

Критерии для допустимых величин плавных аберраций для лазерных пучков недифракционного качества*

Я.И.Малашко, В.М.Хабибуллин

Предложены аналитические выражения, обоснованные методами численного моделирования, для оценки угловой расходимости лазерных пучков недифракционного качества, содержащих плавные аберрации – сферическую дефокусировку, астигматизм, торонд. С использованием этих выражений сформулированы критерии для допустимых величин плавных аберраций.

Ключевые слова: лазерное излучение, волновой фронт, плавные аберрации волнового фронта.

1. Введение

В оптике, в том числе в лазерной оптике, известны строгие аналитические выражения для расчета характеристик пучков дифракционного качества. Так, для гауссова пучка с исходным радиусом w_0 его поперечного сечения (по уровню $1/e$ от амплитуды поля) на расстоянии z новое значение поперечного радиуса $w(z)$ определяется из выражения [1]

$$w^2(z) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right], \quad (1)$$

где λ – длина волны излучения. Для такого пучка известно также аналитическое выражение для угловой расходимости θ (по уровню 0.5 интенсивности) при наличии сферической составляющей волнового фронта с радиусом кривизны R [2]:

$$\theta = \ln 2 \left[\left(\frac{w_0}{R} \right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\pi w_0^2} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (2)$$

Правило Марешаля [3] позволяет рассчитать уменьшение интенсивности I на оси дифракционно-ограниченного пучка при возмущении волнового фронта со среднеквадратичным отклонением (СКО) $\sigma_{wf} \ll \lambda/14$:

$$I = I_0 \left[1 - \left(\frac{2\pi\sigma_{wf}}{\lambda} \right)^2 \right]. \quad (3)$$

Известно также аналитическое выражение для совместного учета угловой расходимости φ_1 излучения пучка недифракционного качества ($\Omega = \pi\varphi_1^2/4$ – телесный угол, в котором содержится половина мощности пучка) с гауссо-

вым угловым распределением локальных наклонов волнового фронта и ошибки системы наведения σ_{gs} , также подчиняющейся гауссову распределению. При одинаковом вкладе обоих факторов новое значение усредненной по времени угловой расходимости φ_2 определяется из выражения [4]

$$\varphi_2^2 = \varphi_1^2 + 8 \ln 2 \sigma_{gs}^2. \quad (4)$$

Соотношения (1)–(4) практически исчерпывают набор аналитических выражений для учета влияния аберраций на характеристики лазерного излучения.

В приведенных формулах совместный учет исходных характеристик излучения и введенных в них некоррелированных возмущений волнового фронта приводит к процедуре среднеквадратичного сложения или вычитания для расчета результирующих характеристик излучения.

Для лазеров с недифракционным качеством излучения аналогичные аналитические выражения отсутствуют, хотя такие лазеры имеют большое практическое значение, поскольку лазерное излучение с высокой средней мощностью, как правило, обладает недифракционным качеством [5–7] и угловая расходимость излучения на выходе этих лазеров более чем на порядок превышает дифракционную. Существуют реалистичные проекты дистанционной энергетической подпитки космических аппаратов [6], а также лазерных двигателей [7], в которых будут использоваться достаточно мощные лазеры с недифракционной угловой расходимостью излучения. Для корректного построения таких лазерных систем необходимы аналитические выражения, учитывающие вклад в угловую расходимость излучения недифракционного качества плавных аберраций волнового фронта.

В настоящей работе найдены критерии для допустимых величин плавных аберраций волнового фронта для лазерного излучения недифракционного качества. С нашей точки зрения такие критерии позволяют решить три группы вопросов. Первая группа связана с необходимостью разработки оптических схем лазерных каналов с малой угловой расходимостью излучения.

Перечислим, какие задачи можно решать с помощью этих критериев. Положим, что угловая расходимость лазерного излучения равна φ , а апертура пучка – a . Один из

* Доложена на конф. «Оптика лазеров», Россия, С.-Петербург, июнь 2012 г.

Я.И.Малашко, В.М.Хабибуллин. ОАО «ГСКБ “Алмаз-Антей”», Россия, 125190 Москва, Ленинградский просп. 80; e-mail: malashko@yandex.ru

Поступила в редакцию 24 октября 2012 г., после доработки – 22 января 2014 г.

вопросов, которые возникают при настройке оптической системы, это вопрос о том, какова должна быть величина ошибки, например сферической дефокусировки, отнесенной к амплитуде (стрелке прогиба волнового фронта) h_s , чтобы угловая расходимость излучения изменялась несущественно.

К этой же группе вопросов относится допустимая величина астигматизма, который возникает при наклонном падении пучка на поворотное зеркало под углом α . Любое плоское зеркало имеет конечный радиус кривизны, возникающей вследствие ошибки изготовления или термоискажения зеркал, в том числе при их нагружении мощным лазерным излучением. Вне зависимости от причины возникновения кривизны, волновой фронт после отражения в меридиональной плоскости получает скачком добавку

$$h_m = \frac{a^2}{4R \cos \alpha}, \tag{5}$$

а в сагиттальной плоскости – добавку

$$h_s = \frac{a^2 \cos \alpha}{4R}. \tag{6}$$

Амплитуда астигматизма h_a определяется выражением

$$h_a = h_m - h_s = \frac{a^2 \sin^2 \alpha}{4R \cos \alpha}. \tag{7}$$

Мы сформулируем критерий для допустимой величины h_a , несущественно увеличивающей угловую расходимость пучка с апертурой a .

И наконец, к данной группе вопросов относится вопрос о допустимой амплитуде кольцевой aberrации типа тороида, возникающей при кольцевом нагружении зеркала лазерным излучением. Форма aberrации напоминает осесимметричный полином Цернике

$$Z = \sqrt{7} (20\rho^6 - 30\rho^4 + 12\rho^2 - 1),$$

где $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. Таким образом, первая группа вопросов связана с влиянием плавных aberrаций на угловую расходимость φ пучка.

Вторая группа вопросов возникает при оценке эффективности адаптивной системы [8], например вопрос о том, при каких величинах перечисленных выше плавных aberrаций адаптивной системе не требуется их обрабатывать, т.к. такая компенсация не имеет смысла.

Третья группа вопросов связана с возможностью высокоточного измерения aberrаций, например с тем, существуют ли физические или технические ограничения для реализации достаточной точности измерений.

В настоящей статье мы ограничимся рассмотрением вопросов первой группы, решение которых является ключевым для второй и третьей групп.

2. Методический подход

Разработка критериев для допустимых величин плавных aberrаций при заданных угловой расходимости φ и апертуре пучка a возможна на основе аналитических выражений для совместного учета и собственной угловой расходимости пучка, и величин aberrаций его волнового фронта. Очевидно, что при этом дополнительные члены в аналитическом выражении для полной угловой расходимости

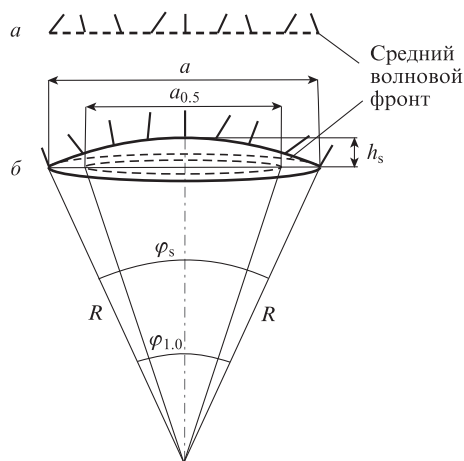


Рис.1. Модель гауссовоподобного пучка без сферической составляющей (а) и при добавлении сферической составляющей с радиусом кривизны R (б).

мости пучка должны быть значительно меньше исходной расходимости φ .

Сначала условимся, что мы будем понимать под моделью пучка с угловой расходимостью, большей дифракционной. Известно [2, 3, 9], что при сферическом прогибе волнового фронта дифракционно-ограниченного пучка со стрелкой прогиба $h_s \geq \lambda$ корректно применение приближения геометрической оптики. Дальнейший анализ мы проведем в этом диапазоне амплитуд возмущений волнового фронта. Обратимся к рис.1,а, на котором изображен волновой фронт, характеризующийся СКО σ_1 его угловых локальных наклонов при их гауссовом распределении. Распределение плотности мощности на апертуре диаметром a будем считать равномерным. Назовем такой пучок гауссовоподобным. Тогда угловая зависимость интенсивности имеет вид

$$I(\phi) = \frac{P_0}{2\pi\sigma_1^2} \exp\left(-\frac{\phi^2}{2\sigma_1^2}\right), \tag{8}$$

где ϕ – полярный угол. Гауссово угловое распределение интенсивности по координате ϕ в (8) шире дифракционного. Для рассматриваемого пучка имеет место следующее соотношение, связывающее угловую расходимость (т.е. телесный угол, в котором содержится половина мощности пучка) с СКО наклонов волнового фронта [4]:

$$\varphi = 2\sqrt{2 \ln 2} \sigma_1 \approx 2.36\sigma_1. \tag{9}$$

Гауссовоподобное угловое распределение интенсивности характерно для мощных лазерных комплексов с большим числом зеркал и многочисленными некоррелированными возмущающими факторами и подтверждается экспериментально.

3. Вывод аналитических соотношений и результаты численного моделирования

3.1. Критерий для допустимой величины aberrации типа сферической дефокусировки

На рис.1,а показан волновой фронт пучка недифракционного качества с апертурой a и СКО σ_1 . В среднем волновой фронт представляет собой плоскость.

На рис.1,б показан тот же волновой фронт, к которому добавлена сферическая составляющая с радиусом кривизны $R \gg a$. Волновой фронт представляет собой сферу со средним радиусом кривизны R , на которой имеют место его локальные наклоны с СКО σ_2 . При условии $h_s \ll a \ll R$ справедливо следующее соотношение:

$$h_s = \frac{a^2}{8R}. \tag{10}$$

Телесный угол $\Omega_{1,0}$ конуса, в котором распространяется совокупность всех лучей пучка со сферическим волновым фронтом, равномерно распределенных по апертуре, определяется как

$$\Omega_{1,0} = \frac{\pi}{4} \varphi_{1,0}^2 = \frac{\pi}{4} \left(\frac{a}{R}\right)^2. \tag{11}$$

В телесном угле

$$\Omega_{0,5} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\varphi_{1,0}}{\sqrt{2}}\right)^2 \tag{12}$$

распространяется половина всех лучей. Интересующий нас плоский угол φ_s , соответствующий телесному углу $\Omega_{0,5}$, определяется выражением

$$\varphi_s = \frac{4\sqrt{2}h_s}{a} \approx \frac{5.64h_s}{a}. \tag{13}$$

Таким образом, в приближении геометрической оптики ($h_s \gg \lambda$) формула (13) справедлива при условии, что φ_s равно примерно шести и более дифракционным пределам λ/a .

Определим СКО σ_s локальных наклонов сферического волнового фронта (рис.1). Для участка сферы с хордой длиной $a \ll R$ и стрелкой прогиба волнового фронта $h_s \ll a$ (рис.1,б) локальные наклоны описываются выражением

$$\theta(x) = x/R,$$

где x – текущая координата на апертуре диаметром a . СКО локальных наклонов участка сферы σ_s на хорде длиной a определяется из соотношения

$$\sigma_s^2 = \frac{R}{a} \int_{-a/2}^{+a/2} \left(\frac{x}{R}\right)^2 d\left(\frac{x}{R}\right) = \frac{16}{3} \left(\frac{h_s}{a}\right)^2. \tag{14}$$

Учет угловой расходимости лазерного пучка при внесении плавных aberrаций проводится квадратичным сложением величин, входящих в аналитические выражения, поскольку складываемые величины некоррелированы. Таким образом, новое значение СКО, учитывающее два фактора, определяется из выражения

$$\sigma_2^2 = \sigma_1^2 + \sigma_s^2 = \sigma_1^2 \left[1 + \frac{16}{3} \left(\frac{h_s}{\sigma_1 a}\right)^2\right], \tag{15}$$

а, следовательно, угловая расходимость φ_2 связана с исходной соотношением

$$\varphi_2^2 = \varphi_1^2 \left[1 + \frac{16}{3} \left(\frac{h_s}{\sigma_1 a}\right)^2\right], \tag{16}$$

которое может быть также записано в упрощенном виде [4]:

$$\varphi_2 = 2.36\sigma_2. \tag{17}$$

Критерием для допустимой величины дефокусировки является соотношение

$$\frac{16}{3} \left(\frac{h_s}{\sigma_1 a}\right)^2 \ll 1, \text{ откуда } h_s \ll \frac{\sqrt{3}}{4} \sigma_1 a. \tag{18}$$

При осесимметричном исходном пучке и осесимметричном возмущении волнового фронта формулы (15)–(17) можно вывести и другим способом при условии $h_s \ll a\sigma_1$. Положим, что дискретные значения локальных наклонов волнового фронта φ_i получены методом Гартмана в N эквидистантных точках на апертуре диаметром a .

СКО σ_1 локальных наклонов определяется из выражения (при $N \gg 1$)

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{N} \sum_i \varphi_i^2. \tag{19}$$

При добавлении сферической составляющей с радиусом R на апертуре диаметром a возникает регулярное возмущение волнового фронта с амплитудой в центре h_s , при этом $h_s \ll a \ll R$. Тогда первый от центра локальный наклон на правой полуапертуре получит угловое приращение $a/(RN)$ и станет равным

$$\varphi_{+1} + \frac{a}{RN}, \tag{20}$$

а последний составит

$$\varphi_{N/2} + \frac{N}{2} \frac{a}{RN}. \tag{21}$$

Первый от центра локальный наклон на левой полуапертуре будет равен

$$\varphi_{-1} - \frac{N}{2} \frac{a}{RN}, \tag{22}$$

а последний –

$$\varphi_{-N/2} - \frac{N}{2} \frac{a}{RN}. \tag{23}$$

Новая величина СКО σ_2 определяется из выражения

$$\begin{aligned} \sigma_2^2 &= \frac{1}{N} \left[\left(\varphi_{+1} + \frac{a}{NR}\right)^2 + \dots + \left(\varphi_{N/2} + \frac{N}{2} \frac{a}{NR}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\varphi_{-1} - \frac{a}{NR}\right)^2 + \dots + \left(\varphi_{-N/2} - \frac{N}{2} \frac{a}{NR}\right)^2 \right] \\ &= \sigma_1^2 + \frac{1}{N} \left(\frac{a}{NR}\right)^2 \left[1^2 + 2^2 + \dots + \left(\frac{N}{2}\right)^2\right] \\ &\quad + \frac{1}{N} \frac{a}{NR} \left[1^2 + 2^2 + \dots + \left(\frac{N}{2}\right)^2\right] \\ &= \sigma_1^2 + \frac{2}{N^3} \frac{8h}{a} \left[1^2 + 2^2 + \dots + \left(\frac{N}{2}\right)^2\right]. \end{aligned} \tag{24}$$

Не нарушая общности подхода, положим, что большее число N – четное. Используя соотношение [10]

$$\sum_{k=1}^N k^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6} \approx \frac{2N^3}{6} = \frac{N^3}{3}$$

при $N \gg 1$ (25)

и выражение (24), окончательно получаем

$$\sigma_2^2 = \sigma_1^2 + \frac{16}{3} \left(\frac{h_s}{a}\right)^2 = \sigma_1^2 \left[1 + \frac{16}{3} \left(\frac{h_s}{a}\right)^2\right],$$
 (26)

что совпадает с (15). Тогда угол φ_s , соответствующий половине мощности излучения, с учетом (14) есть

$$\varphi_s = 2\sqrt{2 \ln 2} \sigma_s = 2.36 \sqrt{\frac{16}{3} \left(\frac{h_s}{a}\right)^2} \approx 5.45 \frac{h_s}{a}.$$

Важно, что это выражение практически точно совпадает с формулой (13), полученной нами в приближении геометрической оптики.

На рис.2 приведены результаты численного моделирования углового распределения мощности дифракционно-ограниченного пучка на круговой апертуре со сферической дефокусировкой, а на рис.3 показана доля полной мощности лазерного излучения в конусе с плоским углом $\varphi_s = 5.6h_s/a$. Из рис.3 видно, что формула (13) для сферической дефокусировки достаточно точна при $h_s \geq 3\lambda$ и может быть также использована при $h_s \geq \lambda$.

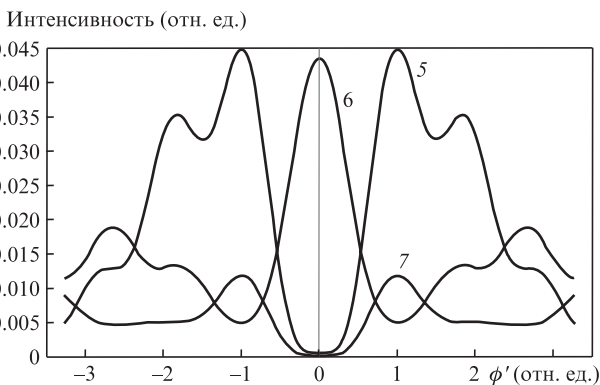
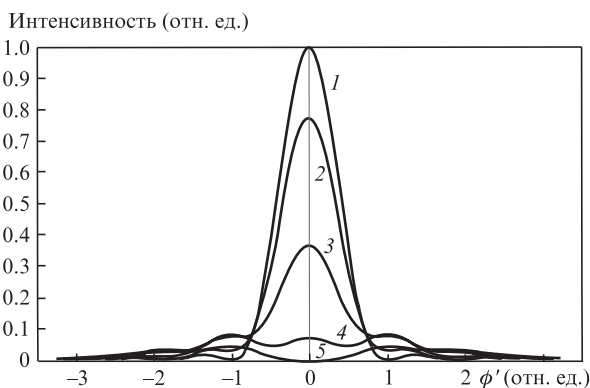


Рис.2. Распределения интенсивности в дальней зоне при стрелке прогиба сферического волнового фронта $h_s = 0$ (1), $\lambda/4$ (2), $\lambda/2$ (3), $3\lambda/4$ (4), λ (5), $3\lambda/2$ (6) и 2λ (7). Здесь и далее ϕ' – угловая координата ϕ , нормированная на угловую расходимость дифракционно-ограниченного пучка $1.22\lambda/a$.

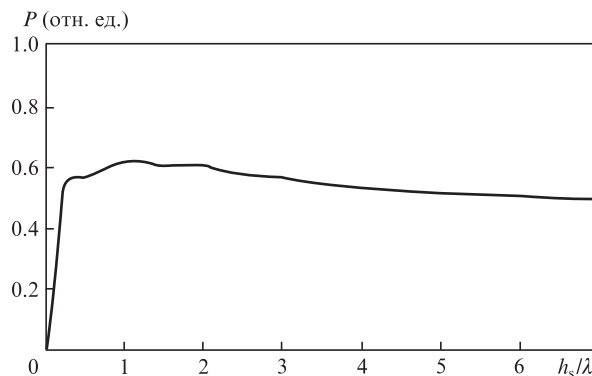


Рис.3. Зависимость доли полной мощности P в телесном угле с соответствующим плоским углом $\varphi_s = 5.6h_s/a$ от стрелки прогиба сферического волнового фронта h_s .

3.2. Критерий для допустимой величины aberrации типа тороида

Аналитический аппарат, разработанный нами для случая сферической дефокусировки еще более точно описывает осесимметричную aberrацию, которую мы условно назвали тороидом (рис.4).

Предположим для простоты, что профиль aberrации типа тороида в сечении близок к круговому сегменту. Тогда текущую стрелку прогиба z с хорошей точностью можно описать выражением (при $b = a\varepsilon \leq \rho \leq a$)

$$z = h_t \left[1 - \left(\frac{4\rho - a - b}{a - b}\right)^2\right] = h_t \left\{1 - \left[\frac{4\rho}{a(1 - \varepsilon)} - \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}\right]^2\right\},$$

где $\varepsilon = b/a$ – отношение внутреннего и внешнего диаметров зоны кольцевого нагружения.

Плоский угол, соответствующий телесному углу, содержащему половину мощности, при $R = [(a - b)/2]^2/(8h_t)$ определяется соотношением

$$\varphi_t = \frac{a - b}{4R} = \frac{8h_t}{a(1 - \varepsilon)}. \tag{27}$$

Результаты численного моделирования углового распределения мощности при $\varepsilon = 0$ представлены на рис.5, а на рис.6 показана доля полной мощности лазерного излучения в конусе с плоским углом φ_t (27) при том же $\varepsilon = 0$. На рис.7 и 8 приведены результаты в случае $\varepsilon = 0.5$. Из рис.6 и 8 следует, что формула (27) справедлива при $h_t > \lambda$.

Дисперсия распределения угловых наклонов с учетом aberrации типа тороида определяется выражением

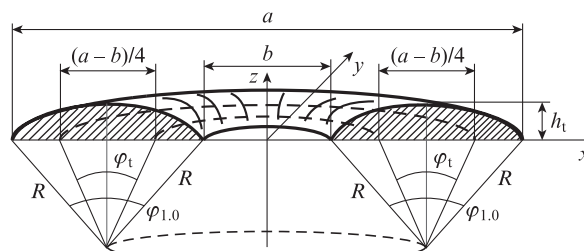


Рис.4. Осесимметричная aberrация типа тороида и определение вносимой ею угловой расходимости.

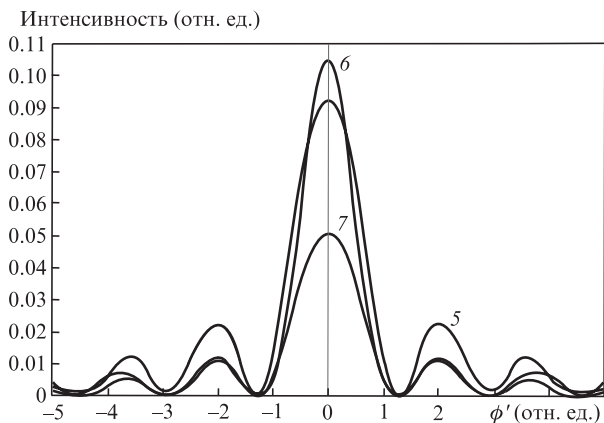
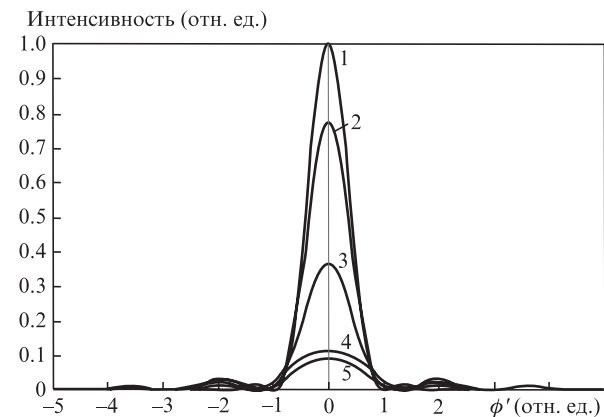


Рис.5. Распределения интенсивности в дальней зоне при стрелке прогиба тороидального волнового фронта $h_t = 0$ (1), $\lambda/4$ (2), $\lambda/2$ (3), $3\lambda/4$ (4), λ (5), $3\lambda/2$ (6) и 2λ (7) при $\varepsilon = 0$.

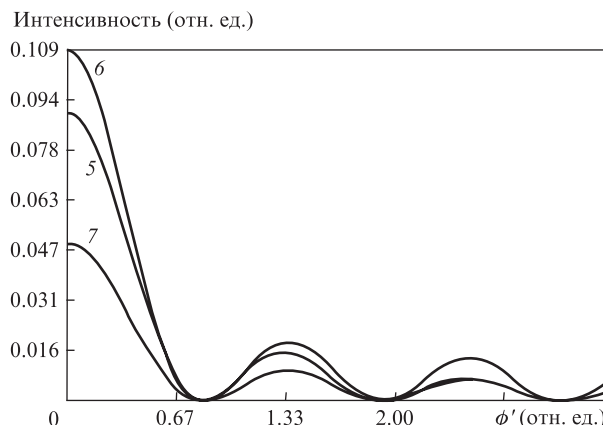
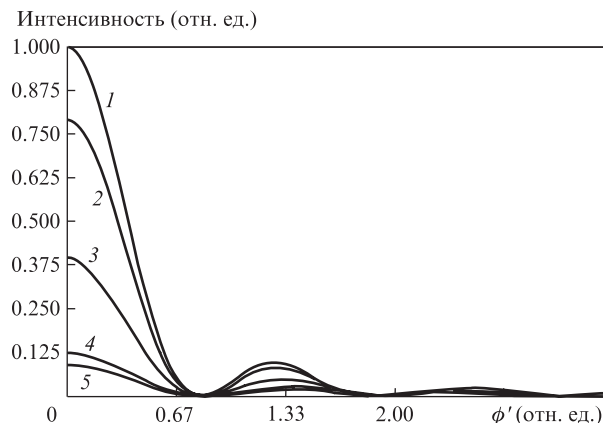


Рис.7. Распределения интенсивности в дальней зоне при стрелке прогиба тороидального волнового фронта $h_t = 0$ (1), $\lambda/4$ (2), $\lambda/2$ (3), $3\lambda/4$ (4), λ (5), $3\lambda/2$ (6) и 2λ (7) при $\varepsilon = 0.5$.

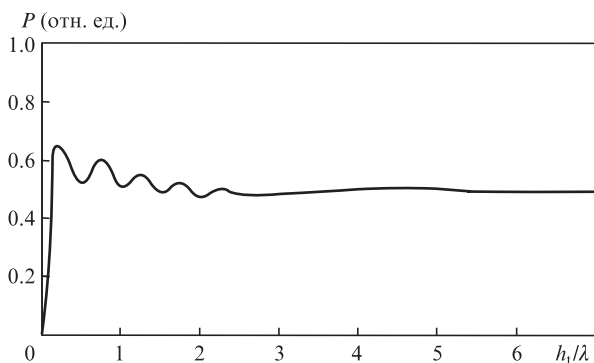


Рис.6. Зависимость доли полной мощности P в телесном угле с соответствующим плоским углом $\varphi_t = 8h_t/[a(1-\varepsilon)]$ при $\varepsilon = 0$ от стрелки прогиба тороидального волнового фронта h_t .

$$\begin{aligned} \sigma_2^2 &= \sigma_1^2 + \left(\frac{\varphi_t}{2.36}\right)^2 = \sigma_1^2 + \left[\frac{1}{2.36} \frac{8h_t}{a(1-\varepsilon)}\right]^2 \\ &= \sigma_1^2 + \frac{35}{3} \left[\frac{h_t}{a(1-\varepsilon)}\right]^2 = \sigma_1^2 + \sigma_t^2, \end{aligned}$$

где к исходной дисперсии σ_1^2 добавляется дисперсия σ_t^2 , обусловленная aberrацией типа тороида.

Угловая расходимость излучения, с учетом aberrации типа тороида и начальной расходимости φ_1 , определяется из выражения

$$\varphi_2^2 = \varphi_1^2 \left\{ 1 + \frac{35}{3} \left[\frac{h_t}{\sigma_1 a(1-\varepsilon)} \right]^2 \right\}. \quad (28)$$

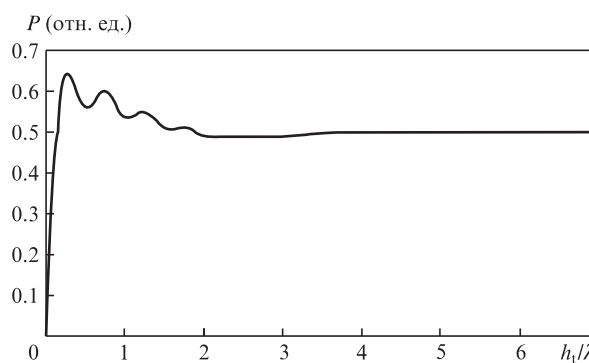


Рис.8. Зависимость доли полной мощности P в телесном угле $\Omega_{0.5}$ с соответствующим плоским углом $\varphi_t = 8h_t/[a(1-\varepsilon)]$ при $\varepsilon = 0.5$ от стрелки прогиба тороидального волнового фронта h_t .

Критерием для допустимой величины aberrации типа тороида является соотношение

$$\frac{35}{3} \left[\frac{h_t}{\sigma_1 a(1-\varepsilon)} \right]^2 \ll 1, \text{ или } h_t \ll \frac{\sqrt{3} \sigma_1 a(1-\varepsilon)}{6}. \quad (29)$$

3.3. Критерий для допустимой величины астигматизма

Рассмотрим влияние астигматизма на угловую расходимость пучка с учетом того, что цилиндрическое возмущение волнового фронта влияет на дифракционную картину в обеих плоскостях. Для расчетов представим астигматизм в виде цилиндрического волнового фронта

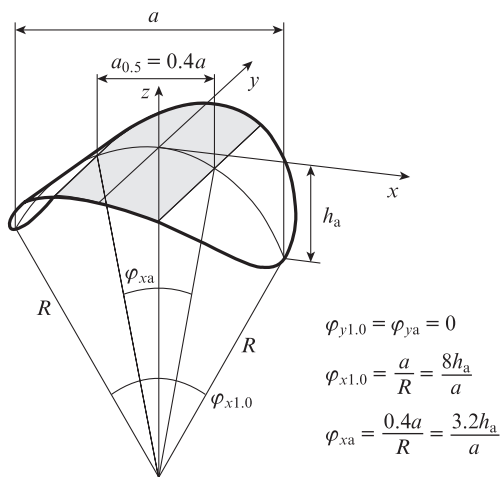


Рис.9. Абберация волнового фронта типа астигматизма в виде цилиндрической поверхности $z = -x^2/(2R)$, ограниченной круглой апертурой диаметром a .

$z = -x^2/(2R)$ (рис.9). На рис.9 также приведены выражения для расчета расходимости излучения, обусловленной цилиндрическим волновым фронтом.

СКО угловых наклонов σ_x и σ_y по осям x и y , обусловленные исходным СКО и астигматизмом, можно представить при $h_a \ll \sigma_1 a$ в виде

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_a^2} = \sqrt{\sigma_1^2 + \left(\frac{3.2h_a}{2.36a}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\sigma_1^2 + \frac{11}{6}\left(\frac{h_a}{a}\right)^2} = \sigma_1 \left[1 + \frac{11}{12}\left(\frac{h_a}{\sigma_1 a}\right)^2\right], \quad \sigma_y = \sigma_1.$$

Таким образом, среднегеометрическая величина дисперсии, обусловленной астигматизмом, есть

$$\sigma_a^2 = \sigma_x \sigma_y = \sigma_1^2 \left[1 + \frac{11}{12}\left(\frac{h_a}{\sigma_1 a}\right)^2\right], \quad (30)$$

где величина $(11/12)(h_a/a)^2$ – добавка, внесенная астигматизмом. Угловая расходимость, обусловленная астигматизмом, с учетом начальной расходимости φ_1 определяется из выражения

$$\varphi_2^2 = \varphi_1^2 \left[1 + \frac{11}{12}\left(\frac{h_a}{\sigma_1 a}\right)^2\right]. \quad (31)$$

Критерием допустимой величины астигматизма является соотношение

$$\frac{11}{12}\left(\frac{h_a}{\sigma_1 a}\right)^2 \ll 1, \text{ или } h_a \ll \sigma_1 a. \quad (32)$$

Для оценки расходимости цилиндрического волнового фронта по уровню половины мощности выбирался угловой размер φ_a эквивалентного круга, соответствующего эллипсу с угловыми размерами осей $\theta_x = 3.2h_a/a$ и $\theta_y = 1.22\lambda/a$. Тогда

$$\varphi_a = \sqrt{\theta_x \theta_y} = \sqrt{3.2 \frac{h_a}{a} \cdot 1.22 \frac{\lambda}{a}} \approx \frac{2}{a} \sqrt{\lambda h_a}. \quad (33)$$

Результаты численного моделирования углового распределения интенсивности для круглой апертуры приведены на рис.10 и 11, а на рис.12 показана доля полной

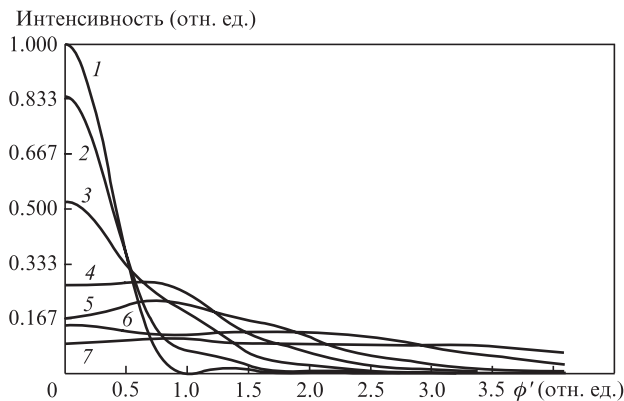


Рис.10. Распределения интенсивности в дальней зоне при стрелке прогиба h_a цилиндрического волнового фронта вдоль оси x , равной 0 (1), $\lambda/4$ (2), $\lambda/2$ (3), $3\lambda/4$ (4), λ (5), $3\lambda/2$ (6) и 2λ (7).

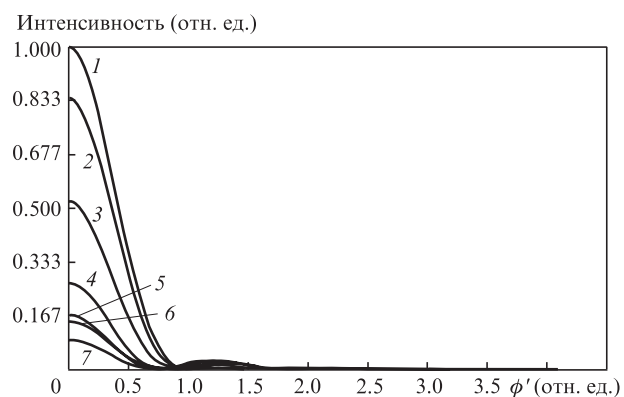


Рис.11. Распределения интенсивности в дальней зоне при стрелке прогиба h_a цилиндрического волнового фронта вдоль оси y , равной 0 (1), $\lambda/4$ (2), $\lambda/2$ (3), $3\lambda/4$ (4), λ (5), $3\lambda/2$ (6) и 2λ (7).

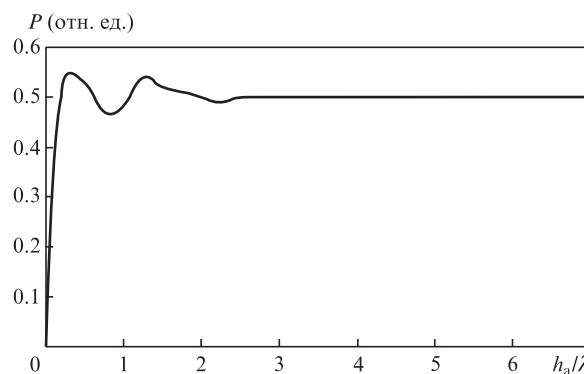


Рис.12. Зависимость доли полной мощности P в телесном угле $\Omega_{0.5}$ с плоским углом $\varphi_a = (2/a)\sqrt{\lambda h_a}$ от стрелки прогиба h_a цилиндрического волнового фронта.

мощности лазерного излучения в конусе с плоским углом $\varphi_a = (2/a)\sqrt{\lambda h_a}$.

4. Примеры использования критериев

Рассмотрим примеры использования выведенных нами критериев для трех описанных выше типов aberrаций, но при постоянных значениях угловой расходимости и апертуры. Положим, что на выходе апертуры с $a = 1$ м лазерный пучок имеет угловую расходимость $\varphi_1 = 5 \times 10^{-5}$ рад ($\sigma_1 = (5/2.36) \times 10^{-5}$ рад = 2.12×10^{-5} рад). Данные расчетов,

Табл.1. Допустимые величины амплитуд плавных aberrаций для пучка с угловой расходимостью 5×10^{-5} рад и апертурой 1 м.

Тип aberrаций волнового фронта	Критерии	Допустимые величины aberrаций
Сферическая дефокусировка	$h_s \ll \sqrt{3}\sigma_1 a/4$	$h_s \leq 1$ мкм
Тороид	$h_t \ll 0.3\sigma_1 a(1 - \epsilon)$	$h_t \leq 0.3$ мкм ($\epsilon = 0.5$)
Астигматизм	$h_a \ll \sigma_1 a$	$h_a \leq 2$ мкм

соответствующих трем сформулированным нами критериям, сведены в табл.1. Видно, что наиболее существенной aberrацией является тороид, а наименее существенной – астигматизм.

5. Заключение

Таким образом, нами выведены простые аналитические выражения для угловой расходимости пучков с недифракционным качеством при внесении в них плавных aberrаций типа сферической дефокусировки, астигматизма и тороида.

Результаты математического моделирования углового распределения мощности дифракционно-ограниченных пучков при введении плавных aberrаций показали корректность полученных аналитических выражений для угловой расходимости.

Предложенные критерии являются инструментом анализа при проектировании лазерных систем. С их помощью можно оценить эффективность адаптивных оптических

систем при подавлении плавных aberrаций волнового фронта.

Возникает практически важный вопрос: имеются ли физические и технические возможности измерить столь малую величину плавных искажений волнового фронта (~ 1 мкм) на апертуре диаметром 1 м хотя бы в лабораторных условиях? Такая возможность технически реализована нами средствами линейной адаптивной оптики с помощью метода удвоенной частоты сферического зондирования волнового фронта [11]. Следовательно, предложенные нами критерии будут иметь практическое применение.

1. Когельник Г., Ли Т. *Световые пучки, резонаторы и типы колебаний. Справочник по лазерам.* Под ред. А.М.Прохорова (М.: Сов. радио, 1978, т. 2).
2. Ананьев Ю.А. *Оптические резонаторы и проблема угловой расходимости лазерного излучения* (М.: Наука, 1979, с.30–33).
3. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973, с. 402, 422, 424, 429).
4. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. *Введение в статистическую радиофизику и оптику* (М.: Наука, 1981).
5. Duffner R.W. *Airborne Lazer (Bullets of Light)* (New York: Plenum Press, 1997).
6. Кишко В.И., Матюхин В.Ф. *Автометрия*, **48** (2), 59 (2012).
7. Reznikov Yu.A. *Int. J. Aerospace Innovations*, **3** (2), 59 (2011).
8. Лукин В.П. *Автометрия*, **48** (2), 3 (2012).
9. Ваганов Р.Б., Каценеленбаум Б.З. *Основы теории дифракции* (М.: Наука, 1982, с.250).
10. Градштейн И.С., Рыжик И.П. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений* (М.: Физматгиз, 1962).
11. Малашко Я.И., Клейменов А.Н., Потемкин И.Б., Хабибулин В.М. *Квантовая электроника*, **43**, 1159 (2013).