

Расчет весовых функций для реконструкции поглощающих неоднородностей тканей по времяразрешенным оптическим проекциям

А.Б.Коновалов, В.В.Власов

Предложен новый метод определения весовых функций для реконструкции поглощающих неоднородностей тканей методом импульсной пертурбационной диффузионной оптической томографии, использующей трансмиссионную геометрию плоского слоя. В основе метода лежит аналитический подход к расчету весовых функций для полубесконечной рассеивающей среды и использование оригинального метода эквивалентного инверсного источника с целью получения весовых распределений для геометрии плоского слоя. Для оценки корректности предложенного метода расчета весовых функций поставлен численный эксперимент по реконструкции поглощающих неоднородностей. Показано, что пертурбационная модель реконструкции на основе предложенного метода расчета весовых функций позволяет разрешать в центре объекта толщиной 8 см неоднородности размером менее 0.3 см и ~0.4 см, расположенные соответственно в направлениях, поперечном и продольном направлению зондирующего излучения.

Ключевые слова: диффузионная оптическая томография, пертурбационная модель реконструкции, весовая функция, поглощающая неоднородность, времяразрешенная оптическая проекция, поперечное и продольное пространственное разрешение.

1. Введение

В последнее десятилетие бурными темпами развивается методологическая база диффузионной оптической томографии (ДОТ) биотканей [1–14]. Наиболее точными и перспективными считаются нелинейные итерационные методы [2, 5, 6, 10, 11, 13–17], основанные на многошаговой линеаризации прямой и обратной задач ДОТ и на подстройке на каждом шаге матрицы весовых коэффициентов, ответственной за реконструкцию диффузионных томограмм. Однако, несмотря на стремительный прогресс компьютерных технологий, восстановление и визуализация пространственных распределений оптических и функциональных параметров тканей с помощью этих методов требуют больших временных затрат – от десятков минут до нескольких часов [2, 17], что не может в полной мере удовлетворить современным требованиям медицинской диагностики. По этой причине исследователи продолжают уделять серьезное внимание разработке приближенных методов реконструкции ДОТ, которые обычно уступают в точности нелинейным методам, но позволяют получать изображения почти в реальном масштабе времени. Среди приближенных методов наибольшее распространение получили пертурбационные методы [18–22] и методы локализации оптических неоднородностей [23–26]. В первых пренебрегается нелинейностью прямой и обратной задач ДОТ, и в результате обратная задача сводится к однократному обращению системы линейных алгебраических уравнений, что приводит к экономии вре-

мени. Пертурбационные методы способны конкурировать по точности с нелинейными методами в случае, когда оптические неоднородности малы по размерам и амплитуде. Методы локализации неоднородности представляют собой методы подгонки, в основе которых лежит сравнение опытных данных с расчетными, полученными на базе аналитического решения уравнения переноса или диффузии для однородной среды со сферической неоднородностью. Эти методы фактически не дают информации о реальной форме неоднородности, но с определенным успехом используются в экспериментальных клинических исследованиях для определения оптических параметров локализованных опухолей [25, 27–30]. В последние годы номенклатура приближенных методов ДОТ существенно расширилась. Приятно отметить, что существенный вклад в это внесли отечественные исследователи. В качестве примеров разработанных российскими учеными приближенных методов ДОТ можно привести нелинейные статистические методы [31–34], метод средних траекторий фотонов [35–42], метод обращения, использующий регуляризацию Тихонова с неотрицательными компонентами [43, 44], и метод локализации неоднородности, основанный на использовании поздно пришедших фотонов [45–47].

В настоящей работе развита пертурбационная модель реконструкции, предложенная В.В.Любимовым для случая импульсной ДОТ (далее модель Любимова) [35–37, 48]. Уникальность этой модели состоит в том, что вместо интегральных данных, таких как интегрированная интенсивность, среднее время пролета фотонов, результаты преобразований Лапласа и Мелина–Лапласа и пр. (см., напр., [15]), для реконструкции диффузионных томограмм используются времяразрешенные оптические проекции [42, 48, 49]. Эти проекции определяются только для одного времени регистрации сигнала приемниками и позволяют минимизировать пространственное разрешение метода. Совсем недавно [49] нами показано, что если учи-

А.Б.Коновалов, В.В.Власов. ФГУП «Российский федеральный ядерный центр – ВНИИТФ им. Е.И.Забабихина», Россия, Челябинская обл., 456770 Снежинск, ул. Васильева, 13, а/я 245; e-mail: a_konov@mail.vega-int.ru, vitaly.vlasov.v@gmail.com

Поступила в редакцию 16 марта 2014 г., после доработки – 17 мая 2014 г.

тывать вклад в сигнал каждой точки рассеивающего объекта и при реконструкции использовать полные банановидные распределения траекторий фотонов, модель Любимова позволяет разрешать неоднородности размером 2.5–3 мм в центре объекта толщиной 8 см. Такие величины не только не уступают, но даже превосходят пространственное разрешение нелинейных многошаговых методов ДОТ [50]. Согласно модели Любимова, обратная задача ДОТ в случае поглощающих неоднородностей сводится к решению линейного интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода [37–42, 48, 49]

$$g(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d) = \int_V W_{\mu_a}(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d, \mathbf{r}) \delta\mu_a(\mathbf{r}) d^3r, \quad (1)$$

где

$$W_{\mu_a}(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d, \mathbf{r}) = c \int_{t_s}^{t_d} P[\mathbf{r}, t | (\mathbf{r}_s, t_s) \rightarrow (\mathbf{r}_d, t_d)] dt. \quad (2)$$

Здесь (\mathbf{r}_s, t_s) и (\mathbf{r}_d, t_d) – пространственно-временные точки, определяющие положение соответственно источника и приемника на границе исследуемого рассеивающего объекта объемом V ; $g(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d)$ – времяразрешенная оптическая проекция; $W_{\mu_a}(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d, \mathbf{r})$ – весовая функция, учитывающая вклад каждой точки объекта в величину $g(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d)$; $\delta\mu_a(\mathbf{r})$ – локальное пространственное возмущение коэффициента поглощения μ_a ; c – скорость света в объекте; $P[\mathbf{r}, t | (\mathbf{r}_s, t_s) \rightarrow (\mathbf{r}_d, t_d)]$ – функция, имеющая смысл условной плотности вероятности того, что фотон, мигрирующий из (\mathbf{r}_s, t_s) в (\mathbf{r}_d, t_d) , в некоторый промежуточный момент времени t окажется в точке пространства $\mathbf{r} \in V$.

В [48] для определения $W_{\mu_a}(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d, \mathbf{r})$ в случаях геометрии плоского слоя и ее 2D аналога – прямоугольной геометрии – мы применили гибридный аналитико-численный подход, основанный на использовании аналитических соотношений для функции Грина нестационарного уравнения диффузии и на численном интегрировании выражения (2). В настоящей работе мы предлагаем альтернативный метод расчета весовой функции $W_{\mu_a}(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d, \mathbf{r})$. Этот метод предполагает ее аналитический расчет для случая полупространства в 3D и 2D случаях (разд.2), а затем применение оригинального метода эквивалентного инверсного источника с целью нахождения весовых функций для трансмиссионной геометрии плоского слоя и трансмиссионной прямоугольной геометрии (разд.3). В разд.4 представлены результаты численного эксперимента по реконструкции прямоугольных рассеивающих объектов с поглощающими неоднородностями. Эти результаты позволяют оценить предельное разрешение метода в поперечном и продольном направлениях по отношению к направлению зондирующего излучения и подтвердить корректность полученных соотношений для весовых функций.

2. Весовые функции в полупространстве

В [37] установлено, что для нахождения плотности вероятности $P[\mathbf{r}, t | (\mathbf{r}_s, t_s) \rightarrow (\mathbf{r}_d, t_d)]$ может быть использовано диффузионное приближение уравнения переноса. В [48] для численного расчета весовых функций $W_{\mu_a}(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d, \mathbf{r})$ мы использовали граничное условие Робина [6, 15], которое справедливо считается наиболее точным при описании процесса миграции фотонов вблизи границ рассеивающего объекта. Однако результаты исследований [42],

где мы сравнили граничные условия Робина и Дирихле, показали, что в случае, когда среда представляет собой полупространство, выбор граничного условия слабо влияет на точность расчета таких статистических характеристик распределений фотонов, как условная плотность вероятности $P[\mathbf{r}, t | (\mathbf{r}_s, t_s) \rightarrow (\mathbf{r}_d, t_d)]$, средняя траектория фотонов и стандартное среднеквадратичное отклонение фотонов от средней траектории. Это утверждение справедливо, по крайней мере, при сравнительно небольших временах регистрации сигнала приемниками (обычно до 3000 пс). Полученные в [42] результаты дают нам основание для аналитического расчета $W_{\mu_a}(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d, \mathbf{r})$ выбрать более простое граничное условие Дирихле, для которого плотность вероятности представима в виде [35, 36, 40, 42]

$$P[\mathbf{r}, t | (\mathbf{r}_s, t_s) \rightarrow (\mathbf{r}_d, t_d)] = \frac{G(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s, t - t_s) \partial G(\mathbf{r}_d - \mathbf{r}, t_d - t) / \partial q}{\partial G(\mathbf{r}_d - \mathbf{r}_s, t_d - t_s) / \partial q}, \quad (3)$$

где $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t')$ – функция Грина нестационарного уравнения диффузии; $\partial / \partial q$ – производная по направлению нормали к границе среды. Задача расчета весовых функций, таким образом, сводится к интегрированию (3) по времени t в соответствии с выражением (2).

2.1. 3D случай

В случае однородного рассеивающего полупространства $z \geq 0$ с коэффициентом диффузии D и граничного условия Дирихле для функции Грина $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t')$ справедливо следующее выражение [35]:

$$G(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') = [4\pi Dc(t - t')]^{-3/2} \exp[-\mu_a c(t - t')] \times \left\{ \exp\left[-\frac{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}{4Dc(t - t')}\right] - \exp\left[-\frac{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z + z')^2}{4Dc(t - t')}\right] \right\}. \quad (4)$$

Пусть мгновенный точечный источник находится в точке $\mathbf{r}_s(0, 0, z_s)$, причем выполняется условие $z_s \gg 1/\mu'_{sc}$, где μ'_{sc} – транспортный коэффициент рассеяния. Пусть $t_s = 0$ и пусть приемник располагается в точке $\mathbf{r}_d(x_d, y_d, 0)$ на границе среды $z = 0$. Подставив соответствующие выражения для $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s, t - t_s)$, $\partial G(\mathbf{r}_d - \mathbf{r}, t_d - t) / \partial q$ и $\partial G(\mathbf{r}_d - \mathbf{r}_s, t_d - t_s) / \partial q$ в (3), получим

$$P[\mathbf{r}, t | (\mathbf{r}_s, t_s) \rightarrow (\mathbf{r}_d, t_d)] = (2/z_s) (4\pi Dct)^{-3/2} (1 - t/t_d)^{-5/2} \times \exp\left[-\frac{z_s^2(t_d - t)}{4Dct_d t} - \frac{(x_d^2 + y_d^2)t}{4Dct_d(t_d - t)}\right] \times \exp\left[-x^2 \frac{t_d}{4Dct(t_d - t)} + x \frac{x_d}{2Dc(t_d - t)}\right] \times \exp\left[-y^2 \frac{t_d}{4Dct(t_d - t)} + y \frac{y_d}{2Dc(t_d - t)}\right] \times \exp\left[-z^2 \frac{t_d}{4Dct(t_d - t)}\right] z \operatorname{sh}\left(\frac{z - z_s}{2Dct}\right). \quad (5)$$

Аналогичное выражение было получено в работах [40, 42] для случая расположения приемника в точке $\mathbf{r}_d(x_d, 0, 0)$.

После подстановки (5) в (2) и замены переменной $\alpha = t/(t_d - t)$ получим

$$\begin{aligned}
 W_{\mu_a}(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d, \mathbf{r}) &= (z/z_s)(4\pi D)^{-3/2}(ct_d)^{-1/2} \\
 &\times \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 + z^2 - xx_d - yy_d}{2Dct_d}\right) \\
 &\times \left\{ \exp\left(\frac{zz_s}{2Dct_d}\right) \int_0^\infty \alpha^{-3/2}(1 + \alpha)^2 \right. \\
 &\times \exp\left[-\frac{(x - x_d)^2 + (y - y_d)^2 + z^2}{4Dct_d} \alpha \right. \\
 &\left. - \frac{x^2 + y^2 + (z - z_s)^2}{4Dct_d} \frac{1}{\alpha}\right] d\alpha - \exp\left(-\frac{zz_s}{2Dct_d}\right) \\
 &\times \int_0^\infty \alpha^{-3/2}(1 + \alpha)^2 \exp\left[-\frac{(x - x_d)^2 + (y - y_d)^2 + z^2}{4Dct_d} \alpha \right. \\
 &\left. - \frac{x^2 + y^2 + (z + z_s)^2}{4Dct_d} \frac{1}{\alpha}\right] d\alpha \left. \right\}. \tag{6}
 \end{aligned}$$

Воспользовавшись тождеством $\alpha^{-3/2}(1 + \alpha)^2 = \alpha^{-3/2} + 2\alpha^{-1/2} + \alpha^{+1/2}$, в фигурных скобках выражения (6) вместо двух мы получим шесть слагаемых, каждое из которых содержит табличный интеграл вида [51]

$$\begin{aligned}
 \int_0^\infty \xi^{-3/2} \exp(-p\xi - q/\xi) d\xi &= \sqrt{\pi/q} \exp(-2\sqrt{pq}), \\
 \int_0^\infty \xi^{-1/2} \exp(-p\xi - q/\xi) d\xi &= \sqrt{\pi/p} \exp(-2\sqrt{pq}), \tag{7}
 \end{aligned}$$

$$\int_0^\infty \xi^{1/2} \exp(-p\xi - q/\xi) d\xi = \sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2} p^{-3/2} + \frac{\sqrt{q}}{p} \right) \exp(-2\sqrt{pq}).$$

После интегрирования с учетом (7) и некоторых преобразований выражение (6) можно представить в следующем, удобном для дальнейшего использования, виде:

$$\begin{aligned}
 W_{\mu_a}(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d, \mathbf{r}) &= \frac{z}{4\pi Dz_s} \exp\left(\frac{x_d^2 + y_d^2 + z_s^2}{4Dct_d}\right) \\
 &\times \left\{ \exp\left[-\frac{(\beta_- + \gamma)^2}{4Dct_d}\right] \left[\frac{1}{\beta_-} \left(1 + \frac{\beta_-}{\gamma}\right)^2 + \frac{2Dct_d}{\gamma^3} \right] \right. \\
 &\left. - \exp\left[-\frac{(\beta_+ + \gamma)^2}{4Dct_d}\right] \left[\frac{1}{\beta_+} \left(1 + \frac{\beta_+}{\gamma}\right)^2 + \frac{2Dct_d}{\gamma^3} \right] \right\}, \tag{8}
 \end{aligned}$$

где

$$\beta_{\pm} = \sqrt{x^2 + y^2 + (z \pm z_s)^2} \text{ и } \gamma = \sqrt{(x - x_d)^2 + (y - y_d)^2 + z^2}.$$

2.2. 2D случай

В случае 2D полупространства $y \geq 0$, когда источник и приемник располагаются в точках $\mathbf{r}_s(0, y_s)$ и $\mathbf{r}_d(x_d, 0)$ соответственно, вместо (5) получаем выражение

$$P[\mathbf{r}, t | (\mathbf{r}_s, t_s) \rightarrow (\mathbf{r}_d, t_d)] = \frac{2}{y_s} \frac{1}{4\pi Dct} \left(\frac{t_d}{t_d - t} \right)^2$$

$$\begin{aligned}
 &\times \exp\left[-\frac{y_s^2(t_d - t)}{4Dct_d t} - \frac{x_d^2 t}{4Dct_d(t_d - t)}\right] \\
 &\times \exp\left[-x^2 \frac{t_d}{4Dct(t_d - t)} + x \frac{x_d}{2Dc(t_d - t)}\right] \\
 &\times \exp\left[-y^2 \frac{t_d}{4Dct(t_d - t)}\right] y \operatorname{sh}\left(y \frac{y_s}{2Dct}\right). \tag{9}
 \end{aligned}$$

Подстановка (9) в (2) и замена переменной $\alpha = t/(t_d - t)$ дают следующий аналог выражения (6):

$$\begin{aligned}
 W_{\mu_a}(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d, \mathbf{r}) &= \frac{y}{4\pi Dy_s} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 - xx_d}{2Dct_d}\right) \\
 &\times \left\{ \exp\left(\frac{yy_s}{2Dct_d}\right) \int_0^\infty \frac{1 + \alpha}{\alpha} \exp\left[-\frac{(x - x_d)^2 + y^2}{4Dct_d} \alpha \right. \right. \\
 &\left. \left. - \frac{x^2 + (y - y_s)^2}{4Dct_d} \frac{1}{\alpha}\right] d\alpha \right. \\
 &\left. - \exp\left(-\frac{yy_s}{2Dct_d}\right) \int_0^\infty \frac{1 + \alpha}{\alpha} \exp\left[-\frac{(x - x_d)^2 + y^2}{4Dct_d} \alpha \right. \right. \\
 &\left. \left. - \frac{x^2 + (y + y_s)^2}{4Dct_d} \frac{1}{\alpha}\right] d\alpha \right\}. \tag{10}
 \end{aligned}$$

Здесь мы приходим к табличным интегралам [51]

$$\begin{aligned}
 \int_0^\infty \xi^{-1} \exp(-p\xi - q/\xi) d\xi &= 2K_0(-2\sqrt{pq}), \\
 \int_0^\infty \exp(-p\xi - q/\xi) d\xi &= 2\left(\frac{q}{p}\right)^{1/2} K_1(-2\sqrt{pq}), \tag{11}
 \end{aligned}$$

где $K_n(\xi)$ – функция Макдональда n -го порядка ($n = 0, 1$). В результате выражение для весовой функции таково:

$$\begin{aligned}
 W_{\mu_a}(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d, \mathbf{r}) &= \frac{y}{2\pi Dy_s} \exp\left(\frac{x_d^2 + y_s^2}{4Dct_d}\right) \\
 &\times \left\{ \exp\left[-\frac{(\beta_- + \gamma)^2}{4Dct_d}\right] \left[K_0\left(\frac{\beta_- \gamma}{2Dct_d}\right) + \frac{\beta_-}{\gamma} K_1\left(\frac{\beta_- \gamma}{2Dct_d}\right) \right] \right. \\
 &\left. - \exp\left[-\frac{(\beta_+ + \gamma)^2}{4Dct_d}\right] \left[K_0\left(\frac{\beta_+ \gamma}{2Dct_d}\right) + \frac{\beta_+}{\gamma} K_1\left(\frac{\beta_+ \gamma}{2Dct_d}\right) \right] \right\}, \tag{12}
 \end{aligned}$$

где $\beta_{\pm} = \sqrt{x^2 + (y \pm y_s)^2}$ и $\gamma = \sqrt{(x - x_d)^2 + y^2}$.

Полученный результат можно упростить, если воспользоваться асимптотическим приближением функции Макдональда $K_n(\xi) \cong \sqrt{\pi/2\xi} \exp(-\xi)$. Заметим, что в данном случае использование асимптотического приближения представляется вполне правомочным, ибо некорректность может возникнуть только при очень малых значениях x и y и только тогда, когда приемник помещен в точку $\mathbf{r}_d(0, 0)$. После упрощений получим следующее аналитическое представление для весовой функции, являющееся аналогом выражения (8):

$$\begin{aligned}
 W_{\mu_a}(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d, \mathbf{r}) &= \frac{y}{2y_s} \sqrt{\frac{ct_d}{\pi D}} \exp\left(\frac{x_d^2 + y_s^2}{4Dct_d}\right) \\
 &\times \left\{ \exp\left[-\frac{(\beta_- + \gamma)^2}{4Dct_d}\right] \left(\frac{1}{\sqrt{\beta_- \gamma}} + \frac{\sqrt{\beta_-}}{\gamma^{3/2}} \right) \right. \\
 &\left. - \exp\left[-\frac{(\beta_+ + \gamma)^2}{4Dct_d}\right] \left(\frac{1}{\sqrt{\beta_+ \gamma}} + \frac{\sqrt{\beta_+}}{\gamma^{3/2}} \right) \right\}. \tag{13}
 \end{aligned}$$

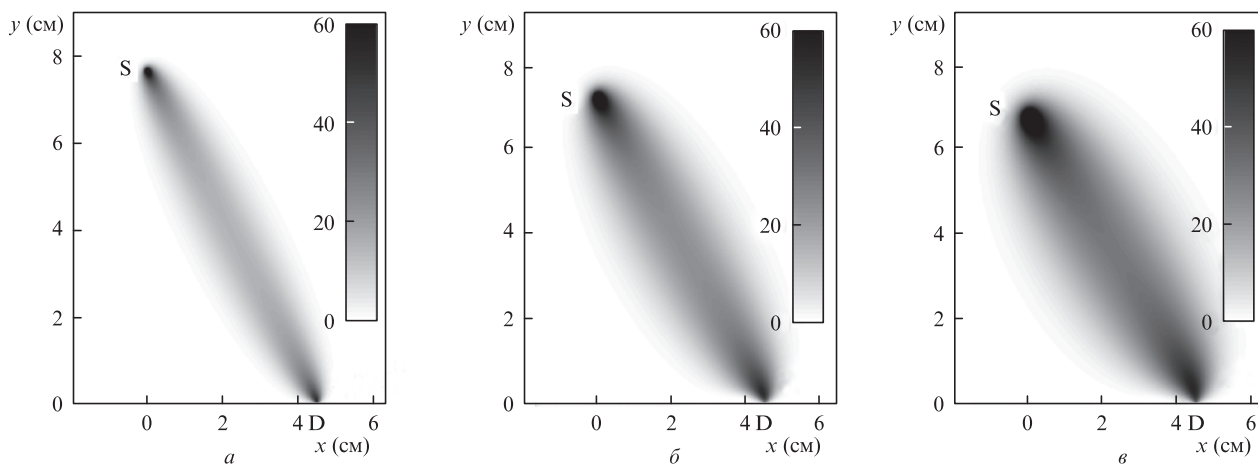


Рис.1. Весовые функции в 2D полупространстве для времени регистрации сигнала приемником 1000 (а), 2000 (б) и 3000 пс (в); шкала палитры проградуирована в обратных сантиметрах.

Пространственные распределения (13) показаны на рис.1 для следующих параметров: $c = 0.0214$ см/пс, $D = 0.034$ см и $t_d = 1000, 2000, 3000$ пс. Приемник D располагается в точке $r_d(4.3$ см, 0). Источник S меняет положение и находится в точках $r_s(0, 7.7$ см), $r_s(0, 7.2$ см) и $r_s(0, 6.7$ см) в случаях, когда время регистрации сигнала приемником равно 1000, 2000 и 3000 пс соответственно.

3. Весовые функции для геометрии плоского слоя. Метод эквивалентного инверсного источника

В отличие от полубесконечной среды рассеивающий объект в форме плоского слоя имеет, очевидно, не одну плоскую границу, а две. Вопрос о применимости выведенных выше формул для описания процесса распространения света в плоском слое сводится к вопросу о расстоянии между этими границами, т. е. к вопросу о толщине слоя d . Считается [52], что если $d \gg 1/\mu'_s$, то влиянием одной границы на диффузионный процесс миграции фотонов вблизи другой можно пренебречь. Более того, согласно исследованиям [53] можно считать, что в этом случае характер изменения статистических характеристик распределений фотонов вблизи источника S, расположенного на одной границе, такой же, как и вблизи приемника D, расположенного на другой границе (рис.2). Указанному выше ограничению вполне удовлетворяет оптическая маммография, использующая трансмиссионную геометрию плоского слоя, поскольку расстояние между зажимающими грудь пластинами обычно не бывает меньше, чем 5 см

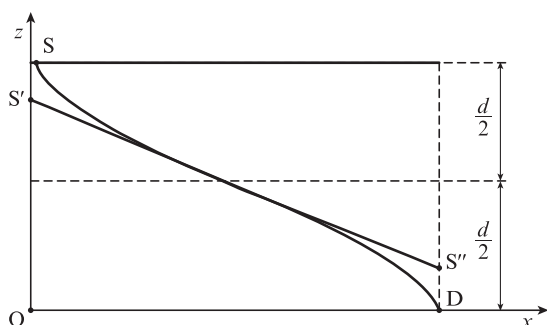


Рис.2. К определению положений эквивалентного и эквивалентно-инверсного источников (см. текст).

[25–30]. Будем полагать, что и в нашем случае условие $d \geq 5$ см выполняется.

В настоящей статье с целью нахождения весовых функций $W_{\mu_a}(r_s, t_s, r_d, t_d, r)$ для случая трансмиссионной геометрии плоского слоя мы используем метод, условно названный нами методом эквивалентного инверсного источника. Метод состоит в следующем.

1. Определяется положение находящегося внутри плоского слоя эквивалентного источника S' (рис.2), такого, что в силу принятых допущений процесс миграции фотонов из точки S' в точку расположения приемника D можно считать эквивалентным процессу миграции фотонов из S в D в половине плоского слоя с условными границами $z = 0$ и $z = d/2$. Для этой половины слоя вычисляется весовая функция согласно выражению (8) или (13).

2. Аналогично шагу 1 находится положение эквивалентного инверсного источника S'' (рис.2), такого, что процесс миграции фотонов из точки S'' в точку расположения приемника S можно считать эквивалентным процессу миграции фотонов из D в S в другой половине слоя с границами $z = d/2$ и $z = d$. Для данной половины слоя также вычисляется весовая функция согласно выражениям, аналогичным формуле (8) или (13). Эти формулы легко получить, выполнив соответствующие преобразования координат.

3. Чтобы получить весовую функцию для всего плоского слоя толщиной d , выполняется суперпозиция «полезных» половинок весовых функций, рассчитанных на шагах 1 и 2.

Положение эквивалентного источника S' на шаге 1, как и положение эквивалентного инверсного источника S'' на шаге 2, находится с использованием ранее полученных формул для координат центра масс распределения $P[r, t|(r_s, t_s) \rightarrow (r_d, t_d)]$, который, собственно, и описывает среднюю траекторию фотонов при их миграции из S' в D и из S'' в S соответственно. Эти средние траектории показаны на рис.2. Вывод формул и процедура нахождения координат $z_{S'}$ и $z_{S''}$ эквивалентных источников S' и S'' (т. е. расстояний OS' и DS'') подробно описаны в работах [40–42]. Пример, наглядно демонстрирующий применение метода эквивалентного инверсного источника на практике, представлен на рис.3. Рассмотрен прямоугольный рассеивающий объект размером 10×8 см, источник S расположен в точке $r_s(1.3$ см, 8 см), а приемник D – в точке $r_d(7.7$ см, 0). Оптические параметры среды $c = 0.0214$ см/пс и $D =$

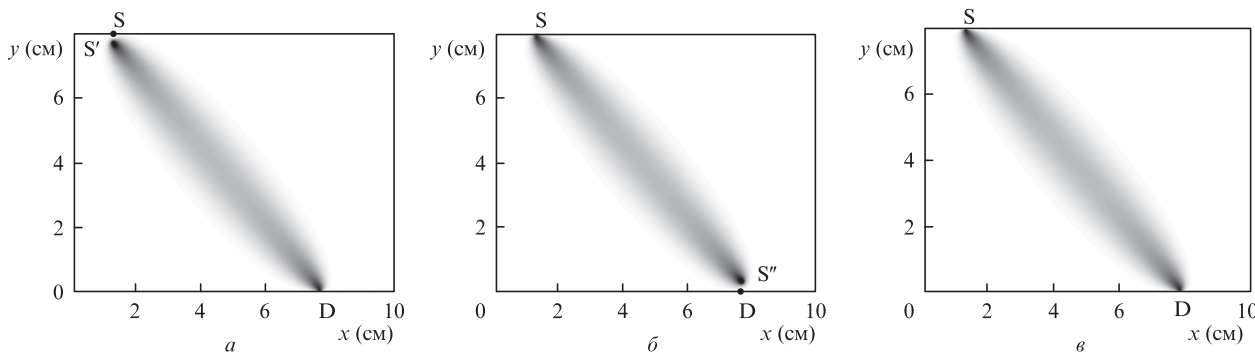


Рис.3. Пример определения весовой функции методом эквивалентного инверсного источника: расчет для эквивалентного источника (а), расчет для эквивалентного инверсного источника (б) и суперпозиция половинок весовых функций рис.3,а и б (в).

0.034 см, время регистрации сигнала приемником $t_d = 1000$ пс. На рис.3,а показан результат расчета для эквивалентного источника (шаг 1), на рис.3,б – результат расчета для эквивалентного инверсного источника (шаг 2), а на рис.3,в – результат суперпозиции половинок весовых функций (шаг 3). Подобным образом можно рассчитать весовые функции для любых расположений источников и приемников, выбранных для пространственно-зависимых измерений оптического сигнала с целью последующей реконструкции поглощающих неоднородностей.

Следует отметить, что описанный выше метод мы применяем впервые. Ранее [48, 49] весовая функция в полупространстве определялась численно исключительно для эквивалентного источника, т.е. выполнялся только «прямой» расчет. Затем «полезная» половинка полученного распределения отображалась центрально-симметрично с целью нахождения весовой функции для геометрии плоского слоя. При этом вычислительная ошибка в окрестности источника S достигала 10%. Для компенсации ошибки приходилось применять эмпирические подходы, требующие дополнительных трудоемких ресурсов. Метод эквивалентного инверсного источника свободен от подобного недостатка.

4. Численный эксперимент по реконструкции поглощающих неоднородностей

4.1. Постановка эксперимента

Для оценки корректности расчета весовых функций методом, изложенным в разд.2 и 3, нами поставлен численный эксперимент по реконструкции рассеивающих объектов прямоугольной формы размером 10×8 см с круглыми поглощающими неоднородностями. В настоящей статье мы впервые исследуем пространственное разрешение не только в направлении, перпендикулярном направлению зондирующего излучения, но и продольное (глубинное) разрешение, которое, как известно [54], является наиболее критичным в случае применения геометрии плоского слоя. Для оценки разрешения используются четыре объекта, каждый из которых содержит в центральной области по четыре круглые поглощающие неоднородности одинакового диаметра. Причем неоднородности удалены друг от друга таким образом, что их центры располагаются в вершинах квадрата со стороной, равной двум диаметрам. Диаметры неоднородностей различных объектов составляют 0,3, 0,5, 0,7 и 0,9 см. Оптические параметры объектов имеют следующие значения: $c = 0.0214$ см/пс, $D = 0.034$ см и $\mu_a = 0.05$ см⁻¹. Соответствующий транспортный

коэффициент рассеяния $\mu'_{sc} = 10$ см⁻¹, коэффициент поглощения неоднородностей $\mu_a = 0.075$ см⁻¹. Подобные значения оптических параметров характерны для тканей молочной железы (см., напр., [17, 25, 27–30]). Всего в численном эксперименте мы используем 32 источника и 32 приемника. Источники и приемники располагаются на противоположных сторонах объектов, чередуясь друг с другом с одинаковым шагом. Поскольку мы исследуем трансмиссионный режим, связи между источниками и приемниками одной грани игнорируются. Таким образом, число полезных связей, которые используются для реконструкции, равно 32×16 .

С целью моделирования измерительных данных методом конечных элементов решается нестационарное уравнение диффузии с мгновенным точечным источником. Временные функции рассеяния точки $\Gamma(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t)$ для каждой пары источник–приемник вычисляются как потоки фотонов на границах объектов в соответствии с законом Фика [55]. Времяразрешенные оптические проекции рассчитываются для времени регистрации сигнала $t_d = 1000$ пс по формуле

$$g(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t_d) = -\log \frac{\Gamma(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t) \Big|_{t=t_d}}{\Gamma_0(\mathbf{r}_s, t_s, \mathbf{r}_d, t) \Big|_{t=t_d}}. \tag{14}$$

Здесь индекс «0» имеет отношение к однородному рассеивающему объекту, не возмущенному присутствием поглощающих неоднородностей. Для реконструкции мы используем дискретную модель, согласно которой задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений

$$\mathbf{g} = \mathbf{W} \times \mathbf{f}, \tag{15}$$

где $\mathbf{g} = \{g_{ij}\}$ – вектор времяразрешенных оптических проекций; $\mathbf{W} = \{W_{ij}\}$ – матрица весовых коэффициентов, которая получается в результате дискретизации и объединения весовых функций, рассчитанных для всех полезных связей источник–приемник; $\mathbf{f} = \{f_j\}$ – вектор дискретных значений реконструируемой функции. Для обращения системы (15) используется хорошо изученный нами модифицированный мультипликативный алгебраический алгоритм реконструкции [40–42, 48, 49]. Реконструкцию всех четырех объектов мы выполняем на достаточно мелкую сетку (187×147) при малом значении управляющего параметра, отвечающего за скорость сходимости итерационного процесса. Поэтому регуляризованное решение достигается только после значительного числа итераций (обычно 5000–10000).

4.2. Результаты реконструкции и их анализ

На рис.4 демонстрируются результаты реконструкции четырех объектов для оценки пространственного разрешения. Они представляются в виде 2D изображений (рис.4,а) и 3D графиков функции $\delta\mu_a(r)$ (рис.4,б). Причем показаны только центральные части томограмм размером 5×4 см. Видно, что предел разрешения в направлении, перпендикулярном направлению зондирующего излучения (поперечное разрешение), не ограничен значением 0.3 см, что вполне соответствует оценкам, полученным в [49]. В продольном же направлении (продольное разрешение) неоднородности размером 0.3 см вообще не разрешаются, а неоднородности размером 0.5 см воспроизводятся с контрастом 65%. Т.е. предел продольного разрешения находится между 0.3 и 0.5 см и, по всей вероятности, близок к 0.4 см.

Заметим, что скорость счета на данном этапе исследований не оптимизировалась. Время реконструкции одного изображения на персональном компьютере Intel PC с процессором 1.7-ГГц Pentium 4 и 512-MB RAM в среде MATLAB достигало двух-трех часов. Для ускорения счета необходимо использовать более быструю, чем MATLAB, программную среду, а также методы адаптивного управления скоростью сходимости и адаптивные сеточные тех-

нологии. Определенный интерес, как это уже было отмечено в [49], представляет применение объектно-ориентированного подхода для распараллеливания алгоритма реконструкции на графических процессорах. В этом случае выигрыш в скорости счета может достичь двух и более порядков [56].

5. Заключение

Нами исследован оригинальный метод расчета весовых функций для реконструкции поглощающих неоднородностей тканей по времяразрешенным оптическим проекциям с использованием пертурбационной модели Любимова. Метод предполагает точный аналитический расчет весовых функций для геометрии полупространства, а затем применение оригинального метода эквивалентного инверсного источника с целью получения весовых распределений для трансмиссионной геометрии плоского слоя. Для подтверждения корректности выведенных формул и полученных весовых функций проведен численный эксперимент по реконструкции прямоугольных рассеивающих объектов с поглощающими неоднородностями, в рамках которого исследовано пространственное разрешение метода в поперечном и продольном направлениях по отношению к направлению зондирующего излучения. Показано, что в центре объекта толщиной 8 см поперечное разрешение лучше, чем 0.3 см, а продольное разрешение близко к 0.4 см.

На взгляд авторов, пертурбационная модель Любимова, использующая для реконструкции времяразрешенные оптические проекции и предложенный в настоящей статье метод расчета весовых функций, вполне может быть рекомендована для практического применения, например для целей оптической маммографии.

Авторы выражают признательность В.В.Любимову, без теоретических исследований которого опубликование настоящей статьи было бы невозможно.

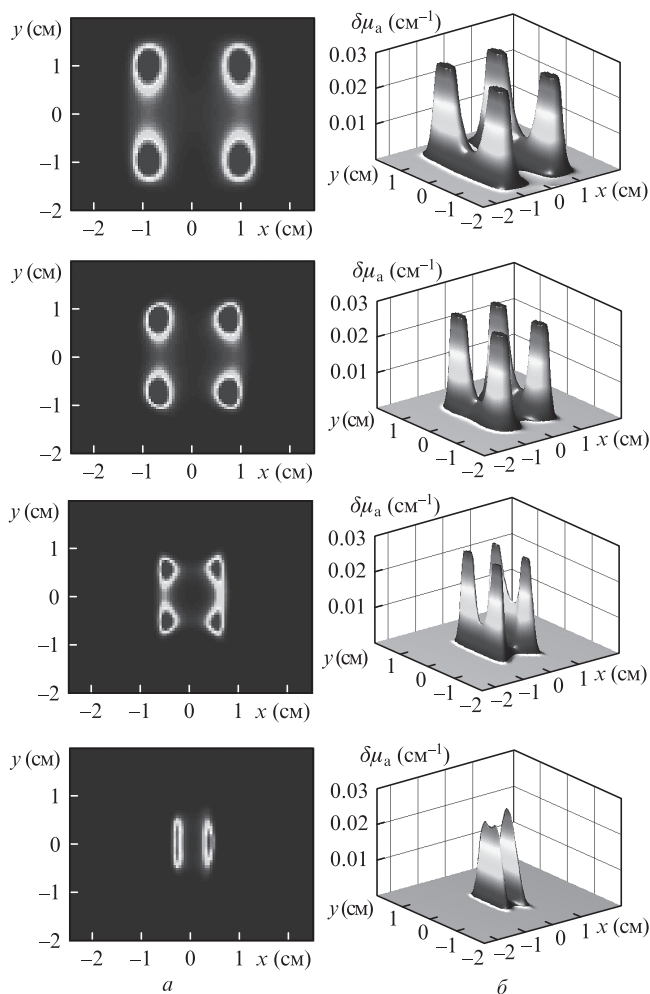


Рис.4. Результаты реконструкции объектов с поглощающими неоднородностями. Диаметры визуализируемых неоднородностей, если смотреть на рисунок сверху вниз, равны 0.9, 0.7, 0.5 и 0.3 см соответственно.

- Gibson A., Hebden J.C., Arridge S.R. *Phys. Med. Biol.*, **50**, R1 (2005).
- Schweiger M., Arridge S.R., Nissilä I. *Phys. Med. Biol.*, **50**, 2365 (2005).
- Wang L.V., Wu H.I. *Biomedical Optics: Principles and Imaging* (New Jersey: John Wiley&Sons, 2007).
- Jacques S.L., Pogue B.W. *J. Biomed. Opt.*, **13**, 041302 (2008).
- Dehghani H., Eames M.E., Yalavarthy P.K., Davis S.C., Srinivasan S., Carpenter C.M., Pogue B.W., Paulsen K.D. *Commun. Numer. Methods Eng.*, **25**, 711 (2008).
- Arridge S.R., Schotland J.C. *Inverse Problems*, **25**, 123010 (2009).
- Durduran T., Choe R., Baker W.B., Yodh A.G. *Rep. Prog. Phys.*, **73**, 076701 (2010).
- Тучин В.В. *Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях* (М.: Физматлит, 2010).
- Li M., Zhang Y., Bai J. *J. Healthcare Eng.*, **1**, 477 (2010).
- Arridge S.R. *Phil. Trans. R. Soc. A*, **369**, 4558 (2011).
- Soloviev V.Y., Arridge S.R. *Biomed. Opt. Express*, **2**, 440 (2011).
- O'Sullivan T.D., Cerussi A.E., Cuccia D.J., Tromberg B.J. *J. Biomed. Opt.*, **17**, 071311 (2012).
- Prakash J., Yalavarthy P.K. *Med. Phys.*, **40**, 033101 (2013).
- Prakash J., Shaw C.B., Manjappa R., Kanhirodan R., Yalavarthy P.K. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **20**, 6800609 (2014).
- Arridge S.R. *Inverse Problems*, **15**, R41 (1999).
- Hielscher A.H., Klose A.D., Hanson K.M. *IEEE Trans. Med. Imag.*, **18**, 262 (1999).
- Enfield L.C., Gibson A.P., Everdell N.L., et al. *Appl. Opt.*, **46**, 3628 (2007).
- Kak A.C., Slaney M. *Principles of Computerized Tomographic Imaging* (New York: IEEE Press, 1988).

19. Feng S., Zeng Z.-A., Chance B. *Appl. Opt.*, **34**, 3826 (1995).
20. Arridge S.R. *Appl. Opt.*, **34**, 7395 (1995).
21. Markel V.A., Schotland J.C. *J. Opt. Soc. Am. A*, **18**, 1336 (2001).
22. Markel V.A., Schotland J.C. *Phys. Rev. E*, **70**, 056616 (2004).
23. Boas D.A., O'Leary M.A., Chance B., Yodh A.G. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, **91**, 4887 (1994).
24. Fantini S., Walker S.A., Franceschini M.A., et al. *Appl. Opt.*, **37**, 1982 (1998).
25. Grosenick D., Wabnitz H., Rinneberg H., Moesta K.T., Schlag P.M. *Appl. Opt.*, **38**, 2927 (1999).
26. Bai J., Gao T., Ying K., Chen N. *J. Biomed. Opt.*, **10**, 024024 (2005).
27. Grosenick D., Moesta K.T., Wabnitz H., et al. *Appl. Opt.*, **42**, 3170 (2003).
28. Grosenick D., Wabnitz H., Moesta K.T., et al. *Phys. Med. Biol.*, **49**, 1165 (2004).
29. Taroni P., Danesini G., Torricelli A., et al. *J. Biomed. Opt.*, **9**, 464 (2004).
30. Taroni P., Torricelli A., Spinelli L., et al. *Phys. Med. Biol.*, **50**, 2469 (2005).
31. Чурсин Д.А., Шувалов В.В., Шутов И.В. *Квантовая электроника*, **29**, 83 (1999).
32. Shuvalov V.V., Chursin D.A., Shutov I.V. *Laser Phys.*, **11**, 636 (2001).
33. Третьяков Е.В., Шувалов В.В., Шутов И.В. *Квантовая электроника*, **31**, 1095 (2001).
34. Куратов А.С., Руденко В.Н., Шувалов В.В. *Квантовая электроника*, **44** (7), 652 (2014).
35. Любимов В.В. *Оптика и спектроскопия*, **80**, 687 (1996).
36. Кравченко О.В., Любимов В.В. *Оптика и спектроскопия*, **89**, 119 (2000).
37. Lyubimov V.V., Kalintsev A.G., Konovalov A.V., et al. *Phys. Med. Biol.*, **47**, 2109 (2002).
38. Konovalov A.V., Lyubimov V.V., Kutuzov I.I., et al. *J. Electron. Imaging*, **12**, 602 (2003).
39. Любимов В.В., Коновалов А.Б., Кутузов И.И. и др. *Оптич. журн.*, **70** (10), 37 (2003).
40. Коновалов А.Б., Власов В.В., Калинин А.Г., Кравченко О.В., Любимов В.В. *Квантовая электроника*, **36**, 1048 (2006).
41. Коновалов А.Б., Власов В.В., Могиленских Д.В., Кравченко О.В., Любимов В.В. *Квантовая электроника*, **38**, 588 (2008).
42. Konovalov A.V., Vlasov V.V., Lyubimov V.V. *Optik*, **124**, 6000 (2013).
43. Фикс И.И. *Канд. дис.* (Н.Новгород, ИПФ РАН, 2012).
44. Fiks I.I. DOI: 10.1142/S0219876213500710.
45. Проскурин С.Г. *Квантовая электроника*, **41**, 402 (2011).
46. Proskurin S.G., Potlov A.Y. *Photon. Las. Med.*, **2**, 139 (2013).
47. Потлов А.Ю., Проскурин С.Г., Фролов С.В. *Квантовая электроника*, **44**, 174 (2014).
48. Konovalov A.V., Vlasov V.V., Uglov A.S., Lyubimov V.V. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **8088**, 80880T (2011).
49. Коновалов А.Б., Власов В.В. *Квантовая электроника*, **44**, 239 (2014).
50. Pogue B.W., Davis S.C., Song X., Brooksby B.A., Dehghani H., Paulsen K.D. *J. Biomed. Opt.*, **11**, 033001 (2006).
51. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. *Интегралы и ряды. Элементарные функции* (М.: Наука, 1981).
52. Contini D., Martelli F., Zaccanti G. *Appl. Opt.*, **36**, 4587 (1997).
53. Волконский В.Б., Кравченко О.В., Любимов В.В., Миронов Е.П., Мурзин А.Г. *Оптика и спектроскопия*, **86**, 299 (1999).
54. Pogue B.W., McBride T.O., Osterberg U.L., Paulsen K.D. *Opt. Express*, **4**, 270 (1999).
55. Duderstadt J.J., Hamilton L.J. *Nuclear Reactor Analysis* (New York: Wiley, 1976).
56. Doronin A., Meglinski I. *Biomed. Opt. Express*, **2**, 2461 (2011).