

Интерференция бифотонов при параметрическом рассеянии в поле бигармонической накачки

И.И.Золотоверх

Теоретически исследована интерференция бифотонов, излучаемых при коллинеарном параметрическом рассеянии типа II в случае бигармонической накачки. Интерференция возникает при использовании в схеме эксперимента в качестве амплитудного модулятора оптического или электронного затвора. Показано, что фаза интерференции зависит от промежутка времени между моментом открытия затвора и моментом, соответствующим максимуму интенсивности накачки. Основным параметром, влияющим на видность интерференционной картины, является промежуток времени, в течение которого затвор открыт.

Ключевые слова: параметрическое рассеяние, интерференция бифотонов, бигармоническая накачка.

1. Введение

При спонтанном параметрическом рассеянии происходит генерация связанных фотонных пар, или бифотонов [1]. Одной из важных задач квантовой оптики является формирование [2] и преобразование [3] бифотонного поля. Существенное влияние на характеристики бифотонного поля оказывает пространственная и временная модуляция излучения накачки. Преобразование бифотонного поля происходит также в результате интерференции бифотонов. Интерференция бифотонов наблюдалась в основном при воздействии накачки на несколько пространственно разделённых областей нелинейного кристалла [4, 5] или при её импульсном воздействии [6, 7], а также при наличии в схеме эксперимента дополнительного интерферометра (например, интерферометра Майкельсона) [8, 9]. Неклассичность свойств интерференции бифотонов при спонтанном параметрическом рассеянии используется для проверки основ квантовой теории [10], в квантовой криптографии и квантовой телепортации [7, 11]. Помимо генерации при спонтанном параметрическом рассеянии генерация бифотонов может быть получена в параметрических генераторах [12] и описана классическими уравнениями, но в настоящей работе она не рассматривается.

Целью настоящей работы является теоретическое исследование влияния интерференции бифотонов, возникающих от разных спектральных компонент поля бигармонической накачки, на среднюю скорость совпадений фотоотсчётов при использовании в схеме регистрации амплитудного модулятора. Предложены две принципиальные схемы, позволяющие наблюдать интерференцию бифотонов при двухчастотной накачке.

И.И.Золотоверх. НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобельцына МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: zolotoverkh@yandex.ru

Поступила в редакцию 1 июня 2013 г., после доработки – 31 января 2014 г.

2. Волновая функция

Рассмотрим параметрическое рассеяние и интерференцию бифотонов, излучаемых в поле бигармонической накачки, при использовании схемы, приведенной на рис.1. Отметим, что в этой схеме опущены некоторые элементы (фильтры и апертуры), применяющиеся в реальных экспериментах для отсеки «вредных» излучений.

Бигармоническая накачка может быть получена с помощью двухмодового лазера или других источников двухчастотного когерентного оптического излучения. Классическое поле накачки E_p с амплитудами E_{p1} , E_{p2} частотами ω_{p1} , ω_{p2} , фазами φ_{p1} , φ_{p2} и волновыми векторами k_{p1} , k_{p2} , направленными вдоль оси z , проходит через прозрачный кристалл с квадратичной нелинейностью $\chi^{(2)}$, имеющий длину L . В кристалле спонтанно излучаются бифотоны в том же направлении, что и накачка (вдоль оси z). Один фотон бифотона излучается в сигнальную волну, описываемую оператором рождения поля \hat{E}_o^- . Сигнальная волна имеет поляризацию в плоскости рис.1. Другой фотон излучается в холостую волну, описываемую оператором рождения поля \hat{E}_e^- , с перпендикулярной сигнальной волне поляризацией. Сигнальная и холостая волны проходят через элемент 2, состоящий из набора кварцевых пластин и создающий временную задержку τ между обыкновенной и необыкновенной волнами. Бифотоны попадают в

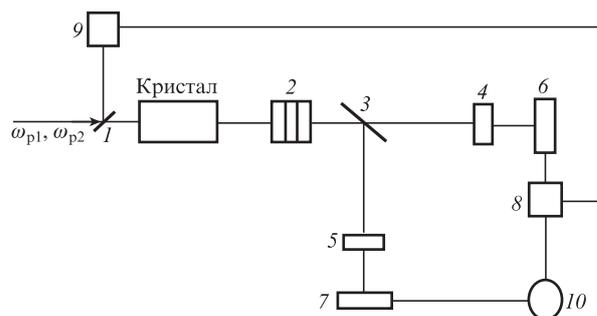


Рис.1. Принципиальная схема для наблюдения интерференции бифотонов, в которой в качестве амплитудного модулятора используется электронный затвор (обозначения см. в тексте).

интерферометр Брауна–Твисса, который состоит из светоделителя 3 с коэффициентами отражения и пропускания 50%, поляризаторов 4 и 5, оси которых расположены под углом $\pi/4$ к направлению поляризации сигнальной волны, фотодетекторов 6, 7, амплитудного модулятора 8, управляемого элементом 9, и схемы совпадений 10. Часть излучения накачки посредством светоделителя 1 отводится к управляемому элементу 9, который синхронизует момент открытия модулятора относительно момента, соответствующего максимуму сигнала модуляции интенсивности накачки. В качестве модулятора 8 используется электронный затвор, который открывается и закрывается с периодом $T_0 = 2\pi/\Omega$, где $\Omega = \omega_{p2} - \omega_{p1}$ – частота модуляции интенсивности накачки. Если рассматривать случай, когда электронный затвор 8 установлен сразу за фотодетектором, то могут возникнуть ошибки вследствие самоиндукции или взаимной индукции проводников либо иной аппаратной корреляции. Однако элемент 8 может быть фиктивным (в действительности отсутствующим). В этом случае элемент 9 должен быть связан с персональным компьютером. При этом данные будут обрабатываться компьютером, отбрасывающим совпадения при закрытом затворе. Персональный компьютер в настоящее время входит в состав схемы совпадений [13]. Более подробно работа затвора рассмотрена ниже.

Для описания параметрического рассеяния используем гамилтониан взаимодействия поля накачки с кристаллом в виде

$$\hat{H} = \int_V d^3r \chi^{(2)} E_p \hat{E}_o^- \hat{E}_c^- + \text{эрмит. сопр.}, \quad (1)$$

где V – объём кристалла;

$$E_p = \sum_{j=1}^2 E_{pj} \exp[i(k_{pj}z - \omega_{pj}t + \varphi_{pj})].$$

В первом порядке теории возмущений в бездифракционном приближении, используя (1), получаем следующее выражение для вектора состояния на выходе из кристалла:

$$|\Psi\rangle = \left[1 - \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dt \hat{H}(t)\right] |0\rangle = |0\rangle + \sum_{j,k,k'} F_{jkk'} a_{ok}^+ a_{ek'}^+ |0\rangle, \quad (2)$$

где $|0\rangle$ – вакуумное состояние; a_{ok}^+ – оператор рождения обыкновенной волны с волновым вектором k ; $a_{ek'}^+$ – оператор рождения необыкновенной волны с волновым вектором k' ; $F_{jkk'} = g_{jkk'} E_{pj} \exp(i\varphi_{pj}) \delta(\omega_{ok} + \omega_{ek'} - \omega_{pj}) h(L\Delta_{jkk'})$; ω_{ok} и $\omega_{ek'}$ – частоты обыкновенной и необыкновенной волн соответственно; $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака; $\Delta_{jkk'} = k_{pj} - k - k'$; $h(x) = [1 - \exp(-ix)]/(ix)$; $g_{jkk'}$ – константы, зависящие от параметров кристалла и взаимодействующих полей. Выражения для констант $g_{jkk'}$ можно получить из [3], где дан подробный вывод выражения для волновой функции в случае монохроматической накачки. Формула (2) находится из выражения, приведённого в работе [3], путём добавления дополнительного индекса j под знаком суммы.

3. Поля на фотодетекторах

В экспериментах по интерференции исследуются взаимные корреляции колебаний в различных пространственно-временных точках. Интерферометр Брауна–Твисса позволяет измерить величину $\langle \Psi | \hat{E}_1^- \hat{E}_2^- \hat{E}_2^+ \hat{E}_1^+ | \Psi \rangle =$

$\langle 0 | \hat{E}_2^+ \hat{E}_1^+ | \Psi \rangle|^2$ и, как следствие, среднюю скорость совпадений ($\hat{E}_{1,2}^+$ – операторы уничтожения поля).

Схема совпадений 10 регистрирует среднюю скорость совпадений

$$R_c = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dT_1 \int_0^T dT_2 F(T) |A(t_1, t_2)|^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0 N + \Delta T + t_0} \times \sum_{n=0}^N \int_{T_0 n + t_0}^{T_0 n + \Delta T + t_0} dT_1 \int_0^{T_0 N + \Delta T + t_0} dT_2 |A(t_1, t_2)|^2, \quad (3)$$

где $F(t)$ – функция пропускания электронов затвором от фотодетектора в схему совпадений ($F(t) = 1$ – для открытого затвора и $F(t) = 0$ – для закрытого); t_0 – момент начала работы затвора ($0 \leq t_0 \leq T_0$); ΔT – промежуток времени, в течение которого затвор имеет 100%-ную пропускную способность ($0 \leq \Delta T \leq T_0$); $A(t_1, t_2)$ – амплитуда бифотонного поля, определяемая выражением

$$A(t_1, t_2) = \langle 0 | \hat{E}_2^+ \hat{E}_1^+ | \Psi \rangle; \quad (4)$$

\hat{E}_1^+ и \hat{E}_2^+ отвечают полям, измеряемым на фотодетекторах 6 и 7 в моменты времени T_1 и T_2 соответственно; $t_l = T_l - s_l/c$ ($l = 1, 2$); s_1 и s_2 – оптические длины путей от фотодетекторов 6 и 7 до поверхности кристалла соответственно; c – скорость света. Мы полагаем, что детекторы установлены так, что $s_1 = s_2$.

При расчёте амплитуды бифотона (4) будем использовать представление Гейзенберга. В этом случае вектор состояния у поверхности фотодетекторов будет определяться выражением (2). Операторы \hat{E}_1^+ и \hat{E}_2^+ выразим через операторы на выходе из кристалла. Поскольку оптические элементы 2, 3, 4, 5 линейны, то каждому элементу можно поставить в соответствие матрицу. В результате перемножения матриц операторы полей на фотодетекторах $\hat{E}_{1,2}^+$ выражаются через операторы уничтожения обыкновенной и необыкновенной волн на выходе из кристалла a_{ok} и $a_{ek'}$:

$$\hat{E}_1^+(T_1) = \sum_{k_1} E_{k_1} \exp(i\omega_{k_1} T_s) \frac{1}{\sqrt{2}} [\exp(-i\omega_{k_1} \tau) a_{ok_1} + \exp(i\omega_{k_1} \tau) a_{ek_1}] \exp(-i\omega_{k_1} t_1), \quad (5)$$

$$\hat{E}_2^+(T_2) = \sum_{k_2} E_{k_2} \exp(i\omega_{k_2} T_s) \frac{1}{\sqrt{2}} [-\exp(-i\omega_{k_2} \tau) a_{ok_2} + \exp(i\omega_{k_2} \tau) a_{ek_2}] \exp(-i\omega_{k_2} t_2),$$

где T_s – полусумма времён прохождения сигнальной и холостой волн через элемент 2.

4. Средняя скорость совпадений фотоотсчётов

Пусть кристалл ориентирован так, что выполняются условия фазового синхронизма

$$\Omega_{oj} + \Omega_{ej} = \omega_{pj}, \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_{oj} + \mathbf{K}_{ej} = \mathbf{k}_{pj}.$$

Обыкновенному пучку излучения с частотой Ω_{oj} соответствует волновой вектор \mathbf{K}_{oj} , а необыкновенному пучку излучения с частотой Ω_{ej} – волновой вектор \mathbf{K}_{ej} .

Введём основные требования, которым должны удовлетворять элементы схемы:

1) рассматривается вырожденный случай $\Omega_{o1} = \Omega_{e1} = \omega_{p1}/2$, соответствующий гармонике поля накачки на частоте ω_p ;

2) выполняются неравенства $\Delta T \gg \tau$, DL , где $D = 1/u_o - 1/u_e$, а u_o и u_e – групповые скорости обыкновенной и необыкновенной волн;

3) разностная частота $\omega_d = \Omega_{o2} - \Omega_{e2}$ является величиной одного порядка с Ω (или меньше её).

Амплитуда бифотона с учётом формул (2), (4)–(6) определяется выражением

$$A(t_1, t_2) = \sum_{j=1}^2 A_j(t_1, t_2), \quad (7)$$

где

$$A_1(t_1, t_2) = \alpha_1 E_{p1} \exp[-i(\omega_{p1} t_s - \varphi_{p1})][\Pi(t_{12} + \tau) - \Pi(-t_{12} + \tau)]$$

– амплитуда бифотона, соответствующая гармонике поля накачки на частоте ω_{p1} ;

$$A_2(t_1, t_2) = \alpha_2 E_{p2} \exp[-i(\omega_{p2} t_s - \varphi_{p2})]$$

$\times \{\exp[-i\omega_d(t_{12} + \tau)]\Pi(t_{12} + \tau) - \exp[-i\omega_d(-t_{12} + \tau)]\Pi(-t_{12} + \tau)\}$

– амплитуда бифотона, соответствующая частоте ω_{p2} ; α_j – медленно меняющиеся функции, которые будем считать константами во всей области параметрического рассеяния и полагать в дальнейшем рассмотрении равными: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$; $t_s = (t_1 + t_2)/2$; $t_{12} = t_1 - t_2$;

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1/(DL), & 0 < t < DL \\ 0, & \text{остальная область } t. \end{cases}$$

Подставляя (7) в (3) и интегрируя, для средней скорости совпадений получаем выражение

$$R_c = R_{c1} + R_{c2} + R_{c12}, \quad (8)$$

где $R_{c1} = R_1(1 - f_{c1})$;

$$R_1 = \frac{2|\alpha|^2 E_{p1}^2 \Delta T}{DL T_0};$$

$$f_{c1} = \begin{cases} 2\tau/(DL), & \tau \in]0; DL/2[, \\ 2(DL - \tau)/(DL), & \tau \in]DL/2; DL[, \\ 0, & \text{остальная область } \tau; \end{cases}$$

$$R_{c2} = \frac{E_{p2}^2}{E_{p1}^2} R_{c1};$$

$$R_{c12} = R_{12}(1 - f_{c1});$$

$$R_{12} = \frac{4|\alpha|^2 E_{p1} E_{p2}}{\pi DL} \sin \frac{\Omega \Delta T}{2} \cos \phi;$$

$\phi = \Omega(t_i + \Delta T/2)$ – фаза интерференции; t_i – промежуток времени между моментом открытия затвора и моментом, соответствующим максимуму интенсивности накачки, который измеряется в точке нахождения фотодетектора б. Время открытия затвора учитывает задержку, связанную

с прохождением электронным сигналом пути от фотодетектора до затвора.

5. Видность интерференционной картины

Амплитуда бифотона $A(t_1, t_2)$ (7) состоит из суммы амплитуд бифотонов $A_j(t_1, t_2)$, соответствующих спектральным компонентам поля накачки. Вследствие этого возникает интерференция бифотонов, излучаемых кристаллом при поглощении различных гармоник поля накачки. Влияние интерференции при измерении средней скорости совпадений R_c проявляется в наличии в (8) интерференционного члена R_{c12} . В случае, когда затвор постоянно открыт ($\Delta T = T_0$), из-за усреднения по времени интерференция исчезает ($R_{c12} = 0$) и скорость совпадений равна сумме скоростей совпадений, соответствующих различным частотам поля накачки. Наиболее сильно интерференция проявляется при одинаковых полях накачки ($E_{p1} = E_{p2}$) и малых промежутках времени, в течение которых затвор открыт ($\Delta T \ll T_0$).

Рассмотрим влияние фазы интерференции ϕ на скорость совпадений R_c на примере двухмодовой накачки с разностной частотой $\Omega/2\pi = 150$ МГц. Такую частоту можно получить при двухмодовой генерации в лазере с длиной резонатора 1 м. Поля накачки одинаковы. Пусть накачка распространяется под углом 49° к главной оси кристалла ВВО. Для частотной компоненты ω_{p1} , соответствующей длине волны $\lambda_{p1} = 352$ нм, синхронизм в этом направлении является вырожденным. При длине кристалла $L = 0.4$ мм получим $DL = 1$ пс, $\omega_d/2\pi = 300$ МГц. Промежуток времени ΔT , в течение которого затвор открыт, выберем равным 1 нс. При этих параметрах три требования, сформулированные в разд.4, выполнены. На рис.2 показаны зависимости скоростей совпадений R_c от временной задержки τ при разных значениях фаз интерференции. Максимальное значение скорости совпадений принимает при фазе интерференции $\phi = 0$, что примерно в два раза больше скорости совпадений в отсутствие интерференции ($\phi = \pi/2$). Минимальное значение скорости совпадений принимает при $\phi = \pi$, что значительно меньше скорости совпадений в отсутствие интерференции.

Видность интерференционной картины определяется как относительная разность максимальной и минимальной скоростей совпадений, соответствующих различным фазам интерференции, выраженная в процентах. Для рассматриваемого примера видность интерференционной картины

$$V = \frac{R_c(\phi = 0) - R_c(\phi = \pi)}{R_c(\phi = 0) + R_c(\phi = \pi)} \times 100\% = 96\%.$$

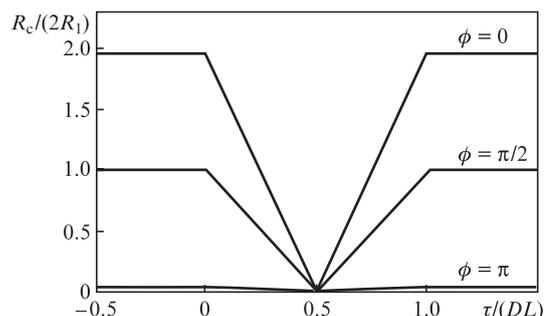


Рис.2. Зависимость нормированной средней скорости совпадений $R_c/(2R_1)$ от $\tau/(DL)$ при различных фазах интерференции.

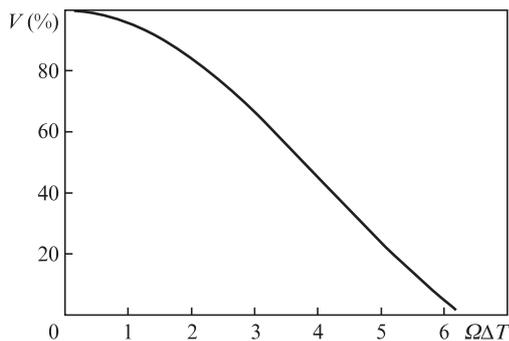


Рис.3. Зависимость видности интерференционной картины V от $\Omega\Delta T$.

С использованием (8) видность определяется выражением

$$V = \frac{2E_{p1}E_{p2}}{E_{p1}^2 + E_{p2}^2} \frac{\sin(\Omega\Delta T/2)}{\Omega\Delta T/2} \times 100\%.$$

На рис.3 приведена зависимость видности интерференционной картины V от времени ΔT при одинаковых полях накачки. В случае $\Delta T \rightarrow 0$ видность стремится к 100%, а при $\Delta T \rightarrow T_0$ – к нулю.

6. Схема с оптическим затвором

Схема на рис.4 отличается от схемы на рис.1 наличием в ней оптического затвора 8 вместо электронного затвора. Оптический затвор периодически открывается (100%-ное пропускание) и закрывается (полное поглощение бифотонов) с частотой Ω . При закрытом затворе в векторе состояния на выходе из затвора отсутствуют двухфотонные состояния: $|\Psi\rangle = |0\rangle$. Поэтому амплитуда бифотона при открытом затворе определяется выражением (7), а при закрытом затворе она равна нулю. Средняя

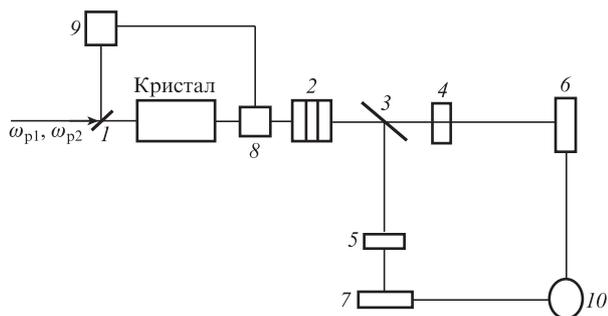


Рис.4. Принципиальная схема для наблюдения интерференции бифотонов, в которой в качестве амплитудного модулятора используется оптический затвор (обозначения см. в тексте).

скорость совпадений R_c в этом случае находится из выражения

$$R_c = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dT_1 \int_0^T dT_2 |A(t_1, t_2)|^2$$

и при подстановке в него амплитуды бифотона имеет вид (8). Разность фаз интерференции для схем на рис.1 и 4 является константой. Она связана с тем, что оптический затвор расположен между нелинейным кристаллом и элементом 2, в отличие от электронного затвора, который находится за фотодетектором.

7. Заключение

Таким образом, в настоящей работе предложены и теоретически исследованы способы получения интерференции бифотонов, возникающих от разных спектральных компонент поля бигармонической накачки в случае коллинеарного спонтанного параметрического рассеяния типа II. Рассмотрены две принципиальные схемы, приводящие к эквивалентным результатам. Показано, что изменением момента открытия затвора относительно момента, соответствующего максимуму сигнала модуляции интенсивности накачки, можно регулировать фазу интерференции, а изменением промежутка времени, в течение которого затвор открыт, можно управлять видностью интерференционной картины. Интерференция бифотонов может использоваться для управления средней скоростью совпадений фотоотсчётов в интерферометре Брауна–Твисса.

Выражаю благодарность Е.Г.Ларионцеву за большую помощь, оказанную при окончательной доработке статьи.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 11-02-00080).

1. Клышко Д.Н. *ЖЭТФ*, **83**, 1313 (1982).
2. Катамадзе К.Г., Кулик С.П. *ЖЭТФ*, **139**, 26 (2011).
3. Rubin M.H., Klyshko D.N., Shih Y.H., Sergienko A.V. *Phys. Rev. A*, **50**, 5122 (1994).
4. Бурлаков А.В., Клышко Д.Н., Кулик С.П., Чехова М.В. *Письма в ЖЭТФ*, **69**, 788 (1999).
5. Zou X.Y., Wang L.G., Mandel L. *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 318 (1991).
6. Kim Y.H., Berardi V., Chekhova M.V., Garuccio A., Shih Y.H. *Phys. Rev. A*, **62**, 043820 (2000).
7. Brendel J., Gisin N., Tittel W., Zbinden H. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 2594 (1999).
8. Burlakov A.V., Chekhova M.V., Karabutova O.A., Kulik S.P. *Phys. Rev. A*, **63**, 053801 (2001).
9. Brendel J., Mohler E., Martienssen W. *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 1142 (1991).
10. Zeilinger A. *Rev. Mod. Phys.*, **71**, S288 (1999).
11. Bruss D., Machiavello C. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 127901 (2002).
12. Сухоруков А.П. *Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике* (М.: Наука, 1988).
13. Самарцев В.В. *Коррелированные фотоны и их применение* (Казань, Казанский университет, 2012).