

Оптический разряд с поглощением импульсно-периодического излучения CO₂-лазера в сверхзвуковом потоке воздуха: волновая структура и условие квазистационарности

Т.А.Бобарыкина, А.Н.Малов, А.М.Оришич, В.Ф.Чиркашенко, В.И.Яковлев

Приведены результаты исследования волновой структуры, которая формируется плазмой оптического разряда при поглощении импульсно-периодического излучения CO₂-лазера в сверхзвуковом ($M = 1.36$) потоке воздуха. Получены экспериментальные данные о конфигурации головной ударной волны, геометрии и характерных размерах областей пробоя за лазерной плазмой, пульсирующей в потоке с частотой до 150 кГц. Проведено сравнение этих данных с расчетом в рамках модели точечного взрыва с учетом противодействия, что позволило установить взаимосвязь параметров лазерного излучения и сверхзвукового потока, обеспечивающую квазистационарный режим подвода энергии и необходимую для расширения возможностей управления структурой сверхзвуковых течений.

Ключевые слова: мощный импульсно-периодический CO₂-лазер, механическая модуляция добротности, сверхзвуковой поток воздуха, лазерная плазма, волновая структура, модель точечного взрыва с учетом противодействия, условие квазистационарности энергоподвода.

1. Введение

Для осуществления квазистационарного ввода энергии в сверхзвуковой поток при использовании импульсно-периодического излучения необходимо повышать частоту следования лазерных импульсов [1–3]. Кроме того, требуются дополнительные данные о динамике высокотемпературной области пробоя, зависящей от геометрических параметров фокусировки излучения и его мощности [4].

В работе [5] установлено, что при скорости потока воздуха 500 м/с образование плазмы лазерным излучением со средней мощностью 4 кВт и частотой следования импульсов $f = 70$ кГц не приводит к формированию непрерывного теплового следа. В работах [6, 7] реализован режим работы лазера с $f = 120$ кГц, в котором с помощью регистрации собственного свечения удалось установить, что плазменные образования сливаются на стадии изобарического охлаждения в сверхзвуковом потоке воздуха [7].

В настоящей работе впервые сообщается о результатах исследования волновой структуры теплового следа, размеров и форм каверн низкой плотности, динамики волновой структуры и ударных волн в сверхзвуковом потоке воздуха с лазерной плазмой оптического пульсирующего разряда (ОПР) при $f \leq 150$ кГц. Определение условий квазистационарности течения в тепловом следе выполнено с использованием результатов оптической (теневого и шпирен-) визуализации структуры потока и расчетов в рамках модели точечного взрыва с учетом противодействия.

Т.А.Бобарыкина, А.Н.Малов, А.М.Оришич, В.Ф.Чиркашенко, В.И.Яковлев Институт теоретической и прикладной механики им. С.А.Христиановича СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, ул. Институтская, 4/1; e-mail: malex@itam.nsc.ru

Поступила в редакцию 19 февраля 2014 г., после доработки – 15 апреля 2014 г.

2. Экспериментальная установка и методы измерений

В работе использовался импульсно-периодический CO₂-лазер с механической модуляцией добротности и встроенным самофильтрующим резонатором (СФР) [8], созданный на основе мощного непрерывного CO₂-лазера с конвективным охлаждением рабочей среды [9]. За счет высокой степени дискриминации высших мод на выходе из резонатора реализуется излучение с поперечным пространственным профилем, близким к профилю TEM₀₀ моды (средняя мощность 4.2–4.5 кВт, частота следования импульсов до 150 кГц и импульсная мощность до 200 кВт [5]) с резким передним фронтом импульсов.

Стационарный сверхзвуковой поток воздуха создавался в аэродинамической установке (рис.1), включающей в себя профилированное сопло (диаметр выходного сечения 50 мм) с дросселем и форкамерой, диффузор и систему выхлопа (условный диаметр $d_c = 700$ мм). Трубопровод ($d_c = 159$ мм), подводящий рабочий газ, соединен металлизированным рукавом ($d_c = 100$ мм) с форкамерой. Основные параметры потока: число Маха $M = 1.36$, полное давление и температура (в расчетном режиме) 0.3 МПа и 290 К. В экспериментах использовался так-

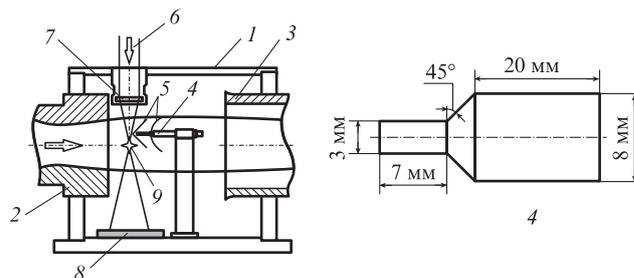


Рис.1. Схема эксперимента:

1 – рабочая камера; 2 – сопло; 3 – диффузор; 4 – объект; 5 – ударные волны; 6 – излучение лазера; 7 – фокусирующая линза из ZnSe; 8 – поглотитель излучения; 9 – оптический пульсирующий разряд.

же режим истечения при давлении в форкамере 0.5 МПа, что позволило повысить плотность газа в потоке (в месте фокусировки излучения) до 2.8 кг/м³. Для наблюдения эффектов взаимодействия теплового следа с наклонными ударными волнами в потоке, вблизи области энергоподвода, устанавливались объекты, представляющие собой тела вращения постоянного диаметра (8 мм) или два соосных цилиндра разных диаметров (3 и 8 мм, рис.1, справа).

Излучение лазера линзой из ZnSe с фокусным расстоянием 63 мм фокусировалось на осевую линию сверхзвуковой струи перпендикулярно потоку газа. Диаметр пятна в фокусе линзы составлял около 100 мкм, что обеспечивало плотность импульсной мощности в рабочем режиме работы лазера $(0.6 - 1.5) \times 10^9$ Вт/см². Лазерное излучение на выходе из потока и зоны пробоя поглощалось калориметрическим измерителем мощности NOVA 2 с предельной измеряемой мощностью 5 кВт. Коэффициент поглощения лазерной плазмы был детально исследован в работах [6, 8]. Показано, что при полной длительности импульса излучения около 1 мкс эффективное поглощение составляет ~70% мощности излучения лазера.

С целью визуализации структуры потока использовалась система для теневых и шпирен-измерений, которая включает в себя комплект из двух коллиматоров на базе телескопов АК-50 и скоростную видеокамеру Videoscan-285 с варьируемой в широких пределах экспозицией (минимальная экспозиция 3.5 мкс). Источником зондирующего излучения служил импульсный лазер с диодной накачкой ($\lambda = 655$ нм). Для получения снимков с меньшей экспозицией (от 150 нс) включение лазера и видеокамеры было синхронизовано с помощью двухканального генератора импульсов Г5-56. При съемке «усредненной» картины течения с большой (200 мкс) экспозицией для подавления собственного свечения плазмы использовались светофильтры и диафрагма.

3. Результаты экспериментов

На первом этапе исследований рассматривалось взаимодействие плазменных областей со сверхзвуковым потоком воздуха. Структура потока с оптическим пробоем при $f = 60$ и 150 кГц приведена на рис.2, а, б. Снимки получены теневым методом с временем экспозиции 150 нс, что значительно меньше характерных масштабов газодинамических процессов, и поэтому они показывают «мгновенную» картину течения. Видны плазменные каверны, или области малой плотности и высокой температуры, имеющие вблизи области пробоя слабо выраженную эллипсообразную форму, большие оси которых направлены в сторону лазерного пучка, причем разность осей составляет 1–2 мм. Это обусловлено тем, что область энергосвечения имеет тот же порядок величины (с учетом условий пробоя и протяженности каустики пучка) [6, 8]. Площадь сечения пучка (диаметр 100 мкм) увеличивается вдвое уже на расстоянии всего 0.74 мм от этого центра, и в 10 раз – на расстоянии 2.2 мм. При реализованных в центре каустики плотностях мощности можно предполагать, что в начальный момент пробоя формируется светодетонационная волна (СДВ), за которой происходит эффективное поглощение лазерного излучения. Однако при ее смещении на расстояние 1–2 мм (что при скорости СДВ около 10 км/с происходит за 0.1–0.2 мкс) плотность мощности существенно снижается, и режим СДВ, при котором коэффициент поглощения

максимален, прекращается. Коэффициент поглощения лазерной плазмы уменьшается, и дальнейшее поглощение излучения осуществляется уже в процессе охлаждения плазмы.

Размеры каверн слабо изменяются вниз по потоку, их свечение наблюдалось ранее в работе [7]. Каждая область пробоя газа генерирует ударную волну, достаточно быстро приобретающую сферическую форму. Взаимодействие ударных волн с кавернами приводит к деформации последних, которая усиливается по мере удаления от места пробоя газа, причем в большей степени – при увеличении частоты следования лазерных импульсов (рис.2, б). В потоке образуется также инициированная плазмой головная ударная волна, похожая на возникающую при обтекании твердого тела. Однако она формируется в результате объединения сферических волн. На рис.2, а и особенно на рис.2, б отчетливо видно, что головная ударная волна образуется суперпозицией последовательности ударных волн, генерируемых при каждом пробое газа. Поглощенная энергия и, соответственно, скорость волны сразу после

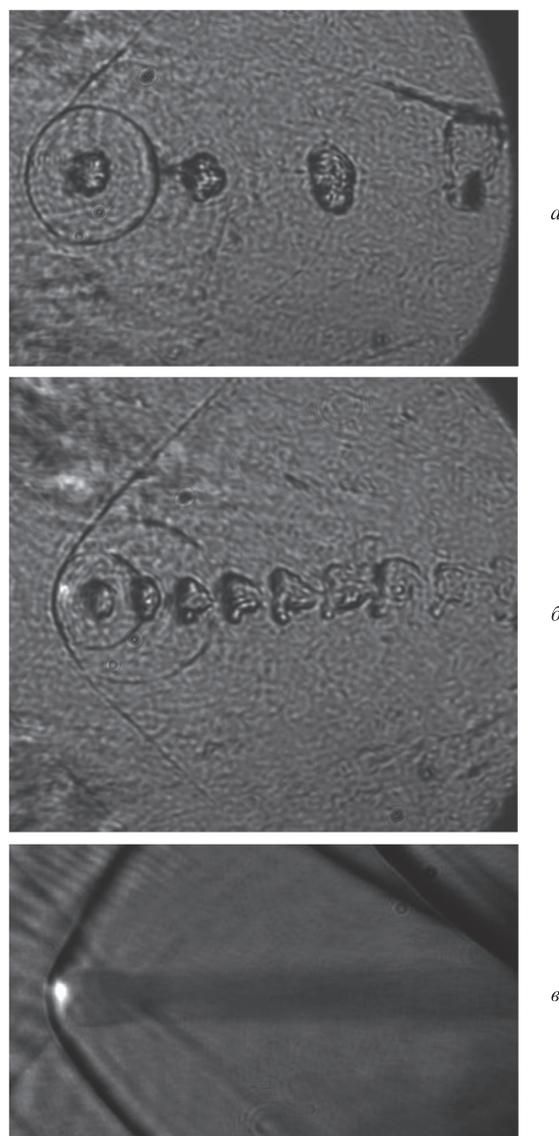


Рис.2. Структура ударных волн и теплового следа, формируемых в сверхзвуковом потоке воздуха при включении ОПР: $f = 60$ кГц, время экспозиции кадра 150 нс (а), 150 кГц, 150 нс (б), 150 кГц, 200 мкс (в).

пробоя достаточно велики, и она распространяется вверх по потоку на некоторое расстояние, на котором обе скорости – потока и ударной волны – становятся равными. Вблизи области пробоя общая конфигурация волны периодически претерпевает изменения в виде локальных искривлений фронта, как на рис.2,*а*, обусловленных подходом очередной волны на фоне ослабления предыдущей. Эти изменения, или пульсации фронта, сильнее выражены при низкой частоте следования импульсов, но, тем не менее, общий вид волновой структуры сохраняется даже при относительно низкой (60 кГц) частоте. С повышением частоты исходящие из зоны пробоя волны, взаимодействуя между собой, порождают регулярную головную ударную волну, форма которой в сверхзвуковом потоке практически не меняется (рис.2,*б*). Это подтверждает снимок на рис.2,*в*, полученный шлирен-методом с временем экспозиции 200 мкс, намного превышающим период следования импульсов – 6.7 мкс (частота 150 кГц). В результате получается «усредненная» картина течения, где отчетливо наблюдаются головная ударная волна, а также тепловой след почти постоянного (3–3.5 мм) диаметра за областью пробоя.

Отметим, что вопросы формирования волновой структуры при взаимодействии следующих друг за другом ударных волн, образованных лазерной плазмой в дозвуковом газовом потоке, детально изучены в расчетных исследованиях [10]. В нашем случае, в отличие от дозвукового режима, от плазмы пробоя навстречу потоку формируется единый ударный фронт, являющийся предельной границей распространения вверх по сверхзвуковому потоку возмущений, генерируемых каждым разрядом. Расстояние между центрами каверн составляло ~ 3 и 7.5 мм при $f = 150$ и 60 кГц соответственно. По мере распространения каверн в потоке контрастность их границ (на теневых снимках) уменьшается, что означает снижение градиентов плотности. По расстоянию между кавернами и известной частоте нами измерена реальная скорость потока, расчетное значение которой составляет 400 м/с. Однако измерения показали, что скорость потока вблизи области пробоя равна 450 м/с, и она несколько возрастает по мере удаления от оптического пульсирующего разряда (ОПР), т. е. при выходе из зоны расчетных параметров используемого сопла поток ускоряется.

Характерные временные и пространственные параметры скорости деградации областей низкой плотности зависят от частоты ОПР. Так, при частоте 150 кГц характерные масштабы существенной деформации составляют 33–40 мкс и 15–18 мм, тогда как при 60 кГц каверна сохраняется несколько дольше – около 50 мкс – и распространяется на расстояния 22–25 мм. По видимому, большее количество ударных волн, проходящих сквозь каверну, и усиление взаимодействия соседних каверн из-за уменьшения расстояний между ними способствуют более быстрому их разрушению при увеличении частоты ОПР.

На втором этапе исследований изучался характер взаимодействия теплового следа с наклонными ударными волнами, генерируемыми установленным в поток объектом (см. рис.1). На рис.3 представлены «мгновенные» (150 нс) шлирен-снимки, полученные без ОПР, а также при частоте ОПР 60 и 150 кГц. Небольшое увеличение размера каверны при меньшей частоте обусловлено более высокой энергией импульса. Лазерная плазма (область свечения) находится в вершине конуса, образованного слабыми возмущениями от кромки сопла, где рас-

четная скорость потока равна 400 м/с. Ось объекта установлена выше области плазмы пробоя, на расстоянии около 9 мм, а ее торец (диаметром 3 мм) смещен вниз по потоку на расстояние около 10 мм.

Генерируемые объектом ударные волны испытывают при взаимодействии с каверной возмущения в виде разрывов и уширений зон неоднородности. Для прояснения вопроса о характере этих возмущений были получены снимки на основе теневого метода, т. е. без оптического ножа, когда регистрируются только сильные скачки плотности. Эти данные представлены на рис.4. Обе ударные волны от объекта, регистрируемые на первом снимке, на втором не регистрируются ниже теплового следа. Это означает, что сильные градиенты плотности действительно претерпевают изменения в сторону уменьшения, и, возможно, происходит достаточно сильное ослабление ударных волн в процессе их взаимодействия с тепловым следом. Однако при этом вопрос о характере трансформации ударных волн до конца нельзя решить без количественных данных, которые могут быть получены только в соответствующих экспериментах с регистрацией давления в определенных контрольных точках потока.

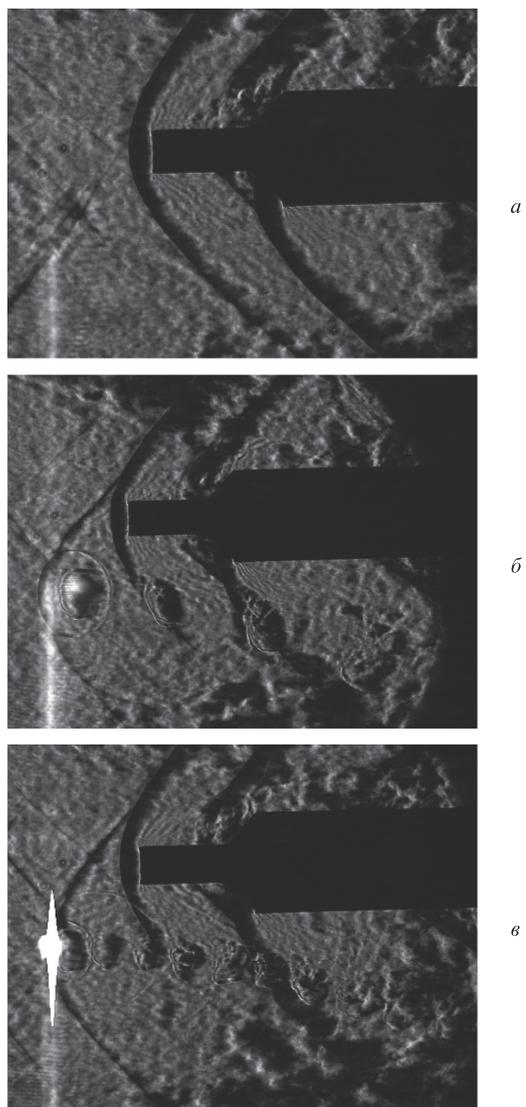


Рис.3. Взаимодействие с ударными волнами без ОПР (*а*) и с ОПР при $f = 60$ кГц (*б*) и 150 кГц (*в*).

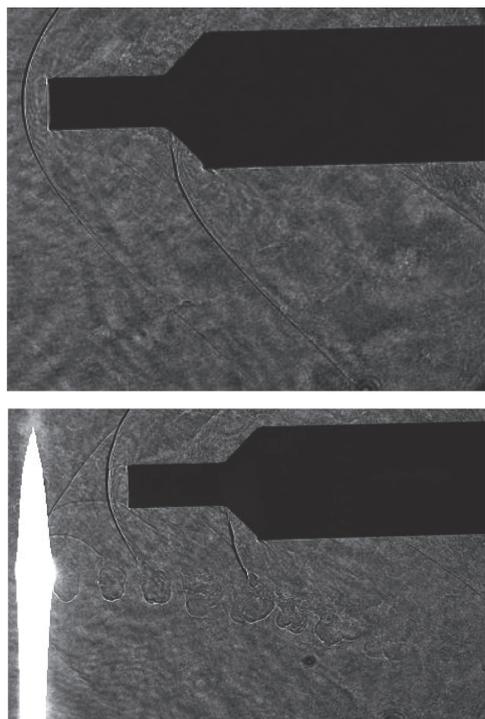


Рис.4. Теневые фотографии объекта, обтекаемого сверхзвуковым потоком, без ОПР (а) и с ОПР при $f = 150$ кГц (б).

Несмотря на отсутствие этих данных, уже полученные результаты свидетельствуют о том, что увеличение частоты следования импульсов и приближение к условию квазистационарности течения в тепловом следе (что можно также назвать условием квазистационарности энергоподвода) способствуют более эффективному воздействию на волновую структуру потока (хотя бы потому, что в достаточно короткие интервалы между импульсами, меньшие характерных газодинамических масштабов времени, эта структура может не успеть восстановиться до невозмущенного состояния). Из этого следует, что чем больше скорость потока u , тем выше должна быть частота следования импульсов, для того чтобы сохранить заданное расстояние между границами каверн с характерным размером (радиусом) r . При нулевом расстоянии, или смыкании их границ, тепловой след становится квазинепрерывным, поскольку в приосевой области распределение плотности вдоль потока будет таким же, как и при непрерывном подводе энергии. С другой стороны, при определенной средней мощности N импульсно-периодического излучения лазера с увеличением частоты f уменьшается энергия импульса $E = N/f$, соответственно уменьшается размер каверн, между ними оказывается холодный газ высокой плотности и условие квазинепрерывности теплового следа не выполняется. Следовательно, существует вполне определенная взаимосвязь энергетических и газодинамических параметров, которую нужно учитывать при выборе параметров и условий эксперимента с импульсно-периодическим квазистационарным вводом энергии в поток.

4. Условие квазистационарности течения с пульсирующим энергоподводом

Определим это условие как условие контакта областей возмущения плотности, следующих друг за другом в потоке. Только при контакте этих областей и последующем их

слиянии в процессе взаимодействия в газовом потоке формируется тепловой след, представляющий собой непрерывную газодинамическую структуру. При сферической симметрии областей возмущения с характерным радиусом r условие их контакта можно записать в виде $2r = uT$, где $T = 1/f$ – период следования этих областей. Воспользуемся моделью точечного сферического взрыва с учетом противодавления, что оправданно результатами экспериментов. На рис.5 представлены результаты измерений (по снимкам на рис.2–4 и аналогичных им) и расчета по приведенным в [11] данным динамики следующих радиусов: каверны r_0 , верхней границы области возмущения плотности r_1 , а также ударной волны r_n – в зависимости от времени после «лазерного взрыва». Считаем, что условие «мгновенности» энерговыделения выполняется с учетом того, что длительности импульсов (0.5–1 мкс) меньше характерного масштаба времени – интервала между импульсами $1/f$. В рамках используемой расчетной модели увеличение плотности от минимальных значений до значений, близких к плотности во внешнем потоке, происходит в интервале расстояний $(r_0 - r_1)$. Для определения абсолютных величин времени t и координат r_0 , r_1 и r_n используются безразмерные параметры – времени, $\tau = t/t^0$, и радиуса, $r/r_n = \xi^{1/3}$, где $r_n = r^0 R_n$ – радиус ударной волны; ξ и R_n – приведенные в [11] табулированные данные; $r^0 = (E/p_\infty)^{1/3}$ и $t^0 = r^0(\rho_\infty/p_\infty)^{1/2}$ – динамические параметры.

Как и для решений типа цилиндрического взрыва, детально проанализированных в [12], в модели сферического взрыва радиус области низкой плотности r_0 также достаточно быстро стабилизируется по величине, тогда как два других параметра с течением времени увеличиваются. Сравнение измеренных и расчетных данных на рис.5 показывает их хорошее соответствие. Кроме того, из этих данных следует, что на снимках четко регистрируются как ударные волны r_n , так и граница области низкой плотности, или каверны, r_0 , тогда как граница переходной области r_1 не выявляется из-за уменьшения градиента этого параметра вследствие увеличения области $r_0 - r_1$ с течением времени. Наблюдаемое на полученных снимках некоторое увеличение радиуса каверн через 25–30 мкс свидетельствует о размывании их границ и, следовательно, подтверждает процесс деградации следа, о котором говорилось выше.

Характерная особенность используемого сферического решения состоит в установлении практически постоянной величины r_0 , или ее «стабилизации», при $\tau = t/t^0 \geq 0.14$. При параметрах излучения $N = 4.1$ кВт, $f = 150$ кГц и по-

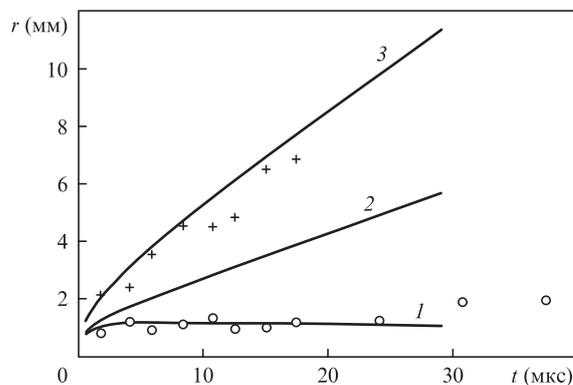


Рис.5. Волновая структура в сверхзвуковом потоке с ОПР: 1 – радиус каверны r_0 ; 2 – радиус верхней границы области возмущения плотности r_1 ; 3 – радиус ударной волны r_n ; сплошные кривые – расчетные данные, точки – результаты измерений.

глощении 70% получаем $E = 1.9 \times 10^{-2}$ Дж. Используя затем параметры невозмущенного газа в потоке $p_\infty = 1.65 \times 10^5$ Па и $\rho_\infty = 2.8$ кг/м³, получаем соответствующие величины динамических параметров, $r^0 = 4.87$ мм и $t^0 = 19.8$ мкс. Для приведенных на рис.5 данных радиус $r_0 = 1.12$ мм области низкой плотности, или каверны, устанавливается за время после импульса $t = 2.79$ мкс. При скорости потока около 400 м/с это происходит на расстоянии $x = 1.17$ мм от места пробоя газа. Причем при неполной симметрии области пробоя имеется в виду ее размер в направлении, перпендикулярном направлению асимметрии; при этом предполагается, что скорости распространения ударных волн одинаковы по всем направлениям. Результаты экспериментов, приведенные на рис.5, подтверждают сделанные оценки и предположения. Таким образом, использование модели сферического точечного взрыва при пульсирующем лазерном разряде в потоке позволяет получить однозначную взаимосвязь энергетических и газодинамических параметров для сформулированного выше условия квазистационарности теплового следа в общем виде, даже для не полностью сферически симметричной области пробоя.

Из анализа приведенных в [11] решений также следует, что при $\tau = t/t^0 \geq 0.14$ кроме радиуса r_0 стабилизируются плотность и другие параметры, течение становится изобарическим, т.е. в кавернах, образующих след, и в окружающем газе давления практически равны. При этом внешняя граница каверн $r_1 \approx 0.31r^0$ с течением времени возрастает (см. рис.5). Тогда условие контакта областей возмущения плотности в момент перехода к изобарической стадии течения в следе определяется как $2r_1 = ulf$. С учетом $r_1 = 0.31r^0$ получаем $0.62r^0 = ulf$, или $0.62(E/p)^{1/3}r^0 = ulf$. Используя $E = N/f$ и выделяя отдельно частоту f , получаем следующее соотношение: $f = 2.1u^{3/2}(p/N)^{1/2}$, где u – скорость потока (м/с); p – давление в невозмущенном потоке (Па); N – средняя мощность поглощенного излучения (Вт). Данная формула преобразуется к удобному для практического использования виду $f = 21u^{3/2}(p/N)^{1/2}$, где давление p измеряется в атмосферах, средняя мощность N – в кВт. Используя параметры эксперимента, $p = 1.65$ атм и $N = 2.8$ кВт, получаем $f \approx 127$ кГц. Отметим, что внешняя граница следа низкой плотности при $\tau = t/t^0 = 0.14$ определяется радиусом $r_1 \approx 0.31r^0$, тогда как внутренняя граница следа, где плотность минимальна, соответствует радиусу $r_0 \approx 0.23r^0$. С течением времени параметры и особенно внешняя, непрерывно расширяющаяся граница следа претерпевают изменения из-за воздействия ударных волн и турбулентного смешения в следе нагретого газа с внешним потоком. Отметим также, что если использовать более «жесткое» условие контакта внутренних границ областей низкой плотности r_0 , т.е. контакта самих каверн, получим $f = 32u^{3/2}(p/N)^{1/2}$, или 193 кГц (для условий эксперимента). При этом, с одной стороны, можно ожидать более однородного распределения плотности в центре следа, но с другой – усиления деградации каверн при их взаимодействии между собой и с ударными волнами. Как следствие, это может вызвать усиление неоднородности в следе. В рамках рассматриваемой модели степень влияния этих процессов определить невозможно. Решение вопроса о характере и глубине таких изменений может быть получено в дополнительных экспериментах с количественной регистрацией динамики и пространственного распределения соответствующих параметров, в первую очередь плотности, в тепловом следе.

Таким образом, в проведенных экспериментах реализован квазистационарный, в соответствии с указанным определением, ввод энергии излучения в поток. Установлено, что для осуществления квазистационарной волновой структуры и течения в тепловом следе выбор частоты следования лазерных импульсов в большей степени зависит от скорости потока, в меньшей – от давления и средней мощности излучения.

5. Заключение

В работе впервые детально исследована структура возмущений, формируемых в сверхзвуковом потоке воздуха оптическими разрядами, создаваемыми излучением импульсно-периодического CO₂-лазера с мощностью до 4.2 кВт и частотой следования импульсов до 150 кГц. Продемонстрировано формирование стационарной головной ударной волны и установлены характерные пространственные и временные масштабы разрушения областей горячей плазмы низкой плотности – каверн.

Исследовано взаимодействие теплового следа, состоящего из последовательности плазменных областей, и ударной волны, генерируемой обтекаемым объектом. По данным ширен-измерений установлено, что уже при $f = 60$ кГц наблюдается существенное искажение и разрушение исследуемых ударных волн тепловым следом. При $f = 150$ кГц данные теневых измерений показали полное разрушение ударной волны в области теплового следа. Полученные результаты могут иметь большое значение для поиска технических решений в области аэродинамики, в частности для ослабления звукового удара от сверхзвуковых летательных аппаратов.

Проведенный в работе сравнительный анализ экспериментальных и расчетных данных в рамках модели точечного взрыва с учетом противодавления [11] позволил обосновать условие квазистационарности течения, отличающееся от ранее исследованных условий, когда плазма пробоя имеет сферическую или протяженную вдоль потока форму. Определена взаимосвязь параметров лазерного излучения и сверхзвукового потока, обеспечивающая квазистационарный режим энергоподвода, необходимый для расширения возможностей управления структурой сверхзвуковых течений.

1. Борзов В.Ю., Михайлов В.М., Рыбка И.В., Юрьев А.С. и др. *Инженерно-физический журнал*, **66** (5), 515 (1994).
2. Третьяков П.К., Грачев Г.Н., Иванченко А.И., Крайнев В.Л., Пономаренко А.Г., Тищенко В.Н. *Докл. РАН*, **336** (4), 466 (1994).
3. Mugaro L.N., Raizer Yu.P. *AIAA Paper* №94-2451 (1994).
4. Третьяков П.К., Тупикин А.В., Яковлев В.И. *Препринт ИТПМ СО РАН* №9 (Новосибирск, 1997).
5. Малов А.Н., Оришич А.М. *Квантовая электроника*, **42** (9), 843 (2012).
6. Малов А.Н., Оришич А.М. *Письма в ЖТФ*, **40** (4), 63 (2014).
7. Малов А.Н., Оришич А.М. *Квантовая электроника*, **44** (1), 83 (2014).
8. Малов А.Н., Оришич А.М., Шулятьев В.Б. *Квантовая электроника*, **41** (11), 1027 (2011).
9. Афонин Ю.В., Голышев А.П., Иванченко А.И., Малов А.Н., Оришич А.М., Филев В.Ф., Печурин В.А., Шулятьев В.Б. *Квантовая электроника*, **34** (4), 307 (2004).
10. Тищенко В.Н. *Квантовая электроника*, **33** (9), 823 (2003).
11. Коробейников В.П., Чушкин П.И., Шароватова К.В. *Газодинамические функции точечного взрыва*. (М.: изд-е ВЦ АН СССР, 1969).
12. Фомин В.М., Яковлев В.И. *Препринт ИТПМ СО РАН* №2 (Новосибирск, 2004).