

Пространственные корреляции и плотность распределения вероятности разности фаз развитого спекл-поля: численный и натурный эксперименты

Н.Ю.Мысина, Л.А.Максимова, Б.Б.Горбатенко, В.П.Рябухо

Исследованы статистические свойства разности фаз колебаний в спекл-полях в двух точках в дальней зоне дифракции при разных формах апертуры рассеивателя. Установлена статистическая и пространственная неравномерность плотности распределения вероятности разности фаз поля. В численном эксперименте показано, что для спекл-полей с осциллирующей знакопеременной поперечной корреляционной функцией наблюдается значительная неравномерность плотности распределения вероятности разности фаз в области корреляции комплексной амплитуды поля с наиболее вероятными значениями 0 и π . Результаты численного эксперимента подтверждены в натурном статистическом интерференционном эксперименте с использованием схемы Юнга.

Ключевые слова: спекл-поле, спекл-модуляция, фазовое распределение, плотность распределения вероятности разности фаз, дифракция, автокорреляционная функция, фурье-преобразование, спеклограмма.

1. Введение

В когерентных оптических системах с рассеивателем в результате интерференции рассеянных волн формируются спекл-модулированные оптические поля [1–7]. Случайное расположение рассеивающих центров и случайные фазовые сдвиги в рассеянных ими волнах определяют случайные величины амплитуды и фазы результирующего интерференционного поля – спекл-поля. Такие поля возникают при записи оптических голограмм объектов с рассеивающими поверхностями [8, 9], при реализации методов спекл-фотографии [3–6] и лазерной интерферометрии диффузно рассеивающих объектов и сред [4–6, 10, 11], а также методов спекл-интерферометрии в оптической астрономии [12, 13], в системах восстановления волнового фронта [14] и формирования изображений рассеивающих объектов [15, 16], в том числе в системе зрительного восприятия человека [17].

Развитые дифракционные спекл-поля формируются при фазовых сдвигах рассеянных волн в интервале $[-\pi, \pi]$ и больше. Комплексная амплитуда в какой-либо точке развитого спекл-поля в зоне дифракции имеет гауссову статистику [18], а фаза колебаний – равномерную плотность распределения вероятности в интервале $[-\pi, \pi]$ [1, 2, 19, 20].

Пространственное поперечное распределение фазы спекл-поля имеет детерминированную и стохастическую

составляющие. Детерминированная составляющая определяется конфигурацией оптической системы формирования и наблюдения спекл-поля, включая влияние оптических элементов схемы. Полагается, что стохастическая составляющая фазы в пределах отдельного спекла поля остается практически неизменной, а при переходе к соседнему спеклу она равновероятно изменяется на случайную величину в интервале $[-\pi, \pi]$. Иными словами, стохастическая составляющая разности фаз $\Delta\varphi(P_1, P_2)$ в точках спекл-поля P_1 и P_2 , попадающих в соседние спеклы поля, равновероятно распределена в интервале $[-\pi, \pi]$.

В общем случае для источников рассеянного когерентного поля с апертурой рассеивателя произвольной формы, как показали наши эксперименты, такое представление справедливо. Однако в [21–25] установлено, что при использовании рассеивателя с симметричной апертурой – источника спекл-поля – в дальней зоне дифракции наблюдается статистически неравномерное распределение разности фаз поля в соседних спеклах. Для разности фаз поля в точках, попадающих преимущественно в пределы одного спекла, имеет место максимум плотности распределения вероятности для $\Delta\varphi = 0$. Этого следует ожидать, поскольку в пределах спекла стохастическая составляющая пространственного распределения фазы остается постоянной. Однако для разности фаз поля в точках, попадающих преимущественно в соседние спеклы, в эксперименте отчетливо видны максимумы плотности распределения вероятности для $\Delta\varphi = \pm\pi$. В [25] эти статистические закономерности выявлены с помощью численного эксперимента для рассеивателей с апертурами различной формы.

Причина возникновения неравномерности статистического распределения разности фаз в дифракционном спекл-поле с максимумами для $\Delta\varphi = \pm\pi$, как мы полагаем, обусловлена особенностями пространственных корреляционных свойств спекл-поля. При формировании спекл-полей с поперечными корреляционными свойствами, определяющими знакопеременную корреляционную функцию поля, пространственное изменение плотности рас-

Н.Ю.Мысина, Л.А.Максимова, В.П.Рябухо. Институт проблем точной механики и управления РАН, Россия, 410028 Саратов, ул. Рабочая 24; Саратовский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского, Россия 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83; e-mail: MaksimovaLA@yandex.ru; rvp-optics@yandex.ru

Б.Б.Горбатенко. Институт проблем точной механики и управления РАН, Россия, 410028 Саратов, ул. Рабочая 24; Саратовский государственный технический университет, Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77

Поступила в редакцию 16 мая 2014 г., после доработки – 9 декабря 2014 г.

пределения вероятности разности фаз поля должно иметь неравномерный характер с максимумами для $\Delta\varphi = 0$ или $\pm\pi$ в зависимости от расстояния между точками поля в пределах области его корреляции, размеры которой могут превышать размеры отдельного спекла. В [25] взаимосвязь корреляционных свойств спекл-поля и плотности распределения вероятности разности фаз получила подтверждение.

Цель настоящей работы состояла в установлении закономерностей пространственных изменений плотности распределения вероятности разности фаз развитого спекл-поля в дальней зоне дифракции и в установлении связи этих изменений с поперечными корреляционными свойствами поля.

2. Корреляционные свойства спекл-полей в дальней зоне дифракции

Корреляционные свойства рассеянного поля в дальней зоне дифракции зависят от распределения средней интенсивности поля на поверхности рассеивателя [2, 18]. Существенное влияние на характер распределения средней интенсивности и, следовательно, на корреляционные свойства поля оказывают размеры и форма апертуры рассеивателя. Поперечная пространственная корреляционная функция комплексной амплитуды спекл-поля в дальней зоне дифракции может быть определена с помощью теоремы Ван Циттерта–Цернике как фурье-образ распределения средней интенсивности поля по δ -коррелированному источнику [1, 2, 18, 26]. При симметричном распределении средней интенсивности поля и симметричной апертуре источника корреляционная функция дифракционного поля оказывается действительной функцией, что в общем случае следует из свойств фурье-преобразования [27]. Более того, при этих условиях корреляционная функция принимает действительные и знакопеременные осциллирующие значения при резких изменениях средней интенсивности поля на краях апертуры источника. В частности, корреляционные функции $G(\Delta\xi, \Delta\eta)$ ($\Delta\xi, \Delta\eta$ – разности пространственных координат в дифракционном спекл-модулированном поле) дифракционного спекл-поля источников, имеющих равномерное про-

странственное распределение средней интенсивности излучения и симметричные апертуры в форме квадрата и кольцевого квадрата (рис. 1, а, б), можно записать в следующем аналитическом виде [27]:

$$G_1(\Delta\xi, \Delta\eta) = a^2 \text{sinc}(\pi a \Delta\xi) \text{sinc}(\pi a \Delta\eta), \tag{1}$$

$$G_2(\Delta\xi, \Delta\eta) = a^2 \text{sinc}(\pi a \Delta\xi) \text{sinc}(a \Delta\eta) - b^2 \text{sinc}(\pi b \Delta\xi) \text{sinc}(\pi b \Delta\eta),$$

где a и b – размеры апертур источников, показанные на рис.1. На рис.2 для нормированных корреляционных функций (кривые 2, 3, 4), построенных для кольцевых квадратов с разной шириной кольцевой области, наблюдается заметное увеличение амплитуд знакопеременных осцилляций при уменьшении ширины $(a - b)/2$ кольцевой области.

При несимметричной форме апертуры источника корреляционная функция дифракционного поля может не иметь знакопеременных осцилляций или иметь малые осцилляции. Так, например, для корреляционных функ-

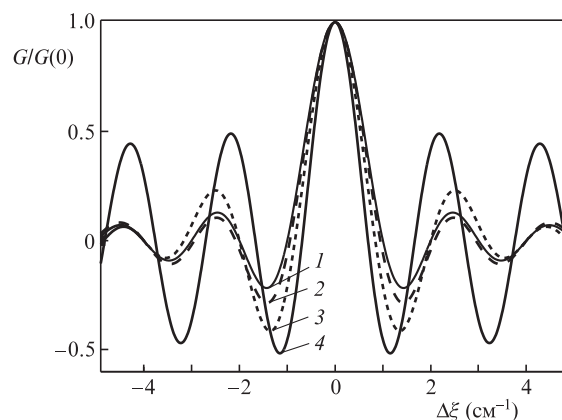


Рис.2. Нормированные корреляционные функции комплексной амплитуды спекл-поля при $\Delta\eta = 0$ для источников с апертурами в форме квадрата с $a = 10$ мм (l) и кольцевого квадрата с отношением a/b , равным 4 (2), 2 (3) и $4/3$ (4).

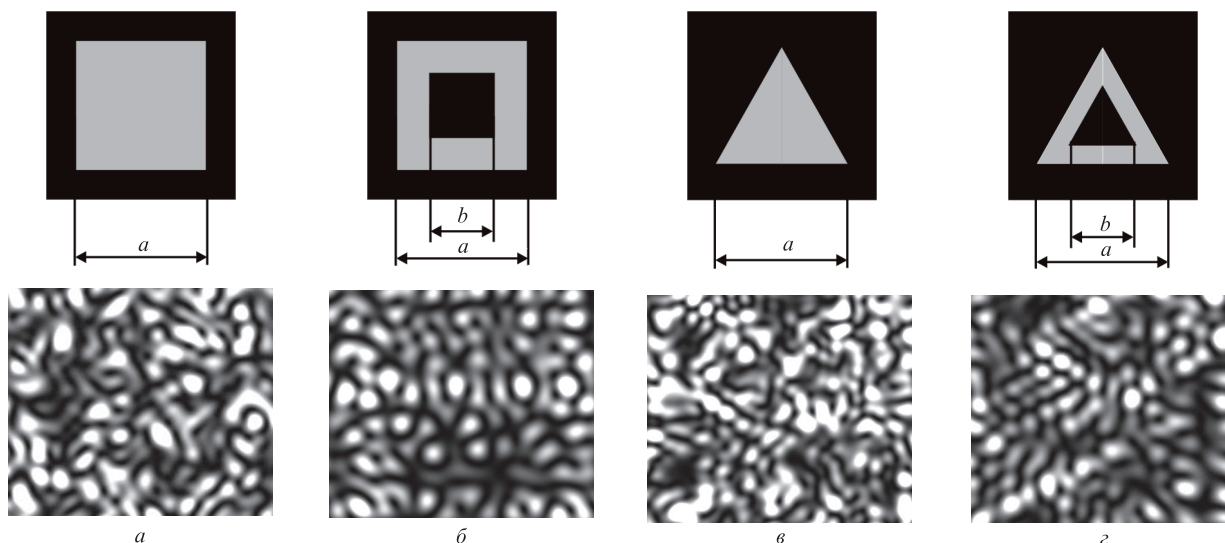


Рис.1. Апертуры рассеивателей – источников спекл-полей – и фрагменты смоделированных спекл-картин, формируемых такими источниками с апертурами, имеющими форму квадрата (а), кольцевого квадрата (б), треугольника (в) и кольцевого треугольника (z).

ций поля в дальней зоне дифракции для источников с апертурами в форме правильного треугольника и кольцевого правильного треугольника можно получить следующие выражения:

$$G_3(\Delta\xi) = \sqrt{3}\left(\frac{a}{2}\right)^2 \text{sinc}^2\left(\pi\frac{a}{2}\Delta\xi\right),$$

$$G_4(\Delta\xi) = \sqrt{3}\left(\frac{a}{2}\right)^2 \text{sinc}^2\left(\pi\frac{a}{2}\Delta\xi\right) - \sqrt{3}\left(\frac{b}{2} - h\right)^2 \text{sinc}^2\left[\pi\left(\frac{b}{2} - h\right)\Delta\xi\right],$$

где $h = (a - b)/2\sqrt{3}$ – ширина кольцевой области. Нормированные корреляционные функции спекл-полей источников с такими апертурами представлены на рис.3. В случае источника с апертурой в форме треугольника (рис.1,а) корреляционная функция поля имеет знакопеременные осцилляции (рис.3, кривая 1). Для апертуры в форме кольцевого треугольника (рис.1,б) появляются небольшие знакопеременные осцилляции, амплитуды которых возрастают с уменьшением ширины кольцевой апертуры (рис.3, кривые 2–4).

С физической точки зрения корреляционные свойства дифракционного спекл-поля, описываемые его корреляционными функциями, могут быть объяснены с позиций представления о закономерностях дифракции волн на апертуре рассеивателя – источника спекл-поля. Дифракционное поле можно представить в виде суперпозиции

элементарных полей дифракции плоских волн на апертуре рассеивателя (или, в общем случае, сферических волн, сходящихся в плоскости наблюдения картины дифракции поля). Эти элементарные дифракционные поля составляют тонкую амплитудно-фазовую структуру результирующего дифракционного поля и фактически определяют его корреляционные свойства [28]. Поперечный размер спеклов поля ε_{\perp} , практически совпадающий с длиной поперечной корреляции поля, примерно равен ширине центрального максимума элементарного дифракционного поля. Это представление подтверждается, в частности, совпадением интегральных выражений, используемых для определения комплексной амплитуды элементарного поля дифракции и поперечной корреляционной функции дифракционного поля, определяемой на основе теоремы Ван Циттерта–Цернике. При симметричных апертурах эти элементарные дифракционные поля описываются действительными знакопеременными функциями и, как следствие, корреляционная функция также принимает действительные знакопеременные значения.

3. Численный эксперимент по определению пространственного распределения плотности вероятности разности фаз в дифракционном спекл-поле

Для определения пространственного распределения плотности вероятности разности фаз в спекл-поле в дальней области дифракции выполнен численный статистический эксперимент. В этом эксперименте в графической форме определялась функция плотности распределения вероятности разности фаз $p(\Delta\varphi, \Delta\xi)$ в зависимости от разности фаз $\Delta\varphi$ в интервале $[-\pi, \pi]$ и разности пространственных координат $\Delta\xi$ в дифракционном спекл-модулированном поле. Схема натурального эксперимента, эквивалентного процедуре численного эксперимента, представлена на рис.4.

Моделирование поля источника дифракционного спекл-модулированного поля производилось согласно следующему алгоритму. Генерировались две матрицы случайных независимых вещественных величин u_{kj} и v_{kj} , распределенных от -1 до $+1$ по нормальному закону. На их основе формировалась матрица случайных комплексных переменных $U_0(k, j) = u_{kj} + iv_{kj}$. Таким образом создавалось случайное, попиксельно коррелированное поле гауссовых комплексных величин [18]. Данное поле модулировалось бинарной апертурной функцией $P(k, j)$ той или иной формы, равной единице в пределах апертуры и

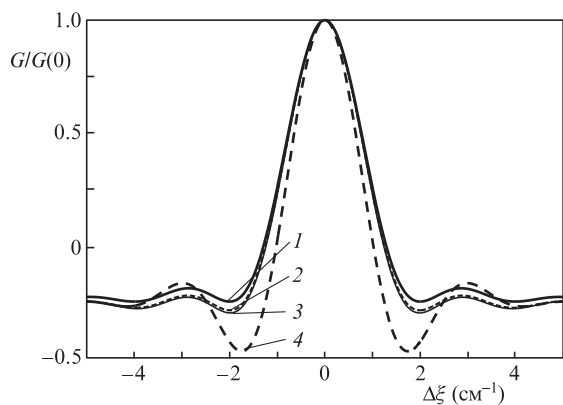


Рис.3. Нормированные корреляционные функции комплексной амплитуды спекл-поля при $\Delta\eta = 0$ для источников с апертурами в форме треугольника с $a = 10$ мм (1) и кольцевого треугольника с отношением a/b , равным 4 (2), 2 (3) и 4/3 (4).

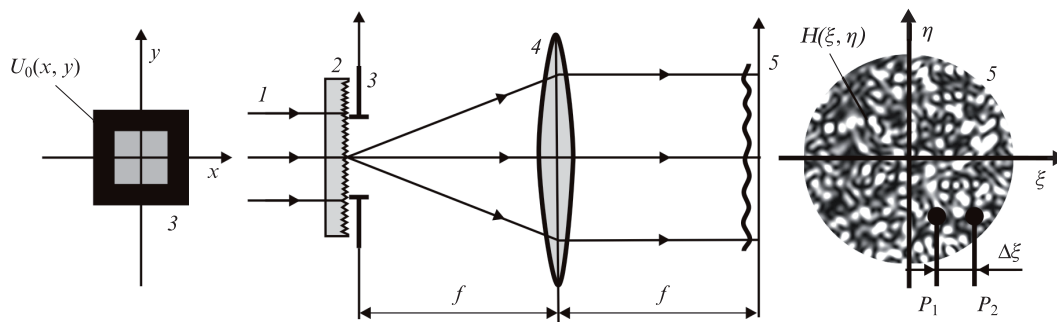


Рис.4. Схема натурального эксперимента для определения разности фаз в точках спекл-поля в дальней зоне дифракции: 1 – освещающий параллельный пучок света; 2 – рассеиватель; 3 – апертура – непрозрачный экран с отверстием; 4 – линза; 5 – спекл-картина в дальней зоне дифракции.

нулю вне ее. Распределение комплексной амплитуды поля источника задавалось в виде дискретного массива независимых гауссовых случайных комплексных величин $U(k,j) = U_0(k,j)P(k,j)$. Попиксельная корреляция поля при его достаточно большой апертуре (в наших экспериментах 100×100 пикселей) позволяет считать такое поле фактически δ -коррелированным. Графическое представление нормированной корреляционной функции комплексной амплитуды этого поля показано на рис.5.

Поле комплексных амплитуд окружалось последовательностями нулей, с физической точки зрения определяющих область непрозрачности экрана, так что полная матрица поля источника имела размер 2000×2000 пикселей. Такое увеличение пиксельного размера поля источника позволяло получать дифракционное спекл-модулированное поле, в котором на каждый спекл приходится не один, как при использовании матрицы с размерами апертуры, а достаточно большое число пикселей – в нашем случае, например для квадратной апертуры, в среднем 400 пикселей на один спекл.

Комплексная амплитуда спекл-поля в дальней зоне дифракции формировалась путем фурье-преобразования поля источника с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье. Таким образом получали матрицу комплексных амплитуд дифракционного поля размером 2000×2000 пикселей. Апертуры источников спекл-полей и фрагменты соответствующих смоделированных дифракционных спекл-картин, формируемых такими источниками, представлены на рис.1.

Производилась случайная выборка двух точек (P_1 и P_2), расположенных вдоль оси ξ на некотором расстоя-

нии друг от друга в дифракционном спекл-поле, и численно определялась разность фаз $\Delta\varphi$ полей в этих точках. Расстояние $\Delta\xi$ (в шкале пространственной частоты ξ) между точками P_1 и P_2 задавалось относительно ширины центрального максимума корреляционной функции дифракционного поля, фактически (с физической точки зрения) относительно минимальных поперечных размеров спеклов ε_{\perp} [2, 18].

На основе выборки из $N = 90000$ значений формировались гистограммы статистического распределения разности фаз в интервале $[-\pi, \pi]$ при его разбиении на $m = 40$ интервалов. Огибающие гистограмм можно рассматривать в качестве кривых плотности распределения вероятности разности фаз $p(\Delta\varphi, \Delta\xi = \text{const})$ для определенного расстояния $\Delta\xi$ между точками поля:

$$p(\Delta\varphi) = \Delta N(\Delta\varphi_i < \Delta\varphi < \Delta\varphi_{i+1}) \frac{m}{2\pi N}, \tag{3}$$

где $\Delta N(\Delta\varphi_i < \Delta\varphi < \Delta\varphi_{i+1})$ – число попаданий значений выборки в интервал разности фаз $[\Delta\varphi, \Delta\varphi_{i+1}]$. Для разных $\Delta\xi$ расстояний получали гистограммы и, соответственно, пространственные распределения плотности вероятности разности фаз $p(\Delta\varphi, \Delta\xi)$ для источников спекл-полей с апертурами той или иной формы.

На рис.6 представлены функции $p(\Delta\varphi, \Delta\xi)$ спекл-полей, полученные для источников с апертурами в форме квадратного кольца (см. рис.1,б) и равностороннего треугольника (см. рис.1,а). Внешняя сторона треугольника (рис.1,а) $a = 100$ пикселей, а его внутренняя сторона $b = 80$ пикселей; для треугольной апертуры (рис.1,в) $a = 100$ пикселей;

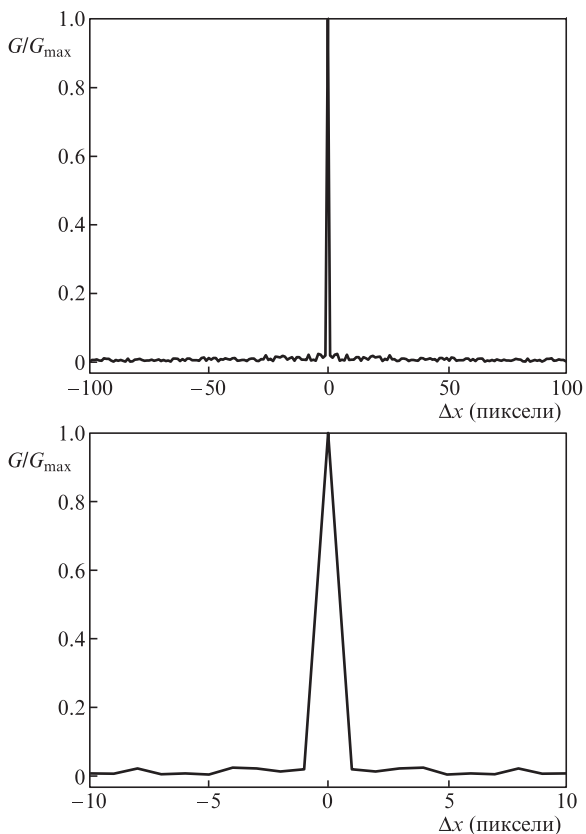


Рис.5. Нормированная корреляционная функция комплексной амплитуды поля источника дифракционного спекл-модулированного поля (а) и центральная область функции корреляции (б).

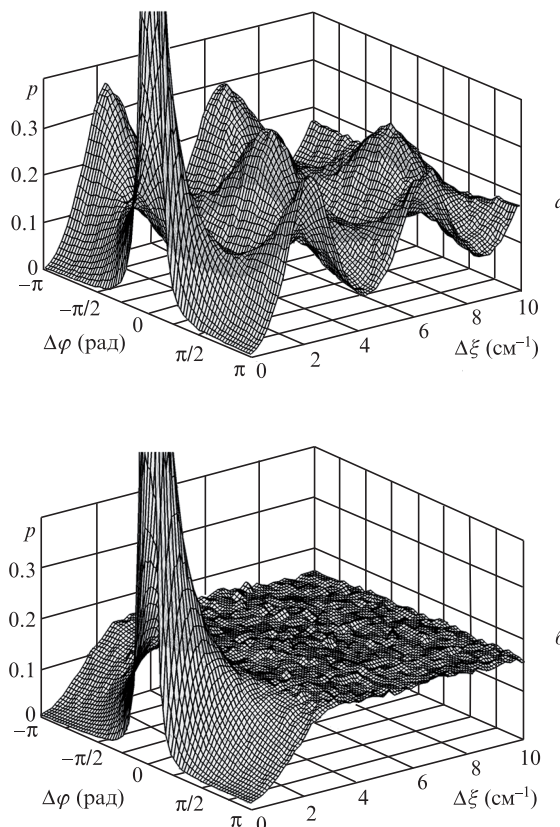


Рис.6. Пространственное распределение плотности распределения вероятности разности фаз в двух точках дифракционного спекл-поля при апертуре источника в форме квадратного кольца (а) и треугольника (б).

средний размер спеклов в дифракционном поле был равен 15–20 пикселей для обеих апертур. Функция $p(\Delta\varphi, \Delta\xi)$ на рис.6,*а* демонстрирует существенную неравномерность плотности распределения разности фаз $p(\Delta\varphi, \Delta\xi)$ для расстояний между точками поля $\Delta\xi$, превышающих поперечные размеры спеклов поля, $\Delta\xi > \varepsilon_{\perp}$. Наблюдаются максимумы $p(\Delta\varphi, \Delta\xi)$ для разностей фаз $\Delta\varphi = \pm\pi$ и $\Delta\xi \approx 1.5\varepsilon_{\perp}$ или $\Delta\xi \approx 3.5\varepsilon_{\perp}$. С физической точки зрения это означает, что разность фаз спекл-поля в соседних спеклах с наибольшей вероятностью равна π .

Для спекл-поля с знакопеременными корреляционными свойствами, например для поля источника с треугольной апертурой, наблюдается практически равномерное распределение $p(\Delta\varphi, \Delta\xi)$ для $\Delta\xi > \varepsilon_{\perp}$: $p(\Delta\varphi, \Delta\xi > \varepsilon_{\perp}) \approx 1/2\pi$ (рис.6,*б*). С физической точки зрения это означает, что разность фаз в соседних спеклах поля с одинаковой вероятностью может принимать значения во всем интервале $[-\pi, \pi]$.

Зависимости плотности распределения вероятности разности фаз от параметров апертуры рассеивателя наиболее наглядно проявляются в сечениях для фиксированных расстояний между точками поля, $p(\Delta\varphi, \Delta\xi = \text{const})$. На рис.7 эти зависимости представлены для апертур рассеивателя в форме квадрата и кольцевого квадрата с различным отношением сторон a/b для некоторых характерных расстояний между точками. Полученные кривые можно интерпретировать с физической точки зрения следующим образом.

При расстоянии между точками P_1 и P_2 спекл-поля $\Delta\xi$, равном половине среднего размера спекла ($\Delta\xi \approx 0.5\varepsilon_{\perp}$), наиболее вероятно их попадание в один и тот же спекл,

но не исключается возможность попадания точек и в соседние спеклы. В этом случае наиболее вероятны значения разности фаз вблизи нуля (рис.7,*а*). При $\Delta\xi \approx \varepsilon_{\perp}$ равновероятно попадание точек как в один, так и в соседние спеклы: наблюдается практически равномерное распределение разности фаз (рис.7,*б*). При расстоянии $\Delta\xi \approx 1.5\varepsilon_{\perp}$, которое численно равно координате первого локального максимума корреляционной функции спекл-поля, наиболее вероятно попадание точек при случайной выборке в соседние спеклы, но они могут попадать и в один и тот же спекл. В этом случае наиболее вероятны значения разности фаз вблизи $-\pi$ и π (рис.7,*в*). При расстоянии $\Delta\xi \approx 2.5\varepsilon_{\perp}$, численно равном координате второго локального максимума корреляционной функции спекл-поля, наиболее вероятно, что при случайной выборке точки попадают в спеклы через один, но не исключается возможность их попадания в соседние спеклы и даже в один и тот же спекл. В этом случае наиболее вероятны значения разности фаз вблизи нуля (рис.7,*г*).

Результаты численного эксперимента показывают, что чем больше по модулю экстремумы корреляционной функции комплексной амплитуды спекл-поля, тем больше максимумы плотности распределения вероятности разности фаз $p(\Delta\varphi, \Delta\xi)$ в двух точках спекл-поля (рис.7). Наибольшие амплитуды осцилляций корреляционной функции поля имеют место для кольцевых апертур источника спекл-поля.

На рис.8 представлены плотности распределения вероятности разности фаз $p(\Delta\varphi, \Delta\xi = \text{const})$ поля источников с апертурой в форме кольцевого квадрата при увеличении $\Delta\xi$ от $0.5\varepsilon_{\perp}$ до $1.5\varepsilon_{\perp}$ (рис.8,*а*) и от $1.5\varepsilon_{\perp}$ до $2.5\varepsilon_{\perp}$ (рис.8,*б*).

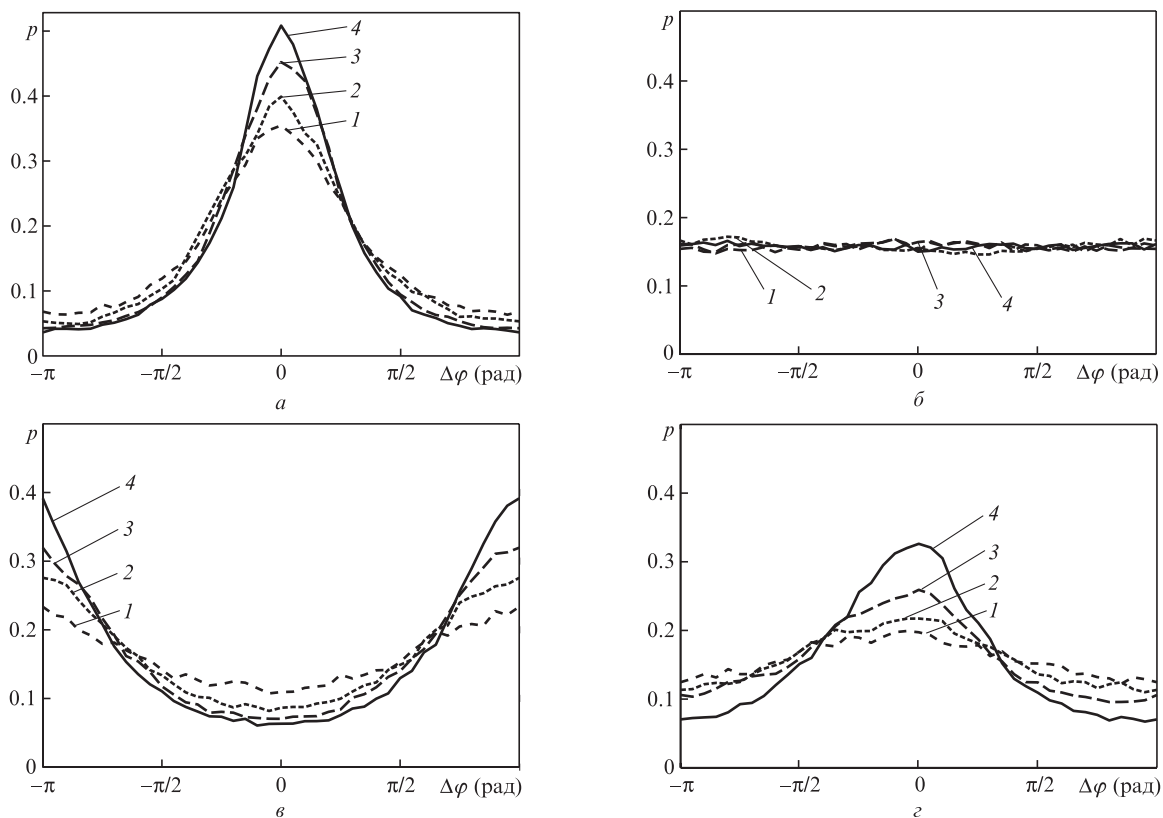


Рис.7. Плотность распределения вероятности разности фаз в двух точках спекл-поля для источников с апертурами в форм квадрата (1) и кольцевого квадрата с отношением a/b , равным 4 (2), 2 (3) и 4/3 (4) для расстояний между точками спекл-поля $\Delta\xi$, равных половине координаты первого нуля корреляционной функции спекл-поля (а), координате первого нуля (б), координате первого локального максимума (в) и координате второго локального максимума (г).

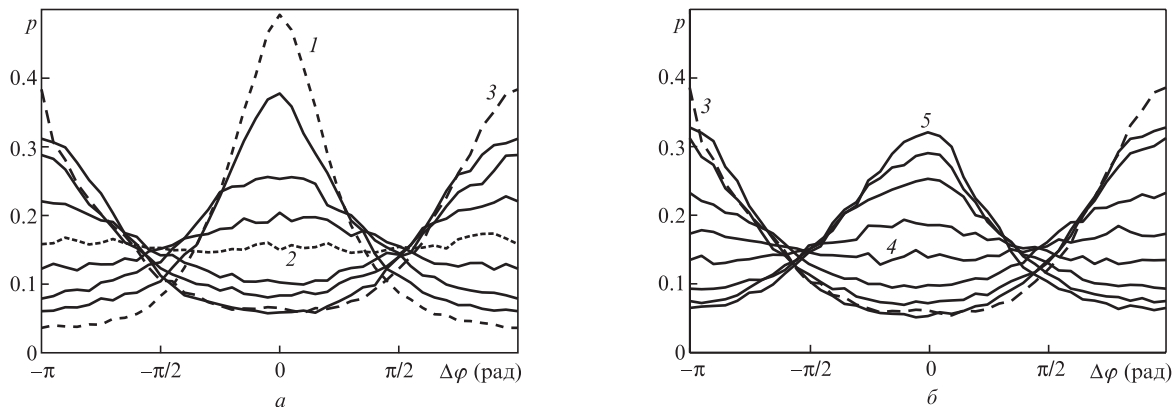


Рис.8. Плотность распределения вероятности разности фаз в двух точках спекл-поля для источника с апертурой в форме кольцевого квадрата с $ab = 4/3$ при $0.5\epsilon_{\perp} \leq \Delta\xi \leq 1.5\epsilon_{\perp}$ (а) и $1.5\epsilon_{\perp} \leq \Delta\xi \leq 2.5\epsilon_{\perp}$ (б). Отношение $\Delta\xi/\epsilon_{\perp}$ равно примерно 0.5 (1), 1 (2), 1.5 (3), 2 (4) и 2.5 (5).

На рис.8,а с ростом $\Delta\xi$ сначала уменьшаются максимумы $p(\Delta\varphi, \Delta\xi)$ для $\Delta\varphi = 0$ до практически равномерного распределения при $\Delta\xi \approx \epsilon_{\perp}$, а затем увеличиваются максимумы для $\Delta\varphi = \pm\pi$ при увеличении $\Delta\xi$ до $1.5\epsilon_{\perp}$. На рис.8,б сначала уменьшаются максимумы $p(\Delta\varphi, \Delta\xi)$ для $\Delta\varphi = \pm\pi$ до равномерного распределения при $\Delta\xi \approx 2\epsilon_{\perp}$, а затем увеличиваются максимумы $p(\Delta\varphi, \Delta\xi)$ для $\Delta\varphi = 0$ при $\Delta\xi \approx 2.5\epsilon_{\perp}$.

Корреляционная функция спекл-поля источника с апертурой в форме треугольника не имеет знакопеременных осцилляций (см. рис.3). На зависимостях $p(\Delta\varphi, \Delta\xi = \text{const})$ выраженный максимум плотности распределения вероятности разности фаз вблизи $\Delta\varphi = 0$ наблюдается для точек, попадающих в один и тот же спекл (рис.9,а). В остальных

случаях имеет место практически равномерное распределение $\Delta\varphi$ по всему интервалу $[-\pi, \pi]$ (рис. 9,б-г).

При апертуре в форме кольцевого треугольника есть небольшие знакопеременные осцилляции корреляционной функции поля (см. рис.3). Поэтому вблизи $\Delta\varphi = \pm\pi$ значения $p(\Delta\varphi, \Delta\xi)$ для точек, попадающих в соседние спеклы, немного увеличиваются (рис.9,в). Для точек, попадающих в один спекл, наблюдается выраженный максимум вблизи $\Delta\varphi = 0$ (рис.9,а), тогда как в остальных случаях распределение во всем интервале $[-\pi, \pi]$ является практически равномерным (рис.9,б-г). Как и для симметричных апертур источника спекл-поля, чем меньше ширина кольцевой области, тем больше по модулю первый отрицательный максимум

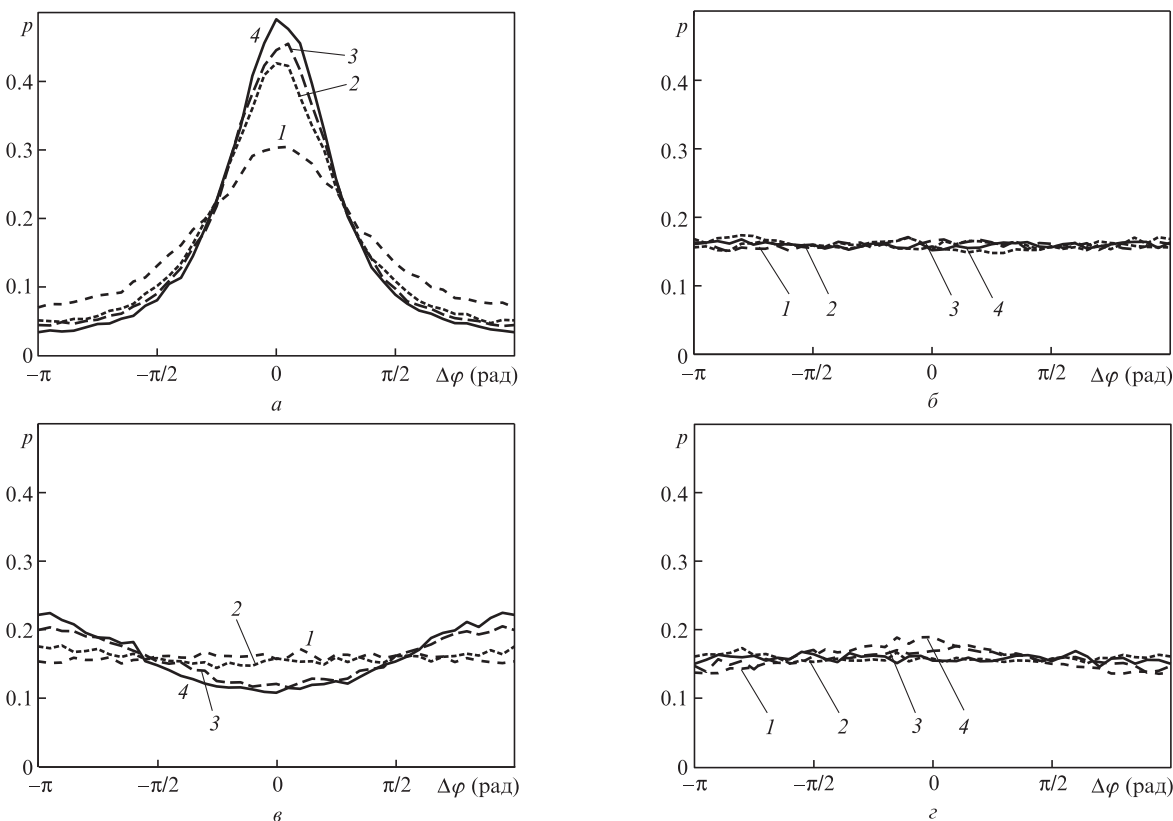


Рис.9. Плотность распределения вероятности разности фаз в двух точках спекл-поля для источников с апертурами в форме треугольника (1) и кольцевого треугольника с отношением ab/b , равным 4 (2), 2 (3) и $4/3$ (4). Отношение расстояния между точками спекл-поля к среднему размеру спеклов $\Delta\xi/\epsilon_{\perp}$ равно примерно 0.5 (а), 1 (б), 1.5 (в) и 2.5 (г).

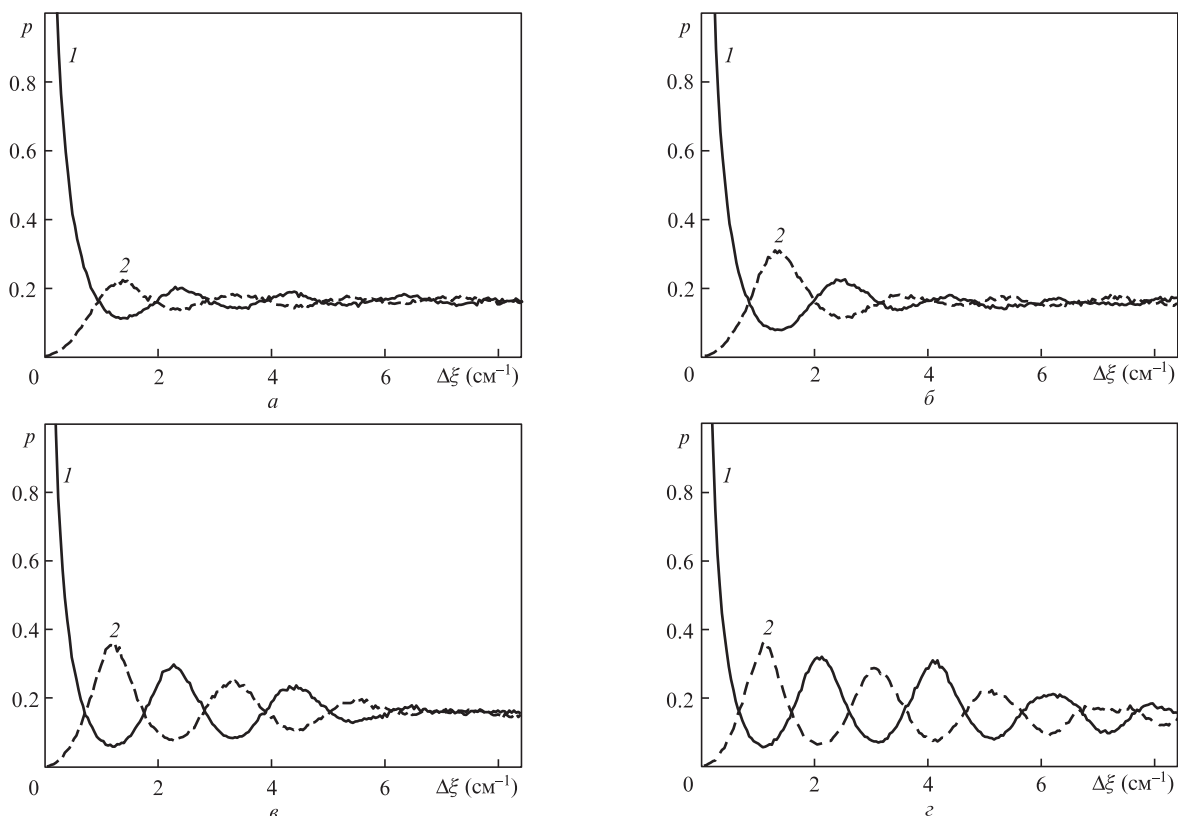


Рис.10. Зависимости плотности распределения вероятности разности фаз в двух точках спекл-поля при $\Delta\varphi = 0$ (1) и $\Delta\varphi = \pi$ (2) от расстояния $\Delta\xi$ между этими точками для источников с апертурами в форме квадрата (а) и кольцевого квадрата с отношением ab , равным 2 (б), $4/3$ (в) и $10/9$ (г).

автокорреляционной функции и больше максимум для $\Delta\varphi = \pm\pi$ (рис.9,в).

На рис.10 показано, как изменяется плотность вероятности разности фаз спекл-поля для фиксированных значений $\Delta\varphi = 0$ и π при увеличении расстояния $\Delta\xi$ между точками для источников спекл-поля с апертурой в форме квадрата и кольцевого квадрата. Чем меньше ширина кольцевой области апертуры источника, тем больше амплитуды осцилляций плотности распределения вероятности разности фаз для $\Delta\varphi = 0$ и π и тем медленнее они затухают при увеличении $\Delta\xi$, что свидетельствует о расширении области корреляции фазы спекл-поля.

Результаты численных экспериментов (рис.6–10) показывают, что изменение знака корреляционной функции комплексной амплитуды спекл-поля связано с изменением знака комплексной амплитуды поля при переходе от спекла к спеклу. Чем больше по модулю величина первого отрицательного максимума корреляционной функции, тем больше максимумы плотности распределения вероятности разности фаз $p(\Delta\varphi)$ для $\Delta\varphi = \pm\pi$ и, соответственно, больше неравномерность плотности распределения разности фаз спекл-поля.

4. Натурный статистический эксперимент по определению разности фаз колебаний в спекл-поле

Нами проведен лабораторный статистический эксперимент по определению разности фаз колебаний в двух точках спекл-поля с компьютерной обработкой интерферограмм, что обеспечило возможность работы с больши-

ми числами выборки – до $N = 1000$ для каждой гистограммы. Использовались четыре формы апертуры, ограничивающей рассеиватель – источник спекл-поля: квадрат, кольцевой квадрат, треугольник, кольцевой треугольник. Для каждой апертуры определялась статистика изменения разности фаз в двух точках спекл-поля только для двух характерных расстояний между точками. Разность фаз колебаний проявляется в интерференционном эксперименте. Для определения разности фаз в двух точках поля наиболее подходящим является интерферометр Юнга, где наблюдается интерференция волн, исходящих от двух отверстий в непрозрачном экране, на который падает исследуемое поле. Если отверстия в экране малы по сравнению с длиной поперечной корреляции освещающего поля, то такие квазиточечные отверстия служат вторичными источниками квазисферических волн. При освещении отверстий пространственно когерентным полем, каким является лазерное спекл-модулированное поле, интерференция выделенных волн наблюдается при любом расстоянии между отверстиями. Однако положение интерференционных полос зависит от разности фаз колебаний поля в отверстиях. Данное обстоятельство позволяет определять изменение разности фаз этих колебаний при смене реализации поля на экране с отверстиями и изменении пространственного распределения фазы освещающего поля при изменении расстояния между отверстиями. Таким образом, с помощью интерферометра Юнга можно выполнить статистический эксперимент по определению пространственного распределения плотности распределения вероятности разности фаз поля в различных точках в зависимости от расстояния между ними. В эксперименте для этого необходимо определять величины смещения

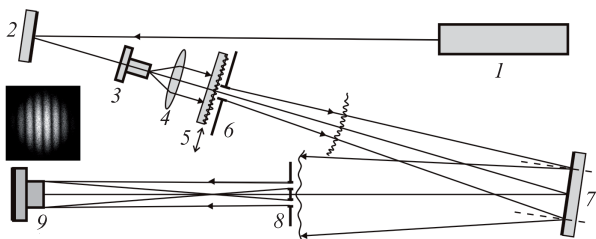


Рис.11. Схема эксперимента по определению разности фаз в двух точках спекл-поля с использованием интерферометра Юнга: 1 – лазер; 2, 7 – зеркала; 3 – микрообъектив; 4 – линза; 5 – рассеиватель; 6 – апертура; 8 – экран с двумя точечными отверстиями; 9 – цифровая камера; 10 – изображение интерференционных полос на матрице цифровой камеры.

интерференционных полос по отношению к их периоду при смене реализаций спекл-поля, падающего на экран с отверстиями.

На рис.11 представлена схема эксперимента по определению разности фаз в двух точках спекл-поля с использованием интерферометра Юнга. Пучок излучения лазера 1 отражается от зеркала 2, расширяется с помощью микрообъектива 3, коллимируется линзой 4 и проходит через рассеиватель 5, ограниченный апертурой 6. Расстояние z_0 от апертуры 6 до экрана с двумя точечными отверстиями 8 много больше размера апертуры. Внешний размер апертуры $a \approx 5$ мм (отношение размеров кольцевой апертуры $a/b = 2$), расстояние $z_0 \approx 1500$ мм, поэтому можно считать, что экран с отверстиями, на который попадает спекл-поле, находится в дальней зоне дифракции. В эксперименте использовались линейно поляризованное излучение He-Ne-лазера (мощность 25 мВт, длина волны 0.63 мкм) и цифровая фотокамера (КМОП-матрица, 5.7×4.28 мм, 2592×1944 пикселей).

Расстояние $\Delta\xi$ между отверстиями в экране оставалось неизменным ($\Delta\xi = 0.5$ мм), а изменялись размеры спеклов ϵ_{\perp} – путем изменения расстояния z_0 от рассеивателя до экрана. Соответственно изменялось отношение $\Delta\xi/\epsilon_{\perp}$, которое в наших экспериментах составляло 1.5 и 2.5. На матрице цифровой фотокамеры формировалась картина интерференционных полос (рис.12), положение которых зависит от разности фаз $\Delta\varphi$ поля в отверстиях экрана 8. При поперечном смещении рассеивателя 5 на величину, превышающую размер его апертуры, происходит полная смена реализации спекл-поля на поверхности экрана. Изменение разности фаз поля в отверстиях экрана определялось по величине поперечного сдвига интерференционных полос $\Delta x'$ в долях их периода Λ :

$$\Delta\varphi = 2\pi\Delta x'/\Lambda. \tag{4}$$

Смещение интерференционных полос $\Delta x'$ для каждого изображения интерференционной картины относительно их положения в некотором опорном изображении определялось с помощью компьютерной обработки изображений интерференционных картин как смещение центрального пика функций взаимной корреляции опорного и текущего изображений интерференционных полос относительно положения центрального пика функции автокорреляции распределения интенсивности в опорном изображении.

На основе полученных статистических данных для разности фаз $\Delta\varphi$ построены гистограммы, представленные на рис.13. Гистограммы на рис.13,а–г показывают

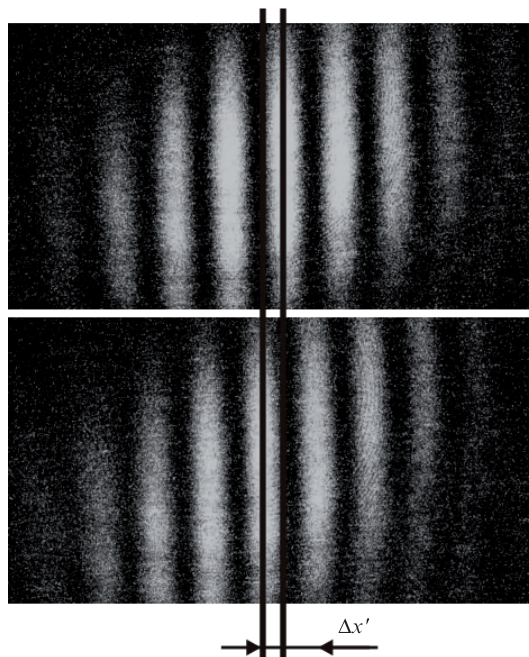


Рис.12. Смещение интерференционных полос $\Delta x'$ в дифракционном гало при смене реализации спекл-поля. Период интерференционных полос на матрице фотокамеры $\Lambda \approx 0.45$ мм (~ 200 пикселей)

отчетливую неравномерность плотности распределения вероятности разности фаз в двух точках спекл-поля для источников с апертурой в форме квадрата и особенно кольцевого квадрата. Для таких форм апертур источников, как указывалось выше, корреляционная функция спекл-поля имеет достаточно выраженные локальные экстремумы (см. рис.2). Чем больше они по модулю, тем больше максимумы плотности распределения вероятности разности фаз, что и наблюдается на рис.13 в случае апертуры в форме кольцевого квадрата. При $\Delta\xi \approx 1.5\epsilon_{\perp}$, когда отверстия в экране интерферометра Юнга с наибольшей вероятностью попадают в соседние спеклы, максимум плотности распределения вероятности разности фаз наблюдается для $\Delta\varphi = \pi$. При $\Delta\xi \approx 2.5\epsilon_{\perp}$, когда отверстия в экране с наибольшей вероятностью попадают в спеклы через один, максимум имеет место для $\Delta\varphi = 0$.

На гистограммах рис.13,а–г наблюдается почти скачкообразное увеличение максимума вблизи $\Delta\varphi = 0, \pi$ и почти равномерное распределение разностей фаз на всем остальном промежутке. Это можно объяснить тем, что в натурном статистическом эксперименте при смене реализаций спекл-поля отбирались только яркие и четкие изображения интерференционных полос. В этих случаях оба отверстия в экране интерферометра Юнга попадали или в один спекл, или в соседние спеклы, или в спеклы через один, и наиболее вероятно, что разности фаз при этом равнялись π или 0. Для реализации условий $\Delta\xi \approx 1.5\epsilon_{\perp}$ путем увеличения расстояния z_0 средняя интенсивность поля уменьшалась, и изображения интерференционных полос в дифракционном гало становились менее яркими, чем при $\Delta\xi \approx 2.5\epsilon_{\perp}$, в связи с чем регистрировалось меньше «хороших» изображений.

У корреляционной функции поля, создаваемого рассеивателем с несимметричной апертурой, например в форме треугольника, знакопеременные осцилляции отсутствуют, а в случае кольцевого треугольника она имеет знакопеременные осцилляции малой амплитуды. Поэтому для

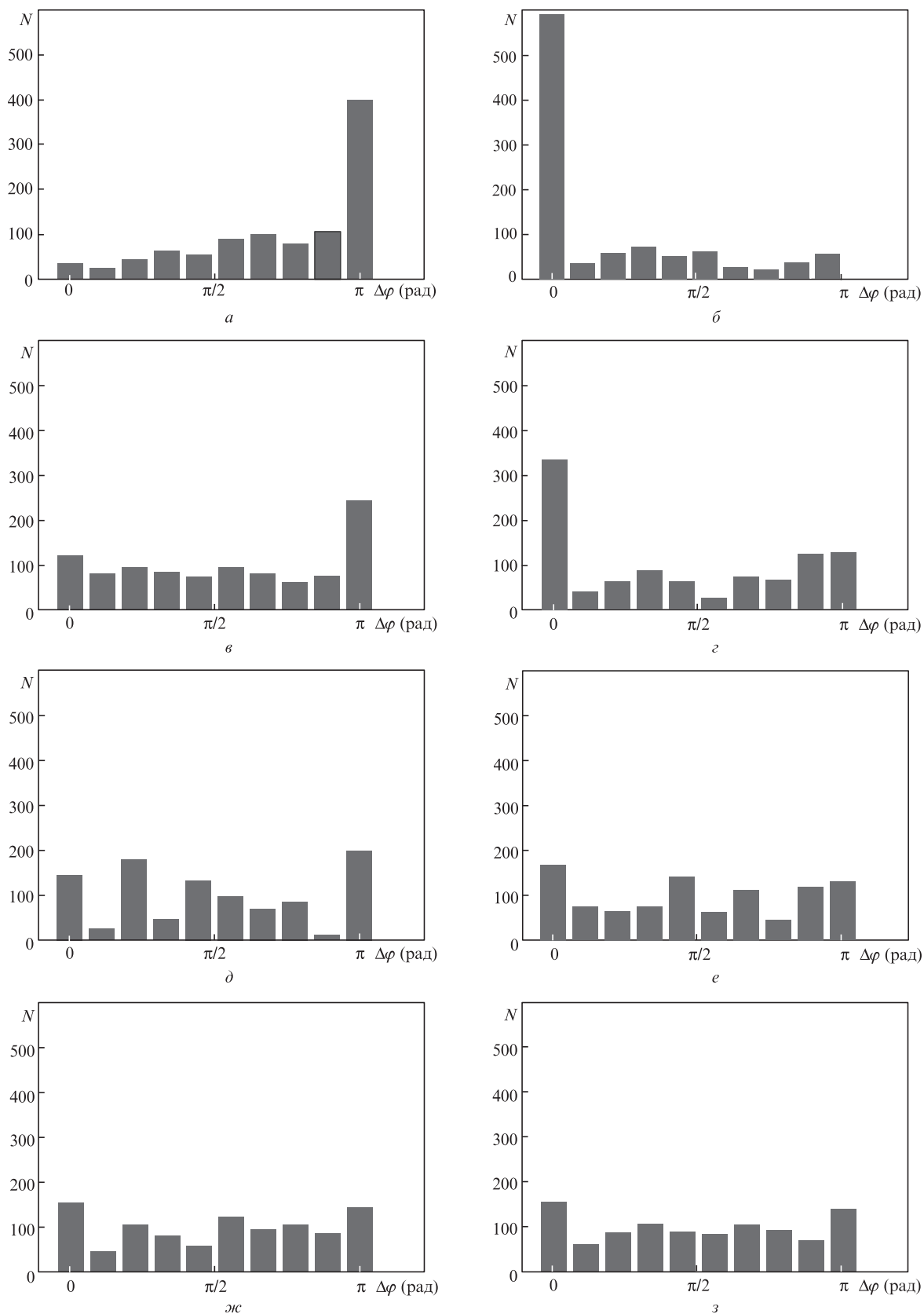


Рис.13. Гистограммы плотности распределения вероятности разности фаз $\Delta\varphi$ в двух точках спекл-поля, создаваемого источником с апертурой в форме кольцевого квадрата (*a, б*) квадрата (*в, з*), кольцевого треугольника (*д, е*) и треугольника (*ж, з*). Расстояния $\Delta\xi$ между отверстиями в экране интерферометра Юнга равны примерно $1.5\epsilon_{\perp}$ (*a, в, д, ж*) и $2.5\epsilon_{\perp}$ (*б, з, е, з*).

спекл-полей, формируемых рассеивателями с такими апертурами, ожидается почти равномерная плотность распределения вероятности разности фаз. Результаты натуральных

экспериментов, представленные на рис.13, *д-з*, подтверждают данное предположение для источников с несимметричными апертурами.

5. Заключение

Неравномерность статистического распределения разности фаз в развитом спекл-поле с наиболее вероятными значениями для $\Delta\varphi$, равными 0 и $\pm\pi$, в зависимости от расстояния между точками поля, в которых определяется разность фаз колебаний, обусловлена особенностями поперечных корреляционных свойств поля. Такая неравномерность плотности распределения вероятности разности фаз $p(\Delta\varphi)$ наблюдается в пределах области корреляции спекл-поля, поперечные корреляционные свойства которого определяются осциллирующей знакопеременной функцией поперечной корреляции поля. Подобные корреляционные свойства поля возникают при использовании симметричной апертуры рассеивателя – источника спекл-поля, и в заметно большей степени тогда, когда используется симметричная структурированная апертура, в частности в виде кольцевого квадрата. В этом случае пространственная корреляционная функция поля имеет осцилляции сравнительно большой амплитуды и, как следствие, наблюдаются достаточно большие максимумы плотности распределения вероятности разности фаз $p(\Delta\varphi)$ для $\Delta\varphi = \pm\pi$, если расстояния между точками совпадают с интервалами осцилляций корреляционной функции. В этих условиях имеет место неравномерная и осциллирующая в пространстве плотность распределения вероятности разности фаз спекл-поля. Неравномерность $p(\Delta\varphi)$ наблюдается в пределах области поперечной корреляции спекл-поля, где сохраняются заметные корреляционные осцилляции комплексной амплитуды поля. За пределами этой области распределение $p(\Delta\varphi)$ становится практически равномерным.

Отдельные спеклы в пространственном распределении интенсивности спекл-модулированного поля (в спекл-картине) обычно принято рассматривать в качестве области корреляции поля. Полученные в работе результаты показывают, что область корреляции поля имеет существенно большие пределы. В особенности это относится к спекл-полям, формируемым с помощью рассеивателей со структурированными апертурами. Размеры спеклов в поперечном распределении интенсивности в спекл-картине определяются шириной центрального максимума корреляционной функции поля. Однако за пределами этого максимума в спекл-поле могут еще сохраняться значительные корреляции, что и проявляется в неравномерности распределения $p(\Delta\varphi)$.

Наиболее вероятная разность фаз поля $\Delta\varphi = \pm\pi$ в соседних спеклах в дифракционной зоне может позволить в ряде случаев восстановить утраченную при записи интенсивности спекл-поля фазовую информацию об объектном поле. Это может быть использовано, как показано в работах [21–23], для восстановления изображения рассе-

ивающего объекта по записи интенсивности дифракционного поля. Знание статистических свойств разности фаз в соседних спеклах рассеянного поля также может иметь практическое значение в лазерной интерферометрии, в частности для оценки статистических параметров сигнала лазерных спекл-интерферометров микроперемещений рассеивающих поверхностей в случае, когда в апертуру фотодетектора попадают несколько спеклов рассеянного объектного поля. Полученные статистические закономерности фазовых распределений могут быть использованы также для решения задач исследования влияния спеклов на работу датчиков волнового фронта.

1. Goodman J.W. *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications* (Englewood: Roberts & Company Publ., 2006).
2. Goodman J.W., in *Laser Speckle and Related Phenomena*. Ed. by J.C.Dainty (Berlin: Springer-Verlag, 1975, p. 9).
3. Франсон М. *Оптика спеклов* (М.: Мир, 1980).
4. Джоунс Р., Уайкс К. *Голографическая и спекл-интерферометрия* (М.: Мир, 1986).
5. Клименко И.С. *Голография сфокусированных изображений и спекл-интерферометрия* (М.: Наука, 1985).
6. Бадалян Н.П., Кийко В.В., Кислов В.И., Козлов А.Б. *Квантовая электроника*, **38**, 477 (2008).
7. Иванов А.П., Кацев И.Л. *Квантовая электроника*, **35**, 670 (2005).
8. Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л. *Оптическая голография* (М.: Мир, 1973).
9. Schnars U., Juptner W. *Digital Holography* (Berlin: Springer-Verlag, 2004).
10. Резчиков А.Ф., Рябухо В.П. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, **1**, 68 (2010).
11. Кульчин Ю.Н., Витрик О.Б., Ланцов А.Д. *Квантовая электроника*, **36**, 339 (2006).
12. Labeyrie A. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **16**, 77 (1978).
13. Martinache F. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **6**, 216 (2004).
14. Ларичев А.В., Иванов П.В., Ирошников Н.Г., Шмальгаузен В.И. *Квантовая электроника*, **31**, 1108 (2001).
15. Trisnadi J.I. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **4657**, 131 (2002).
16. Yurlov V., Lapchuk A., Yun S., Song J., Yeo I., Yang H., An S. *Appl. Opt.*, **48**, 80 (2009).
17. Svet V.D. *Open J. Biophys.*, **3**, 165 (2013).
18. Гудмен Дж. *Статистическая оптика* (М.: Мир, 1988).
19. Uozumi J., Asakura T. *Appl. Opt.*, **20**, 1454 (1981).
20. Kadono H., Takai N., Asakura T. *J. Opt. Soc. Am. A*, **3**, 1080 (1986).
21. Горбатенко Б.Б., Рябухо В.П., Максимова Л.А. *Оптика и спектроскопия*, **101**, 861 (2006).
22. Горбатенко Б.Б., Максимова Л.А., Рябухо В.П., Норов Ю.В. *Компьютерная оптика*, **31**, 26 (2007).
23. Горбатенко Б.Б., Максимова Л.А., Рябухо В.П. *Оптика и спектроскопия*, **106**, 323 (2009).
24. Maksimova L.A., Mysina N.Yu., Gorbatenko V.B., Ryabukho V.P. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **8699**, 869910 (2013).
25. Мысина Н.Ю., Максимова Л.А., Горбатенко Б.Б., Рябухо В.П. *Компьютерная оптика*, **37**, 451 (2013).
26. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973).
27. Гудмен Дж. *Введение в фурье-оптику* (М.: Мир, 1970).
28. Клименко И.С., Рябухо В.П., Федулеев Б.В. *ЖТФ*, **55**, 1338 (1985).

ПОПРАВКА

Х. Джафарзаде, М. Панахи, Сейед Хоссейн Асадпур. Фазовое управление групповой скоростью света в наноструктуре на основе квантовых точек InGaN/GaN («Квантовая электроника», 2015, т. 45, № 9, с. 837–843).

По просьбе авторов М.Панахи заменяется на **Е.Ахмади Сангачин (E.Ahmadi Sangachin)**.