

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СВЕТОВЫХ ВОЛН

PACS 42.25.Bs; 42.70.Qs; 73.20.Mf

Эффективность возбуждения поверхностных плазмонов на границе фотонного кристалла и металла

Т.И.Кузнецова, Н.А.Распопов

Приведены результаты теоретического исследования преобразования световых волн в одномерном фотонном кристалле. Рассматривается схема, в которой падающая волна направлена параллельно слоям фотонного кристалла, и предполагается, что волновой вектор находится вне запрещенной зоны. Получены выражения для распространяющихся и эванесцентных электромагнитных волн в периодической среде фотонного кристалла. Показано, что поперечная структура распространяющейся волны содержит сильную постоянную составляющую и слабую осциллирующую компоненту с периодом, который определяется периодом фотонного кристалла. Напротив, зависимость эванесцентных волн от поперечных координат представлена сильной осциллирующей компонентой и слабой постоянной составляющей. Задача состоит в изучении процессов преобразования распространяющихся волн в эванесцентные волны на границе кристалл–металл. Во всех численных расчетах использовались параметры фотонного кристалла, типичные для синтетических опалов. Разработанный теоретический подход дает в явном виде зависимость амплитуды генерируемой поверхностной волны от периода модуляции диэлектрической проницаемости фотонного кристалла. Полученные результаты показывают, что в условиях, близких к условиям плазмонного резонанса, амплитуда поверхностной волны может быть порядка или даже больше амплитуды исходной падающей волны.

Ключевые слова: фотонный кристалл, эванесцентные волны, преобразование волн на границе кристалл–металл, амплитуда поверхностной волны.

1. Введение

Классические методы возбуждения поверхностных плазмон-поляритонов на границе металл–диэлектрик, описанные в основополагающей работе [1], до сих пор используются в экспериментах. Эти методы основаны на явлении нарушенного полного внутреннего отражения либо на применении металлических периодических структур. В последнее десятилетие активно развивались исследования поверхностных плазмон-поляритонов, связанные с поиском иных способов и специальных схем их возбуждения. В числе этих схем были такие, в которых световой пучок направлялся на сверхузкий канал в металлическом слое или на субволновое отверстие либо субмикронную щель в тонкой металлической пленке. Поверхностные волны наблюдались на противоположной стороне металлического слоя [2–4]. Явления, происходящие в таком случае, теоретически анализировались рядом авторов (см., напр., [5–7] и обзорную статью [8]). Особый интерес представляет схема [9], в которой свет направлялся на систему множественных отверстий в металлической пленке. Работа [9] инициировала целый ряд экспериментальных и теоретических исследований (см. [10–12]).

В настоящее время возникла тенденция объединения эффектов плазмоники с особенностями фотонных кристаллов. Появилось быстро развивающееся направление исследований, связанное с анализом новых оптических

явлений в фотонных кристаллах и с их разнообразными практическими применениями. Физические проблемы, связанные с этой тематикой, некоторые практические приложения и возможные перспективы очерчены в [13–15]. Значительное место в этом круге работ, объединяющем плазмонику и фотонные кристаллы, занимает модификация свойств оптических волн в кристаллах, которые помещены в непосредственной близости от поверхности металла либо содержат внедренные в их объем металлические частицы. Первоначально изучение этих явлений и их анализ проводились для одномерных фотонных кристаллов [16–23]. В этих работах исследовалось изменение структуры фотонных зон кристаллов, возникающее в результате взаимодействия блоховских волн с электромагнитными колебаниями в металле. Особое внимание уделялось запрещенным фотонным зонам. Было высказано мнение, что существование поверхностных плазмонов поддерживается затухающими волнами, принадлежащими запрещенным зонам. Это утверждение подчеркивалось в работах [17, 18].

В работах [24–29] и цитируемых в них статьях проводились эксперименты с 2D и 3D фотонными кристаллами, в качестве которых использовались опалоподобные материалы. В одном из экспериментов использовались одновременно два образца различных фотонных кристаллов, в некоторых других – металлическая пленка, которая наносилась на стеклянную подложку либо непосредственно на поверхность кристалла. Добавление металлической пленки, обеспечивая существование плазмонов, приводило к сильному изменению коэффициентов полного пропускания и отражения света. Угловая структура этих коэффициентов зависела от расстояния между кристаллом и металлической пленкой, что и было зарегистрировано экспериментально.

Т.И.Кузнецова, Н.А.Распопов. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: tkuzn@sci.lebedev.ru, rna@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 2 марта 2015 г., после доработки – 19 июня 2015 г.

Существенные изменения структуры световых волн возникают также в кристаллах с внедренными наночастицами [30–32]. В этих случаях оптические эффекты инициируются локализованными (не распространяющимися) плазмонами.

Явления, наблюдаемые при взаимодействии плазмон с различными наноструктурированными объектами, указывают на сложность задач, возникающих в этой области.

В настоящей работе рассматривается простая и эффективная схема взаимодействия плазмона с плоскими волнами. Исследуется простейший микроструктурированный объект, а именно одномерный фотонный кристалл, помещенный на металлическую подложку. Предполагается периодическая зависимость диэлектрической проницаемости кристалла в направлении, параллельном его поверхности, на которую падает первоначальная световая волна. Свойства схемы позволяют описать аналитически процесс преобразования волн на границе раздела кристалл–металл и получить количественную оценку интенсивности возникающей поверхностной волны в зависимости от интенсивности падающей волны и периода модуляции фотонного кристалла.

2. Формулировка задачи

Рассмотрим фотонный кристалл, неограниченный в направлении осей x , y . Плоскость $z = 0$ совпадает с границей между кристаллом и металлом, плоскость $z = -d$, на которую падает первоначальное излучение, является границей кристалла с воздухом (рис. 1). Чередующиеся белые и серые полосы на рис. 1 условно показывают периодическую зависимость диэлектрической проницаемости от координаты x . Пространственная модуляция диэлектрической проницаемости реального кристалла описывается в общем случае бесконечным набором гармоник Фурье. В этом разделе сделаны оценки коэффициентов Фурье для нескольких низших гармоник. В окончательных расчетах мы ограничимся учетом только одной гармоники и постоянной составляющей. Диэлектрическая проницаемость будет взята в виде

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \tilde{\varepsilon}(e^{iGx} + e^{-iGx}). \quad (1)$$

Магнитная проницаемость кристалла считается постоянной и равной единице. В наших расчетах мы будем полагать, что в плоскости $z = -d$ внешний источник создает поле $Ae^{-i\omega t}$, которое не зависит от y и x и распространяется в направлении положительных значений z . Подчеркнем, что начальное поле распространяется вдоль

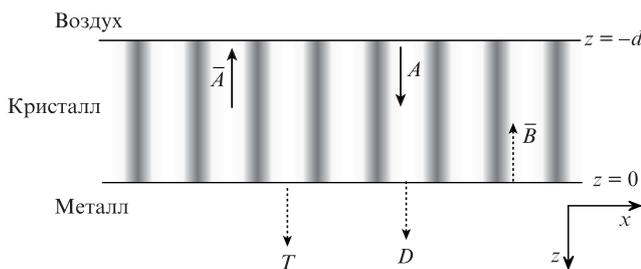


Рис. 1. Схема распространения волн на границе фотонного кристалла и металла: \tilde{A} и A – распространяющиеся волны в кристалле; \tilde{B} – эванесцентная волна в кристалле; D , T – эванесцентные волны в металле.

слоев, образующих кристалл. Это отличается от ситуации, описанной, например, в [16, 21], где первоначальная волна распространялась перпендикулярно слоям кристалла.

В качестве численных значений для нашей задачи мы возьмем параметры синтетического опала (трехмерный фотонный кристалл). Некоторые значения взяты из работ [33, 34], где изучались нелинейные оптические эффекты, возникающие под действием излучения рубинового лазера (длина волны $\lambda = 2\pi c/\omega = 694.3$ нм), работающего в режиме гигантского импульса. В этих экспериментах обычно применялся сходящийся пучок с угловой шириной 0.1–0.05 рад. Среднее значение диэлектрической проницаемости ε_0 берется равным 1.851. Это соответствует случаю, когда промежутки между глобулами кремнезема ($\varepsilon_{\text{SiO}_2} = 2.15$) ничем не заполнены ($\varepsilon_p = 1.0$).

Для описания реального кристалла требуется набор гармоник Фурье. Можно оценить коэффициенты Фурье, вычислив их для нескольких низших гармоник. Напомним, что в синтетическом опале центры сфер (глобулы кремнезема) образуют гранецентрированную кубическую решетку.

В идеальном случае все глобулы одинаковы и имеют одинаковый диаметр D_{gl} , размером меньше или порядка 1 мкм. В большинстве случаев D_{gl} в различных образцах составляет от 200 до 700 нм. Рассмотрим плоскость кристалла, в которой центры глобул расположены в соответствии с плотной гексагональной упаковкой (плоскость 1, 1, 1). Проведем в этой плоскости оси x и y так, чтобы ось x соединяла две ближайшие соседние глобулы, а ось y была ортогональна оси x . Ось z будет ортогональна выбранной плоскости. Очевидно, что расстояние между центрами ближайших глобул $l_x = D_{\text{gl}}$, расстояние между соседними рядами глобул $l_y = D_{\text{gl}}\sqrt{3}/2$, а расстояние между соседними слоями глобул $l_z = D_{\text{gl}}\sqrt{2/3}$. Периоды вдоль осей x , y и z есть $h_x = l_x$, $h_y = 2l_y$ и $h_z = 4l_z$ соответственно. Волновые числа задаются выражениями $G = 2\pi q/l_x$, $G' = 2\pi q'/h_y$, $G'' = 2\pi q''/h_z$, где q, q', q'' – целые числа.

Рассмотрим гармонику, зависящую только от x , т. е. гармонику с волновым числом $G = 2\pi q/h_x$. При $q = 1$ получим коэффициент Фурье, равный нулю, потому что вклады от соседних рядов глобул компенсируют друг друга. Для второй гармоники с волновым числом $G = 4\pi/h_x$ вычисление коэффициента Фурье приводит к выражению

$$\tilde{\varepsilon}(G) = (\varepsilon_{\text{sph}} - \varepsilon_p) \times \frac{\iiint_{V_{\text{Nsp}}} [\exp(iGx) + \exp(-iGx)] dx dy dz}{2 \iiint_{V_{\text{tot}}} dx dy dz}. \quad (2)$$

Здесь V_{tot} – объем прямоугольного параллелепипеда со сторонами $l_x N_x, l_y N_y, l_z N_z$; V_{Nsp} – объем всех N сфер ($N = N_x N_y N_z$), находящихся внутри объема V_{tot} ; $\varepsilon_{\text{sph}}, \varepsilon_p$ – диэлектрические проницаемости глобул и пор соответственно. Выразив числитель в виде суммы N равных интегралов по одной сфере, получим

$$\tilde{\varepsilon}(G) = (\varepsilon_{\text{sph}} - \varepsilon_p) \frac{\pi}{\sqrt{2}(GD_{\text{gl}}/2)^3} \times [\sin(GD_{\text{gl}}/2) - (GD_{\text{gl}}/2)\cos(GD_{\text{gl}}/2)]. \quad (3)$$

Подставив в (3) величины $G = 4\pi/h_x$, $h_x = D_{gl}$, получим $\tilde{\varepsilon} = 0.056(\varepsilon_{sph} - \varepsilon_p)$. Подчеркнем, что рассматриваемому значению G отвечает период $D_{gl}/2$.

Вычисление коэффициентов Фурье для волновых чисел, зависящих от y и z , производится по несколько иным формулам из-за различающихся фазовых соотношений между вкладом от соседних рядов и соседних слоев глобул в общий результат. Для трех низших гармоник, влияющих на зависимость ε от $\{x, y, z\}$, а именно $\{G, G', G''\} = \{\pi 4/D_{gl}, \pi 4/D_{gl} \sqrt{3}, \pi \sqrt{6}/D_{gl}\}$, для трех коэффициентов модуляции получаем следующее выражение: $\tilde{\varepsilon} = (\varepsilon_{sph} - \varepsilon_p) \times \{0.056, 0.064, 0.089\}$. Выбранным значениям волновых чисел соответствуют следующие значения периода модуляции: $\{L, L', L''\} = \{D_{gl}/2, D_{gl} \sqrt{3}/2, D_{gl} \sqrt{2}/3\}$. Используя контраст диэлектрической проницаемости, определяемый указанными выше значениями ε для сфер и пор, $\varepsilon_{sph} - \varepsilon_p = \varepsilon_{SiO_2} - \varepsilon_{air} = 1.15$, можно записать три значения коэффициента модуляции в виде $\tilde{\varepsilon} = \{0.065, 0.073, 0.102\}$. В последующих расчетах мы будем учитывать только один из этих коэффициентов, тем самым задача сводится к одномерной модели фотонного кристалла. Введем отношение ξ этого коэффициента к средней величине диэлектрической проницаемости:

$$\xi = \tilde{\varepsilon}(G)/\varepsilon_0. \quad (4)$$

При $\tilde{\varepsilon} = 0.065$ и $\varepsilon_0 = 1.851$ имеем $\tilde{\varepsilon}/\varepsilon_0 = 0.035$. Подчеркнем, что при этом справедливо соотношение

$$\xi \ll 1. \quad (5)$$

Малость параметра ξ упрощает последующие вычисления.

3. Собственные волны в неограниченном фотонном кристалле

Рассмотрим волновое уравнение для неоднородной среды (см. [35]). При решении данной задачи удобно работать с поперечно-магнитными (ТМ) волнами и написать уравнение для магнитного поля из [35] в виде

$$\Delta \mathbf{H} + \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H} + \frac{1}{\varepsilon} [\nabla \varepsilon \times \text{rot} \mathbf{H}] = 0. \quad (6)$$

Выражение для y -компоненты магнитного поля внутри кристалла имеет вид

$$H_y \equiv H = \mathcal{H}(x) \exp[ik_z z];$$

здесь и далее мы опускаем множитель $\exp[-i\omega t]$, зависящий от времени.

Используя уравнение (6) для выбранной пространственной зависимости поля и учитывая свойства (1) и (5) диэлектрической проницаемости ε , получаем

$$\Delta H + \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} H + \tilde{\varepsilon} \frac{\omega^2}{c^2} (e^{iGx} + e^{-iGx}) H - \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} = 0. \quad (7)$$

Ввиду малости параметра $\xi = \tilde{\varepsilon}/\varepsilon_0$ поле можно записать в виде

$$H = (H_0 + H_1 e^{iGx} + H_{-1} e^{-iGx}) e^{ik_z z}. \quad (8)$$

Составим систему уравнений связанных волн, как это обычно делается в случае периодических структур (см. [36, 37]). Заметим, что в нашем случае волновые векторы обеих волн в (8) (H_1 и H_{-1}) одинаково удалены от значений, соответствующих брэгговскому резонансу. Следовательно, ни одной из волн нельзя отдать предпочтение, и обе они должны рассматриваться на равных основаниях. Из уравнения (7) следует система уравнений для амплитуд H_0, H_1, H_{-1} :

$$\left(\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 \right) H_0 + \xi \left(\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - G^2 \right) (H_1 + H_{-1}) = 0, \quad (9)$$

$$\xi \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} H_0 + \left(\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - G^2 - k_z^2 \right) H_j = 0, \quad j = \pm 1.$$

Из системы (9), приравняв детерминант нулю, получаем уравнение третьего порядка для квадратов компонент волнового вектора k_z^2 :

$$\left(\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 \right) \left(\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 - G^2 \right)^2 - 2\xi^2 \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} \times \left(\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - G^2 \right) \left(\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 - G^2 \right) = 0. \quad (10)$$

Отсюда легко получаем выражения для трех корней k_z^2 :

$$(k_z^2)_0 = \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{G^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{G^2}{2} \right)^2 - 2\xi^2 \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} \left(G^2 - \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} \right)} \equiv k_0^2, \quad (11)$$

$$(k_z^2)_1 = \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{G^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{G^2}{2} \right)^2 - 2\xi^2 \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} \left(G^2 - \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} \right)} \equiv -(\gamma_1)^2, \quad (12)$$

$$(k_z^2)_2 = \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - G^2 \equiv -(\gamma_2)^2. \quad (13)$$

Из точных формул (11), (12) можно получить упрощенные выражения для квадратов волновых векторов (с индексами 0 и 1):

$$(k_z^2)_0 = \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - 2\xi^2 \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} \frac{G^2 - \varepsilon_0 \omega^2/c^2}{G^2} \equiv k_0^2, \quad (14)$$

$$(k_z^2)_1 = \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - G^2 + 2\xi^2 \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} \frac{G^2 - \varepsilon_0 \omega^2/c^2}{G^2} \equiv -(\gamma_1)^2. \quad (15)$$

Поля, соответствующие найденным волновым числам, описываются следующими формулами:

$$f_0(x, z) = [1 + \xi_{1,0} (e^{iGx} + e^{-iGx})] e^{ik_0 z} \quad (16)$$

для моды 0,

$$f_1(x, z) = [2\xi_{0,1} + (e^{iGx} + e^{-iGx})] e^{-\gamma_1 z} \quad (17)$$

для моды 1 и

$$f_2(x, z) = (e^{iGx} - e^{-iGx})e^{-\gamma_2 z} \tag{18}$$

для моды 2. Здесь использованы обозначения

$$\xi_{1,0} = \xi \frac{\epsilon_0 \omega^2 / c^2}{G^2}, \quad \xi_{0,1} = \xi \frac{G^2 - \epsilon_0 \omega^2 / c^2}{G^2}. \tag{19}$$

Решение с индексом 2 отбрасываем. Это решение дает амплитуды $H_1 = -H_{-1}$, $H_0 = 0$, однако далее мы будем рассматривать только симметричные по x решения.

Заметим, что для каждой из мод (16) и (17) существует соответствующая обращенная мода, которая получается заменой $k_0 \rightarrow -k_0$, $\gamma_1 \rightarrow -\gamma_1$:

$$\bar{f}_0(x, z) = f_0(x, -z), \quad \bar{f}_1(x, z) = f_1(x, -z). \tag{20}$$

Подчеркнем, что поля f_0 и f_1 не взаимодействуют в кристалле неограниченной длины. Эти волны становятся связанными из-за влияния границ.

4. Преобразование волн на границе кристалл–металл

Граничные условия на границе кристалл–металл имеют вид

$$H|_{z=-0} = H|_{z=+0}, \tag{21}$$

$$\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial H}{\partial z} \Big|_{z=-0} = \frac{1}{\epsilon_m} \frac{\partial H}{\partial z} \Big|_{z=+0}, \tag{22}$$

где ϵ_m – диэлектрическая проницаемость металла. Граничные условия требуют учитывать моды кристалла $f_0(x, z)$, $\bar{f}_0(x, z)$, $f_1(x, z)$, а также моды металла с x -компонентами волнового вектора, равными 0, $\pm G$. В общем случае полное поле внутри кристалла есть

$$H(x, z < 0) = Af_0(x, z) + \bar{A}\bar{f}_0(x, z) + \bar{B}\bar{f}_1(x, z). \tag{23}$$

Поле в металле имеет вид

$$H(x, z > 0) = T \exp(-\gamma_m z) + D \exp(-\gamma_{m,1} z) (e^{iGx} + e^{-iGx}), \tag{24}$$

где

$$\gamma_m = \sqrt{-\epsilon_m \omega^2 / c^2}, \quad \gamma_{m,1} = \sqrt{G^2 - \epsilon_m \omega^2 / c^2}. \tag{25}$$

Подставляя выражения (23), (24) в граничные условия (21), (22) и отделяя осциллирующие слагаемые от слагаемых, не зависящих от x , получаем систему уравнений для амплитуд $A, \bar{A}, \bar{B}, T, D$. Решая эту систему, можно выразить все амплитуды через амплитуду A входной волны. Система уравнений для искоемых амплитуд записывается в виде

$$A + \bar{A} + \bar{B}2\xi_{0,1} = T, \tag{26}$$

$$(A + \bar{A})\xi_{1,0} + \bar{B} = D, \tag{27}$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} ik_0(A - \bar{A}) + \frac{1}{\epsilon_0} \gamma_1 \bar{B}2(\xi_{0,1} - \xi) = -\frac{1}{\epsilon_m} \gamma_m T, \tag{28}$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} ik_0(A - \bar{A})(\xi_{1,0} - \xi) + \frac{1}{\epsilon_0} \gamma_1 \bar{B} = -\frac{1}{\epsilon_m} \gamma_{m,1} D. \tag{29}$$

Из (26)–(29) можно вывести выражение для коэффициента преобразования первоначальной волны в поверхностную волну:

$$\frac{\bar{B}}{A} = i2\xi \frac{k_0}{\epsilon_0 \epsilon_m} \frac{\nu \gamma_{m,1} + \gamma_m(1 - \nu)}{(\gamma_{m,1}/\epsilon_m + \gamma_1/\epsilon_0)(\gamma_m/\epsilon_m - ik_0/\epsilon_0) + \delta}, \tag{30}$$

где

$$\delta = 2\xi^2 \left[\nu \frac{\gamma_1}{\epsilon_0} - (1 - \nu) \frac{\gamma_m}{\epsilon_m} \right] \left[\nu \frac{\gamma_{m,1}}{\epsilon_m} + (1 - \nu) \frac{ik_0}{\epsilon_0} \right]; \tag{31}$$

$$\nu = \frac{\epsilon_0 \omega^2 / c^2}{G^2} \equiv \frac{\xi_{1,0}}{\xi}. \tag{32}$$

Выражение (30) можно упростить, пренебрегая членами порядка ξ^2 . Это можно сделать, отбросив δ в знаменателе и исключив малые величины, пропорциональные ξ^2 в выражениях (14) и (15) для параметров k_0 и γ_1 :

$$\frac{\bar{B}}{A} = i2\xi \frac{k_0}{\epsilon_0 \epsilon_m} \frac{\nu \gamma_{m,1} + \gamma_m(1 - \nu)}{(\gamma_{m,1}/\epsilon_m + \gamma_1/\epsilon_0)(\gamma_m/\epsilon_m - ik_0/\epsilon_0)}, \tag{33}$$

$$(k_0)^2 = \epsilon_0 \omega^2 / c^2, \quad -(\gamma_1)^2 = \epsilon_0 \omega^2 / c^2 - G^2. \tag{34}$$

Заметим, что знаменатель выражения (33) для амплитуды поверхностной волны содержит множитель

$$\gamma_{m,1}/\epsilon_m + \gamma_1/\epsilon_0, \tag{35}$$

который после отбрасывания членов порядка ξ^2 принимает вид

$$\frac{1}{\epsilon_m} \sqrt{G^2 - \epsilon_m \frac{\omega^2}{c^2}} + \frac{1}{\epsilon_0} \sqrt{G^2 - \epsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2}}. \tag{36}$$

Можно заметить, что выражение (36) – хорошо известная формула, используемая в плазмонике для вычисления волнового вектора поверхностного плазмона. Волновой вектор плазмона получают (см. [1]), решая уравнение

$$\frac{1}{\epsilon_m} \sqrt{K^2 - \epsilon_m \frac{\omega^2}{c^2}} + \frac{1}{\epsilon_0} \sqrt{K^2 - \epsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2}} = 0. \tag{37}$$

Выражение (36) совпадает с левой частью (37) с точностью до обозначений. Отличие состоит лишь в том, что в нашем случае величина G – вещественное число, тогда как K – решение уравнения (37) для плазмонов – является, вообще говоря, комплексным числом. Указанное совпадение выражений в (36) и в (37) позволяет предположить, что вблизи плазмонного резонанса существуют повышенные амплитуды поверхностной волны. В следующем разделе мы будем искать максимальное значение модуля выражения (30), определяющего амплитуду поверхностной волны \bar{B} при заданной амплитуде исходной волны A . Это будет сделано путем численных расчетов при варь-

ровании значения G в малой окрестности K_0 – корня уравнения (37).

5. Коэффициент преобразования первоначальной волны в поверхностную волну

Отношение амплитуд \bar{B}/A можно найти из системы уравнений (26)–(29). Определим, при каком значении G это отношение максимально. Сначала рассмотрим резонансный множитель в знаменателе выражения (33) и найдем, в каком случае он обращается в нуль. Решив уравнение (37) с комплексным параметром ϵ_m , получим комплексный корень K_0 . В нашем случае фурье-гармоники диэлектрической проницаемости могут иметь только вещественные волновые числа. Возьмем вещественную часть K_0 и положим $G = \text{Re}(K_0)$. Будем рассматривать лишь положительные значения $\text{Re}(K_0)$. Случай $\text{Re}(-K_0)$ соответствует поверхностной волне противоположного направления и может быть рассмотрен аналогичным образом.

Напомним, что в работе рассматривается волна, излучаемая рубиновым лазером, и среда с пространственно усредненной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_0 = 1.851$. Пусть граничащим металлом будет золото; на длине волны излучения рубинового лазера ($\lambda = 694.3$ нм) диэлектрическая проницаемость золота $\epsilon_m = -16.082 + 1.059i$. (Данные о диэлектрической проницаемости металлов взяты из [38].) Решение уравнения (37) дает $K_0 = (1.4458 + 0.00616i)\omega/c$. Из равенства $G = \text{Re}(K_0)$ получаем $G = 1.4458\omega/c$. Подставив это значение G в (30), получим $\bar{B}/A = -0.687 + 1.599i$; абсолютная величина этого отношения $|\bar{B}/A| = 1.741$. Таким образом, амплитуда поверхностной волны почти вдвое превышает амплитуду первоначальной падающей волны. Чтобы найти точное значение максимума отношения \bar{B}/A , проведем вычисления для ряда значений G , лежащих в окрестности выбранной точки $G = \text{Re}(K_0)$. Зависимость \bar{B}/A от волнового числа G , найденная из (30), показана на рис.2 штриховой линией. Получаем, что положение истинного максимума $G = 1.4461\omega/c$ очень незначительно смещается от найденного

ранее ($G = 1.4458\omega/c$). Это значение G соответствует периоду модуляции диэлектрической проницаемости $L = 480$ нм. Максимальное значение $\bar{B}/A = 1.742$.

Аналогичные расчеты были проведены для случая серебряной подложки, граничащей с фотонным кристаллом. На выбранной длине волны излучения диэлектрическая проницаемость серебра $\epsilon_m = -22.637 + 0.401i$. Остальные параметры системы остаются прежними. Благодаря малым потерям в серебре, можно ожидать более эффективного возбуждения поверхностной волны, чем в случае золотой подложки. Повторяя вычисления, получаем $K_0 = (1.4198 + 0.0011i)\omega/c$. Соответственно $G = \text{Re}(K_0) = 1.4198\omega/c$. Используя это значение G , из (30) находим $\bar{B}/A = -2.532 + 5.969i$ и $|\bar{B}/A| = 6.483$. Таким образом, амплитуда поверхностной волны в данном случае почти в 6.5 раза превышает амплитуду падающей волны, т.е. эффективность преобразования заметно выше, чем в случае золота.

Варьируя значение G вблизи $G = \text{Re}(K_0)$, из формулы (30) получаем зависимость $|\bar{B}/A|$ от волнового числа G , показанную на рис.2 сплошной линией. Видно, что положение истинного максимума $G = 1.4199\omega/c$, соответствующее периоду модуляции $L = 489$ нм, незначительно смещается вдоль оси G , а максимальное значение $|\bar{B}/A| = 6.525$ очень мало отличается от начального, равного 6.483. Следовательно, оценки, проведенные по приближенным формулам, дают результат, достаточно близкий к точному.

6. Перестройка резонансных кривых

Вычисление параметров поверхностной волны, проведенное в разд.5, указывает на однозначную связь между частотой излучения и периодом фотонного кристалла, который обеспечивает оптимальное возбуждение плазмонов. Предложенный метод требует, чтобы для данной частоты излучения был использован фотонный кристалл со строго определенным периодом (и соответствующим волновым числом G). Тем не менее небольшое изменение схемы позволяет преодолеть это затруднение. Достаточно перейти к схеме с наклонным падением излучения на кристалл. Если первоначальная волна на поверхности кристалла задана в виде $\exp[i(\omega/c)\sin\theta]$, то возникают дополнительные волны с волновыми числами $(\omega/c)\sin\theta \pm G$. Это означает, что использование наклонного падения практически эквивалентно переходу к измененному периоду кристалла. В случае наклонного падения система уравнений (26)–(29) неприменима, и методика расчета должна быть изменена. Мы обратимся к наработкам, полученным в [39], и используем их для обобщения метода решения задачи. В результате найдем эффективность преобразования наклонно падающей волны в поверхностную волну (рис.3).

Эффективность показана в зависимости от волнового числа фурье-гармоники кристаллической структуры. Кривые на рис.3 для различных углов падения θ почти совпадают по форме, однако различаются положением на оси абсцисс (из-за различий в G). Максимумы кривых 1, 2, 3, 4 и 5 отвечают периодам модуляции $L = 975, 594, 489, 416$ и 327 нм соответственно. Более точный расчет показывает, что формы кривых не являются абсолютно идентичными, и это различие могло бы стать существенным при других значениях численных параметров, в особенности при увеличении контраста диэлектрической проницаемости. Следует подчеркнуть, что возбуждение плаз-

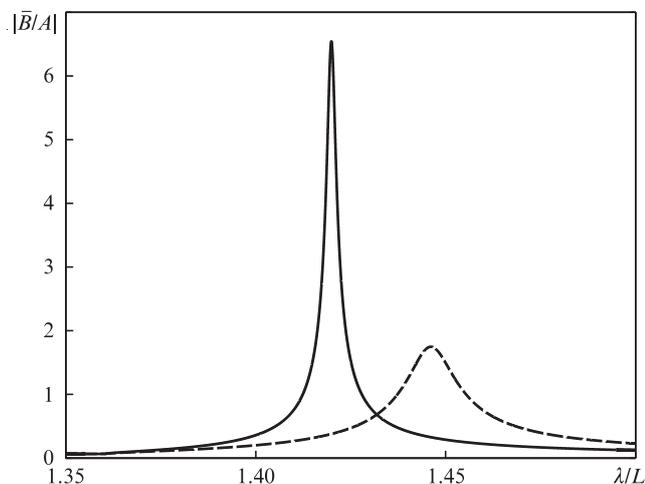


Рис.2. Эффективность возбуждения поверхностной волны в зависимости от отношения длины волны излучения λ к периоду модуляции диэлектрической проницаемости фотонного кристалла L ; штриховая линия – золотая подложка, сплошная линия – серебряная подложка.

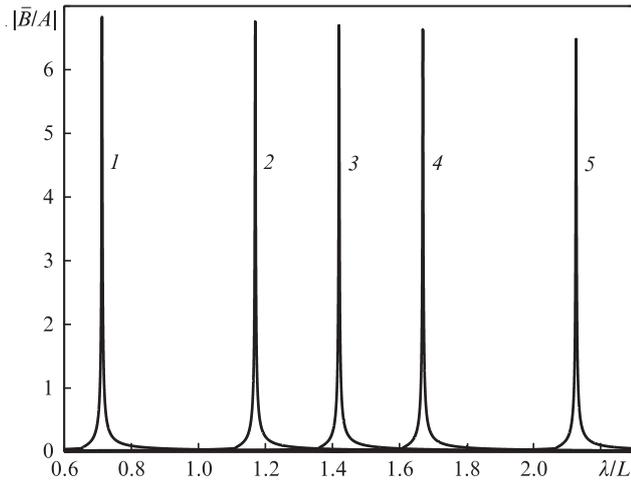


Рис.3. Эффективность трансформации первоначальной волны в поверхностную волну при различных углах θ падения волны, для которых $\sin\theta = 0.707$ (1), 0.25 (2), 0 (3), -0.25 (4), -0.707 (5). Подложка из серебра.

монов малой интенсивности возможно в широкой области частот излучения и углов наклона исходной волны. Расчеты, проведенные в данном разделе, были направлены на нахождение условий, при которых возникают плазмоны повышенной интенсивности. Последнее требует тщательного согласования периода кристалла и угла падения исходной волны.

7. Выход эванесцентной волны из кристалла в открытое пространство

Рассмотрим выход поверхностной волны из фотонного кристалла и ее последующее распространение в свободном пространстве. Для этого необходимо принять во внимание еще одну границу кристалла; в нашей схеме это боковая грань, расположенная в плоскости $x = 0$. Строгое рассмотрение такой конфигурации и соответствующих изменений характеристик полей требует отдельного анализа. Боковая граница может заметно исказить структуру поля, которое существовало бы в кристалле, неограниченном по x -направлению. Подобные задачи рассматривались в наших предыдущих работах, посвященных теоретическому описанию пространственной структуры световых волн в нановолноводах и изучению плазмонов на выходе из канала в слое металла [40–43]. Было показано, что выходная плоскость приводит к возникновению отраженных волн, изменяющих пространственные характеристики того поля, которое имелось бы в отсутствие границы. Здесь мы ограничимся приближенным решением, предполагая, что боковая граница не оказывает влияния на поле внутри системы кристалл–металл. Кроме того, в невозмущенном поле мы оставим только наиболее интенсивную часть поля системы и пренебрежем слабыми компонентами. В результате поле в выходной плоскости примет следующий вид:

$$H_y(x = 0, z \leq 0) = A \exp(ik_0 z) + \bar{A} \exp(-ik_0 z) + \bar{B} \exp(\gamma_1 z), \quad (38)$$

$$H_y(x = 0, z > 0) = T \exp(-\gamma_m z) + D \exp(-\gamma_{m,1} z). \quad (39)$$

Для начала рассмотрим две распространяющиеся волны: первоначальную волну с амплитудой A и соответствующую встречную волну с амплитудой \bar{A} . Для этих волн скачок диэлектрической проницаемости на боковой границе (от $\epsilon_0 = 1.851$ к $\epsilon_{\text{out}} = 1$) создает условия полного внутреннего отражения. Заметим, что в случае как нормального, так и наклонного падения (когда угол падения не слишком велик, $0 \leq \theta \leq 42^\circ$) волна не выходит из кристалла. Поэтому естественно исключить волны с амплитудами A и \bar{A} при расчете поля в свободном пространстве.

Рассмотрим вклад эванесцентных волн в структуру поля в свободном пространстве. В отличие от волн с амплитудами A и \bar{A} , эванесцентная волна, распространяющаяся в сторону положительных значений x , будет слабо отражаться от границы. Из-за большого модуля волнового вектора G боковая граница мало препятствует выходу плазмона наружу, во внешнее пространство.

Относительно вклада поверхностных волн следует сказать, что вблизи резонанса в случае, рассмотренном в разд.5, справедливы следующие оценки амплитуд: $|T| \leq \xi |\bar{B}|$, $|D - \bar{B}| \approx \xi |\bar{B}|$. Исходя из этих оценок, в расчетах можно пренебречь амплитудой T , а также заменить D на \bar{B} .

В открытом пространстве несложно вычислить структуру поля, образованного поверхностной волной, выходящей через плоскость $x = 0$. Отбрасывая в (38) распространяющиеся волны, поверхностную волну, идущую в направлении отрицательных значений x , и волны, вносящие малый вклад в поле вблизи $x \geq 0$, получаем следующее выражение для расчета внешнего поля:

$$H_{\text{exit}}(x = 0, z \leq 0) = \bar{B} \exp(\gamma_1 z), \quad (40)$$

$$H_{\text{exit}}(x = 0, z > 0) = \bar{B} \exp(-\gamma_{m,1} z).$$

Разлагая функцию H_{exit} в интеграл Фурье, непрерывно продолжая ее в область $x > 0$ и полагая, что отсутствуют волны, приходящие к плоскости $x = 0$ со стороны положительных значений x , получаем следующее равенство:

$$H_{\text{out}}(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_{\text{exit}}(z') \times \exp\left[i\eta(z - z') + ix\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \eta^2}\right] d\eta dz'. \quad (41)$$

Подставив выражение (40) для поля в выходной плоскости в формулу (41), получим

$$H_{\text{out}}(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(i\eta z + ix\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \eta^2}\right) \times \left(\frac{1}{\gamma_1 - i\eta} + \frac{1}{\gamma_{m,1} + i\eta}\right) d\eta. \quad (42)$$

На больших расстояниях от выходной плоскости имеем $x\omega/c \gg 1$, и для значений z , удовлетворяющих условию $|z|\gamma_1 \ll x\omega/c$, из полученного выражения находим формулу для абсолютного значения поля,

$$H_{\text{max}}(x, z) = \frac{1/\gamma_1 + 1/|\gamma_{m,1}|}{\sqrt{x\lambda}}, \quad (43)$$

которое является максимальным для данного $x = \text{const}$. Таким образом, амплитуда поля падает обратно пропорционально квадратному корню из расстояния от выход-

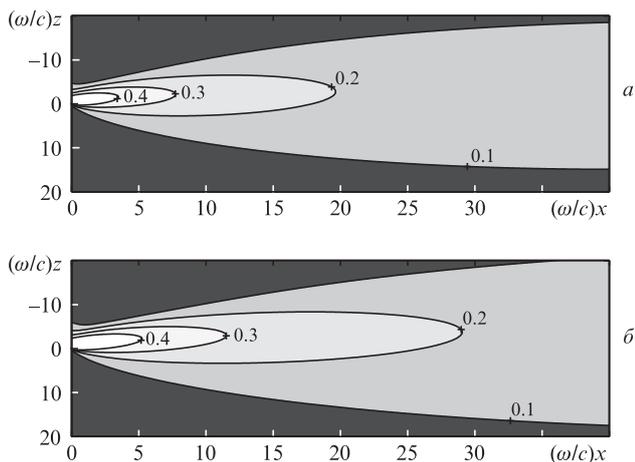


Рис.4. Распределение абсолютной величины поля во внешнем пространстве для золотой (а) и серебряной (б) подложек.

ной плоскости до точки наблюдения. Численные расчеты H_{\max} были проведены для большого набора значений координат x и z по формуле (42).

Использовались следующие параметры, характеризующие поле в выходной плоскости: для золота $\gamma_1 = 0.49$, $|\gamma_{m,1}| = 4.26$; для серебра $\gamma_1 = 0.39$, $|\gamma_{m,1}| = 4.96$. Константа B была взята безразмерной и равной единице. Построенные линии постоянного значения для абсолютной величины поля во внешнем пространстве ($x > 0$) показаны на рис.4. При построении рисунков предполагалось, что кристалл расположен в области отрицательных значений z , а металл находится под кристаллом (аналогично схеме на рис.1). В точке $x = 0$, $z = 0$ поле равно единице. Как видно из рис.4, наибольшие интенсивности поля смещены от оси x в сторону отрицательных значений z . Также видно, что амплитуда волны падает с увеличением x согласно оценке, приведенной выше.

8. Выводы

Найдены выражения для собственных волн в одномерном фотонном кристалле, возбуждаемых исходной волной, направленной параллельно слоям кристалла. Поперечная структура собственных волн состоит из комбинации постоянной и осциллирующей компонент. Среди найденных собственных волн имеются эванесцентные волны, их поперечная структура содержит сильную осциллирующую и слабую постоянную компоненты. Частоты этих волн лежат вне запрещенных фотонных зон. У распространяющихся собственных волн слабой является осциллирующая компонента, а постоянная – сильной. В присутствии металлической подложки, граничащей с кристаллом, эванесцентные волны порождают плазмоны. Выведена система уравнений, описывающая перераспределение электромагнитной энергии между волнами на границе с металлической подложкой. С ее помощью получена формула для отношения амплитуды плазмона к амплитуде первоначальной волны.

Показано, что амплитуда эванесцентной волны может сравниться с амплитудой распространяющейся волны или (при должных значениях параметров) даже превысить ее. Эванесцентная волна будет наиболее интенсивной в случае, когда параметры системы близки к условию плазмонного резонанса.

Выражения для собственных волн, найденные в настоящей работе, четко показывают, что поверхностный плазмон распространяется вдоль поверхности раздела кристалл–металл с нулевым затуханием. Незатухающий режим обеспечивается первоначальной волной, падающей на кристалл от внешнего источника.

Предложенная схема представляет собой простой способ возбуждения поверхностных плазмонов.

Особое внимание было уделено задаче о выходе электромагнитного излучения в открытое пространство через внешнюю границу кристалла в боковом направлении. Очевидно, что в рассматриваемой схеме, при имеющемся соотношении импедансов, плазмон практически свободно выходит во внешнее пространство. Однако для распространяющейся волны оказывается достаточно скачка диэлектрической проницаемости на границе кристалл–воздух, чтобы возникло условие полного внутреннего отражения. Эта волна проникает во внешнее пространство лишь на расстояние порядка длины волны.

Таким образом, выход плазмона во внешнее пространство не сопровождается заметной фоновой подсветкой. При выходе поверхностной волны через боковую границу в открытое пространство поле излучения распространяется аналогично полю двумерного локализованного источника. Таким образом, пространственная зависимость амплитуд поля в открытом пространстве обратно пропорциональна квадратному корню из расстояния до точки наблюдения.

В рассмотренной схеме для эффективной генерации поверхностных плазмонов требуется строгое соответствие между частотой излучения и периодом фотонного кристалла. Необходима такая величина периода, которая может обеспечить условие плазмонного резонанса. Если частота используемого излучения не является резонансной для данного кристалла, схему можно модифицировать. Перестройка схемы легко осуществляется за счет изменения угла падения исходного излучения на поверхность кристалла.

Работа проведена при частичной поддержке РФФИ (грант №15-02-07777-а) и Отделения физических наук РАН (программа «Фундаментальная оптическая спектроскопия и ее приложения»).

1. Raether. H. *Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings* (Berlin: Springer, 1988).
2. Laluet J.-Y., Drezet A., Genet C., Ebbesen T.W. *New J. Phys.*, **10**, 105014 (2008).
3. Baudrion A.-L., de Leon-Perez F., Mahbaub O., Hohenau A., Ditzbacher H., Garcia-Vidal F.J., Dintinger J., Ebbesen T.W., Martin-Moreno L., Krenn J.R. *Opt. Express*, **16**, 3420 (2008).
4. Kihm H.W., Lee K.G., Kim D.S., Ahn K.J. *Opt. Commun.*, **282**, 2442 (2009).
5. Dai W., Soukoulis C.M. *Phys.Rev. B*, **80**, 155407 (2009).
6. Nikitin A.Yu., Rodrigo S.G., Garcia-Vidal F.J., Martin-Moreno L. *New J. Phys.*, **11**, 123020 (2009).
7. Nikitin A.Yu., Garcia-Vidal F.J., Martin-Moreno L. *Phys. Stat. Sol. RRL*, **4**, 250 (2010).
8. Han Z., Bozhevolnyi S.I. *Rep. Prog. Phys.*, **76**, 016402 (2013).
9. Ebbesen T.W., Lezec H.J., Chaemi H.F., Thio T., Wolff P.A. *Nature*, **391**, 667 (1998).
10. Chang S.H., Gray S.K., Shatz G.C. *Opt. Express*, **13**, 3150 (2005).
11. de Abajo G.F.J., Sáenz J.J., Dolado J.S. *Opt. Lett.*, **14**, 7 (2006).
12. Ebbesen T.W., Degiron A. *Pure Appl. Opt.*, **7**, S90 (2005).
13. Joannopoulos J.D., Johnson S.G., Winn J.N., Meade R.D. *Photonic Crystals, Molding the Flow of Light* (New York: Princeton Univ. Press, 2008).

14. Romanov S.G., Korovin A.V., Regensburger A., Peschel U. *Adv. Mater.*, **23**, 2515 (2011).
15. Massaro A. (Ed.). *Photonic Crystals – Innovative Systems, Lasers and Waveguides* (Rijeka, Croatia: InTech, 2012).
16. Kuzmiak V., Maradudin A.A. *Phys. Rev. B*, **55**, 7427 (1997).
17. Meade R.D., Brommer K.D., Rappe A.M., Joannopoulos J.D. *Phys. Rev. B*, **44**, 10961 (1991).
18. Barnes W.L., Dereux A., Ebbesen T.W. *Nature*, **424**, 01937 (2003).
19. Gaspar-Armenta J., Villa F. *J. Opt. Soc. Am. B*, **20**, 2349 (2003).
20. Ramirez-Duverger A.S., Gaspar-Armenta J., Garcia-Llomas R. *J. Opt. Soc. Am. B*, **25**, 1016 (2008).
21. Hajian H., Soltan-Vala A., Kalafi M. *Opt. Commun.*, **292**, 149 (2013).
22. Konopsky V.N., Alieva E.V. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 253904 (2006).
23. Konopsky V.N., Alieva E.V. *Opt. Lett.*, **34**, 479 (2009).
24. Romanov S.G., Vogel N., Bley K., Landfester K., Weiss C.K., Orlov S., Korovin A.V., Chuiko G.P., Regensburger A., Romanova A.S., Kriesch A., Peschel U. *Phys. Rev. B*, **86**, 195145 (2012).
25. Ding B., Pemble M.E., Korovin A.V., Peschel U., Romanov S.G. *Phys. Rev. B*, **82**, 035119 (2010).
26. Gaspar-Armenta J., Villa F. *J. Opt. Soc. Am. B*, **30**, 2271 (2013).
27. Romanov S.G., Regensburger A., Korovin A.V., Romanova A.S., Peschel U. *Phys. Rev. B*, **88**, 125418 (2013).
28. Romanov S.G., Peschel U., Bardosova M., Essig S., Busch K. *Phys. Rev. B*, **82**, 115403 (2010).
29. Ding B., Bardosova M., Pemble M.E., Korovin A.V., Peschel U., Romanov S.G. *Adv. Funct. Mater.*, **21**, 4182 (2011).
30. Barth M., Schietinger S., Fischer S., Becker J., Nüsse N., Aichele T., Lochel B., Sonnichsen C., Benson O. *Nano Lett.*, **10**, 891 (2010).
31. Hasan D., Wang A.X. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **8632**, 863203 (2013).
32. Mukherjee I., Gordon R. *Opt. Express*, **20**, 16992 (2012).
33. Tcherniega N.V., Kudryavtseva A.D. *J. Russ. Laser Res.*, **27**, 450 (2006).
34. Горелик В.С., Кудрявцева А.Д., Тареева М.В., Чернега Н.В. *Письма в ЖЭТФ*, **84**, 575 (2006).
35. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред. Теоретическая физика* (М.: Наука, 1982, т. 8).
36. Займан Дж. *Принципы теории твердого тела* (М.: Мир, 1974).
37. Ярив А., Юх П. *Оптические волны в кристаллах* (М.: Мир, 1987).
38. Palik E.D. *Handbook of Optical Constants of Solids* (New York: Academic, 1985).
39. Kuznetsova T.I. *J. Russ. Laser Res.*, **34**, 63 (2013).
40. Kuznetsova T.I., Lebedev V.S. *Phys. Rev. E*, **78**, 016607 (2008).
41. Kuznetsova T.I., Lebedev V.S. *Phys. Rev. B*, **70**, 035107 (2004).
42. Kuznetsova T.I., Lebedev V.S., Tselik A.M. *J. Opt. A, Pure Appl. Opt.*, **6**, 338 (2004).
43. Кузнецова Т.И., Распопов Н.А. *Квантовая электроника*, **42**, 87 (2012).