

# Кросс-модуляционная неустойчивость в волоконных лазерах и усилителях с нормальной дисперсией

И.О.Золотовский, Д.А.Коробко, В.А.Лапин

*Исследована неустойчивость, возникающая в волоконных лазерах и усилителях с нормальной дисперсией за счет фазового кросс-модуляционного взаимодействия между сигналом и волной накачки. Из анализа дисперсионного соотношения для волнового вектора малых гармонических возмущений получены динамические спектральные характеристики коэффициента модуляционного усиления. Изучена его зависимость от отстройки групповых скоростей между сигналом и накачкой. Аналитические результаты сопоставлены с результатами численного моделирования. Предложены варианты использования полученных закономерностей в прикладных задачах.*

**Ключевые слова:** волоконные лазеры и усилители, модуляционная неустойчивость, фазовая кросс-модуляция.

## 1. Введение

Модуляционная неустойчивость (МН) – рост малых гармонических возмущений непрерывной волны – эффект, характерный для многих нелинейных систем, поддерживающих распространение локализованных волн, природа которого связана с балансом между нелинейностью и дисперсией [1, 2]. В волоконной оптике эффект МН впервые теоретически предсказан и экспериментально подтвержден для световодов с аномальной дисперсией, в которых зафиксирована генерация импульсной последовательности, преобразованной из непрерывной модулированной волны [3, 4]. В этом случае неустойчивость, приводящая к росту возмущений, обусловлена взаимодействием между нелинейной фазовой самомодуляцией (ФСМ) и аномальной дисперсией модулированной волны. В дальнейшем явлению МН в волоконной оптике было посвящено большое число работ. Здесь отметим только недавние, в частности, связанные с изучением этого явления в волоконных усилителях [5], в волокнах с уменьшающейся аномальной дисперсией [6], а также с исследованием влияния на МН высших нелинейностей – параметров самообострения и задержки нелинейного отклика световода [7, 8]. Активные исследования МН обусловлены не только ее общим фундаментальным, но и прикладным значением в ряде задач нелинейной волоконной оптики: генерации высокочастотной последовательности коротких импульсов [9] и создания широкополосных источников излучения [10, 11].

Особо следует выделить неустойчивость, возникающую при совместном распространении по волокну двух или большего количества волн. Их взаимодействие приводит к появлению дополнительного фактора – нелинейной фазовой кросс-модуляции (ФКМ, в англоязычной литературе ХРМ), которая также способна привести к росту

гармонических возмущений, в том числе и в области нормальной дисперсии распространяющихся взаимодействующих волн в случае, когда «обычная» МН не развивается [12, 13]. С прикладной точки зрения важны исследования МН, вызванной кросс-модуляционным взаимодействием между волной накачки и сигнальной волной в волоконных ВКР-лазерах и усилителях [14, 15]. До настоящего времени нам не известны работы, в которых теоретически была бы изучена динамика развития кросс-модуляционной неустойчивости при усилении сигнала с учетом истощения волны накачки. Этот вопрос исследуется в настоящей работе, при этом большое внимание уделяется рассмотрению влияния на развитие МН разности групповых скоростей сигнальной волны и волны накачки. Данный параметр во многом определяет развитие кросс-модуляционной неустойчивости. Так, известно, что эта неустойчивость не развивается при большой разности групповых скоростей, например при встречной накачке сигнала. Это подтверждено и экспериментально [15, 16]. Изучив зависимость коэффициента модуляционного усиления от отстройки групповых скоростей, мы получим дополнительную возможность управления процессом МН, например, при изменении частоты накачки и сопровождающем его изменении отстройки групповых скоростей накачки и сигнала. Строго говоря, результаты настоящей работы применимы не только для ВКР-усилителей, но и для всех волоконных усилителей, в которых групповые скорости, а следовательно, и частоты сигнала и накачки, достаточно близки. Полученные закономерности могут быть использованы как в прикладных задачах, для которых МН является необходимой (например, при разработке волоконных генераторов импульсов в новых частотных диапазонах), так и в приложениях, требующих подавления паразитной МН.

## 2. Основные соотношения

Рассмотрим распространение в волоконном усилителе (в направлении оси  $z$ ) двух волн – накачки с несущей частотой  $\omega_p$  и сигнала с несущей частотой  $\omega_s$ . С учетом нелинейного кросс-модуляционного взаимодействия его

И.О.Золотовский, Д.А.Коробко, В.А.Лапин. Ульяновский Государственный университет, Россия, 432017 Ульяновск, ул. Л.Толстого, 42; e-mail: rafzol.14@mail.ru, korobkotam@rambler.ru

Поступила в редакцию 10 декабря 2013 г., после доработки – 31 января 2014 г.

можно описать следующей системой уравнений для комплексных временных огибающих  $A_p(z, t)$  и  $A_s(z, t)$  [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_p}{\partial z} + \frac{1}{v_{gp}} \frac{\partial A_p}{\partial t} + \frac{i}{2} d_p \frac{\partial^2 A_p}{\partial t^2} + \frac{\alpha_p(z)}{2} A_p \\ = i\gamma_p (|A_p|^2 + 2|A_s|^2) A_p, \\ \frac{\partial A_s}{\partial z} + \frac{1}{v_{gs}} \frac{\partial A_s}{\partial t} + \frac{i}{2} d_s \frac{\partial^2 A_s}{\partial t^2} + \frac{\alpha_s(z)}{2} A_s \\ = i\gamma_s (|A_s|^2 + 2|A_p|^2) A_s, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $v_{gj} = d\omega/d\beta_j$  – групповая скорость волны;  $\gamma_j$  – параметр нелинейности;  $\beta_j$  и  $d_j$  – константы распространения и дисперсии групповых скоростей соответствующих волн. Переменные коэффициенты  $\alpha_j(z)$  выражают усиление сигнала и истощение накачки. Их вид можно определить из системы уравнений для непрерывных волн  $|A_p(z, t)|^2 = P_p(z)$ ,  $|A_s(z, t)|^2 = P_s(z)$ , описывающей преобразование мощности накачки в сигнал, которая справедлива, вообще говоря, не только для ВКР-усиления, но и для любой лазерной среды с трехуровневым типом генерации. Запишем эту систему в приближении высокоэффективной накачки, пренебрегая собственным поглощением накачки и сигнальной волны [1, 17]:

$$\begin{aligned} dP_s/dz = g_R P_s P_p, \\ dP_p/dz = -(\omega_p/\omega_s) g_R P_s P_p. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $g_R$  – коэффициент преобразования накачки. В случае ВКР это коэффициент комбинационного усиления, связанный с сечением спонтанного комбинационного рассеяния. Для произвольной лазерной трехуровневой системы (например, для эрбиевого усилителя) он может быть выражен как

$$g_R = \frac{N\sigma_s\sigma_p}{(\eta_0 + 1/\tau_{21})\hbar\omega_p S_{\text{eff}}},$$

где  $N$  – концентрация активных центров;  $\tau_{21}$  – время жизни на метастабильном уровне, определяющее скорость спонтанных переходов;  $\sigma_p$  – сечение поглощения накачки;  $\sigma_s$  – сечение эмиссии на длине волны усиливаемого сигнала;  $S_{\text{eff}}$  – эффективная площадь моды;  $\eta_0$  – суммарная скорость вынужденных переходов поглощения накачки и эмиссии сигнала. В стационарном состоянии, если концентрация активных центров в среднем не изменяется по длине световода, скорость переходов также постоянна по длине:  $\eta_0(z) = \text{const}$ , что аналогично сохранению числа фотонов при ВКР. В рассматриваемом приближении, когда собственное поглощение отсутствует, а также при пренебрежении спонтанной люминесценцией это приводит к сохранению суммарной мощности (с учетом конверсии частоты):

$$P_p + (\omega_p/\omega_s)P_s = P_0 = \text{const}.$$

Вводя обозначения  $\chi = \omega_s P_{p0}/(\omega_p P_{s0})$ ,  $\theta = g_R(1 + \chi)P_{p0}\omega_p/\omega_s$ , где  $P_{p0} = |A_p(0, t)|^2$ ,  $P_{s0} = |A_s(0, t)|^2$  – начальные мощности накачки и сигнала, для коэффициентов усиления и истощения получаем выражения [17]

$$\alpha_s = -g_R P_p = -\frac{g_R P_{p0}(1 + \chi)}{\chi + \exp(\theta z)}, \quad (3)$$

$$\alpha_p = \frac{\omega_p}{\omega_s} g_R P_s = \frac{\omega_p}{\omega_s} \frac{g_R P_{s0}(1 + \chi)}{\chi + \exp(\theta z)} \exp(\theta z).$$

Далее, при помощи подстановки

$$A_j(z, t) = B_j(z, t) \exp\left[-\frac{1}{2} \int_0^z \alpha_j(\xi) d\xi\right]$$

преобразуем систему уравнений (1) к виду, отвечающему системе без усиления, но с переменными коэффициентами нелинейности, которые можно найти, выполнив интегрирование:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_j}{\partial z} + \frac{1}{v_{gj}} \frac{\partial B_j}{\partial t} + \frac{i}{2} d_j \frac{\partial^2 B_j}{\partial t^2} \\ = i[\tilde{\gamma}_{jj}(z) |B_j|^2 + 2\tilde{\gamma}_{j3-j}(z) |B_{3-j}|^2] B_j, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\tilde{\gamma}_{j1} = \gamma_j \left( \frac{\chi + \exp(\theta z)}{1 + \chi} \right)^{-S}, \quad S = \frac{g_R P_{s0}(1 + \chi)}{\theta},$$

$$\tilde{\gamma}_{j2} = \gamma_j \frac{1 + \chi}{\chi + \exp(\theta z)} \exp\left[ \frac{g_R P_{p0}(1 + \chi)z}{\chi} \right].$$

Здесь и далее для сокращения записей мы используем обозначения индексов  $p \leftrightarrow 1$ ,  $s \leftrightarrow 2$ ,  $j = 1, 2$ . Система (4) обладает стационарным решением, причем от длины пути в световоде  $z$  зависит лишь сдвиг фазы  $\varphi_j$  распространяющейся монохроматической волны:

$$B_j(z) = \sqrt{P_{j0}} \exp(i\varphi_j),$$

$$\varphi_j = P_{j0} \int_0^z \tilde{\gamma}_{jj}(\xi) d\xi + 2P_{3-j0} \int_0^z \tilde{\gamma}_{j3-j}(\xi) d\xi,$$

где  $P_{j0}$  – мощность вводимого в световод излучения.

Основной задачей настоящей работы является исследование вопроса об устойчивости постоянного стационарного решения к малым возмущениям. Представим решение системы (4) в виде

$$B_j(t, z) = [\sqrt{P_{j0}} + b_j(t, z)] \exp(i\varphi_j), \quad (5)$$

где  $|b_j| \ll \sqrt{P_{j0}}$ , и исследуем динамику возмущения. Аналогично [12] рассмотрим гармонические волновые возмущения, которые можно представить в стандартном виде:

$$b_j(z, t) = U_j \cos(Kz - \Omega t) + iV_j \sin(Kz - \Omega t), \quad (6)$$

где  $K$  – волновое число;  $\Omega$  – частота модуляции. Мы будем рассматривать простой случай модуляции на одной частоте  $\Omega$ , возникающей вследствие гармонического возмущения волны накачки либо сигнальной волны. Возмущение волны накачки (либо сигнала) с частотой  $\omega_v = \omega_j - \Omega$  вызывает модуляцию второй волны с частотой возмущения  $\omega_v = \omega_{3-j} - \Omega$ . Является ли стационарное решение устойчивым либо неустойчивым к этим малым возмущениям  $b_j(z, t)$ , определяется дисперсионной зависимостью волнового числа модуляции  $K(\Omega)$ . Наличие у  $K(\Omega)$  мнимой части приводит к экспоненциальному росту малых возмущений и неустойчивости стационарного решения.

После подстановки (5) в уравнение (4) и линеаризации по малому параметру получаем следующую систему, описывающую динамику малых возмущений в световоде:

$$\frac{\partial b_j}{\partial z} + \frac{1}{v_{gj}} \frac{\partial b_j}{\partial t} + \frac{i}{2} d_j \frac{\partial^2 b_j}{\partial t^2} = i [P_{j0} \tilde{\gamma}_{jj} (b_j + b_j^*) + 2 \tilde{\gamma}_{j3-j} \sqrt{P_{j0} P_{3-j0}} (b_{3-j} + b_{3-j}^*)]. \quad (7)$$

Следуя стандартной процедуре, подставляем в эту систему возмущения (6), в результате получаем систему уравнений для коэффициентов  $U_j$  и  $V_j$ . Приравняв определитель этой системы к нулю, приходим к дисперсионному соотношению, связывающему параметры возмущения с параметрами световода и волны накачки,

$$\left[ \left( K - \frac{\Omega}{v_{gp}} \right)^2 - f_p \right] \left[ \left( K - \frac{\Omega}{v_{gs}} \right)^2 - f_s \right] = C_{\text{ХРМ}}, \quad (8)$$

где используются следующие обозначения:

$$f_j = \frac{d_j \Omega^2}{2} \left( \frac{d_j \Omega^2}{2} + 2 \tilde{\gamma}_{jj} P_{j0} \right), \quad (9)$$

$$C_{\text{ХРМ}} = 4 \tilde{\gamma}_{ps} \tilde{\gamma}_{sp} P_{p0} P_{s0} d_p d_s \Omega^4.$$

Важным отличием от результатов [12] является то, что эти коэффициенты изменяются по длине усилителя и определяют динамику модуляционного усиления. Дальнейшая часть работы будет посвящена анализу полученного дисперсионного соотношения и исследованию поведения коэффициента модуляционного усиления  $g(\Omega) = 2 \text{Im} K(\Omega)$  в процессе усиления сигнала и в зависимости от разности групповых скоростей  $\delta = |1/v_{gp} - 1/v_{gs}|$ .

Следует отметить, что возможно упрощенное описание кросс-модуляционного взаимодействия, при котором пренебрегается различие групповых скоростей взаимодействующих волн. Это безусловно справедливо при взаимодействии волн с совпадающими или очень близкими частотами, однако в усилительных системах разность частот и, соответственно, разность групповых скоростей довольно существенна. При обратном подходе можно пренебречь членом, описывающим кросс-модуляцию, из-за разности групповых скоростей волн. Однако, хотя отличие групповых скоростей ограничивает кросс-модуляционное взаимодействие и, в конечном итоге, приводит к его подавлению, вопрос о модуляционной устойчивости/неустойчивости излучения в оптических усилителях с попутной накачкой остается актуальным. Особенно это касается ВКР-лазеров, ВКР-усилителей и других лазерных систем со сравнительно близкими частотами накачки и сигнала [14–16]. Учет зависимости модуляционного усиления от параметра разности групповых скоростей  $\delta$  является важным отличием нашего подхода.

### 3. Анализ дисперсионного соотношения и поведения кросс-модуляционной неустойчивости в динамике усиления

Ограничим последующее рассмотрение случаем, при котором и волна накачки, и сигнальная волна распространяются в области нормальной дисперсии ( $d_p > 0$ ,  $d_s > 0$ ), что позволит обособленно рассмотреть неустойчивость, вызванную кросс-модуляционным взаимодействием меж-

ду накачкой и сигнальной волной в усилителе. Напомним, что нелинейная ФСМ отдельной волны, распространяющейся в среде с аномальной дисперсией ( $d < 0$ ), также приводит к неустойчивости, т.е. малые гармонические возмущения  $\pm \Omega$  с частотой непрерывной волны мощностью  $P_0$  в световоде с параметром нелинейности  $\gamma$  испытывают усиление [1]

$$g(\Omega) = |d| \Omega \sqrt{\Omega_c^2 - \Omega^2}, \quad \Omega_c^2 = 4\gamma P_0 / |d|.$$

В дальнейшем будем полагать, что в световоде с нормальной дисперсией данная неустойчивость не развивается, что, вообще говоря, несправедливо в спектральной области, соответствующей малым положительным значениям дисперсии групповых скоростей  $d$ . В этом случае МН определяется также и влиянием дисперсии четвертого порядка (при  $d_4 < 0$ ). Сравнительно узкий диапазон МН вблизи частоты  $\Omega_c = \sqrt{-12d/d_4}$  определяется неравенствами [18]

$$d + d_4 \Omega^2 / 12 < 0, \quad |d + d_4 \Omega^2 / 12| \Omega^2 < 4\gamma P_0.$$

Это может быть важно в случае специальных микроструктурированных волноводов, в которых велика составляющая волноводной дисперсии. Тем не менее, в большинстве стандартных ситуаций, т.е. при пренебрежении малых или положительных значениях  $d_4$  и вдали от длины волны нулевой дисперсии, наше рассмотрение остается справедливым.

Перейдем к анализу дисперсионного соотношения (8). Его действительные корни описывают распространение модуляции с пространственным периодом  $z = 2\pi/K(\Omega)$  и не представляют интереса. Полезную информацию об усилении модуляции предоставляют сопряженные комплексные корни, которые определяют вид коэффициента модуляционного усиления  $g(\Omega) = 2 \text{Im} K(\Omega)$ . (Очевидно, что один из корней описывает затухание модуляции, которым можно пренебречь при наличии усиления.) Поскольку модуляционно неустойчивые решения должны удовлетворять условиям синхронизма, можно получить, что действительная часть этих корней  $\text{Re} K(\Omega)$  должна быть близка к  $\delta \Omega$ .

Процедура аналитического решения уравнения 4-й степени (8) громоздка и трудоемка, поэтому дальнейшие результаты получены при помощи численного нахождения его корней. Отметим, что для произвольного набора параметров, приводящего соотношение (8) к виду уравнения с числовыми коэффициентами, было проведено сравнение точного аналитического и численного решений, которые с точностью до  $10^{-8}$  совпали, что подтверждает адекватность использованного численного метода.

В качестве первого шага была изучена кросс-модуляционная неустойчивость без учета динамики изменений мощностей накачки и сигнала при значениях параметров, типичных для волокон с нормальной дисперсией в ИК области, и отношении частот сигнала и накачки  $\omega_s/\omega_p$ , близком к отношению частот накачки и стоксового ВКР-сигнала в этом диапазоне. Для этого на начальной длине усилителя  $z = 0$  рассмотрен вид функции  $g(\Omega)$  при различных отношениях мощностей сигнала и накачки  $P_{s0}/P_{p0}$  (рис. 1, а). Видно, что «мгновенное» кросс-модуляционное усиление существенно лишь при мощной накачке и сравнимых мощностях накачки и сигнала. Следовательно, при усилении слабых сигналов, особенно при низкой эффек-

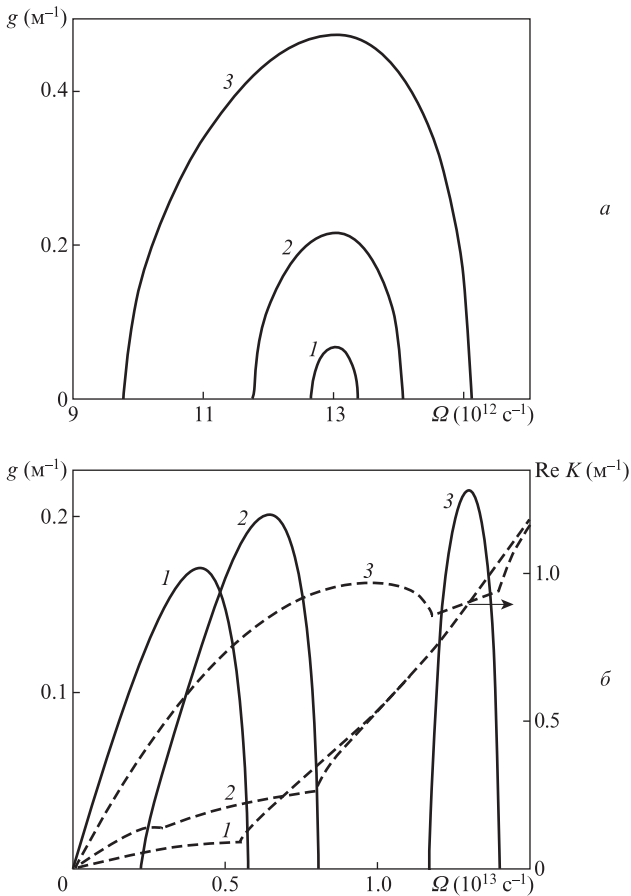


Рис.1. Зависимости коэффициента модуляционного усиления  $g(\Omega)$  при  $z = 0$  в усилителе с параметрами  $g_R = 0.005 \text{ Вт}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.005 \text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$ ,  $\omega_s/\omega_p = 0.95$ ,  $d_p = 0.02 \text{ пс}/\text{м}^2$ ,  $d_s = 0.01 \text{ пс}/\text{м}^2$ ,  $P_{p0} = 25 \text{ Вт}$  при  $\delta = 0.2 \text{ пс}/\text{м}$  и отношениях  $P_{s0}/P_{p0} = 0.02$  (1), 0.2 (2) и 1 (3) (а), а также при  $P_{s0}/P_{p0} = 0.2$  и  $\delta = 0.05$  (1), 0.1 (2) и 0.2 (3) (сплошные кривые) (б). Штриховыми кривыми показаны зависимости действительных частей соответствующих корней  $K(\Omega)$ .

тивности ВКР-преобразования  $g_R$ , для развития МН требуется большая длина усилителя. Обращает на себя внимание то, что частотная область МН отделена от начала координат  $\Omega = 0$ , т.е. она развивается лишь в полосе достаточно высоких частот. Последнее вызвано тем, что на малых частотах  $\Omega$  МН подавлена вследствие разности групповых скоростей накачки и сигнала.

На рис.1,б приведены частотные зависимости модуляционного усиления на начальной длине  $z = 0$  при различных разностях групповых скоростей  $\delta$ . Как и следовало ожидать, при уменьшении  $\delta$  график  $g(\Omega)$  сдвигается к началу координат, а при малых  $\delta$  зависимость  $g(\Omega)$  приобретает «стандартный» вид, описывая неустойчивость в полосе частот  $\Omega \in [0, \Omega_c]$ . Это поведение, как уже отмечалось выше, объясняется фазовым синхронизмом между модуляциями сигнала и накачки, для выполнения которого при  $\delta \neq 0$  комплексные корни дисперсионного соотношения (8) должны обладать ненулевой действительной частью, описывающей пространственное смещение растущей модуляции (при  $\delta = 0$  дисперсионное соотношение сводится к биквадратному уравнению; растущую модуляцию описывают чисто мнимые его корни [12, 13]). Графики  $\text{Re } K(\Omega)$  показаны на рис.1,б штриховыми линиями. С ростом отстройки по скоростям  $\delta$  частотная зависимость  $\text{Re } K(\Omega) \approx \delta\Omega$  в полосе неустойчивости соблюдается все точнее, что приводит к сужению этой полосы и

ее смещению в сторону высоких частот модуляции. При большой разности групповых скоростей полоса неустойчивости фактически «схлопывается» в узкую линию и переходит в область частот, сравнимых по величине с несущей  $\omega_j$ , что говорит о полном подавлении МН.

На рис.2 показаны зависимости коэффициента модуляционного усиления  $g$  от параметров дисперсии и нелинейности световода при заданных мощностях сигнала и накачки и разности групповых скоростей. Вследствие того что параметры  $d_p$  и  $d_s$  входят в коэффициенты дисперсионного соотношения в виде произведения  $d_j\Omega^2$ , положение максимума усиления, т.е. частоту  $\Omega_{\text{max}}$ , на которой мнимая часть  $K(\Omega)$  максимальна, с хорошей точностью можно описать как [12]

$$\Omega_{\text{max}} = \delta(d_p d_s)^{-1/2}, \tag{10}$$

что подтверждает, в частности, рис.2,а. Отметим, что положение полосы неустойчивости с ростом дисперсии смещается в сторону низких частот, т.е. дисперсия световода нивелирует разность групповых скоростей накачки и сигнала. Рис.2,б демонстрирует сильную зависимость коэффициента модуляционного усиления от параметров нелинейности световода, при этом следует отметить, что изменение параметра нелинейности слабо влияет на по-

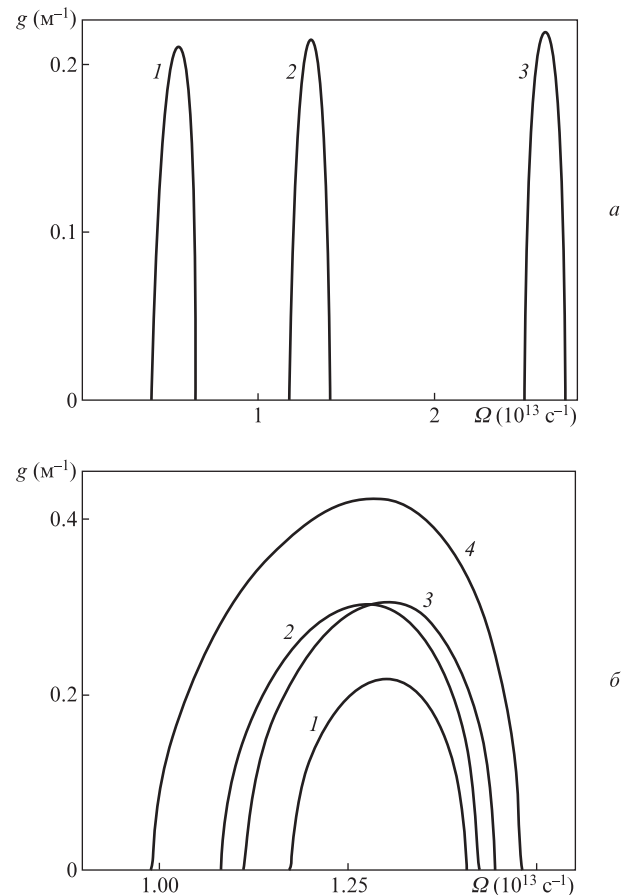


Рис.2. Зависимости коэффициента модуляционного усиления  $g(\Omega)$  при  $z = 0$  в усилителе с параметрами  $g_R = 0.005 \text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$ ,  $\omega_s/\omega_p = 0.95$ ,  $\delta = 0.2 \text{ пс}/\text{м}$ ,  $P_{p0} = 25 \text{ Вт}$ ,  $P_{s0}/P_{p0} = 0.2$  при  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.005 \text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$  и значениях дисперсии  $d_p = 0.04 \text{ пс}^2/\text{м}$  и  $d_s = 0.03 \text{ пс}^2/\text{м}$  (1), 0.02 и 0.01  $\text{ пс}^2/\text{м}$  (2), 0.01 и 0.005  $\text{ пс}^2/\text{м}$  (3) (а), а также при  $d_p = 0.02 \text{ пс}^2/\text{м}$ ,  $d_s = 0.01 \text{ пс}^2/\text{м}$  и параметрах нелинейности  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.005 \text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$  (1),  $\gamma_1 = 0.01 \text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$  и  $\gamma_2 = 0.005 \text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$  (2), 0.005 и 0.01  $\text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$  (3), 0.01 и 0.01  $\text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$  (4).



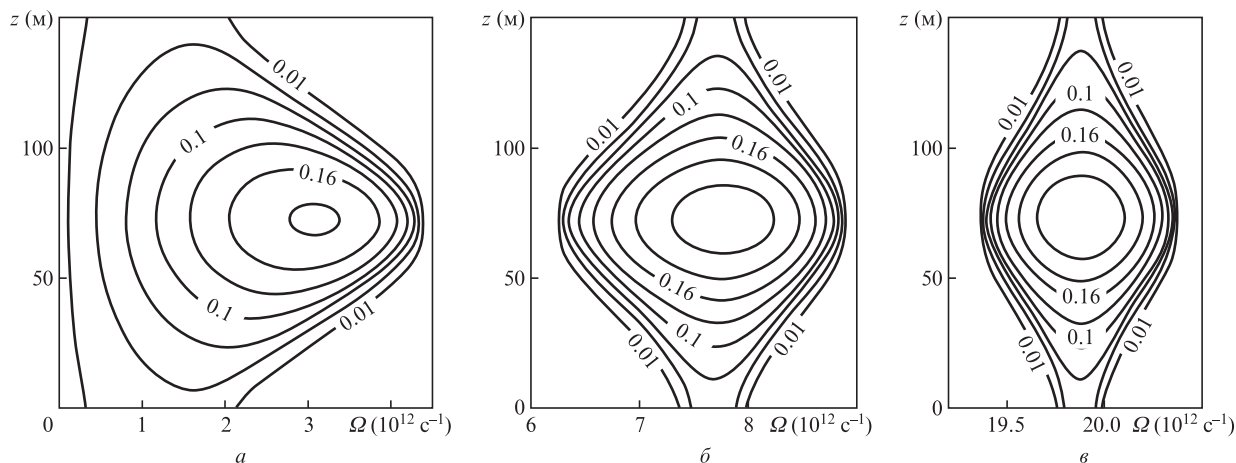


Рис.3. Частотные зависимости коэффициента кросс-модуляционного усиления при распространении сигнала в усилителе с параметрами  $\omega_s/\omega_p = 0.95$ ,  $g_R = 0.0025 \text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$ ,  $P_{p0} = 25 \text{ Вт}$ ,  $P_{s0} = 0.25 \text{ Вт}$ ,  $d_p = 0.03 \text{ пс}^2/\text{м}$ ,  $d_s = 0.02 \text{ пс}^2/\text{м}$ ,  $\gamma_p = \gamma_s = 0.005 \text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$  и  $\delta = 0.05$  (а),  $0.2$  (б) и  $0.5 \text{ пс/м}$  (в). Линии уровня показывают значения коэффициента  $g(\Omega)$ .

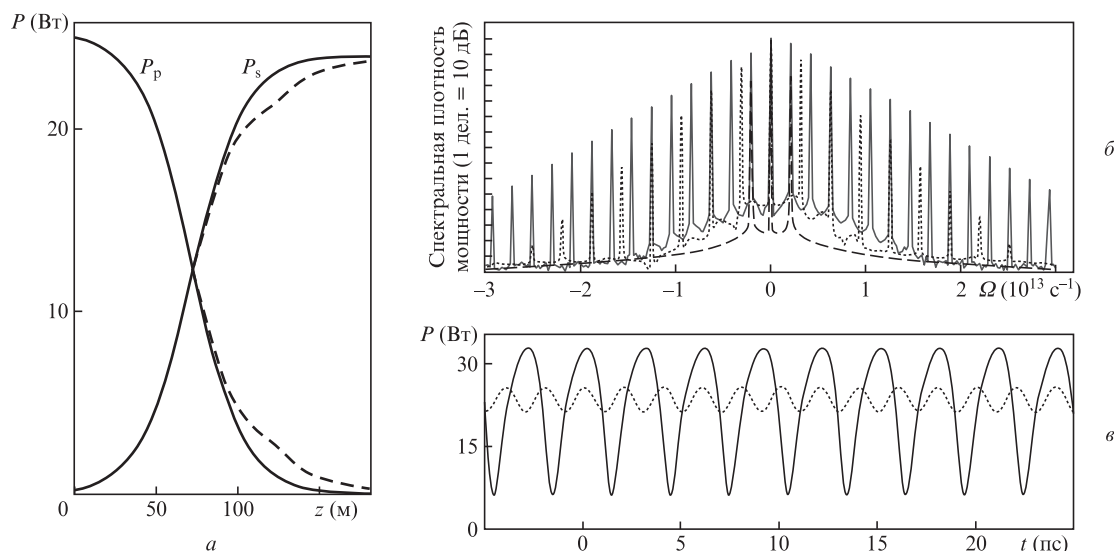


Рис.4. Рост сигнала и истощение накачки по длине усилителя (параметры усилителя мощности те же, что и на рис.3; сплошные линии – аналитическое решение системы (2), штриховые – численное моделирование системы (11) для частоты модуляции  $\Omega_1 = 2.1 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ) (а); результаты численного моделирования спектра сигнала в усилителе длиной 150 м (сплошная линия – спектр сигнала на выходе усилителя, штриховая линия – спектр модулированного сигнала на входе в усилитель, частота модуляции  $\Omega = 2.1 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$ , пунктирная – спектр выходного сигнала при частоте модуляции накачки  $\Omega = 3.15 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ) (б); результаты численного моделирования сигнала на выходе усилителя длиной 150 м (сплошная линия – частота модуляции  $\Omega = 2.1 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$ , пунктирная –  $\Omega = 3.15 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ) (в).

ложение максимума усиления и, как правило, приводит к повышению его значения и уширению полосы неустойчивости.

Полученные закономерности демонстрируют зависимость «мгновенного» коэффициента модуляционного усиления, т. е. при заданных значениях мощности накачки и сигнала. В реальной усилительной системе эти значения постоянно изменяются – происходит перекачка мощности из накачки в сигнал, при этом постоянно изменяется и коэффициент модуляционного усиления. Этот процесс иллюстрирует рис.3, на котором представлены результаты анализа дисперсионного соотношения (8) в условиях динамики усиления. Эволюция коэффициента модуляционного усиления показана при различных значениях отстройки  $\delta$ , типичных для кварцевых волоконных световодов в ИК диапазоне ( $\lambda > 1200 \text{ нм}$ ) при разности длин волн накачки и сигнала  $\Delta\lambda \approx 80 \text{ нм}$ , что приблизительно соответствует разности длин волн накачки и стоксова сигнала в этом диапазоне в случае ВКР-усиления [19].

Максимальный уровень модуляционного усиления и наибольшая частотная ширина области МН достигаются на длине усилителя, на которой происходит выравнивание мощностей накачки и сигнала (см. также рис.4,а). При дальнейшем истощении накачки модуляционное усиление спадает, при этом оно практически симметрично относительно точки равенства мощностей накачки и сигнала. Вновь отметим более широкую частотную область неустойчивости при минимальной разности групповых скоростей, причем с ростом отстройки по скоростям  $\delta$  зона неустойчивости значительно сужается.

#### 4. Численное моделирование кросс-модуляционной неустойчивости в усилителе

Численное моделирование процесса кросс-модуляции проводилось в усилителе с нормальной дисперсией груп-

повых скоростей. При помощи стандартного метода пошаговых преобразований Фурье (split step Fourier method) моделировалась система уравнений [1]

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_p}{\partial z} + \frac{i}{2} d_p \frac{\partial^2 A_p}{\partial t^2} + \frac{\omega_p g_R |A_s|^2}{\omega_s} A_p &= i\gamma_p (|A_p|^2 + 2|A_s|^2) A_p, \\ \frac{\partial A_s}{\partial z} + \frac{1}{\delta} \frac{\partial A_s}{\partial t} + \frac{i}{2} d_s \frac{\partial^2 A_s}{\partial t^2} - \frac{g_R |A_p|^2}{2} A_s &= i\gamma_s (|A_s|^2 + 2|A_p|^2) A_s. \end{aligned} \tag{11}$$

В отличие от исходной системы (1) данные уравнения записаны в системе отсчета, движущейся с групповой скоростью  $v_{gp}$ , при этом члены, описывающие усиление сигнала и истощение накачки, представлены в явном виде. На рис.4 показаны результаты моделирования усиления модулированного сигнала

$$|A_s(0, t)|^2 = P_{s0} [1 + 0.02 \cos(\Omega t)] \tag{12}$$

с начальной мощностью  $P_{s0} = 0.25$  Вт при  $P_{p0} = 25$  Вт. Физически это может быть осуществлено, например, при помощи лазера с частотой, близкой к несущей частоте накачки, и соответствует случаю индуцированной МН. Рассмотрена ситуация с малой отстройкой по скоростям  $\delta = 0.05$  пс/м (см. также рис.3,a). При частоте модуляции  $\Omega = 2.1 \times 10^{12}$  с<sup>-1</sup> на длине усилителя происходит формирование модулированного сигнала, близкого к импульсной последовательности, при этом спектр выходного сигнала представляет собой уменьшающиеся по мощности гармоники частоты модуляции. Сравнение изменения мощности сигнала и накачки (штриховая линия на рис.4,a) с аналитическим решением (2), полученным в предположении непрерывных сигнала и накачки, показывает, что снижение эффективности преобразования накачки в сигнал происходит при глубокой модуляции взаимодействую-

ющих волн, при этом накачка из непрерывной становится импульсной. В дальнейшем, при смещении модулированного сигнала относительно импульсов накачки, можно отметить небольшие колебания эффективности преобразования.

При частоте модуляции  $\Omega = 3.15 \times 10^{12}$  с<sup>-1</sup>, что приблизительно соответствует прохождению через частотный максимум модуляционного усиления (см. рис.3,a), результаты моделирования показывают, что формирования сильно модулированного сигнала не происходит. Таким образом, интегральный коэффициент усиления модуляции на этой частоте оказывается ниже, чем в случае  $\Omega = 2.1 \times 10^{12}$  с<sup>-1</sup>. Кроме того, следует добавить, что результаты предыдущего раздела получены в предположении малых гармонических возмущений на одной частоте. Между тем, при наличии усиленной компоненты модуляции происходит дальнейшее возбуждение ее гармоник вследствие четырехволнового смешения. Если гармоника частоты модуляции также попадает в область неустойчивости, происходит ее интенсивное усиление за счет перекачки энергии из более низких гармоник и собственно основной компоненты с несущей частотой. В итоге это может привести к формированию последовательности коротких импульсов.

При существенной отстройке скоростей ( $\delta = 0.5$  пс/м), что соответствует случаю, изображенному на рис.3,в, результаты моделирования, представленные на рис.5, подтверждают сужение частотного диапазона МН и смещение его в область более высоких частот. Сравнение результатов, полученных для различных частот модуляции сигнала, показывает, что уровни модуляционного усиления частот, лежащих в пределах полосы  $10^{12}$  с<sup>-1</sup>, отличаются более чем на 25 дБ. Можно отметить асимметричность спектра модуляционно неустойчивой компоненты: из-за выполнения условия синхронизма он смещен в сторону высоких частот – модуляция «обгоняет» несущую сигнальную волну и «догоняет» волну накачки.

Спектральная избирательность кросс-модуляционного взаимодействия может быть положена в основу работы ряда оптоволоконных устройств, например узкополосных фильтров. Еще раз отметим, что выбранные при расчетах значения параметров характерны для реальных волоконных кварцевых световодов в ИК диапазоне, и полученные закономерности могут быть использованы при разработке новых оптоволоконных устройств. Так, современные технологии изготовления оптических волокон позволяют получить световоды с требуемой отстройкой групповых скоростей на заданных длинах волн, например, при помощи использования волокон со специальным профилем показателя преломления [20]. При задании длин волн накачки и сигнала ВКР в волокне в качестве «опорных» точек может быть разработан усилитель с заданным узким спектром выходного сигнала. Более подробное описание реализации световода с подобными свойствами и усилителя на его основе выходит за рамки настоящей статьи и будет дано в следующих работах.

### 5. Кросс-модуляционная неустойчивость в волоконном ВКР-лазере

Проведем сравнение построенной модели кросс-модуляционной неустойчивости с имеющимися экспериментальными данными. Из полученных выше результатов видно, что данная неустойчивость становится значимой

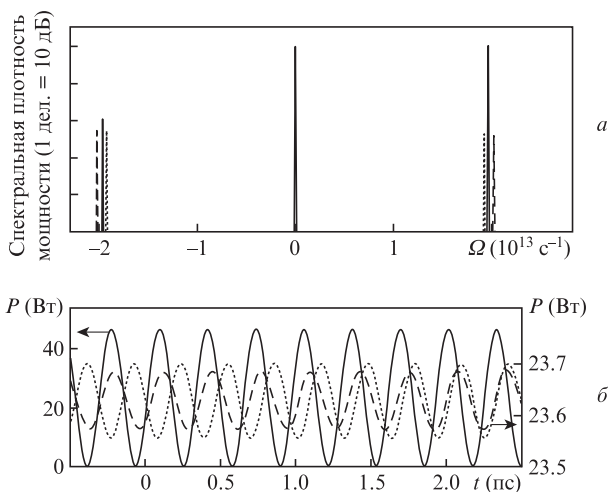


Рис.5. Численное моделирование спектра сигнала для различных частот модуляции (а) и численное моделирование выходного сигнала (б). Параметры усилителя те же, что и на рис.3, длина усилителя 150 м,  $\delta = 0.5$  пс/м. Частотам модуляции  $\Omega = (1.925, 1.965, 2.015) \times 10^{13}$  с<sup>-1</sup> соответствуют пунктирная, сплошная и штриховая линии.

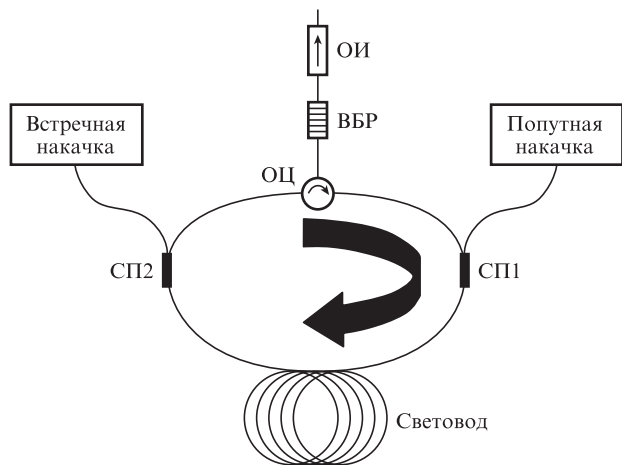


Рис.6. Схема эксперимента (взята из [15]): СП1 и СП2 – устройства ввода попутной и встречной накачки; ОЦ – оптический циркулятор; ВБР – дифракционная решетка; ОИ – оптический изолятор.

лишь при близком уровне мощностей сигнала и накачки. В оптических усилителях эта ситуация встречается лишь в ограниченном диапазоне выходной мощности, в большей же степени такая неустойчивость проявляется в лазерах, т.к. в переходном процессе установления самосогласованного стационарного распределения полей сигнала и накачки в лазерном резонаторе сигнал многократно проходит область потенциальной неустойчивости, в которой мощности сигнала и накачки близки.

В работе [15] описан эксперимент по определению роли фазовой кросс-модуляции в формировании спектра непрерывного ВКР-лазера. Схема эксперимента приведена на рис.6. Кольцевой резонатор волоконного ВКР-лазера замкнут дифракционной решеткой (ВБР) с отражательной способностью 20%. Направление распространения сигнала контролируется оптическим циркулятором (ОЦ). Накачка может осуществляться либо при попутном, либо при встречном распространении относительно сигнальной волны. Суть эксперимента состоит в сравнении спектров лазера при встречной и попутной накачках, обеспечиваемых спектральными мультиплексорами СП2 и СП1.

Моделирование распространения излучения в волоконном элементе лазера описывалось при помощи системы уравнений (11). Дополнительно рассмотрено отражение от ВБР на каждом проходе резонатора при помощи дискретного преобразования спектра сигнальной волны (спектр отражения решетки положен гауссовым)

$$A_s^{\text{out}}(\omega) = A_s^{\text{in}}(\omega) \sqrt{R} \exp(-\omega^2 / \Delta\omega^2),$$

где  $R = 0.2$  – коэффициент отражения;  $\Delta\omega = 10^{12} \text{ с}^{-1}$  – ширина спектра отражения решетки. Ширина спектра ВКР-усиления много больше  $10^{12} \text{ с}^{-1}$ , что позволяет полагать рамановские коэффициенты  $g_R$  независимыми от частоты. При моделировании использовались следующие параметры эксперимента: длины волн накачки и сигнала – 1460 и 1550 нм, нормальная дисперсия волокна на этих длинах волн  $d_p = 0.025 \text{ пс}^2/\text{м}$  и  $d_s = 0.015 \text{ пс}^2/\text{м}$ , мощность накачки  $P_{p0} = 6 \text{ Вт}$ , коэффициент ВКР-усиления  $g_R = 0.0022 \text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$ , длина резонатора  $L = 200 \text{ м}$ . Значения прочих параметров в работе [15] не указаны, поэтому были взяты типичные значения коэффициентов нелинейности

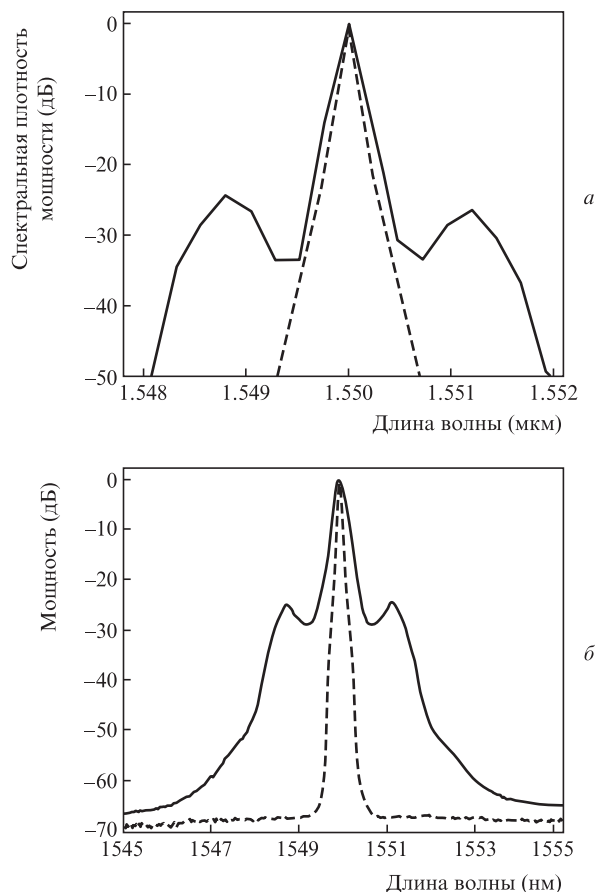


Рис.7. Спектры сигнала, полученные в результате численного моделирования (а) и экспериментальные спектры ВКР-лазера [15] (б). Сплошная линия соответствует попутной, штриховая – встречной накачке.

в волокне ( $\gamma_p = \gamma_s = 0.0035 \text{ Вт}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$ ), отстройка групповых скоростей  $\delta$  при попутной накачке выбрана равной  $0.03 \text{ пс}/\text{м}$ , а для моделирования значительной отстройки при встречной накачке принято  $\delta = 30 \text{ пс}/\text{м}$ . В качестве начального использовался сигнал вида (12) с мощностью  $P_{s0} = 0.00025 \text{ Вт}$  и частотой модуляции  $\Omega = 1.25 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$ , которая соответствовала 50000-й моде резонатора. Эта упрощенная схематичная модель позволяет сравнить результаты моделирования и теоретическое описание МН с данными эксперимента.

После приблизительно 50 проходов резонатора спектр, получаемый в результате моделирования, приобретал вид, сходный с экспериментальным спектром ВКР-лазера (рис.7). При небольшой разности  $\delta$  в спектре образуются характерные полосы повышенной интенсивности, связанные с проявлением кросс-модуляционной неустойчивости. При высоких значениях  $\delta$ , соответствующих встречной накачке, эти области не формируются.

Для пояснения результатов моделирования воспользуемся рассуждениями, аналогичными сделанным выше: вследствие четырехволнового смешения происходит увеличение гармоник модуляции; компоненты спектра, для которых фазовый синхронизм выполняется наилучшим образом, испытывают большее модуляционное усиление. При значительной разности групповых скоростей волн сигнала и накачки возбуждаемые при четырехволновом смешении моды не получают подпитки за счет перекачки энергии при МН, и их интенсивность резко снижается с частотой. Таким образом, даже упрощенная модель

описания фазового взаимодействия накачки и сигнала в ВКР-лазере дает принципиально верное описание спектра лазера.

Отметим некоторые возможные пути практического применения полученных закономерностей при разработке новых лазерных источников. Так, в некоторых случаях может оказаться перспективным использование модулированной попутной накачки. При известной разности групповых скоростей сигнала и накачки можно с помощью (10) найти частоту модуляции, при которой достигается максимальное усиление. Это позволит при использовании накачки, модулированной на данной частоте, разработать лазерный источник с узкополосной высокочастотной модуляцией сигнала, который при определенных условиях становится источником коротких импульсов с высокой частотой следования. Подробное описание подобного источника также будет дано в следующих работах.

## 6. Заключение

Изучены характеристики неустойчивости, возникающей при фазовом кросс-модуляционном взаимодействии между волнами сигнала и накачки в волоконных усилителях и лазерах. Проведен анализ дисперсионного соотношения для волнового вектора малых гармонических возмущений. Получены зависимости коэффициента модуляционного усиления от параметров усилителя, изучена динамика изменения неустойчивой частотной области. Общий вывод, который можно сделать по результатам данной работы, заключается в том, что при описании усиления в оптическом волокне нельзя игнорировать фазовое взаимодействие между сигналом и волной накачки, особенно если их групповые скорости близки.

Показано, что кросс-модуляционная неустойчивость в усилителях в наибольшей степени развивается при близких уровнях мощностей сигнала и накачки, спектральный диапазон неустойчивости сильно зависит от разности групповых скоростей  $\delta$  между волнами сигнала и накачки. При малых  $\delta$  спектр модуляционного усиления представляет собой широкую полосу в области малых частот, что дает возможность уширения спектра при усилении кратных гармоник модулирующего сигнала невысокой частоты и

генерации последовательности импульсов. При увеличении  $\delta$  спектральная область неустойчивости сужается и смещается в высокочастотную сторону. Это свойство кросс-модуляционной неустойчивости предлагается использовать в решении прикладных задач – при разработке узкополосных фильтров, генераторов сигналов с высокочастотной модуляцией и последовательностей импульсов с высокой частотой следования. Проведенное численное моделирование подтверждает результаты аналитических расчетов и находится в качественном согласии с результатами экспериментов.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ.

1. Agrawal G. *Nonlinear fiber optics* (Springer, 2007).
2. Zakharov V.E., Ostrovsky L.A. *Physica D*, **238**, 540 (2009).
3. Tai K., Hasegawa A., Tomita A. *Phys. Rev. Lett.*, **56**, 135, (1986).
4. Dianov E.M., Mamyshev P.V., Prokhorov A.M., Chernikov S.V. *Opt. Lett.*, **14**, 1008 (1989).
5. Rubenchik A.M., Turitsyn S.K., Fedoruk M.P. *Opt. Express*, **18**, 1380 (2010).
6. Korobko D.A., Okhotnikov O.G., Zolotovskii I.O. *J. Opt. Soc. Am. B*, **30**, 2377 (2013).
7. Zolotovskii I.O., Lapin V.A., Sementsov D.I. *Phys. Wave Phenomena*, **21**, 1 (2013).
8. Золотовский И.О., Коробко Д.А., Лапин В.А. *Квантовая электроника*, **44**, 42 (2014).
9. Kobtsev S.M., Smirnov S.V. *Opt. Express*, **16**, 7428 (2008).
10. Dudley J.M., Genty G., Dias F., Kibler B., Akhmediev N. *Opt. Express*, **17**, 21497 (2009).
11. Demircan A., Bandelow U. *Opt. Commun.*, **244**, 185 (2005).
12. Agrawal G.P. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 880 (1987).
13. Agrawal G.P., Baldeck P.L., Alfano R.R. *Phys. Rev. A*, **39**, 3406 (1989).
14. Velchev I., Pattnaik R., Toulouse J. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 093905 (2003).
15. Ravet G., Fotiadi A., Blondel M., Mégret P. *Proc. Symposium IEEE/LEOS Benelux Chapter*, Mons, 201 (2005).
16. Toulouse J., Velchev I., Pattnaik R. *Conf. Lasers and Electrooptics (CLEO 2002)* (Long Beach, CA, USA, 2002, CTh043, p. 535).
17. Золотовский И.О., Коробко Д.А., Охотников О.Г., Семенцов Д.И., Сысолятин А.А., Фотиади А.А. *Оптика и спектроскопия*, **114**, 286 (2013).
18. Harvey J., Leonhardt R., Coen S., Wong G., Knight J., Wadsworth W., Russell P.St.J. *Opt. Lett.*, **28**, 2225 (2003).
19. Paschotta R. *Encyclopedia of Laser Physics and Technology* (John Wiley & Sons, 2008).
20. Ахметшин У.Г., Богатырев В.А., Сенаторов А.К., Сысолятин А.А., Шальгин М.Г. *Квантовая электроника*, **33**, 265 (2003).