

Влияние свойств порошка на баланс энергии излучения при коаксиальной лазерной наплавке

В.Г.Низьев, Ф.Х.Мирзаде, М.Д.Хоменко

Проанализировано влияние процессов рассеяния и поглощения на микрочастицах порошка на перенос энергии лазерного излучения при лазерной наплавке с инжекцией порошка в зону спекания через коаксиальное сопло. Поток энергии в зону спекания складывается из доли энергии излучения, прошедшего через дисперсную среду до подложки, и энергии, переносимой нагретыми излучением частицами в процессе их транспортировки от сопла до подложки. Установлено, что относительная доля поступления энергии на подложку по этим двум каналам может быть различной в зависимости от параметров процесса, поэтому игнорирование одного из них в общем случае неоправданно. Показано, что при использовании двухкомпонентной порошковой смеси компоненты порошка, поступающего в зону взаимодействия, могут иметь разную температуру и даже находиться в разном агрегатном состоянии (в зависимости от материалов порошков, размеров частиц и параметров потока). Это открывает дополнительные возможности управления характером протекания процесса, например при спекании градиентных материалов.

Ключевые слова: поглощение и рассеяние лазерного излучения, микрочастицы, лазерная наплавка.

1. Введение

Лазерная наплавка широко используется при создании сложных 3D изделий с заданными свойствами. Изготовление изделий из порошков осуществляется путем их локального плавления сфокусированным лазерным пучком с последующей кристаллизацией расплава после прекращения действия пучка. Для этой технологии используют порошки с размерами частиц 10^{-2} – 10^2 мкм [1–3]. Выращивание 3D изделия осуществляется послойно. С помощью данной технологии можно изготавливать изделия из сплавов, в том числе переменного состава, используя смеси порошков. Это так называемые градиентные материалы, потребность в которых в различных отраслях промышленности неуклонно растет.

Для подачи порошка в зону его взаимодействия с лазерным излучением (ЛИ) чаще всего используется коаксиальное сопло, через которое порошок выдувается потоком газа и, двигаясь вдоль трассы распространения лазерного излучения, достигает подложки [1, 3]. Частицы порошка поглощают и рассеивают часть ЛИ, нагреваются и даже плавятся на своем пути к поверхности подложки. Эти факторы влияют на характер и параметры технологического процесса, определяя, в конечном счете, качество материала готового изделия. В этой связи адекватное физическое описание процессов от сопла до подложки, наряду с описанием самого спекания на ней, имеет принципиальное значение для предсказательного моделирования лазерной наплавки. Правильные физические представления открывают перспективы управления процес-

сами, происходящими над подложкой, путем изменения размеров частиц, их плотности и скорости инжекции порошка.

С точки зрения качества наплавляемых на подложку слоев представляют интерес два случая. В одном из них ЛИ проходит к подложке без существенного ослабления. В подложке образуется ванна расплава, в которую попадают частицы порошка. В другом (крайнем) случае до подложки доходит лишь малая доля ЛИ, а приходящие частицы порошка – расплавлены. Они «приклеиваются» к практически холодной подложке. Одним из основных параметров, определяющим качество наплавленного слоя – прочность его связи с подложкой, является отношение глубины проплавления подложки к высоте наплавленного слоя. Этот параметр характеризует степень перемешивания материалов порошка и подложки.

С точки зрения энергетической эффективности процесса и качества наплавки существует оптимальная величина этого отношения, зависящая, в свою очередь, от доли излучения, пришедшего к подложке, и доли излучения, поглощенного частицами с учетом потерь на рассеяние. В широком диапазоне используемых материалов, длин волн ЛИ, плотности частиц и скорости их подачи в зону взаимодействия отношения этих долей на поверхности подложки могут быть различными.

Теоретическим исследованиям лазерной наплавки и разработке математических моделей процессов тепло- и массопереноса посвящен целый ряд работ (см. [1, 2] и цитируемую в них литературу). Для моделирования лазерной наплавки применяются как численные методы [4, 5], так и простые аналитические решения уравнения теплопроводности на подложке [1]. Вместе с тем, формулировка корректных граничных условий для моделирования процессов тепло-массопереноса в зоне расплава при лазерной наплавке требует детального исследования взаимодействия частиц порошка с ЛИ при их пролете от сопла к подложке. На важность учета этих процессов при лазерной наплавке указано в [4–6].

В.Г.Низьев, Ф.Х.Мирзаде, М.Д.Хоменко. Институт проблем лазерных и информационных технологий РАН, Россия, Московская обл., 140700 Шатура, ул. Святоозерская, 1; e-mail: niziev@mail.ru, fmirzade@rambler.ru, top20072007@rambler.ru

Поступила в редакцию 26 марта 2014 г., после доработки – 16 июня 2014 г.

Время транспортировки частиц от сопла до подложки, необходимое для их плавления, рассчитано в [6]. Расчеты выполнялись при заданном однородном потоке энергии на поверхность частицы. Часто при моделировании учитывают только рассеяние излучения на частицах, пренебрегая их нагревом [7]. Однако известны работы, в которых оптимизацию процесса лазерной наплавки связывают с эффективным нагревом частиц [8]. В [9] исследуется нагрев и движение частиц порошка с ЛИ в потоке газа, но влияние частиц на излучение не учитывается. В моделях лазерной наплавки коэффициент поглощения материала для частиц задается [4–10], а не рассчитывается.

Двумерная модель переноса ЛИ в порошковом дисперсном слое на подложке рассмотрена в работах [11, 12]. Такая постановка задачи характерна для метода селективного лазерного спекания порошков. Она отличается от рассматриваемой в настоящей работе схемы лазерной наплавки с подачей порошка через сопло. Порошковая двухфазная среда в [11, 12] со сравнимыми объемными долями фаз считалась однородно поглощающей и рассеивающей и представлялась в виде слоистой структуры. Такой подход неприменим для наплавки с коаксиальной подачи порошка, для которой типичное значение объемной доли его частиц составляет $\sim 0.1\%$.

Согласно теории Ми [13], при малых размерах частиц порошка, $2\pi R/\lambda \ll 1$ (R – радиус частиц, λ – длина волны излучения), рассеяние будет определяться только поглощением частицами порошка. Для частиц большого размера ($R \gg \lambda$) следует рассматривать три канала распределения энергии лазерного излучения: это нагрев частиц, рассеяние ЛИ и его взаимодействие с подложкой.

Целью настоящей работы является исследование поглощения и рассеяния ЛИ на микрочастицах порошка, поступающих через сопло, на этапе их транспортировки к подложке и определение долей дошедшего до нее ЛИ, поглощенного частицами и рассеянного ими.

2. Постановка задачи

Процесс синтеза объемных изделий методом лазерной наплавки с инъекцией порошков через коаксиальное сопло схематически изображен на рис.1.

Лазерный пучок с интенсивностью I_0 направляется на поверхность подложки. Одновременно в область воздействия ЛИ газовым потоком инжектируются частицы порошка с радиусом R и концентрацией N . Для простоты из-

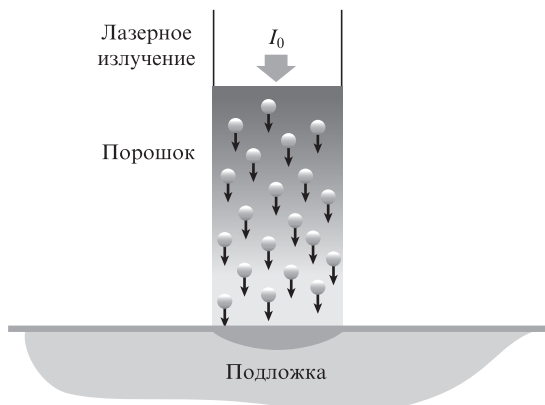


Рис.1. Схема лазерной наплавки с коаксиальной инъекцией порошков.

ложения распределение интенсивности и концентрации частиц по сечению полагается однородным. Так как газ не поглощает ЛИ, происходит его поглощение и рассеяние частицами. Излучение, достигшее поверхности подложки, нагревает и плавит ее. Частицы попадают на расплавленную поверхность, растворяются в расплаве и происходит диффузионное проникновение материала частиц в подложку. Лазерный пучок смещается и покидает зону расплава, а образовавшийся слой материала кристаллизуется.

Процессы взаимодействия между потоком частиц и ЛИ над подложкой влияют на температуру частиц и приводят к ослаблению пучка. Эти факторы могут существенно повлиять на характер протекания процессов на подложке и на свойства синтезируемых слоев [1, 2].

Исходными, задаваемыми параметрами процесса спекания являются скорость инъекции порошка, его концентрация, размеры частиц, мощность ЛИ и скорость сканирования пучка. В результате вычислений должны быть получены:

- доля мощности ЛИ, дошедшего до подложки;
- доля мощности ЛИ, поглощенного частицами;
- доля мощности ЛИ, рассеянного частицами (потери);
- удельная (на единицу массы частицы) поглощенная частицей энергия за время транспортировки от сопла до подложки (по этому параметру можно судить о тепловом и агрегатном состоянии частицы).

Полную мощность излучения P_0 можно представить в виде трех слагаемых: $P_0 = P_t + P_a + P_s$. До подложки доходит лишь часть излучения – P_t , его часть P_a поглощается порошком, а P_s – рассеивается.

При анализе нагрева частиц излучением необходимо знать оптические свойства частиц, прежде всего их сечения рассеяния и поглощения. Расчет этих величин для всех длин волн в общем случае весьма сложен и требует решения задачи Ми – решения системы уравнений классической электродинамики с граничными условиями на поверхности сферической частицы произвольного радиуса, характеризуемой диэлектрической проницаемостью (или показателем преломления) и проводимостью.

Характер рассеяния или поглощения здесь зависит от соотношения между длиной волны излучения λ и радиусом частиц R : $X = 2\pi R/\lambda$.

Можно выделить три режима:

1. Размеры частицы намного меньше длины волны излучения ($X \ll 1$). Поскольку длина волны излучения лазеров, используемых для спекания порошков, составляет ~ 1 мкм, речь идет о нанопорошках. Процесс рассеяния в этом режиме называется рассеянием Рэлея, и для него имеется простое аналитическое выражение [14]. В случае нанопорошков потерями энергии на рассеяние можно пренебречь. Вся энергия лазерного излучения доходит до подложки по двум каналам: доля излучения, пришедшего в зону взаимодействия, и энергия частиц, приобретенная ими в результате поглощения излучения при их транспортировке от сопла до подложки. Поглощение и рассеяние металлических наночастиц реальной формы, размеры которых меньше длины свободного пробега электрона в металле (менее 20 нм), могут быть смоделированы с помощью расширенной теории Ми с учетом длины свободного пробега электронов и рассеяния электронов на границе частицы [15].

2. Размер частиц примерно равен длине волны ($X \approx 1$). Это наиболее сложный режим, требующий полного численного решения системы уравнений Максвелла.

3. Размер частицы гораздо больше длины волны ($X \gg 1$, приближение геометрической оптики). Рассеяние излучения большими частицами (микрочастицами) рассматривают на основе законов геометрической оптики для лучей, отраженных и преломленных на поверхностях частиц. При расчете нагрева микрочастицы следует учитывать закон Френеля, т. к. частица находится в линейно поляризованном поле, а углы падения излучения на частицу изменяются от нуля до 90° .

3. Плотность мощности ЛИ, поглощенного поверхностью микрочастицы

Общую энергию, поглощенную микрочастицей сферической формы, нужно вычислять с учетом неравномерности поглощения на поверхности частицы, угла падения излучения на частицу и поляризации излучения (закон Френеля). Вычисление осуществляется через двойной интеграл по азимутальному и полярному углам, а также с учетом движения частицы от сопла к подложке в ослабевающем лазерном поле (закон Бугера–Ламберта).

Пусть для сферической частицы $F(\theta, \varphi)$ – коэффициент поглощения излучения (по закону Френеля) в данной точке ее поверхности, где θ – угол падения излучения на поверхность; φ – азимутальный угол (рис.2). Зависимость от азимутального угла обусловлена направлением вектора напряженности поля:

$$F(\theta, \varphi) = [1 - R_s(\theta)]\sin^2\varphi + [1 - R_p(\theta)]\cos^2\varphi. \quad (1)$$

Здесь R_s и R_p – коэффициенты отражения s- и p-поляризованных волн, определяемые как отношения интенсивностей отраженной и падающей волн [16]:

$$R_s = \frac{(A - \cos\theta)^2 + B^2}{(A + \cos\theta)^2 + B^2}, R_p = R_s \frac{(A - \sin\theta \tan\theta)^2 + B^2}{(A + \sin\theta \tan\theta)^2 + B^2},$$

$$R(\theta = 0) = \frac{(n' - 1)^2 + n'^2 n''^2}{(n' + 1)^2 + n'^2 n''^2},$$

где

$$A^2 = \frac{1}{2} \{ [n'^2(1 - n''^2) - \sin^2\theta] + \sqrt{[n'^2(1 - n''^2) - \sin^2\theta]^2 + 4n'^4 n''^2} \};$$

$$B^2 = \frac{1}{2} \{ -[n'^2(1 - n''^2) - \sin^2\theta] + \sqrt{[n'^2(1 - n''^2) - \sin^2\theta]^2 + 4n'^4 n''^2} \};$$

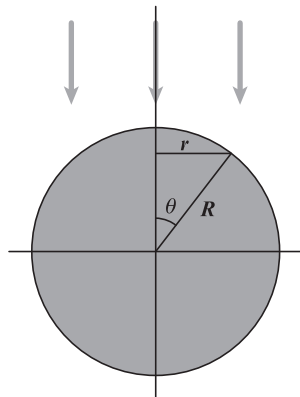


Рис.2. Схема расчетов.

n' и n'' – действительная и мнимая части комплексного показателя преломления в представлении $\tilde{n}' = n'(1 - in'')$. Распределение плотности поглощенной мощности I_a на поверхности микрочастицы имеет следующий вид:

$$I_a = I_0 F(\theta, \varphi) \cos\theta. \quad (2)$$

На рис.3, 4 показаны распределения плотности поглощенной мощности на поверхности частицы из никеля вдоль осей x и y при линейной поляризации. На рис.4 светлая область соответствует максимальному значению I_a/I_0 , черная область – нулевому.

4. Коэффициент поглощения излучения микрочастицей

Мощность излучения, поглощенного всей частицей, вычисляется интегрированием распределения поглощенной мощности I_a/I_0 по поверхности частицы:

$$W_a = I_0 \iint F(\theta, \varphi) dS_\perp.$$

Элемент поверхности в сечении, перпендикулярном лучу, $dS_\perp = R^2 \sin\theta \cos\theta d\theta d\varphi$ (см рис.2). Тогда

$$W_a = I_0 R^2 \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} F(\theta, \varphi) \cos\theta \sin\theta d\varphi d\theta.$$

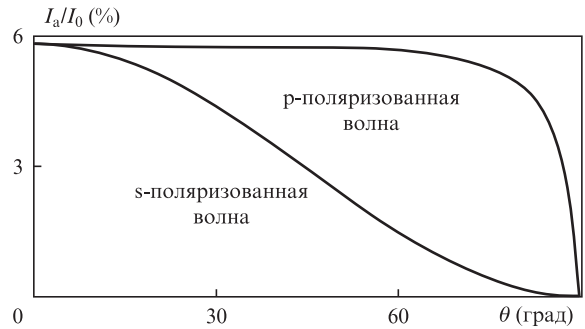


Рис.3. Распределение плотности поглощенной мощности на поверхности частицы из никеля при линейной поляризации.

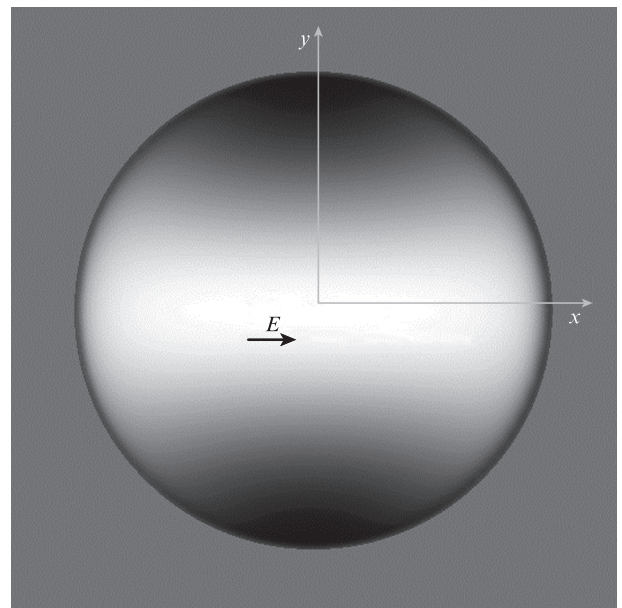


Рис.4. Распределение плотности поглощенной мощности I_a/I_0 на поверхности частицы из никеля.

Воспользовавшись (1), окончательно получим

$$W_a = k_F \pi R^2 I_0, \tag{3}$$

где

$$k_F = \int_0^{\pi/2} \sin(2\theta) \left[1 - \frac{R_s(\theta) + R_p(\theta)}{2} \right] d\theta$$

– усредненный по частице коэффициент поглощения излучения ($k_F \in (0, 1)$), равный отношению мощности излучения, поглощенного частицей, к мощности падающего на нее излучения, который является функцией комплексного показателя преломления частицы. Значения k_F , рассчитанные по формуле (3) для ряда металлических частиц, приведены в табл.1.

5. Лазерное излучение, дошедшее до подложки, поглощенное и рассеянное микрочастицами

Рассмотрим теперь ослабление ЛИ в результате его поглощения и рассеяния частицами порошка. Если $\sigma_a = \pi R^2$ – эффективное сечение поглощения, коэффициент ослабления ЛИ $\gamma = \pi R^2 N$. Тогда, используя закон Бугера–Ламберта, для плотности мощности ЛИ, дошедшего до подложки, можно записать:

$$I_t = I_0 \exp(-\xi), \tag{4}$$

где $\xi = \pi R^2 NL$; L – расстояние от сопла до подложки.

Доли мощности ЛИ, поглощенного частицами порошка (I_a) и рассеянного ими (I_s), вычисляются по формулам

$$I_a/I_0 = k_F [1 - \exp(-\xi)], \tag{5}$$

$$I_s/I_0 = (1 - k_F) [1 - \exp(-\xi)]. \tag{6}$$

Табл.1. Рассчитанные коэффициенты поглощения излучения сферическими частицами различных металлов.

Металл	λ (мкм)	$\bar{n}' = n'(1 - in'')$		k_F (%)
		n'	$n'n''$	
Алюминий	10.6	31	100	1.5
	1.06	1.1	10	5
Железо	10.6	7	28	4.1
	1.06	3.3	4.4	36.6
	2.5	4.1	8.0	20.5
Золото	10	9.4	60.5	1.3
Медь	10.6	13	64	1.6
	1.06	0.3	6.4	3.2
	0.4	1.5	2	55.7
Никель	10.6	8.9	22.5	7.2
	1.06	3	5.2	29.8
Серебро	10	13	54	2.2
Титан	10.6	8.2	19.3	8.7
	1.06	3.5	4	40.1
Хром	10	8.2	31.3	3.9

На рис.5 приведены распределения плотности мощности I_0 падающего излучения по разным каналам как функции параметра ξ . Записанные в безразмерном виде, все рассчитанные величины зависят только от двух аргументов – ξ и k_F . Зависимости, приведенные на рис.5 для трех значений k_F , дают представление обо всем спектре возможных ситуаций по различным материалам и длинам волн излучения (см. табл.1).

В практике селективного лазерного спекания порошков часто используют такой параметр, как массовый расход порошка

$$\dot{m} = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 NVS.$$

Здесь ρ – плотность вещества частиц порошка; V – скорость инжекции порошка, определяемая скоростью сопутствующего газа; S – площадь сечения струи порошка. Однако, как видно из формул (4) и (5), физические параметры процесса на подложке определяются не \dot{m} , а ξ , причем

$$\xi \sim \left(\frac{L}{S} \right) \frac{\dot{m}}{\rho R V},$$

где величины в скобках характеризуют геометрические параметры установки. Из этого выражения следует, что при одинаковых L , S , \dot{m} и ρ условия лазерной наплавки для частиц с различными радиусами и скоростями могут

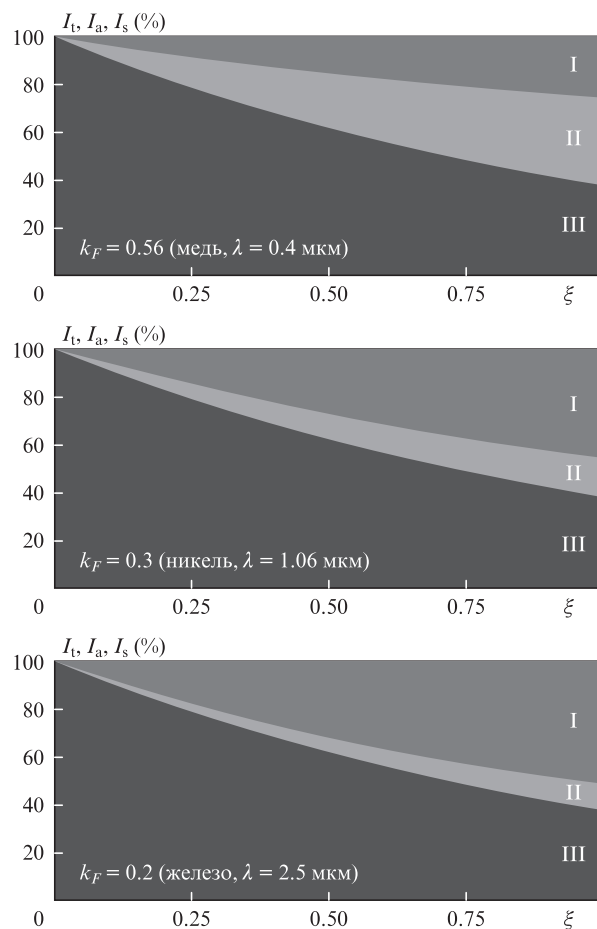


Рис.5. Распределение мощности падающего излучения по разным каналам как функция параметра $\xi = \pi R^2 NL$ (по формулам (4)–(6)): область I – рассеяние на частицах, II – поглощение микрочастицами, III – излучение, дошедшее до подложки.

заметно различаться (согласно формулам (4) и (5)). Это прямо указывает на возможность управления параметрами процесса на подложке путем, например, согласованного изменения размеров частиц и скорости подачи порошка в зону спекания.

6. Удельная энергия, поглощенная микрочастицей

Агрегатное и тепловое состояния частицы при ее полете к зоне взаимодействия характеризуются энергией, поглощенной микрочастицей во время ее транспортировки от сопла до подложки и нормированной на единицу массы частицы. Плотность мощности I_a дается выражением (5) (в единицах Дж·с⁻¹·см⁻²). Однако единицу площади в единицу времени пересекает NV частиц. Разделив I_a на это произведение, получим энергию, поглощенную частицей на пути от сопла до подложки. Разделив на массу частицы, получим ϵ_a – поглощенную частицей удельную энергию на единицу ее массы:

$$\frac{\epsilon_a}{\epsilon_0} = k_F \frac{1 - \exp(-\xi)}{\xi}, \quad \epsilon_0 = \frac{3}{4} \frac{I_0 L}{\rho R V}.$$

Поток массы частиц, поступающих на подложку,

$$\frac{M}{M_0} = \xi, \quad M_0 = \frac{4}{3} \frac{R_p \rho V}{L}.$$

На рис.6 эти зависимости приведены в качестве типичного примера.

7. Двухкомпонентная порошковая смесь

В общем случае могут использоваться и многокомпонентные порошковые смеси. Рассмотрим их качественные особенности на примере двухкомпонентной смеси. Выражение (3) для усредненного по частице коэффициента поглощения излучения можем переписать отдельно для двух порошков:

$$k_F^i = \int_0^{\pi/2} \sin(2\theta) \left[1 - \frac{R_s^i(\theta) + R_p^i(\theta)}{2} \right] d\theta, \quad i = 1, 2. \quad (7)$$

Выражения (4)–(6) будут иметь тот же вид, но входящие в них параметры ξ и k_F запишутся иначе:

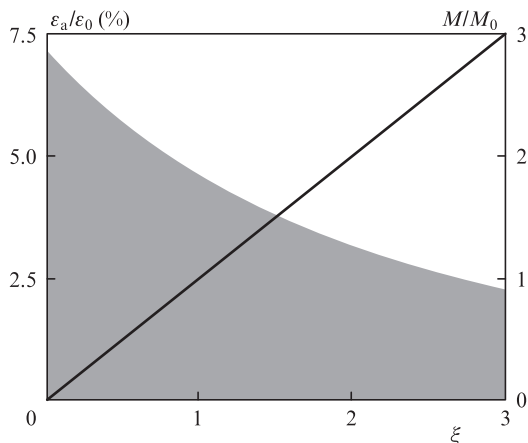


Рис.6. Удельная энергия, поглощенная частицей при транспортировке от сопла до подложки (выделено серым), и поток массы частиц на подложку как функция параметра $\xi = \pi R^2 N L$ (никель, $\lambda = 10.6$ мкм, $k_F = 7.2\%$) при $\xi = 0, \epsilon_a/\epsilon_0 = k_F$.

$$I_t = I_0 \exp(-\xi), \quad I_a/I_0 = k_F [1 - \exp(-\xi)], \quad (8)$$

$$I_s/I_0 = (1 - k_F) [1 - \exp(-\xi)],$$

где

$$\xi = S_1 + S_2; \quad k_F = \frac{k_F^1 S_1 + k_F^2 S_2}{S_1 + S_2}; \quad S_i = \pi R_i^2 N_i L. \quad (9)$$

Плотность потока мощности излучения, поглощенного каждым из двух компонентов порошка,

$$\frac{I_a^i}{I_0} = \frac{I_a}{I_0} \frac{S_i}{S_1 + S_2}. \quad (10)$$

Плотность потока частиц каждого сорта – $N_i V$.

Разделив I_a^i на это произведение, получим энергию, поглощенную частицей данного сорта на всем пути от сопла до подложки, разделив которую на массу частицы, получим поглощенную частицей удельную энергию на единицу ее массы:

$$\frac{\epsilon_a^i}{\epsilon_0^i} = k_F \frac{1 - \exp(-\xi)}{\xi}, \quad (11)$$

где

$$\epsilon_0^i = \frac{3}{4} \frac{I_0 L}{\rho_i R_i V}.$$

То, что распределение мощности излучения по трем каналам ((8), (9)) теперь зависит от обоих компонентов порошка, вполне понятно. Обратим внимание на различие температур компонентов порошка в момент его прихода на подложку. Температуры зависят от свойств материала частиц и их размеров: теплообмена между частицами порошка нет, поскольку они переносятся со скоростью, близкой к скорости газа, имеющего низкую теплопроводность. Данная физическая особенность, различие температур компонентов порошка, может оказаться весьма полезной при спекании порошковых смесей с заметно различающимися температурами плавления, например при синтезе градиентных материалов.

8. Заключение

Исследованы физические процессы, сопровождающие взаимодействие частиц порошка, поступающего через сопло с ЛИ (поглощение, рассеяние) на этапе транспортировки порошка к подложке при лазерной наплавке. Рассчитаны плотности мощности ЛИ, дошедшего до подложки, поглощенного частицами и рассеянного ими, а также удельная энергия, поглощенная частицами в процессе транспортировки от сопла до подложки. Эти параметры служат граничными условиями для моделирования тепломассопереноса в зоне спекания и позволяют оценить вклад частиц в общий тепловой баланс при лазерной наплавке.

Полученные результаты позволяют разработать предсказательные рекомендации по параметрам лазерного воздействия при лазерной наплавке с точки зрения оптимальных режимов обработки и свойств наплавленного материала.

Показано, что балансом мощности излучения на подложке можно управлять даже при постоянном массовом

расходе порошка путем согласованного изменения концентрации и размера его частиц, а также скорости их подачи.

При использовании двухкомпонентного порошка можно управлять температурами компонент, поддерживая их одинаковыми или заметно различающимися. Параметром, позволяющим управлять температурой компонента порошка, являются размеры частиц.

1. Шишковский И.В. *Лазерный синтез функциональных мезоструктур и объемных изделий* (М.: Физматлит, 2009).
2. Gladush G.G., Smurov I. *Physics of Laser Materials Processing: Theory and Experiment* (Berlin: Springer-Verlag, 2011).
3. Панченко В.Я. *Лазерные технологии обработки материалов: современные проблемы фундаментальных исследований и прикладных разработок* (М.: Физматлит, 2009).
4. Гришаев Р.В., Мирзаде Ф.Х., Низьев В.Г., Панченко В.Я., Хоменко М.Д. *Физика и химия обработки материалов*, **1**, 12 (2013).
5. Mirzade F.Kh., Niziev V.G., Panchenko V.Ya., et al. *Phys. B: Condens. Matter*, **423**, 69 (2013).
6. Гришаев Р.В., Мирзаде Ф.Х., Хоменко М.Д. *Перспективные материалы*, **10**, 135 (2011).
7. Lin J. J. *Laser Applications*, **12** (1), 28 (2000).
8. Чивель Ю.А. *Письма в ЖТФ*, **31** (1), 3 (2005).
9. Wen S.Y., Shin Y.C., Murthy J.Y., Sojka P.E. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **52**, 5867 (2009).
10. Jouvard J.M., Grevey D.F., Lemoine F., Vannes A.B. *J. Laser Applications*, **9**, 43 (1997).
11. Gusarov A.V. *J. Quantitative Spectrosc. Radiat. Transfer*, **116**, 156 (2013).
12. Gusarov A.V., Smurov I. *J. Quantitative Spectrosc. Radiat. Transfer*, **111**, 2517 (2010).
13. Дьюли У. *Лазерная технология и анализ материалов* (М.: Мир, 1986).
14. Ordal M.A., Long L.L., Bell R.J., Bell S.E., Bell R.R., Alexander R.W., Ward C.A. *Appl. Opt.*, **22** (7), 1099 (1983).
15. Bohren C., Huffman D. *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (New York: Wiley, 1983).
16. Яворский Б.М. и Детлаф А.А. *Справочник по физике* (М.: Наука, 1968).