

Определение амплитуды нановибраций с помощью частотно-модулированного полупроводникового лазерного автодина

Д.А.Усанов, А.В.Скрипаль, Е.И.Астахов

Описан метод измерений амплитуд нановибраций по автодинному сигналу полупроводникового лазера на нескольких длинах волн лазерного излучения. Приведено теоретическое описание вида частотно-модулированного автодинного сигнала при гармонических вибрациях отражателя, и представлен вывод соотношений для его спектральных составляющих с использованием разложений в ряды Фурье и Бесселя. Представлены результаты численного моделирования с использованием предложенного метода измерения амплитуды нановибраций отражателя по низкочастотному спектру автодинного сигнала частотно-модулированного лазерного автодина и решения соответствующей обратной задачи. Описана экспериментальная установка, приведены результаты измерений амплитуд нановибраций и спектров автодинных сигналов при нановибрациях отражателя.

Ключевые слова: лазерный автодин, внешняя оптическая обратная связь, частотная модуляция лазерного излучения, спектр автодинного сигнала, измерение амплитуд нановибраций.

1. Введение

Возможность измерения амплитуд нановибраций методами лазерной интерферометрии обсуждалась в работах [1–3]. Однако, как было показано в работе [2], для проведения таких измерений требуется калибровка регистрирующей системы перед каждым измерением. Кроме того, результат измерений в значительной мере зависит от точности измерений фазы интерференционного сигнала.

Для измерения амплитуд нановибраций мы предлагаем использовать токовую модуляцию лазерного излучения, позволяющую реализовать одновременные измерения на нескольких длинах волн излучения лазера. Это открывает возможности проведения измерений амплитуд нановибраций без дополнительного механического возбуждения колебаний с микронной амплитудой в исследуемом объекте, необходимого для калибровки.

Известен ряд работ, демонстрирующих успешное применение токовой модуляции полупроводникового лазера для измерения расстояний, параметров движения, вибраций объектов [4, 5–11]. Интерес представляет создание измерительных систем на основе эффекта автодинного детектирования в полупроводниковом лазере. Автодинные измерительные системы, созданные на основе такого эффекта, по сравнению с интерференционными системами обладают меньшими габаритами и весом, низким энергопотреблением [4, 12–18].

В частности, в работе [5] продемонстрирована возможность определения расстояния до отражателя при линейном изменении инжекционного тока лазера по значе-

нию частоты модуляции интерференционного сигнала с развязкой от источника света, а в работе [11] – с помощью метода, использующего отношения амплитуд гармоник низкочастотного спектра частотно-модулированного автодинного сигнала.

Важным параметром при проведении измерений характеристик движений объекта с использованием лазерной автодинной системы является величина внешней оптической обратной связи. В автодинной системе режим, при котором автодинный сигнал аналогичен интерференционному с развязкой от источника излучения, возможен при низких величинах обратной связи. При ее увеличении происходит искажение автодинного сигнала в отличие от случая, когда интерференция происходит в системе, отделенной от источника сигнала развязывающим элементом. Как было показано в работах [4, 19–21], величина внешней оптической обратной связи оказывает существенное влияние на форму автодинного сигнала полупроводникового лазерного излучателя и, как результат, на точность определения параметров движения отражателя в автодинных системах.

Авторами работы [22] токовая модуляция полупроводникового лазерного автодина использовалась для учета влияния величины внешней оптической обратной связи на измеряемое значение амплитуды нановибраций, при этом проводилась предварительная калибровка автодинного сигнала, реализуемая возбуждением дополнительных механических колебаний отражателя.

Частотная модуляция в лазерной интерферометрии нашла применение при создании высокоточных измерителей расстояний, перемещений, скоростей и вибраций в микронном диапазоне перемещений [23–29]. Использование отношений амплитуд четных и нечетных гармоник низкочастотного спектра автодинного сигнала [29] позволяет с микронным разрешением определять расстояния от лазерного автодина до неподвижного отражателя в диапазоне до 8 см. Применение токовой модуляции полупроводникового лазера для измерения вибраций в общем слу-

Д.А.Усанов, А.В.Скрипаль, Е.И.Астахов. Саратовский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского, Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83; e-mail: UsanovDA@info.sgu.ru, skripalav@info.sgu.ru, elisey.astakhov@gmail.com

чае затруднено вследствие сложности математического описания обратной задачи.

Целью настоящей работы является теоретическое и экспериментальное обоснование возможности измерения амплитуд нановибраций по низкочастотному спектру автодинного сигнала частотно-модулированного полупроводникового лазерного автодина.

2. Формирование автодинного сигнала для случая оптической многочастотной модуляции излучения полупроводникового лазера

Полупроводниковый лазер с внешней оптической обратной связью можно описать в рамках модели составного резонатора Лэнга и Кобаяши [30]. Динамику однододового лазерного излучения в такой модели можно описать уравнениями для комплексного электрического поля с запаздывающим аргументом и для концентрации носителей заряда [23, 24]. В работе [20] показана возможность представления автодинного сигнала в режиме стационарной генерации излучения полупроводникового лазера, что позволяет перейти от системы дифференциальных уравнений на основе использования малосигнального анализа к нелинейному уравнению для мощности излучения полупроводникового лазерного автодина.

При отражении от вибрирующего с нанометровой амплитудой отражателя мощность излучения частотно-модулированного полупроводникового лазера может быть определена в результате использования малосигнального анализа дифференциальных уравнений для комплексного электрического поля с запаздывающим аргументом и для концентрации носителей заряда и записана в виде [20]

$$P(j(t)) = P_1(j(t)) + P_2(j(t))\cos(\omega(j(t))\tau(t)), \quad (1)$$

где $P_1(j(t))$ – амплитудная составляющая мощности, не зависящая от расстояния до внешнего отражателя; $P_2(j(t))$ – амплитудная составляющая мощности, зависящая от фазового набега волны $\omega\tau$ в системе с внешним отражателем; $\tau(t)$ – время обхода лазерным излучением внешнего резонатора; $\omega(j(t))$ – частота излучения полупроводникового лазера, зависящая от плотности тока накачки $j(t)$ и величины обратной связи.

Частота и амплитудные составляющие излучения частотно-модулированного полупроводникового лазера определяются следующими соотношениями:

$$\omega(j(t)) = \omega_0 + \omega_a \sin(\Omega_1 t + \varepsilon_1), \quad (2)$$

$$P_1(j(t)) = I_1 \sin(\Omega_1 t + \varepsilon_1), P_2(j(t)) = I_2 \sin(\Omega_1 t + \varepsilon_1), \quad (3)$$

где ω_0 – собственная частота излучения полупроводникового лазерного диода; ω_a – амплитуда модуляции частоты излучения полупроводникового лазерного диода; Ω_1 – частота модуляции тока питания лазерного диода; ε_1 – начальная фаза; I_1, I_2 – амплитуды токовой модуляции составляющих P_1, P_2 .

Время обхода лазерным излучением внешнего резонатора при движении отражателя по гармоническому закону определится соотношением

$$\tau(t) = \tau_0 + \tau_a \sin(\Omega_2 t + \varepsilon_2), \quad (4)$$

где τ_0 – время обхода лазерным излучением внешнего резонатора с неподвижным отражателем; $\tau_a = 2\xi/c$, ξ – амплитуда колебаний отражателя; ε_2 – начальная фаза; Ω_2 – частота колебаний отражателя.

3. Спектр автодинной лазерной системы при токовой модуляции лазерного диода и вибрациях отражателя

Для определения амплитуды нановибраций отражателя необходимо получить выражение для амплитуд спектральных составляющих автодинного сигнала. В общем случае при произвольном соотношении между частотой модуляции лазерного излучения и частотой колебаний отражателя анализ выражения (1) затруднителен в связи со сложностью математической обработки сигнала, формируемого в такой системе. На практике возможно реализовать случай синхронизации частоты и начальной фазы колебаний отражателя с начальной фазой и частотой модуляции лазерного излучения. В этом случае решение обратной задачи о нахождении характеристик нановибраций по автодинному сигналу существенно упрощается.

Для получения аналитического выражения рассмотрим случай, когда частота модуляции лазерного излучения равна частоте колебаний отражателя ($\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$) и начальные фазы тоже равны ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$). Как будет показано ниже, эти условия легко реализуются в экспериментальной установке. Тогда, с учетом соотношений (2)–(4), мощность излучения полупроводникового лазера может быть представлена в виде

$$P(j(t)) = I_1 \sin(\Omega t + \varepsilon) + I_2 \sin(\Omega t + \varepsilon) \times \cos(\omega_0 \tau_0 + (\omega_a \tau_0 + \omega_0 \tau_a) \sin(\Omega t + \varepsilon)). \quad (5)$$

Вводя обозначения $\theta = \omega_0 \tau_0$ и $\sigma = \omega_a \tau_0 + \omega_0 \tau_a$, представим выражение для $P(t)$ в виде разложения в ряд по функциям Бесселя [5]:

$$P(t) = [I_1 \sin \varepsilon + I_2 \cos \theta J_0(\sigma) \sin \varepsilon - I_2 \cos \theta J_2(\sigma) \sin \varepsilon] \cos(\Omega t) + [I_1 \cos \varepsilon + I_2 \cos \theta J_0(\sigma) \cos \varepsilon - I_2 \cos \theta J_2(\sigma) \cos \varepsilon] \sin(\Omega t) + \sin \theta I_2 \sum_{n=1}^{\infty} (J_{2n+1} - J_{2n-1}) \sin(2n\varepsilon) \sin(2n\Omega t) + \cos \theta I_2 \sum_{n=1}^{\infty} (J_{2n} - J_{2n+2}) \sin((2n+1)\varepsilon) \cos((2n+1)\Omega t) + \cos \theta I_2 \sum_{n=1}^{\infty} (J_{2n} - J_{2n+2}) \cos((2n+1)\varepsilon) \sin((2n+1)\Omega t), \quad (6)$$

где J_n – функция Бесселя первого рода порядка n . Используя разложение $P(t)$ в ряд Фурье

$$P(t) = 1/2 a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_{2n} \cos(2n\Omega t) - b_{2n} \sin(2n\Omega t)] + \sum_{n=1}^{\infty} [a_{2n-1} \cos((2n-1)\Omega t) - b_{2n-1} \sin((2n-1)\Omega t)], \quad (7)$$

можно получить следующие выражения для фурье-коэффициентов:

$$a_1 = I_1 \sin \varepsilon + I_2 \cos \theta J_0(\sigma) \sin \varepsilon - I_2 \cos \theta J_2(\sigma) \sin \varepsilon, \quad (8)$$

$$b_1 = I_1 \cos \varepsilon + I_2 \cos \theta J_0(\sigma) \cos \varepsilon - I_2 \cos \theta J_2(\sigma) \cos \varepsilon, \quad (9)$$

$$a_{2n} = \sin \theta I_2 \sum_{n=1}^{\infty} (J_{2n-1} - J_{2n+1}) \cos(2n\varepsilon), \quad (10)$$

$$b_{2n} = \sin \theta I_2 \sum_{n=1}^{\infty} (J_{2n+1} - J_{2n-1}) \sin(2n\varepsilon), \quad (11)$$

$$a_{2n+1} = \cos \theta I_2 \sum_{n=1}^{\infty} (J_{2n} - J_{2n+2}) \sin((2n+1)\varepsilon), \quad (12)$$

$$b_{2n+1} = \cos \theta I_2 \sum_{n=1}^{\infty} (J_{2n} - J_{2n+2}) \cos((2n+1)\varepsilon). \quad (13)$$

Вводя коэффициенты C_1, C_2, C_3, C_4 , равные по модулю четным и нечетным спектральным составляющим сигнала и определяемые как

$$C_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}, \quad (14)$$

$$C_{2n} = \sqrt{a_{2n}^2 + b_{2n}^2}, \quad (15)$$

$$C_{2n+1} = \sqrt{a_{2n+1}^2 + b_{2n+1}^2}, \quad (16)$$

можно получить их значения в виде

$$C_1 = \cos \theta I_2 [J_0(\sigma) - J_2(\sigma)] + I_1, \quad (17)$$

$$C_2 = \sin \theta I_2 [J_1(\sigma) - J_3(\sigma)], \quad (18)$$

$$C_3 = \cos \theta I_2 [J_2(\sigma) - J_4(\sigma)], \quad (19)$$

$$C_4 = \sin \theta I_2 [J_3(\sigma) - J_5(\sigma)], \quad (20)$$

т.е. для $n = 1, 2, \dots$

$$C_{2n} = \sin \theta I_2 [J_{2n-1}(\sigma) - J_{2n+1}(\sigma)], \quad (21)$$

$$C_{2n+1} = \cos \theta I_2 [J_{2n}(\sigma) - J_{2n+2}(\sigma)]. \quad (22)$$

Соотношения (17) – (22) определяют связь спектральных составляющих частотно-модулированного автодинного сигнала с функциями Бесселя первого рода.

Чтобы найти амплитуду нановибраций ξ , входящую в параметр σ , используем отношение амплитуд второй и четвертой (или $2n$ -й и $2n+2$ -й) гармоник:

$$C_2/C_4 = [J_1(\sigma) - J_3(\sigma)]/[J_3(\sigma) - J_5(\sigma)]. \quad (23)$$

$$C_{2n}/C_{2n+2} = [J_{2n-1}(\sigma) - J_{2n+1}(\sigma)]/[J_{2n+1}(\sigma) - J_{2n+3}(\sigma)]. \quad (24)$$

Решение уравнений (23), (24) относительно неизвестного параметра σ требует знания параметров токовой модуляции лазерного автодина, в частности амплитуды модуляции частоты излучения полупроводникового лазерного диода ω_a .

4. Численное моделирование и решение обратной задачи определения амплитуд нановибраций отражателя

Численное моделирование с использованием предложенного метода применительно к частотно-модулированному полупроводниковому лазерному автодину проводилось при следующих параметрах: длина волны лазерного излучения $\lambda = 654$ нм, $\omega_a = 30 \times 10^8$ рад/с, $\Omega = 500$ Гц, $\xi = 55$ нм. С учетом параметров используемого в экспериментальной установке лазерного автодина выберем $I_1/I_2 = 6$.

На рис.1,а в качестве примера приведена зависимость мощности излучения частотно-модулированного лазерного диода от времени при колебаниях отражателя с амплитудой $\xi = 55$ нм, а на рис.1,б представлен соответствующий спектр. Видно, что в спектре автодинного сигнала наблюдаются четыре гармоники (их амплитуды $C_1 = 6.44$, $C_2 = 0.14$, $C_3 = 0.31$, $C_4 = 0.11$).

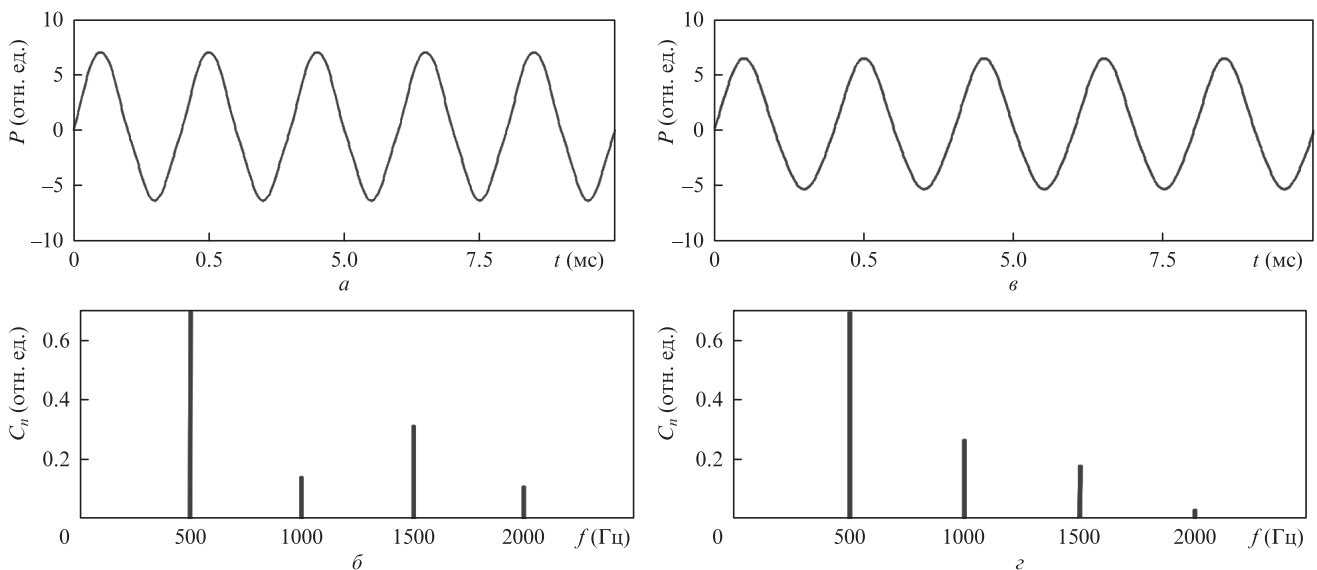


Рис.1. Частотно-модулированный автодинный сигнал при колебаниях отражателя с $\xi = 55$ нм (а) и его спектр (б), а также калибровочный частотно-модулированный автодинный сигнал при неподвижном отражателе (в) и его спектр (г).

Для определения параметров токовой модуляции лазерного автодина по спектру автодинного сигнала с использованием соотношений (23), (24) вычисляется значение калибровочной величины $\sigma_m = \omega_a \tau_0$.

На рис.1,а изображен калибровочный частотно-модулированный автодинный сигнал при неподвижном отражателе, а на рис.1,б представлен его спектр, в котором также наблюдаются четыре гармоники (их амплитуды $C_1 = 5.74$, $C_2 = 0.27$, $C_3 = 0.18$, $C_4 = 0.03$). Решение уравнения (23) или (24) позволяет определить соответствующее значение калибровочной величины σ_m .

Для определения амплитуды нановибраций необходимо из соотношений (23), (24) рассчитать аргумент функции Бесселя первого рода σ , используя отношение амплитуд второй и четвертой спектральных гармоник частотно-модулированного автодинного сигнала при колебаниях отражателя.

Принимая во внимание, что $\tau_a = 2\xi/c$ и $\sigma_m = \omega_a \tau_0$, получаем следующее соотношение для амплитуды нановибраций:

$$\xi = \frac{c}{2} \frac{\sigma - \sigma_m}{\omega_0} \tag{25}$$

Для определения погрешности математического моделирования в исходный сигнал вводилась 10%-ная случайная ошибка с помощью функции rnd в математическом пакете Mathcad 14. Вычисленная по формуле (25) амплитуда нановибраций совпала с заданным при постановке задачи значением, погрешность ее определения составила 2.9%. При задании 5%-ной случайной ошибки погрешность составила 1.6%.

5. Измерения амплитуд нановибраций объекта с помощью частотно-модулированного лазерного автодина

Измерения проводились на установке, фотография которой представлена на рис.2.

В состав установки входили частотно-модулированный полупроводниковый лазерный автодин на базе лазерного диода RLD-650(5) на квантоворазмерных структурах с дифракционно-ограниченной одиночной пространственной модой излучения с длиной волны 654 нм (1), излучение которого направлялось на объект 5, закрепленный на пьезокерамической пластинке 4. При этом диаметр пятна лазерного излучения на поверхности объекта составлял 1 мм. Модуляция длины волны излучения проводилась на частоте $\Omega = 500$ Гц посредством модуляции тока питания лазера с помощью встроенного в учебную лабораторную станцию виртуальных приборов NI ELVIS генератора сигналов 3. Изменение тока питания лазерного диода осуществлялось путем изменения напряжения питания, подаваемого на полупроводниковую структуру от блока управления током питания 2. Колебания пьезокерамической пластинки 4 возникали при подаче с генератора 3 переменного напряжения амплитудой 20 или 10 мВ, что соответствует колебаниям пластинки с амплитудой около 55 и 30 нм соответственно. Частота и начальная фаза колебаний пьезокерамической пластинки синхронизированы с частотой и начальной фазой модуляции длины волны лазерного излучения с помощью программного обеспечения к лабораторной станции

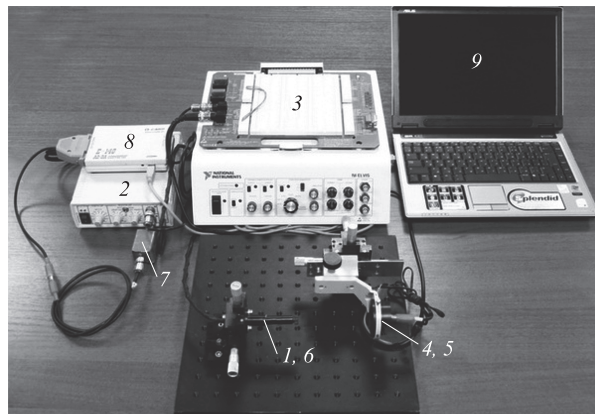


Рис.2. Изображение экспериментальной установки: 1 – полупроводниковый лазер; 2 – блок управления током питания; 3 – генератор сигналов на базе платформы NI ELVIS; 4 – пьезокерамическая пластинка; 5 – объект; 6 – фотоприемник; 7 – фильтр переменного сигнала; 8 – АЦП; 9 – компьютер.

NI ELVIS (3), в котором задаются параметры генерируемых сигналов.

Нами было экспериментально установлено, что эффективная модуляция тока питания лазерного диода наблюдалась при амплитуде модулирующего сигнала 20 мВ; это обеспечивало наличие в спектре автодинного сигнала 2-й и 4-й спектральных составляющих. Отметим, что лазерный диод запитывался от источника тока. Отраженное излучение направлялось в резонатор лазера, изменение выходной мощности которого фиксировалось фотоприемником 6. Протектированный и усиленный сигнал с фотоприемника проходил через фильтр переменного сигнала 7 и поступал на вход аналого-цифрового преобразователя 8 (частота дискретизации 100 кГц), соединенного с компьютером 9.

При проведении измерений в пьезокерамической пластинке возбуждались с помощью генератора колебания с частотой $\Omega = 500$ Гц и амплитудой $\xi = 55$ нм, измеренной методом.

На рис.3,а, б представлены автодинный сигнал в отсутствие токовой модуляции и его спектр, по которому точно измеряются только амплитуды гармоник, что не достаточно для измерения амплитуды вибрации без калибровки автодинного сигнала.

Для калибровки автодинного сигнала на полупроводниковый лазерный диод подавалось модулирующее напряжение 20 мВ с частотой 500 Гц. Зарегистрированный частотно-модулированный автодинный сигнал и его спектр приведены на рис.3,в, г. Вычисленное по нескольким измерениям значение σ_m при неподвижном отражателе составило 2.05.

По полученным значениям σ и σ_m из соотношения (25) определялась амплитуда колебаний отражателя. Ее значение, измеренное в эксперименте, составило 55×10^{-9} м со среднеквадратичным отклонением $\Delta = \pm 4.5 \times 10^{-9}$ м. Амплитуда колебаний пьезокерамики, измеренная с уменьшенной в 2 раза величиной подаваемого на нее напряжения, составила 30×10^{-9} м ($\Delta = \pm 5.2 \times 10^{-9}$ м).

Таким образом, в работе показано, что для частотно-модулированного лазерного излучения может быть решена обратная задача восстановления амплитуды нановибраций по набору спектральных составляющих сигнала, полученного при разложении автодинного сигнала в

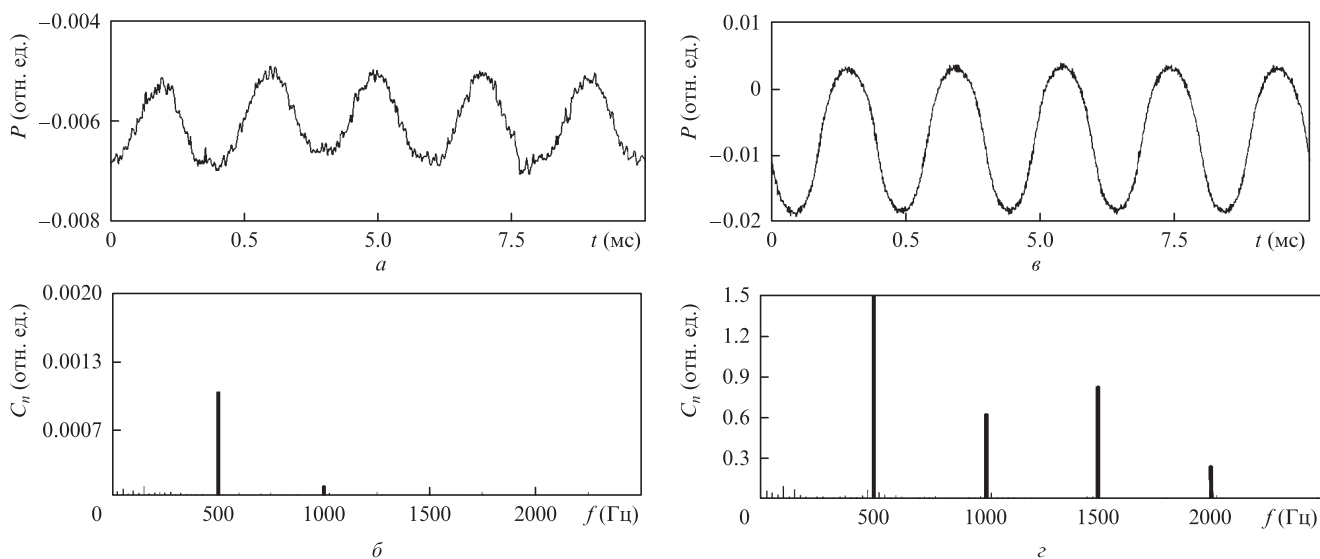


Рис.3. Экспериментальный автодинный сигнал при колебаниях отражателя в отсутствие токовой модуляции (а) и его спектр (б), а также экспериментальный частотно-модулированный автодинный сигнал при колебаниях отражателя (в) и его спектр (г).

ряды по функциям Бесселя и Фурье. С помощью компьютерного моделирования и реализованной на практике измерительной схемы показано, что амплитуды вибраций пьезокерамической пластины могут быть определены с погрешностью менее 20%.

1. Берштейн И.Л. *ДАН*, **94** (4), 655 (1954).
2. Усанов Д.А., Скрипаль А.В. *Письма в ЖТФ*, **29** (9), 51 (2003).
3. Усанов Д.А., Скрипаль А.В. *Квантовая электроника*, **41** (1), 86 (2011).
4. Giuliani G., Norgia M., Donati S., Bosch T. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **4**, S283 (2002).
5. Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Авдеев К.С. *Письма в ЖТФ*, **33** (21), 72 (2007).
6. Соболев В.С., Кашеева Г.А. *Автоматика*, **44** (6), 49 (2008).
7. Scalise L., Yu Y., Giuliani G., Plantier G., Bosch T. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, **53** (1), 223 (2004).
8. Plantier G., Bes C., Bosch T. *IEEE J. Quantum Electron.*, **41** (9), 1157 (2005).
9. Economou G., Youngquist R.G., Davies D.E.N. *J. Lightwave Technol.*, **LT-4** (11), 1601 (1986).
10. Chebbour A., Gorecki C., Tribillon G. *Opt. Commun.*, **111** (1-2), 1 (1994).
11. Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Авдеев К.С. *Письма в ЖТФ*, **33** (21), 72 (2007).
12. Pernick B.J. *Appl. Opt.*, **12** (3), 607 (1973).
13. Seko A., Mitsuhashi Y. *Appl. Phys.*, **27** (3), 140 (1975).
14. Shinohara S., Mochizuki A., Yoshida H., Sumi M. *Appl. Opt.*, **25**, 1417 (1986).
15. Shimizu E.T. *Appl. Opt.*, **26**, 4541 (1987).
16. Jentik H.W., de Mul F.F., Suichies H.E., Aarnoudse J.G., Greve J. *Appl. Opt.*, **27**, 379 (1988).
17. Mocker H.W., Bjork P.E. *Appl. Opt.*, **28**, 4914 (1989).
18. Маргин А.В. *ЖТФ*, **64** (1), 184 (1994).
19. *Unlocking Dynamical Diversity: Optical Feedback Effects on Semiconductor Lasers*. Ed. by D.M. Kane, K. Alan Shore (Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2005).
20. Усанов Д.А., Скрипаль Ал.В., Скрипаль Ан.В. *Физика полупроводниковых радиочастотных и оптических автодинов* (Саратов: изд-во Саратов. ун-та, 2003).
21. Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Авдеев К.С. *Изв. вузов. Сер. Прикладная нелинейная динамика*, **17** (2), 54 (2009).
22. Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Кашавцев Е.О., Калинин М.Ю. *Письма в ЖТФ*, **38** (12), 81 (2012).
23. Tromborg B., Osmundsen J.H., Olesen H. *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-20**, 1023 (1984).
24. Olesen H., Osmundsen J.H., Tromborg B. *IEEE J. Quantum Electron.*, **22**, 762 (1986).
25. Shunc N., Petermann K. *IEEE J. Quantum Electron.*, **24**, 1242 (1988).
26. Семенов А.Т. *Квантовая электроника*, №6, 107 (1971).
27. Гершензон Е.М., Туманов Б.Н., Левит Б.И. *Изв. вузов СССР. Сер. Радиофизика*, **23** (5), 535 (1980).
28. Сурис Р.А., Тагер А.А. *Квантовая электроника*, **11** (1), 35 (1984).
29. Быковский Ю.А., Дедушенко К.Б., Зверьков М.В., Мамаев А.Н. *Квантовая электроника*, **19** (7), 657 (1992).
30. Lang R., Kobayashi K. *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-16**, 347 (1980).