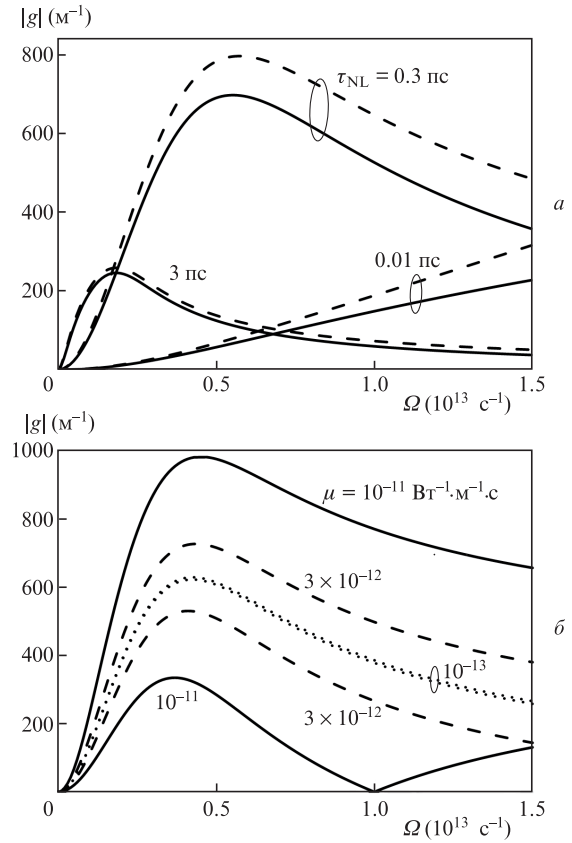


Рис.2. Абсолютные значения коэффициента усиления (затухания)  $g(\Omega)$  (11) при нормальной дисперсии волновода  $\beta_2 = 10^{-22} \text{ c}^2/\text{м}$ ,  $\mu = 10^{-12} \text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{с}$  и различных значениях  $\tau_{\text{NL}}$  (сплошные кривые соответствуют коэффициенту усиления, штриховые – затухания) (а), а также при  $\tau_{\text{NL}} = 0.5 \text{ пс}$  и различных значениях  $\mu$  (б). В обоих случаях  $\gamma = 100 \text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$ ,  $\beta_3 = 10^{-35} \text{ c}^3/\text{м}$ ,  $P_0 = 10 \text{ Вт}$ .

щего нелинейного отклика, снижающего скорость волновых максимумов, и нелинейного «укручения» переднего волнового фронта. При  $\mu > 0$  происходит укручение заднего фронта волны [16, 25], которое при совместном действии с запаздывающим откликом снижает эффект МН. Здесь важно добавить, что эффект усиления МН возникает только при совместном действии отрицательного самообострения и релаксирующей нелинейности. При мгновенном нелинейном отклике как отрицательный, так и положительный параметр  $\mu$  способствует снижению МН.

Специфическим эффектом запаздывающего нелинейного отклика является МН при нормальной ( $\beta_2 > 0$ ) дисперсии волновода. На рис.2,а показана частотная зависимость  $g(\Omega)$  для волновода с  $\beta_2 > 0$  при различных значениях времени  $\tau_{\text{NL}}$ . Как известно, при мгновенном нелинейном отклике в волноводах с нормальной дисперсией МН не возникает, т. е. область параметрического усиления отсутствует (подкоренное выражение в (11) всегда отрицательно). При быстром отклике ( $\tau_{\text{NL}} = 0.01 \text{ пс}$ ) МН возникает в области высоких частот. При повышении  $\tau_{\text{NL}}$  до 0.3 пс и затем до 3 пс максимальное усиление снижается и переходит в область низких частот. На рис.2,б показаны зависимости  $|g(\Omega)|$  для волновода с нормальной дисперсией при различных значениях параметра  $\mu$  и при характерном времени  $\tau_{\text{NL}}$ . Отметим, что, как и в случае аномальной дисперсии, положительный параметр самообострения способствует снижению, а отрицательный – усилению МН.

### 3. Применение полученных результатов при моделировании генераторов импульсов

Соотношения, полученные в предыдущем разделе, относятся к начальной фазе МН. При дальнейшем ее развитии усиливаются не только спектральные компоненты с частотой модуляции  $\Omega$ , но и следующие гармоники, при этом происходит истощение накачки (ею можно называть спектральную компоненту с  $\Omega = 0$ , изначально представленную непрерывной волной с мощностью  $P_0$ ). При этом коэффициент усиления  $g$  на частоте модуляции снижается. В итоге модулированная волна распадается на последовательность солитоноподобных импульсов – бризеров [26]. Как уже отмечалось выше, в сильнонелинейных волноводах этот процесс происходит на длине порядка нескольких миллиметров. Полученные соотношения могут быть полезны при анализе развитой фазы МН и при создании на основе сильнонелинейных волноводов генераторов последовательностей импульсов.

Развитая фаза МН в волноводе с высокой нелинейностью исследовалась нами численно. Для этого было проведено моделирование методом пошагового «расщепленного» преобразования Фурье [12] системы (5) при различных параметрах волновода. В качестве начальной рассмотрена гармонически модулированная волна

$$A(\tau, 0) = \sqrt{P_0} \left( 1 + 0.01 \cos \frac{\tau}{T} \right) \quad (12)$$

с мощностью  $P_0 = 10$  Вт.

На рис.3,а показаны результаты моделирования прохождения начальной модулированной волны в сильнонелинейном волноводе с аномальной дисперсией при различных временах релаксации нелинейности  $\tau_{NL}$ . Период модуляции  $T = 1$  пс, что соответствует частоте  $\Omega = 2\pi \times 10^{12}$  с<sup>-1</sup>. Как можно видеть, время  $\tau_{NL}$  имеет определяющее значение при развитии МН, что находится в согласии с полученными выше результатами. При малых временах релаксации (0.01 пс) на небольшой длине волновода (5.6 мм), обладающего сильной нелинейностью, образуется высокочастотная последовательность коротких солитоноподобных импульсов. При увеличении времени релаксации (0.1 пс) коэффициент модуляционного усиления снижается и для формирования импульсной последовательности требуется волновод большей длины. При дальнейшем увеличении времени задержки отклика, когда он становится сравнимым с периодом модуляции ( $\tau_{NL} = 0.5$  пс), коэффициент модуляционного усиления низок, и МН развивается крайне слабо. Таким образом, можно утверждать, что использование высоконелинейных волноводов с большим временем нелинейного отклика в качестве генераторов высокочастотных импульсных последовательностей неэффективно, и необходимо искать способы снижения времени релаксации. В качестве примера отметим, что для полупроводниковых структур одним из возможных методов снижения  $\tau_{NL}$  является воздействие ионизирующего излучения [27]. Вместе с тем прямое снижение времени релаксации обычно приводит к ухудшению нелинейных свойств волновода, что, естественно, нежелательно.

На основании результатов, полученных выше, мы предлагаем принципиальный вариант модификации высоконелинейного генератора последовательности импульсов, использующего эффект МН. Для этого необходимо создать высоконелинейный волновод, характеризующий-

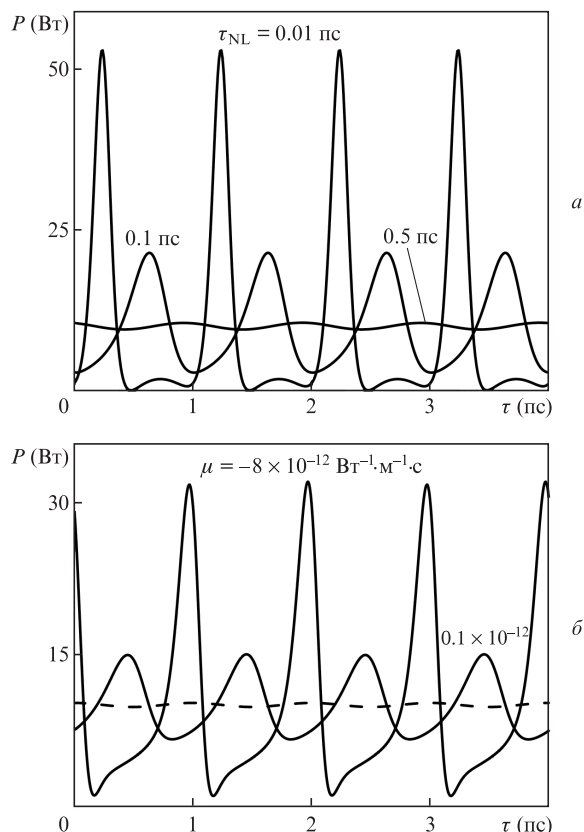


Рис.3. Мощность модулированного сигнала в развитой фазе модуляционной неустойчивости с  $P_0 = 10$  Вт после прохождения волновода длиной 5.6 мм при  $\mu = 10^{-12}$  Вт<sup>-1</sup>·м<sup>-1</sup>·с и различных значениях  $\tau_{NL}$  (а), а также после прохождения волновода длиной 9.2 мм при  $\tau_{NL} = 0.5$  пс и различных значениях  $\mu$  (штриховой линией показана начальная модулированная волна) (б). В обоих случаях  $\beta_2 = 5 \times 10^{-23}$  с<sup>2</sup>/м,  $\beta_3 = -5 \times 10^{-37}$  с<sup>3</sup>/м,  $\gamma = 100$  Вт<sup>-1</sup>·м<sup>-1</sup>.

ся отрицательной дисперсией нелинейности и, следовательно, параметром самообострения  $\mu < 0$ . Это может быть сделано, например, путем формирования в волноводе периодической структуры [28]. Из результатов предыдущего раздела видно, что высоконелинейный волновод со средним временем релаксации нелинейности и отрицательным параметром самообострения обладает более высоким коэффициентом модуляционного усиления, чем аналогичный волновод с положительным  $\mu$ , и является более эффективным генератором импульсных последовательностей.

На рис.3,б приведены результаты моделирования прохождения модулированной волны (12) с периодом  $T = 2$  пс в сильнонелинейном волноводе со временем релаксации  $\tau_{NL} = 0.5$  пс при высоком отрицательном ( $\mu = -8 \times 10^{-12}$  Вт<sup>-1</sup>·м<sup>-1</sup>·с) и невысоком положительном ( $\mu \approx \gamma/\omega_0 = 0.1 \times 10^{-12}$  Вт<sup>-1</sup>·м<sup>-1</sup>·с) параметрах самообострения волновода. Видно, что в волноводе с отрицательным  $\mu$  на небольшой длине формируется последовательность солитоноподобных импульсов. Волновод с малым положительным  $\mu$  характеризуется меньшим коэффициентом модуляционного усиления и менее эффективен как генератор высокочастотных импульсных последовательностей.

### 4. Заключение

Рассмотрен эффект МН в волноводах с сильной керровской нелинейностью, характеризующейся задержан-

ным нелинейным откликом, с учетом влияния параметра самообострения и дисперсии третьего порядка. Подобные волноводы перспективны в качестве компактных генераторов последовательностей коротких импульсов в оптоэлектронных схемах. Система уравнений, описывающая распространение волнового пакета в волноводе такого типа, проанализирована на устойчивость к малым возмущениям. Получено общее выражение для коэффициента усиления (затухания) малых гармонических модуляций. Показано, что в частных случаях (без учета самообострения и дисперсии третьего порядка или в отсутствие задержанного нелинейного отклика) наш результат совпадает с известными выражениями коэффициента модуляционного усиления [22, 24]. Из полученных нами выражений следует, что дисперсия третьего порядка не оказывает влияния на коэффициент модуляционного усиления, влияние задержанного нелинейного отклика и параметра самообострения имеет комплексный характер и зависит от величины и знака параметра самообострения  $\mu$ .

При малых значениях параметра самообострения волновода ( $|\mu| < 1/(P_0\Omega^2\tau_{NL})$ ) его влияние несущественно. Специфическим эффектом задержанного нелинейного отклика является образование дополнительной частотной области МН с максимумом модуляционного усиления в районе  $\Omega \approx 1/\tau_{NL}$ . Важно то, что эффект релаксации нелинейности обеспечивает существование МН в волноводе с нормальной дисперсией, что невозможно при мгновенном отклике. В волноводе с аномальной дисперсией с ростом  $\tau_{NL}$  граница между областью МН, определяемой задержанным откликом, и областью параметрического модуляционного усиления размывается. Максимальное усиление быстро падает с ростом времени релаксации  $\tau_{NL}$  как при нормальной, так и при аномальной дисперсиях волновода.

При мгновенном нелинейном отклике параметр самообострения, независимо от знака, является демпфирующим фактором по отношению к МН и снижает коэффициент модуляционного усиления. При совместном действии нелинейной релаксации и существенного самообострения ( $|\mu| > 1/(P_0\Omega^2\tau_{NL})$ ) результат зависит от знака  $\mu$ . Положительный параметр самообострения приводит к подавлению МН, а при отрицательном  $\mu$  вследствие «встречного» действия релаксирующей нелинейности и укручения волнового фронта происходит существенное увеличение коэффициента модуляционного усиления. Данный эффект возможно использовать при создании компактных генераторов высокочастотных импульсных последовательностей на основе МН в волноводах с сильной релаксирующей керровской нелинейностью. Выводы ра-

боты подтверждаются результатами проведенного численного моделирования.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ.

- Valdueza-Felip S., Naranjo F.B., Gonzalez-Herraez M., Monroy E., Solns J., in *Quantum Dots – A Variety of New Applications*. Ed. by A.Al-Ahmadi (Rieka, Croatia: InTech, 2012).
- Pelusi M.D., Ta'eed V.G., Lamont M.R.E., Madden S., Choi D.-Y., Luther-Davies B., Eggleton B.J. *IEEE Photonics Technol. Lett.*, **19** (19), 1496 (2007).
- Koos C., Vorreau P., Vallaitis T., Dumon P., Bogaerts W., Baets R., Esambeson B., Biaggio I., et al. *Nat. Photonics*, **3** (4), 216 (2009).
- Dowd A., Elliman R.G., Samoc M., Luther-Davies B. *Appl. Phys. Lett.*, **74** (2), 239 (1998).
- Ballesteros J.M., Solis J., Serna R., Afonso C.N. *Appl. Phys. Lett.*, **74** (19), 2791 (1999).
- Scalora M., Dowling J.P., Bowden C.M., Bloemer M.J. *Phys. Rev. Lett.*, **73**, 1368 (1994).
- Vallaitis T., Bogatscher S., Alloatti L., Dumon P., Baets R., Scimeca M.L., Biaggio I., Diederich F., Koos C., Freude W., Leuthold J. *Opt. Express*, **17** (20), 17357 (2009).
- Li Z., Hu X., Zhang J., Yang H., Gong Q. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **43**, 385104 (2010).
- Li Q., Wai P.K.A., Senthilnathan K., Nakkeeran K. *J. Lightwave Technol.*, **29** (9), 1293 (2011).
- Meneses J.W.M., Sousa J.R.R., Costa M.B.C., Ferreira A.C., Lima F.T., Sobrinho C.S., Lyra M.L., Sombra A.S.B. *J. Nonlinear Optical Physics & Materials*, **21** (3), 1250037 (2012).
- Wada O. *New J. Physics*, **6**, 183 (2004).
- Агравал Г. *Нелинейная волоконная оптика* (М.: Мир, 1996).
- Akhmediev N. *Nature*, **413**, 267 (1991).
- Tai K., Hasegawa A., Tomita A. *Phys. Rev. Lett.*, **56**, 135 (1986).
- Dianov E.M., Mamyshev P.V., Prokhorov A.M., Chernikov S.V. *Opt. Lett.*, **14**, 1008 (1989).
- Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988).
- Козлов С.А., Сазонов С.В. *ЖЭТФ*, **111**, 404 (1997).
- Kumar A. *Phys. Rev. A*, **81**, 013807 (2010).
- Akiyama T., Georgiev N., Mozume T., Yoshida H., Venu Gopal A., Wada O. *Electron. Lett.*, **37** (2), 129 (2001).
- Cambournac C., Maillotte H., Lantz E., Dudley J.M., Chauvet M. *J. Opt. Soc. Am. B*, **19**, 574 (2002).
- Trillo S., Wabnitz S., Stegeman G.I., Wright E.M. *J. Opt. Soc. Am. B*, **6**, 889 (1989).
- Liu X., Haus J.W., Shahriar S. *Opt. Commun.*, **281** (10), 2907 (2008).
- Золотовский И.О., Семенцов Д.И. *Оптика и спектроскопия*, **99**, 994 (2005).
- Zolotovskii I.O., Lapin V.A., Sementsov D.I. *Phys. of Wave Phen.*, **21**, 20 (2013).
- Anderson D., Lisak M. *Phys. Rev. A*, **27**, 1393 (1983).
- Dudley J.M., Genty G., Dias F., Kibler B., Akhmediev N. *Opt. Express*, **17**, 21497 (2009).
- Silberberg Y., Smith P.W., Miller D.A.B., Tell B., Gossard A.C. *Appl. Phys. Lett.*, **46**, 701 (1985).
- Agrawal G. *Applications of nonlinear fiber optics* (New York: Academic press, 2001).