

Фокусировка излучения диполя киральным слоем с отрицательным показателем преломления.

1. Толстый по сравнению с длиной волны слой

Д.В.Гузатов, В.В.Климов

Получены и исследованы аналитические выражения для полей рассеянного излучения электрического дипольного источника слоем из кирального (би-изотропного) материала с произвольными диэлектрической и магнитной проницаемостями и произвольной толщиной. Показано, что из-за возбуждения в киральном слое с отрицательным показателем преломления волн с правой и левой круговыми поляризациями происходит расщепление пятна сфокусированного излучения диполя. Рассмотрены условия, при которых волны с одной из поляризаций могут быть подавлены, что приводит к существенному улучшению фокусирующих свойств кирального слоя.

Ключевые слова: киральный метаматериал, отрицательный показатель преломления, фокусировка излучения.

1. Введение

Явление фокусировки света от точечного источника слоем из материала, имеющего одновременно отрицательные диэлектрическую и магнитную проницаемости, а также отрицательный показатель преломления, было впервые предсказано в работе [1] (рис. 1). В [2] на основе точного решения уравнений Максвелла было показано, что фактически речь может идти о фокусировке в сколь угодно малую область пространства, т.е. о том, что с помощью слоя с отрицательным показателем преломления можно преодолеть так называемый дифракционный предел [3]. Поскольку в природе такие материалы не встречаются, то для наблюдения идеальной фокусировки необхо-

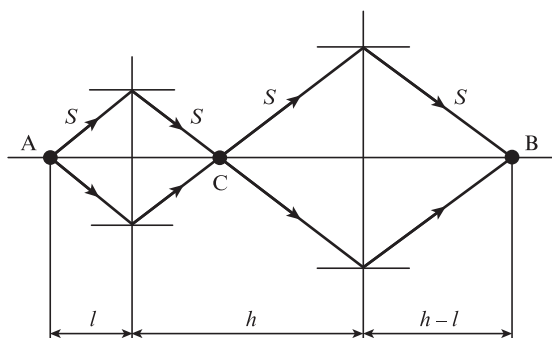


Рис. 1. Геометрическая картина фокусировки света слоем с отрицательным показателем преломления. Излучение источника, расположенного в точке А на расстоянии l от слоя толщиной h , фокусируется как за слоем, так и внутри него в точках В и С соответственно. Стрелки указывают направление потока энергии S.

Д.В.Гузатов. Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, Белоруссия, 230023 Гродно, ул. Ожешко, 22; e-mail: dm_guzatov@mail.ru

В.В.Климов. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail: vklim@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 14 марта 2014 г., после доработки – 9 апреля 2014 г.

димы искусственные среды (дважды отрицательные, (double negative (DNG)) метаматериалы). В [4] была предложена технология создания метаматериалов с отрицательными диэлектрическими и магнитными проницаемостями на основе решеток проволок и разбедненных кольцевых резонаторов. В дальнейшем эта технология модернизировалась, уменьшались размеры составляющих элементов и DNG метаматериал был создан для микроволновой области [5]. Наиболее важные результаты были получены в [6], где DNG метаматериал на основе двух слоев металлических наносеток, разделенных диэлектриком, работал уже в видимом диапазоне света. Предложенная в [7] концепция использования киральных (би-изотропных) элементов для создания DNG метаматериалов была практически реализована в [8–10] для радиодиапазона. Миниатюризация киральных элементов [11] открывает путь для создания метаматериалов с отрицательным показателем преломления в микроволновой и видимой областях. Обзор некоторых имеющихся в настоящее время метаматериалов дан, например, в [12].

Решение Дж.Пендри [2], как известно, основано на рассмотрении гипотетического случая материала без потерь, и именно этим обусловлено возникновение нефизической сингулярности в данном решении, которая и привела к появлению термина «идеальная линза». При рассмотрении системы с потерями свойство «идеальности» в значительной степени теряется [13, 14]. Несмотря на это к настоящему времени достаточно полно изучены оптические свойства некиральных сред с отрицательным показателем преломления и предложен ряд новых оптических приборов на их основе, таких как идеальная линза [2], идеальный когерентный нанопоглотитель [15]. В работах, в которых исследуются оптические свойства киральных метаматериалов, наиболее актуальной является проблема влияния киральности на фокусирующие свойства DNG метаматериалов, частично рассмотренная в [16–19]. В настоящей работе будет исследовано рассеяние излучения электрического дипольного источника на плоском слое из кирального материала в рамках классической электродинамики. Основное внимание будет уделено киральному слою с отрицательным показателем преломления и, в частности, его фо-

кусирующим свойствам. При этом мы ограничимся случаем, когда толщина слоя много больше характерных длин волн. В этом случае эванесцентные волны от диполя не достигают поверхности слоя метаматериала, режим идеальной линзы в данной геометрии не реализуется и точки пересечения лучей на рис.1 являются обычными дифракционно-ограниченными фокусами. Полученные в настоящей работе аналитические выражения справедливы и для точечного источника, близко расположенного к киральному слою с отрицательным показателем преломления. Подробный анализ этого случая, в котором определяющую роль играет возникновение поверхностных плазмонов, будет проведен в нашей следующей статье.

Статья имеет следующую структуру. В разд.2 рассмотрено электромагнитное поле, индуцируемое дипольным источником в присутствии слоя из кирального материала. При этом, несмотря на то что саму киральность можно рассматривать как проявление пространственной дисперсии, мы используем обычные (локальные) граничные условия на поверхностях раздела сред. Более общий подход с использованием нелокальных граничных условий разработан в [20]. В разд.3 исследуются фокусирующие свойства кирального DNG слоя.

2. Рассеяние излучения дипольного источника на киральном слое

Рассмотрим электрический дипольный источник с моментом \mathbf{d}_0 , расположенный в точке z_0 ($z_0 > 0$) на оси z декартовой системы координат в полубесконечной среде 1 с положительными диэлектрической (ϵ_1) и магнитной (μ_1) проницаемостями (рис.2). Слой толщиной h из кирального метаматериала 2 расположен в области $-h < z < 0$. Диэлектрическую и магнитную проницаемости кирального материала обозначим ϵ_2 и μ_2 соответственно, а параметр киральности $-\chi_2$. За слоем расположена полубесконечная среда 3 с положительными диэлектрической (ϵ_3) и магнитной (μ_3) проницаемостями.

Выражения для напряженностей электрического и магнитного полей дипольного источника имеют следующий вид (общий множитель для полей $\exp(-i\omega t)$ далее опущен) [21]:

$$\mathbf{E}_0 = \frac{1}{\epsilon_1}[(\mathbf{d}_0 \nabla) \nabla + k_1^2 \mathbf{d}_0] \frac{\exp(ik_1 R)}{R}, \quad \mathbf{H}_0 = \frac{1}{ik_0 \mu_1} \text{rot} \mathbf{E}_0, \quad (1)$$

где ∇ – оператор градиента; $R = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_0)^2}$; $k_1 = k_0 \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}$; k_0 – волновое число в вакууме. Для удобства дальнейших вычислений необходимо записать поля ди-

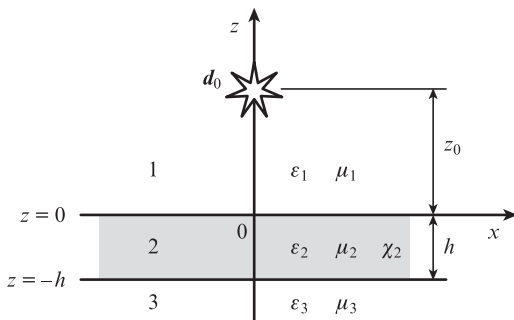


Рис.2. Геометрия задачи о диполе, расположенном вблизи кирального слоя.

польного источника в виде разложений по цилиндрическим векторным гармоникам [22]:

$$\mathbf{E}_0 = \begin{cases} \mathbf{E}_0^{(+)}, & z > z_0 \\ \mathbf{E}_0^{(-)}, & z < z_0 \end{cases}, \quad \mathbf{H}_0 = \begin{cases} \mathbf{H}_0^{(+)}, & z > z_0 \\ \mathbf{H}_0^{(-)}, & z < z_0 \end{cases}, \quad (2)$$

$$\mathbf{E}_0^{(\pm)} = \sum_{n=0}^1 \sum_{\sigma=e,o} \int_0^\infty dq (C_{nq\sigma}^{(\pm)} \mathbf{n}_{nq\sigma}^{1(\pm)} + D_{nq\sigma}^{(\pm)} \mathbf{m}_{nq\sigma}^{1(\pm)}), \quad (3)$$

$$\mathbf{H}_0^{(\pm)} = -\frac{i}{Z_1} \sum_{n=0}^1 \sum_{\sigma=e,o} \int_0^\infty dq (D_{nq\sigma}^{(\pm)} \mathbf{n}_{nq\sigma}^{1(\pm)} + C_{nq\sigma}^{(\pm)} \mathbf{m}_{nq\sigma}^{1(\pm)}),$$

где векторные цилиндрические гармоники $\mathbf{n}_{nq\sigma}^{1(\pm)}$ и $\mathbf{m}_{nq\sigma}^{1(\pm)}$ даны в Приложении 1, а коэффициенты разложения $C_{nq\sigma}^{(\pm)}$ и $D_{nq\sigma}^{(\pm)}$ – в Приложении 2; $Z_1 = k_0 \mu_1 / k_1$ – импеданс.

Электромагнитное поле диполя (3) индуцирует отраженную волну в среде 1, преломленную волну в среде 2 и прошедшую волну в среде 3. Напряженности электрического и магнитного полей отраженной волны можно представить в виде ($z > 0$)

$$\mathbf{E}_1 = \sum_{n=0}^1 \sum_{\sigma=e,o} \int_0^\infty dq (C_{nq\sigma} \mathbf{n}_{nq\sigma}^{1(+)} + D_{nq\sigma} \mathbf{m}_{nq\sigma}^{1(+)}), \quad (4)$$

$$\mathbf{H}_1 = -\frac{i}{Z_1} \sum_{n=0}^1 \sum_{\sigma=e,o} \int_0^\infty dq (D_{nq\sigma} \mathbf{n}_{nq\sigma}^{1(+)} + C_{nq\sigma} \mathbf{m}_{nq\sigma}^{1(+)}).$$

Напряженности электрического и магнитного полей волны в среде 3 можно записать в виде ($z < -h$)

$$\mathbf{E}_3 = \sum_{n=0}^1 \sum_{\sigma=e,o} \int_0^\infty dq (F_{nq\sigma} \mathbf{n}_{nq\sigma}^{3(-)} + G_{nq\sigma} \mathbf{m}_{nq\sigma}^{3(-)}), \quad (5)$$

$$\mathbf{H}_3 = -\frac{i}{Z_3} \sum_{n=0}^1 \sum_{\sigma=e,o} \int_0^\infty dq (G_{nq\sigma} \mathbf{n}_{nq\sigma}^{3(-)} + F_{nq\sigma} \mathbf{m}_{nq\sigma}^{3(-)}),$$

где цилиндрические гармоники $\mathbf{n}_{nq\sigma}^{3(-)}$ и $\mathbf{m}_{nq\sigma}^{3(-)}$ даны в Приложении 1; $Z_3 = k_0 \mu_3 / k_3$; $k_3 = k_0 \sqrt{\epsilon_3 \mu_3}$.

При описании электрического и магнитного полей в киральном слое будем использовать материальные уравнения в форме Друде–Борна–Федорова [23–25]:

$$k_0 \mathbf{D}_2 = \epsilon_2 (k_0 \mathbf{E}_2 + \chi_2 \text{rot} \mathbf{E}_2), \quad k_0 \mathbf{B}_2 = \mu_2 (k_0 \mathbf{H}_2 + \chi_2 \text{rot} \mathbf{H}_2), \quad (6)$$

где \mathbf{D}_2 , \mathbf{E}_2 и \mathbf{B}_2 , \mathbf{H}_2 – индукция и напряженность электрического и магнитного полей в киральном слое соответственно. Подставляя соотношения (6) в уравнения Максвелла и используя преобразование Борена [26], получаем ($-h < z < 0$)

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{H}_2 \end{pmatrix} = \hat{A} \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_L \\ \mathbf{Q}_R \end{pmatrix}, \quad \hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & -iZ_2 \\ -i/Z_2 & 1 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где $Z_2 = k_0 \mu_2 / k_2$; $k_2 = k_0 \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$; компоненты преобразованного поля (7) удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} \text{rot} \mathbf{Q}_L &= +k_L \mathbf{Q}_L, \quad \text{div} \mathbf{Q}_L = 0, \\ \text{rot} \mathbf{Q}_R &= -k_R \mathbf{Q}_R, \quad \text{div} \mathbf{Q}_R = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

в которых

$$k_L = \frac{k_0 \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}}{1 - \chi_2 \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}}, \quad k_R = \frac{k_0 \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}}{1 + \chi_2 \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}} \quad (9)$$

– волновые числа левополяризованных (L) и правополяризованных (R) циркулярных волн в киральной среде; параметр киральности χ_2 считается малым, $|\chi_2 \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}| < 1$. Противоположный случай, $|\chi_2 \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}| > 1$, будет рассмотрен в отдельной публикации. Заметим, что при изменении знака параметра киральности ($\chi_2 \rightarrow -\chi_2$) выражения для волновых чисел лево- и правополяризованных волн меняются одно на другое (см. формулу (9)). Это означает, что все свойства, присущие лево- и правополяризованным волнам, переходят в свойства право- и левополяризованных волн соответственно.

В (7), (9) и везде далее мы принимаем, что $\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2} = \sqrt{\varepsilon_2} \sqrt{\mu_2}$. Такое определение обеспечивает положительный показатель преломления $\text{Re}(\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}) > 0$ для диэлектрика ($\varepsilon_2 > 0$ и $\mu_2 > 0$) и отрицательный показатель преломления $\text{Re}(\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}) < 0$ для DNG метаматериала, а также $\text{Im}(\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}) > 0$ как для металла ($\varepsilon_2 < 0$ и $\mu_2 > 0$), так и для DNG метаматериала ($\varepsilon_2 > 0$ и $\mu_2 < 0$). Кроме того, в случае материалов с потерями ($\text{Im} \varepsilon_2 \geq 0, \text{Im} \mu_2 \geq 0$) принятое определение обеспечивает положительность коэффициента экстинкции, т.е. $\text{Im}(\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}) > 0$.

Поля внутри кирального слоя \mathcal{Q}_L и \mathcal{Q}_R (см. формулу (7)) могут быть записаны в следующем виде:

$$\mathcal{Q}_L = \sum_{n=0}^1 \sum_{\sigma=\varepsilon, \circ} \int_0^\infty dq [A_{nq\sigma}^{(-)}(\mathbf{n}_{nq\sigma}^{L(-)} + \mathbf{m}_{nq\sigma}^{L(-)}) + A_{nq\sigma}^{(+)}(\mathbf{n}_{nq\sigma}^{L(+)} + \mathbf{m}_{nq\sigma}^{L(+)})], \quad (10)$$

$$\mathcal{Q}_R = \sum_{n=0}^1 \sum_{\sigma=\varepsilon, \circ} \int_0^\infty dq [B_{nq\sigma}^{(-)}(\mathbf{n}_{nq\sigma}^{R(-)} - \mathbf{m}_{nq\sigma}^{R(-)}) + B_{nq\sigma}^{(+)}(\mathbf{n}_{nq\sigma}^{R(+)} - \mathbf{m}_{nq\sigma}^{R(+)})],$$

где векторные цилиндрические гармоники $\mathbf{n}_{nq\sigma}^{J(\pm)}$ и $\mathbf{m}_{nq\sigma}^{J(\pm)}$ ($J = L, R$) приведены в Приложении 1.

Для нахождения коэффициентов разложений (4), (5) и (10) необходимо воспользоваться условиями непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на поверхностях раздела сред [21]. Вследствие громоздкости выражений для этих коэффициентов они приведены в Приложении 3.

3. Фокусировка излучения диполя киральным слоем

Для исследования фокусировки излучения электрического дипольного источника рассмотрим киральный слой из DNG метаматериала. Как хорошо известно [1], именно слой, имеющий одновременно отрицательные диэлектрическую и магнитную проницаемости ($\varepsilon_2 = \mu_2 = -1$), может фокусировать излучение. В настоящей работе мы будем добавлять небольшие мнимые части к проницаемостям, чтобы сместить полюсы подынтегральных функций из области интегрирования. Для определенности численных расчетов рассмотрим слой из кирального DNG метаматериала толщиной $k_0 h = 150$, а диполь расположим на расстоянии $k_0 z_0 = 50$ от слоя. При этом полагаем, что среды 1 и 3 имеют единичные диэлектрические и магнитные проницаемости ($\varepsilon_1 = \mu_1 = \varepsilon_3 = \mu_3 = 1$).

На рис.3 показан логарифм модуля напряженности полного электрического поля ($\ln|E|$) в средах 1, 2 и 3 как функция координаты z , т.е. как функция смещения точки наблюдения вдоль оси, на которой расположен диполь

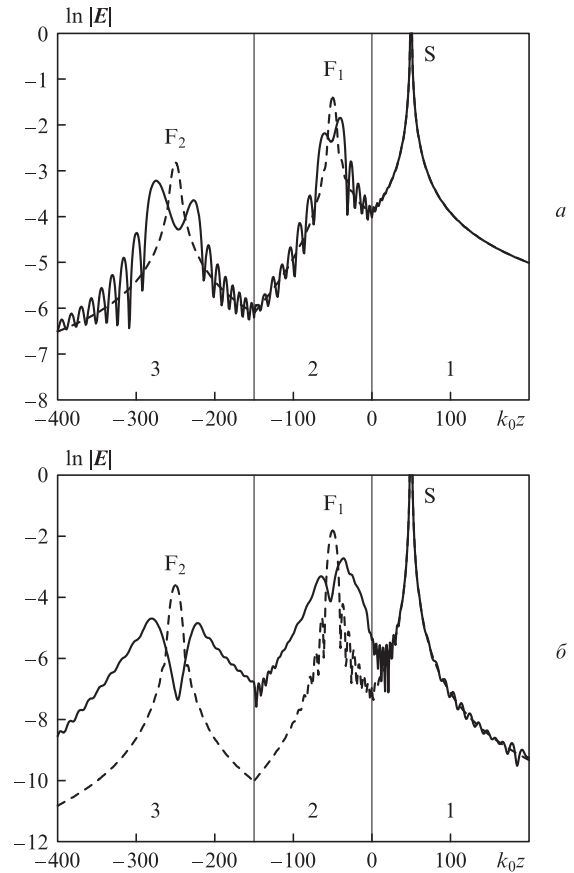


Рис.3. Величина $\ln|E|$ (E – в отн. ед.) как функция координаты z ($x = y = 0$) для кирального DNG слоя с $\chi_2 = 0.1, \varepsilon_2 = \mu_2 = -1 + i0.01$ (сплошные кривые) и некирального слоя с $\chi_2 = 0$ (штриховые кривые). Дипольный момент источника направлен вдоль оси x (а) или z (б). Цифры 1, 2, 3 обозначают среды в соответствии с рис.2. Вертикальные линии показывают расположение поверхностей слоя; S – область источника, F_1 и F_2 – области фокусировки излучения диполя.

(см. рис.2). Индексы у напряженности электрического поля далее опустим. Как видно из рис.3, внутри и снаружи кирального DNG слоя имеются области фокусировки излучения диполя. При этом, по сравнению с некиральным слоем ($\chi_2 = 0$), данные области расщепляются (раздваиваются), что обусловлено одновременным возбуждением в киральной DNG среде волн с правой и левой круговыми поляризациями, имеющих различные волновые числа и, как следствие, различные условия фокусировки. В случае некирального DNG слоя (штриховая кривая на рис.3) максимумы $|E|$ находятся в точках $k_0 z_{\max}^{(1)} = -k_0 z_0 = -50$ (в среде 2) и $k_0 z_{\max}^{(2)} = -2k_0 h + k_0 z_0 = -250$ (в среде 3) в полном соответствии с результатами, полученными методами геометрической оптики (см. рис.1). Заметим, что на рис.3 один из максимумов в средах 2 (область F_1) и 3 (область F_2) оказывается больше другого. Очевидно, что наибольший максимум отвечает фокусировке излучения диполя, осуществляемой за счет волн с левой круговой поляризацией, возбуждаемых в киральном слое. В самом деле, для параметров, соответствующих рис.3, получим $\text{Im}k_R/\text{Im}k_L \approx 1.5$, т.е. правополяризованные волны в слое затухают быстрее, чем левополяризованные. В то же время в метаматериалах с $\chi_2 < 0$ ситуация меняется на обратную: быстрее затухают волны с левой круговой поляризацией. Отметим также, что из-за поглощения в киральном слое максимальные значения $|E|$ в средах 2 и 3 заметно различаются.

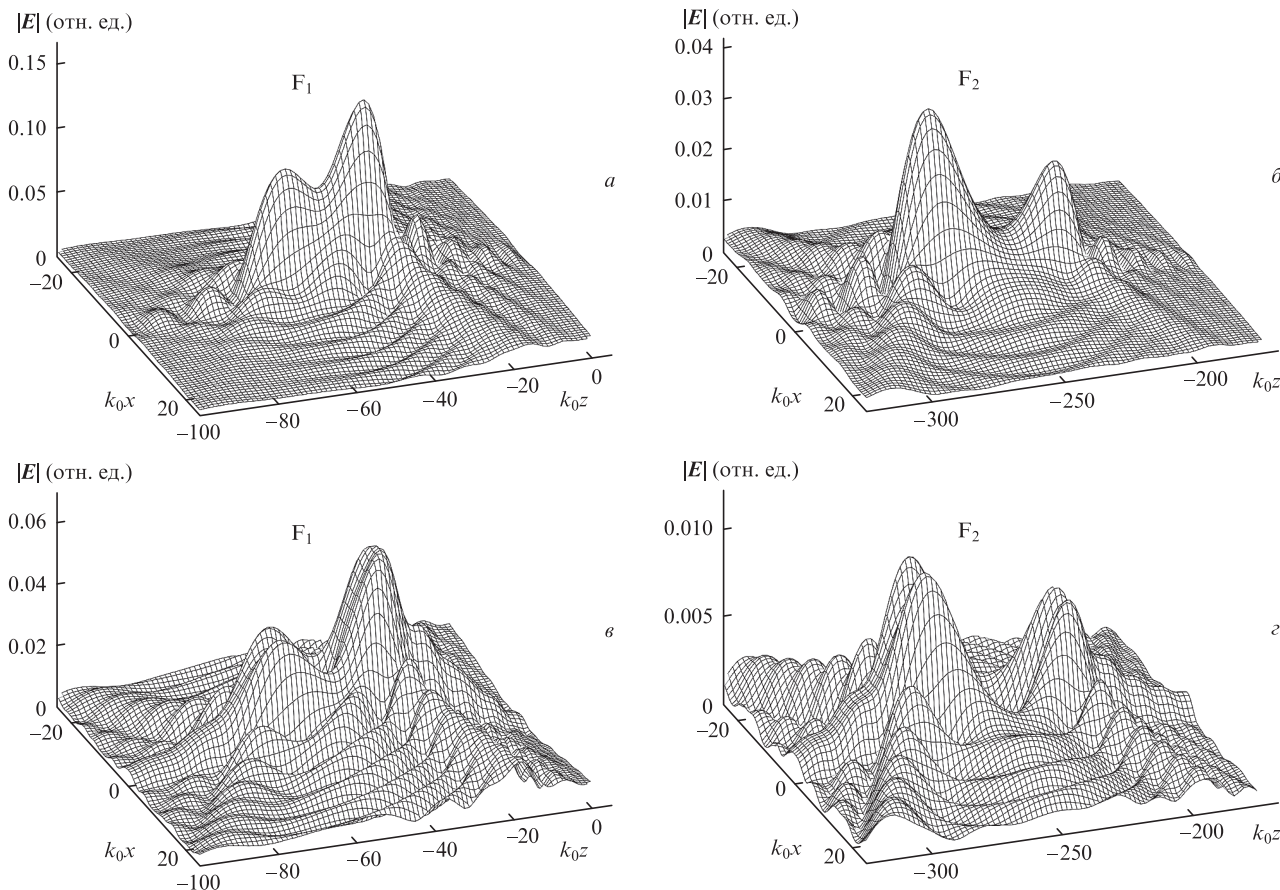


Рис.4. Величина $|E|$ как функция координат x и z ($y = 0$) для кирального DNG слоя с $\chi_2 = 0.1$ и $\epsilon_2 = \mu_2 = -1 + i0.01$. Дипольный момент источника направлен вдоль оси x (а, б) или z (в, г); F_1 и F_2 – области фокусировки излучения диполя (см. рис.3).

При приближении диполя к слою, т.е. при уменьшении z_0 , область F_1 смещается ближе к первой поверхности раздела сред ($z = 0$) и постепенно сливается с областью источника S для $z_0 \rightarrow 0$. В то же время область F_2 при уменьшении z_0 смещается дальше от второй поверхности раздела сред ($z = -h$) в глубь среды 3 и для $z_0 \rightarrow 0$ там локализуется (вблизи $z = -2h$). В случае удаления диполя от слоя области F_1 и F_2 смещаются ко второй поверхности раздела сред и, при значительном его удалении ($z_0 > h$), сливаются друг с другом на этой поверхности, а амплитуда поля в максимуме ($|E|$) постепенно уменьшается. Таким образом, расстояние, на котором может быть сфокусировано излучение диполя киральным DNG слоем с заданными параметрами, ограничено.

На рис.4 показаны пространственные распределения полей вблизи фокальных точек ($y = 0$). Видно, что форма фокального пятна сильно деформирована и деформация не сводится лишь к расщеплению на два независимых пятна для лево- и правополяризованных волн. Вблизи пятен имеются осцилляции интенсивности, что говорит о взаимодействии (интерференции) волн. В случае нормальной к поверхности слоя ориентации дипольного момента источника ($d_0 \parallel z$) пятна приобретают наиболее искаженную форму, поскольку каждое из них еще дополнительно расщепляется в поперечном направлении (рис.4, в и г). Характерной особенностью полученных областей фокусировки F_1 и F_2 является их вытянутость в направлении поперек слоя.

На рис.5 представлена зависимость координат положения максимумов $|E|$ в пятнах сфокусированного излуче-

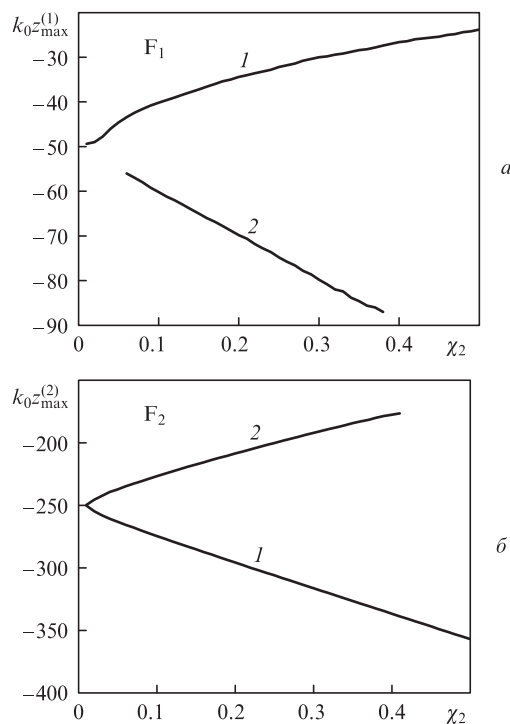


Рис.5. Положения максимумов $|E|$ в средах 2 (а) и 3 (б), соответствующих лево- (1) и правополяризованным (2) волнам, как функции параметра киральности. Дипольный момент источника направлен вдоль оси x . Диэлектрическая и магнитная проницаемости слоя $\epsilon_2 = \mu_2 = -1 + i0.01$; F_1 и F_2 – области фокусировки излучения диполя (см. рис.3).

ния диполя с тангенциальной ориентацией момента ($\mathbf{d}_0 \parallel x$) от параметра киральности. Видно, что при увеличении параметра киральности происходит смещение положений максимумов $|E|$ от значений $k_0 z_{\max}^{(1)} = -50$ (в среде 2) и $k_0 z_{\max}^{(2)} = -250$ (в среде 3), соответствующих $\chi_2 = 0$. При этом в области F_1 положение максимума, определяемого фокусировкой левополяризованных волн в слое, смещается в сторону первой поверхности раздела сред (между средами 1 и 2), а смещение максимума, отвечающего фокусировке правополяризованных волн, происходит по направлению ко второй поверхности раздела сред (между средами 2 и 3). Заметим, что этот максимум может визуально наблюдаться лишь в ограниченном диапазоне значений χ_2 (рис.5,а, кривая 2). В области F_2 имеет место иное поведение: максимум, соответствующий левополяризованным волнам в слое, смещается от второй поверхности раздела сред в глубь среды 3, а максимум, отвечающий правополяризованным волнам, смещается к поверхности раздела и исчезает (рис.5,б, кривая 2). Таким образом, фокусировка излучения электрического диполя киральным DNG слоем при достаточно больших параметрах киральности может быть осуществлена на большем расстоянии, чем фокусировка некиральным слоем, имеющим такую же толщину и диэлектрическую и магнитную проницаемости $\epsilon_2 = \mu_2 = -1$. Однако получающееся при этом пятно сфокусированного излучения является деформированным.

Для улучшения характеристик фокусировки излучения киральным DNG слоем можно, например, создать условия доминирования в киральной среде волн с одной из круговых поляризаций [18]. Наиболее очевидным способом решения данной проблемы является использование поляризационного фильтра, который надо устанавливать между источником излучения и киральным слоем, чтобы все излучение, приходящее в слой, уже имело бы заданную круговую поляризацию. Другим способом может быть использование двух прилегающих друг к другу плоских слоев с положительным и отрицательным параметрами киральности, что, вероятно, позволит сфокусировать излучение через такую структуру с минимальными искажениями [17]. Наконец, третий способ, который мы далее рассмотрим, это использование метаматериалов с достаточно большой киральностью [27]. В самом деле, из выражений (9) следует, что если мы, например, положим ($n_2, \delta > 0$)

$$\epsilon_2 = \mu_2 = -n_2 + i\delta, \tag{11}$$

то в случае $\chi_2 = 1/n_2$ и $\delta \ll 1$ получим

$$\frac{k_L}{k_0} \approx -\frac{n_2}{2} + i\frac{\delta}{4}, \quad \frac{k_R}{k_0} = n_2 + i\frac{n_2^2}{\delta}. \tag{12}$$

Из (12) следует, что в особом случае можно подавить образование правополяризованных волн в киральном слое (т.к. $\text{Im}(k_R/k_0) \gg 1$ при $\delta \ll 1$) и фокусировка излучения диполя будет осуществляться только за счет левополяризованных волн. В том случае, если параметр киральности $\chi_2 = -1/n_2 < 0$, а диэлектрическая и магнитная проницаемости определяются формулой (11), наоборот, подавляются левополяризованные волны и фокусировка излучения диполя будет происходить за счет волн с правой круговой поляризацией.

На рис.6 показана величина $\ln|E|$ как функция координаты z ($x = y = 0$) для киральной среды, определяемой выражениями (11) и (12), при $n_2 = 2, \chi_2 = 1/2$ и $\delta = 0.01$. В этом

случае $k_L/k_0 \approx -1 + i0.0025$ и $k_R/k_0 = 2 + i400$, т.е. правополяризованные волны подавлены. Как следует из рис.6, в рассматриваемом случае можно добиться существенного улучшения качества фокусировки излучения электрического диполя. При этом положения пятен сфокусированного излучения в средах 2 и 3 для кирального слоя совпадают с положениями соответствующих пятен для некирального слоя ($\chi_2 = 0$). Очевидно, такое совпадение – следствие того, что действительная часть волнового числа левополяризованной волны в данном случае совпадает с действительной частью волнового числа в некиральной среде и равна -1 . Различие мнимых частей волновых чисел определяет различие величин максимумов $|E|$ в слое и, особенно, после прохождения через него (рис.6, среда 3). На рис.7 приведены формы областей фокусировки F_1 и F_2 в рассматриваемом случае. Хорошо видно, что эти формы существенно ближе к гауссовым, чем на рис.4.

Заметим, что на практике найти DNG метаматериал с $\chi_2 = 1/n_2$ (или с $\chi_2 = -1/n_2$) может быть сложно. Однако даже в том случае, когда $\text{Re}(k_L/k_0)$ (или $\text{Re}(k_R/k_0)$) не равно -1 , но волны с правой (или левой) поляризацией подавлены, DNG среда может фокусировать излучение [28]. Отметим также, что если все-таки не удастся выполнить условия для доминирования волн с одной из поляризаций, то всегда можно найти условия существенного различия в распространении поляризованных волн, подбирая пара-

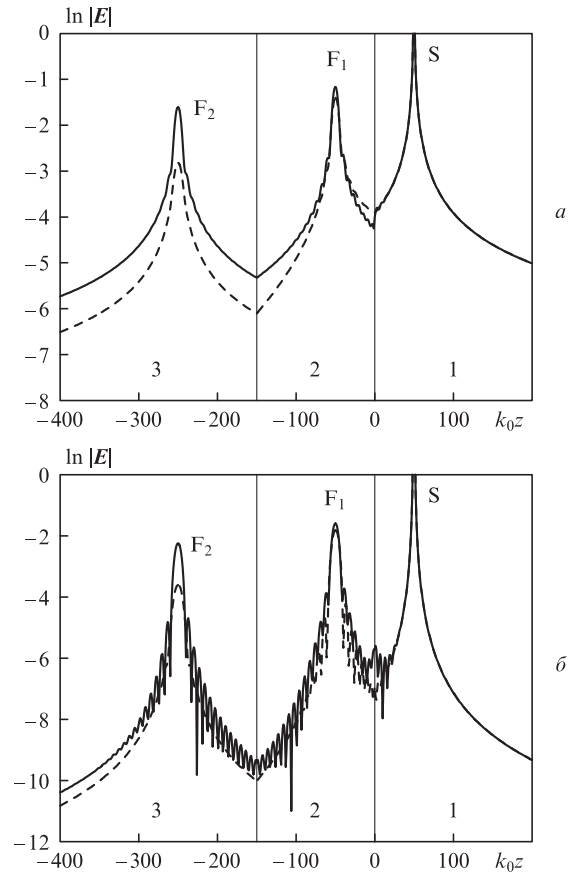


Рис.6. Величина $\ln|E|$ (E – в отн. ед.) как функция координаты z ($x = y = 0$) для кирального DNG слоя с $\epsilon_2 = \mu_2 = -2 + i0.01, \chi_2 = 1/2$ (сплошные кривые) и некирального слоя с $\epsilon_2 = \mu_2 = -1 + i0.01, \chi_2 = 0$ (штриховые кривые). Дипольный момент источника направлен вдоль оси x (а) или z (б). Цифры 1, 2, 3 обозначают среды в соответствии с рис.2. Вертикальные линии показывают расположение поверхностей слоя; S – область источника, F_1 и F_2 – области фокусировки излучения диполя.

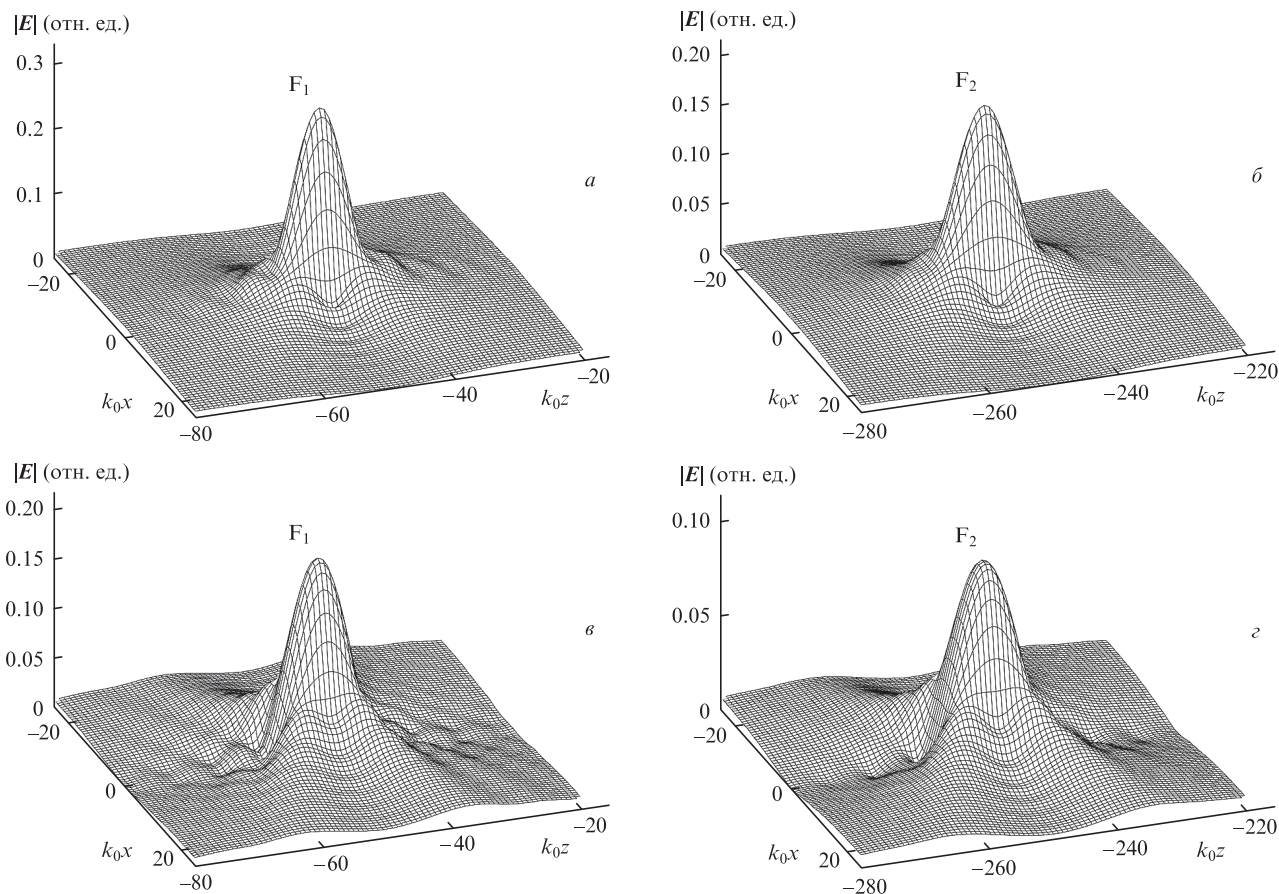


Рис.7. Величина $|E|$ как функция координат x и z ($y = 0$) для кирального DNG слоя с $\epsilon_2 = \mu_2 = -2 + i0.01$ и $\chi_2 = 1/2$. Дипольный момент источника направлен вдоль оси x (а, б) или z (в, г); F_1 и F_2 – области фокусировки излучения диполя (см. рис.3).

метры киральной среды. Например, для слоя с киральностью $\chi_2 = 0.5$ и диэлектрической и магнитной проницаемостями $\epsilon_2 = \mu_2 = -1 + i0.01$ имеется заметное различие между волновыми числами право- и левополяризованных волн: $Rek_R/Rek_L \approx 3$ и $Imk_R/Imk_L \approx 9$. Однако получающиеся при этом фокальные пятна сильно деформированы.

4. Заключение

Таким образом, в настоящей работе получены и исследованы аналитические выражения для полей рассеянного электромагнитного излучения электрического дипольного источника слоем из кирального материала с произвольными диэлектрической и магнитной проницаемостями и произвольной толщиной.

Показано, что достаточно толстый по сравнению с длиной волны киральный слой с отрицательным показателем преломления может одновременно фокусировать излучение дипольного источника внутри слоя и за этим слоем. В рассмотренной геометрии пятно фокусировки является дифракционно-ограниченным, т.к. поверхностные плазмоны не возбуждаются. Обнаружен эффект расщепления фокальных пятен за счет разных скоростей распространения право- и левополяризованных волн, возбуждаемых в киральной среде. При этом расщепление почти линейно зависит от параметра киральности. Показано также, что в DNG метаматериалах с большой киральностью, при определенных значениях диэлектрической и магнитной проницаемостей, можно создать условия для подавления волн с одной из поляризаций, что приводит к существен-

ному улучшению фокусирующих свойств слоя, определяемых волнами с другой поляризацией.

Полученные в настоящей работе результаты могут быть использованы для расчета рассеяния излучения дипольного источника света на киральных метаматериалах, исследования их фокусирующих свойств, а также для интерпретации экспериментальных результатов. Важным приложением полученных результатов может являться разработка принципов функционирования наноразмерных детекторов циркулярно поляризованных фотонов.

Авторы выражают благодарность Белорусскому республиканскому фонду фундаментальных исследований (грант №Ф12Р-006), РФФИ (грант № 14-02-00290), фонду «Сколково» и Российскому квантовому центру за финансовую поддержку настоящей работы.

Приложение 1. Векторные цилиндрические гармоники

Выражения для векторных цилиндрических гармоник, описывающих электрическое и магнитное поля в задаче с киральным слоем, имеют следующий вид ($n = 0, 1, 2, \dots; q > 0$):

$$\begin{aligned}
 \mathbf{m}_{nqe}^{s(\pm)} &= \text{rot}[\mathbf{e}_z J_n(q\rho) \cos(n\varphi) \exp(\pm i\sqrt{k_s^2 - q^2} z)], \\
 \mathbf{n}_{nqe}^{s(\pm)} &= \frac{1}{k_s} \text{rot} \mathbf{m}_{nqe}^{s(\pm)}, \\
 \mathbf{m}_{nqo}^{s(\pm)} &= \text{rot}[\mathbf{e}_z J_n(q\rho) \sin(n\varphi) \exp(\pm i\sqrt{k_s^2 - q^2} z)],
 \end{aligned}
 \tag{П1.1}$$

$$\mathbf{n}_{nq\sigma}^{s(\pm)} = \frac{1}{k_s} \text{rot} \mathbf{m}_{nq\sigma}^{s(\pm)},$$

где $0 \leq \rho < \infty$, $0 \leq \varphi < 2\pi$ – полярные координаты; \mathbf{e}_z – единичный вектор, направленный вдоль декартовой оси z ; $J_n(q\rho)$ – функция Бесселя [29]; $s = 1$ и 3 (для полей вне кирального слоя), $s = L$ и R (для полей внутри кирального слоя).

Аналитические ветви квадратных корней, входящих в (П1.1), определены следующим образом. Для диэлектрических сред ($s = 1, 3$) полагаем, что $\sqrt{k_s^2 - q^2} = i\sqrt{q^2 - k_s^2}$ при $q > k_s$ (т.е. $\text{Im}(\sqrt{k_s^2 - q^2}) \geq 0$). Для киральной среды ($s = J$, где $J = L, R$) считаем, что $\sqrt{k_J^2 - q^2} = \sqrt{k_J - q} \sqrt{k_J + q}$. Такое определение обеспечивает для диэлектрика ($k_J > 0$) выполнение соотношений $\text{Re}(\sqrt{k_J^2 - q^2}) > 0$ при $k_J > q$ и $\text{Im}(\sqrt{k_J^2 - q^2}) > 0$ при $k_J < q$. Для DNG метаматериала с отрицательным показателем преломления ($k_J = -|k_J|$) получаем $\text{Re}(\sqrt{k_J^2 - q^2}) < 0$ при $|k_J| > q$ и $\text{Im}(\sqrt{k_J^2 - q^2}) > 0$ при $|k_J| < q$. Для металла и DNG метаматериала будем иметь $\text{Im}(\sqrt{k_J^2 - q^2}) > 0$. Кроме того, в случае материалов с потерями ($\text{Im} k_J > 0$) с помощью введенного определения получим $\text{Im}(\sqrt{k_J^2 - q^2}) > 0$.

Введенные выше определения обеспечивают правильные направления потоков энергии.

Приложение 2. Коэффициенты разложения (3)

Данные коэффициенты могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned} C_{nq\sigma}^{(\pm)} &= \frac{k_1}{\varepsilon_1} \left(\delta_{n0} \frac{iqd_{0z}}{\sqrt{k_1^2 - q^2}} \pm \delta_{n1} d_{0x} \right) \exp(\mp i \sqrt{k_1^2 - q^2} z_0), \\ D_{nq\sigma}^{(\pm)} &= -\delta_{n1} \frac{ik_1^2 d_{0y}}{\varepsilon_1 \sqrt{k_1^2 - q^2}} \exp(\mp i \sqrt{k_1^2 - q^2} z_0), \\ C_{nq\sigma}^{(\pm)} &= \pm \delta_{n1} \frac{k_1}{\varepsilon_1} d_{0y} \exp(\mp i \sqrt{k_1^2 - q^2} z_0), \\ D_{nq\sigma}^{(\pm)} &= \delta_{n1} \frac{ik_1^2 d_{0x}}{\varepsilon_1 \sqrt{k_1^2 - q^2}} \exp(\mp i \sqrt{k_1^2 - q^2} z_0), \end{aligned} \quad (\text{П2.1})$$

где δ_{np} – дельта-символ Кронекера. Аналитические ветви квадратных корней в (П2.1) определены так же, как и в Приложении 1.

Приложение 3. Коэффициенты разложений (4), (5) и (10)

Данные коэффициенты могут быть найдены из следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \frac{2}{Z_1} \frac{\sqrt{k_1^2 - q^2}}{k_1} C_{nq\sigma} &= -B_{12}^L(q) A_{nq\sigma}^{(-)} + W_{12}^L(q) A_{nq\sigma}^{(+)} \\ &+ iZ_2 B_{12}^R(q) B_{nq\sigma}^{(-)} - iZ_2 W_{12}^R(q) B_{nq\sigma}^{(+)}, \\ \frac{2}{Z_1} \frac{\sqrt{k_1^2 - q^2}}{k_1} D_{nq\sigma} &= -A_{12}^L(q) A_{nq\sigma}^{(-)} + V_{12}^L(q) A_{nq\sigma}^{(+)} \\ &- iZ_2 A_{12}^R(q) B_{nq\sigma}^{(-)} + iZ_2 V_{12}^R(q) B_{nq\sigma}^{(+)}, \end{aligned} \quad (\text{П3.1})$$

$$\begin{aligned} &\frac{i}{Z_3} F_{nq\sigma} \exp(i\sqrt{k_3^2 - q^2} h) \\ &= \frac{i}{Z_2} A_{nq\sigma}^{(-)} \exp(i\sqrt{k_L^2 - q^2} h) + \frac{i}{Z_2} A_{nq\sigma}^{(+)} \exp(-i\sqrt{k_L^2 - q^2} h) + \\ &+ B_{nq\sigma}^{(-)} \exp(i\sqrt{k_R^2 - q^2} h) + B_{nq\sigma}^{(+)} \exp(-i\sqrt{k_R^2 - q^2} h), \end{aligned} \quad (\text{П3.2})$$

$$\begin{aligned} G_{nq\sigma} \exp(i\sqrt{k_3^2 - q^2} h) &= A_{nq\sigma}^{(-)} \exp(i\sqrt{k_L^2 - q^2} h) + A_{nq\sigma}^{(+)} \exp(-i\sqrt{k_L^2 - q^2} h) \\ &+ iZ_2 B_{nq\sigma}^{(-)} \exp(i\sqrt{k_R^2 - q^2} h) + iZ_2 B_{nq\sigma}^{(+)} \exp(-i\sqrt{k_R^2 - q^2} h), \\ A_{nq\sigma}^{(-)} &= \frac{2}{Z_1} \frac{\sqrt{k_1^2 - q^2}}{k_1} \left(\frac{\delta_q C_{nq\sigma}^{(-)} - \beta_q D_{nq\sigma}^{(-)}}{M_q} \right), \end{aligned} \quad (\text{П3.3})$$

$$\begin{aligned} A_{nq\sigma}^{(+)} &= \frac{2}{Z_1} \frac{\sqrt{k_1^2 - q^2}}{k_1} \left(\frac{\gamma_q C_{nq\sigma}^{(-)} - \alpha_q D_{nq\sigma}^{(-)}}{M_q} \right) \exp(i\sqrt{k_L^2 - q^2} h), \\ iZ_2 B_{nq\sigma}^{(-)} &= -\frac{2}{Z_1} \frac{\sqrt{k_1^2 - q^2}}{k_1} \left(\frac{\tilde{\delta}_q C_{nq\sigma}^{(-)} + \tilde{\beta}_q D_{nq\sigma}^{(-)}}{\tilde{M}_q} \right), \end{aligned} \quad (\text{П3.4})$$

$$iZ_2 B_{nq\sigma}^{(+)} = -\frac{2}{Z_1} \frac{\sqrt{k_1^2 - q^2}}{k_1} \left(\frac{\tilde{\gamma}_q C_{nq\sigma}^{(-)} + \tilde{\alpha}_q D_{nq\sigma}^{(-)}}{\tilde{M}_q} \right) \exp(i\sqrt{k_R^2 - q^2} h),$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_q &= -W_{12}^L(q) [A_{32}^R(q) W_{32}^R(q) - B_{32}^R(q) V_{32}^R(q)] \exp(i\sqrt{k_R^2 - q^2} h) \\ &- W_{12}^R(q) [A_{32}^L(q) W_{32}^R(q) + B_{32}^L(q) V_{32}^R(q)] \exp(i\sqrt{k_L^2 - q^2} h) \\ &+ B_{12}^R(q) [A_{32}^R(q) B_{32}^L(q) + A_{32}^L(q) B_{32}^R(q)] \\ &\times \exp(2i\sqrt{k_R^2 - q^2} h) \exp(i\sqrt{k_L^2 - q^2} h); \end{aligned} \quad (\text{П3.5})$$

$$\begin{aligned} \beta_q &= -W_{12}^R(q) [V_{32}^R(q) W_{32}^L(q) + V_{32}^L(q) W_{32}^R(q)] \\ &- B_{12}^L(q) [A_{32}^R(q) W_{32}^R(q) - B_{32}^R(q) V_{32}^R(q)] \\ &\times \exp(i\sqrt{k_R^2 - q^2} h) \exp(i\sqrt{k_L^2 - q^2} h) + B_{12}^R(q) \\ &\times [A_{32}^R(q) W_{32}^L(q) + B_{32}^R(q) V_{32}^L(q)] \exp(2i\sqrt{k_R^2 - q^2} h); \end{aligned} \quad (\text{П3.6})$$

$$\begin{aligned} \gamma_q &= -V_{12}^L(q) [A_{32}^R(q) W_{32}^R(q) - B_{32}^R(q) V_{32}^R(q)] \exp(i\sqrt{k_R^2 - q^2} h) \\ &+ V_{12}^R(q) [A_{32}^L(q) W_{32}^R(q) + B_{32}^L(q) V_{32}^R(q)] \exp(i\sqrt{k_L^2 - q^2} h) \\ &- A_{12}^R(q) [A_{32}^R(q) B_{32}^L(q) + A_{32}^L(q) B_{32}^R(q)] \\ &\times \exp(2i\sqrt{k_R^2 - q^2} h) \exp(i\sqrt{k_L^2 - q^2} h); \end{aligned} \quad (\text{П3.7})$$

$$\begin{aligned} \delta_q &= V_{12}^R(q) [V_{32}^R(q) W_{32}^L(q) + V_{32}^L(q) W_{32}^R(q)] \\ &- A_{12}^L(q) [A_{32}^R(q) W_{32}^R(q) - B_{32}^R(q) V_{32}^R(q)] \\ &\times \exp(i\sqrt{k_R^2 - q^2} h) \exp(i\sqrt{k_L^2 - q^2} h) - A_{12}^R(q) \\ &\times [A_{32}^R(q) W_{32}^L(q) + B_{32}^R(q) V_{32}^L(q)] \exp(2i\sqrt{k_R^2 - q^2} h); \end{aligned} \quad (\text{П3.8})$$

$$\begin{aligned}
 M_q = & [V_{12}^R(q)W_{12}^L(q) + V_{12}^L(q)W_{12}^R(q)] \times \\
 & \times [V_{32}^R(q)W_{32}^L(q) + V_{32}^L(q)W_{32}^R(q)] - \\
 & - [A_{12}^R(q)W_{12}^R(q) - B_{12}^R(q)V_{12}^R(q)] \\
 & \times [A_{32}^L(q)W_{32}^L(q) - B_{32}^L(q)V_{32}^L(q)] \\
 & \times \exp(i\sqrt{k_R^2 - q^2}h)\exp(i\sqrt{k_L^2 - q^2}h) \\
 & - [A_{12}^L(q)W_{12}^L(q) - B_{12}^L(q)V_{12}^L(q)] \\
 & \times [A_{32}^R(q)W_{32}^R(q) - B_{32}^R(q)V_{32}^R(q)] \\
 & \times \exp(i\sqrt{k_R^2 - q^2}h)\exp(i\sqrt{k_L^2 - q^2}h) \\
 & - [A_{12}^R(q)W_{12}^L(q) + B_{12}^R(q)V_{12}^L(q)] \\
 & \times [A_{32}^R(q)W_{32}^L(q) + B_{32}^R(q)V_{32}^L(q)]\exp(2i\sqrt{k_R^2 - q^2}h) \\
 & - [A_{12}^L(q)W_{12}^R(q) + B_{12}^L(q)V_{12}^R(q)] \\
 & \times [A_{32}^L(q)W_{32}^R(q) + B_{32}^L(q)V_{32}^R(q)]\exp(2i\sqrt{k_L^2 - q^2}h) \\
 & + [A_{12}^R(q)B_{12}^L(q) + A_{12}^L(q)B_{12}^R(q)] \\
 & \times [A_{32}^R(q)B_{32}^L(q) + A_{32}^L(q)B_{32}^R(q)] \\
 & \times \exp(2i\sqrt{k_R^2 - q^2}h)\exp(2i\sqrt{k_L^2 - q^2}h); \quad (П3.9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{12}^{(J)}(q) &= \frac{1}{Z_2} \frac{\sqrt{k_J^2 - q^2}}{k_J} - \frac{1}{Z_1} \frac{\sqrt{k_1^2 - q^2}}{k_1}; \\
 B_{12}^{(J)}(q) &= \frac{1}{Z_1} \frac{\sqrt{k_J^2 - q^2}}{k_J} - \frac{1}{Z_2} \frac{\sqrt{k_1^2 - q^2}}{k_1}; \\
 V_{12}^{(J)}(q) &= \frac{1}{Z_2} \frac{\sqrt{k_J^2 - q^2}}{k_J} + \frac{1}{Z_1} \frac{\sqrt{k_1^2 - q^2}}{k_1}; \\
 W_{12}^{(J)}(q) &= \frac{1}{Z_1} \frac{\sqrt{k_J^2 - q^2}}{k_J} + \frac{1}{Z_2} \frac{\sqrt{k_1^2 - q^2}}{k_1}; \quad J = R, L.
 \end{aligned} \quad (П3.10)$$

Выражения для $A_{32}^{(J)}(q)$, $B_{32}^{(J)}(q)$, $V_{32}^{(J)}(q)$ и $W_{32}^{(J)}(q)$ получим из выражений для $A_{12}^{(J)}(q)$, $B_{12}^{(J)}(q)$, $V_{12}^{(J)}(q)$ и $W_{12}^{(J)}(q)$ соот-

ветственно заменой индекса $1 \rightarrow 3$. Явные выражения для $\tilde{\alpha}_q, \tilde{\beta}_q, \tilde{\gamma}_q, \tilde{\delta}_q$ и \tilde{M}_q найдем из выражений для $\alpha_q, \beta_q, \gamma_q, \delta_q$ и M_q соответственно перестановкой индексов $L \leftrightarrow R$. При этом заметим, что $M_q = \tilde{M}_q$. Аналитические ветви квадратных корней в записанных выше выражениях определены так же, как и в Приложении 1.

1. Веселаго В.Г. *УФН*, **92**, 517 (1967).
2. Pendry J.B. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 3966 (2000).
3. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973).
4. Pendry J.B., Holden A.J., Robbins D.J., Stewart W.J. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **47**, 2075 (1999).
5. Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S. *Science*, **292**, 77 (2001).
6. Xiao S.M., Chettiar U.K., Kildishev A.V., Drachev V.P., Shalaev V.M. *Opt. Lett.*, **34**, 3478 (2009).
7. Pendry J.B. *Science*, **306**, 1353 (2004).
8. Wang B., Zhou J., Koschny T., Soukoulis C.M. *Appl. Phys. Lett.*, **94**, 151112 (2009).
9. Zhou J., Dong J., Wang B., Koschny Th., Kafesaki M., Soukoulis C.M. *Phys. Rev. B*, **79**, 121104(R) (2009).
10. Plum E., Zhou J., Dong J., Fedotov V.A., Koschny T., Soukoulis C.M., Zheludev N.I. *Phys. Rev. B*, **79**, 035407 (2009).
11. Gansel J.K., Thiel M., Rill M.S., Decker M., Bade K., Saile V., von Freymann G., Linden S., Wegener M. *Science*, **325**, 1513 (2009).
12. Liu Y., Zhang X. *Chem. Soc. Rev.*, **40**, 2494 (2011).
13. Петрин А.Б. *Квантовая электроника*, **43**, 814 (2013).
14. Merlin R. *Appl. Phys. Lett.*, **84**, 1290 (2004).
15. Klimov V., Sun S., Guo G.-Y. *Opt. Express*, **20**, 13071 (2012).
16. Jin Y., He S. *Opt. Express*, **13**, 4974 (2005).
17. Шевченко В.В. *Радиотехника и электроника*, **54**, 696 (2009).
18. Monzon C., Forester D.W. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 123904 (2005).
19. Liu Y., Guenneau S., Gralak B., Ramakrishna S.A. *J. Phys. Condens. Matter*, **25**, 135901 (2013).
20. Голубков А.А., Макаров В.А. *УФН*, **165**, 339 (1995).
21. Стрэттон Дж.А. *Теория электромагнетизма* (М.-Л.: Гостехиздат, 1948).
22. Гузатов Д.В., Климов В.В., Попрукайло Н.С. *ЖЭТФ*, **143**, 611 (2013).
23. Drude P. *Lehrbuch der Optik* (Leipzig: Verlag von S.Hirzel, 1906).
24. Борн М. *Оптика: учебник электромагнитной теории света* (Харьков-Киев: ГНТИ Украины, 1937).
25. Бокуть Б.В., Сердюков А.Н., Федоров Ф.И. *Кристаллография*, **15**, 1002 (1970).
26. Bohren C.F. *Chem. Phys. Lett.*, **29**, 458 (1974).
27. Busse G., Reinert J., Jacob A.F. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **47**, 297 (1999).
28. Петрин А.Б. *Письма в ЖЭТФ*, **87**, 550 (2008).
29. Abramowitz M., Stegun I.A. (Eds) *Handbook of Mathematical Functions* (New York: Dover, 1965).