

Распространение поляризованного света в изогнутых $hi-bi$ *spun*-волокнах

Я.В.Пржиялковский, С.К.Моршнев, Н.И.Старостин, В.П.Губин

*Теоретически и экспериментально исследована эволюция поляризационных состояний (ПС) широкополосного светового излучения при его распространении по изогнутому волоконному световоду со спиральной структурой анизотропии показателя преломления ($hi-bi$ *spun*-волокно). Показано, что существует система координат ПС, в которой дифференциальную матрицу Джонса изогнутого *spun*-волокна в широкой области его параметров можно заменить диагональной, что позволит просто и достаточно точно вычислять поляризационные параметры широкополосного выходного излучения. Получена расчётная формула для магнитооптической чувствительности изогнутого *spun*-волокна. Предложен способ восстановления степени поляризации излучения в изогнутом $hi-bi$ *spun*-волокне и, как следствие, видности (контраста) интерферометра датчика электрического тока с чувствительным элементом на основе рассматриваемого световода.*

Ключевые слова: изогнутое $hi-bi$ *spun*-волокно, поляризация, датчик электрического тока.

1. Введение

Оптический метод измерения электрического тока с использованием чувствительных к магнитному полю волоконных световодов со спиральной структурой анизотропии показателя преломления ($hi-bi$ *spun*-волокно) представляет интерес для электроэнергетики и электрометаллургии. Основой чувствительного элемента (ЧЭ) волоконно-оптических датчиков тока (ВОДТ) на эффекте Фарадея [1] является контур из одного или нескольких витков $hi-bi$ *spun*-волокна, через плоскость которого проходит провод с измеряемым электрическим током. $hi-bi$ *spun*-волокно получают из заготовки со встроенным линейным двулучепреломлением (ДЛП), которую быстро вращают в процессе вытяжки. Характеристики ЧЭ зависят от параметров *spun*-волокна – длины биений встроенного линейного ДЛП L_b и длины шага спиральной структуры L_{tw} . При этом для достижения более высокой устойчивости ЧЭ к механическим деформациям предпочтительно использовать волокно с высоким ДЛП (малой длиной биений L_b). Характеристики ЧЭ, в частности, зависят от радиуса R изгиба волокна при намотке: при малом R снижается магнитооптическая чувствительность S *spun*-волокна, а также, что не менее важно, значительно уменьшается видность интерференционной картины датчика тока, что ограничивает снизу динамический диапазон измеряемых токов.

Свойства изогнутого *spun*-волокна изучались в ряде работ [1–3]. В работе [1] впервые предложено использо-

вать $hi-bi$ *spun*-волокно в чувствительных элементах датчика тока на эффекте Фарадея, а также представлена феноменологическая формула зависимости чувствительности $S(R)$, экспериментально проверенная в пределах 2%-ного изменения чувствительности.

В работах [2, 3] впервые теоретически изучалось влияние изгиба волокна на параметры чувствительного элемента ВОДТ. В работе [2] предложена физическая модель изогнутого *spun*-волокна и с использованием метода численного интегрирования дифференциальной матрицы Джонса рассмотрена его магнитооптическая чувствительность, а для прямого отрезка *spun*-волокна получено аналитическое выражение для фарадеевского фазового сдвига между световыми волнами. В [2, 3] показано, что при возбуждении циркулярно поляризованным светом накопление фазового сдвига Фарадея (т.е. магнитооптическая чувствительность) имеет осциллирующий характер по длине волокна с большим и малым пространственными периодами, причем амплитуда осцилляций возрастает с уменьшением радиуса изгиба. В [3] отмечается, что при определённом входном поляризационном состоянии (ПС), зависящем от параметров волокна и радиуса изгиба, осцилляции с большим периодом исчезают.

Отметим, что в упомянутых работах анализируется монохроматическое излучение. В реальных ВОДТ, однако, используется широкополосное излучение. До настоящего времени при анализе распространения излучения в *spun*-волокне ширина спектра учитывалась только для прямого отрезка *spun*-волокна [4, 5]. Данное обстоятельство дает основание считать, что свойства изогнутого *spun*-волокна изучены пока не в полной мере. Также нет аналитических формул, справедливых в широком диапазоне изменения диаметра ЧЭ.

В настоящей работе развит аналитический подход к описанию ПС как для монохроматического, так и для широкополосного света при его распространении по изогнутому *spun*-волокну. Подход позволяет рассчитать средние по длине волны параметры ПС, а также магнитооп-

Я.В.Пржиялковский, С.К.Моршнев, Н.И.Старостин, В.П.Губин.
Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им.
В.А.Котельникова РАН, Россия, Московская обл., 141190 Фрязино,
пл. Акад. Введенского, 1; ЗАО «Профотек», Россия, 121357 Москва,
Верейская ул., 17
e-mail: yankus.p@gmail.com, nis229@ire216.msk.su

Поступила в редакцию 24 марта 2015 г.

тическую чувствительность. При этом введённые ограничения на значения параметров *srpn*-волокна и радиус его намотки находятся вне диапазона значений этих параметров для реальных ВОДТ. Подход является развитием теории, рассмотренной в [4] для прямолинейного отрезка *srpn*-волокна, и состоит в поиске такой системы координат представления ПС света, в которой, в некотором приближении, дифференциальную матрицу Джонса изогнутого *srpn*-волокна в каждой точке волокна можно заменить на диагональную. Это означает, что и в случае изогнутого *srpn*-волокна становится возможным вычислить параметры усреднённого по длинам волн ПС выходного излучения и магнитооптическую чувствительность аналогично тому, как это показано в [4]. Разработанная теория позволила также предложить метод восстановления контраста интерференционной картины в интерферометре ВОДТ.

2. Основы теоретического анализа *srpn*-волокон

Для описания ПС световой волны, распространяющейся в оптических волокнах, часто используют формализм дифференциальных матриц Джонса. Эволюция вектора Джонса, характеризующего ПС светового излучения, при этом может быть описана дифференциальным уравнением

$$\frac{d\mathbf{E}}{dz} = N\mathbf{E}, \tag{1}$$

где \mathbf{E} – вектор Джонса, состоящий из комплексных амплитуд компонент напряжённости электрического поля волны; N – дифференциальная матрица Джонса оптического волокна.

Дифференциальная матрица Джонса для отрезка *srpn*-волокна с равномерным изгибом в базисе циркулярных ПС имеет следующий вид [2]:

$$N_c(z) = \begin{pmatrix} i\frac{\gamma}{2} & i\frac{\beta}{2}e^{-i2\xi z} + i\frac{\delta}{2}e^{-i2\nu} \\ i\frac{\beta}{2}e^{i2\xi z} + i\frac{\delta}{2}e^{i2\nu} & -i\frac{\gamma}{2} \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где γ – скорость нарастания фазовой задержки между волнами с циркулярными ортогональными поляризациями из-за эффекта Фарадея; $\beta = k_y - k_x = 2\pi/L_b$ – скорость нарастания фазовой задержки между волнами с ортогональными линейными поляризациями, определяемая встроенным линейным ДЛП с длиной биений L_b ; $\xi = 2\pi/L_{tw}$ – частота пространственного вращения осей встроенного линейного ДЛП с длиной шага спиральной структуры L_{tw} ; $\delta = 2\pi/L_{ind}$ – скорость нарастания фазовой задержки между волнами с ортогональными линейными поляризациями, определяемая наведённым изгибным ДЛП с длиной биений L_{ind} [2]; ν – азимут осей изгибного ДЛП в начале волокна относительно осей встроенного ДЛП; z – координата вдоль оси волокна.

Для описания ПС излучения удобно использовать формализм его представления на сфере Пуанкаре [6]. В базисе циркулярных поляризаций полюса сферы Пуанкаре отображают циркулярные ПС, на экваторе расположены линейные ПС различных азимутов. Окружности постоянной широты, параллельные экватору, представляют собой множество ПС постоянных эллиптичностей, а дуги постоянной долготы – ПС с постоянными азимутами.

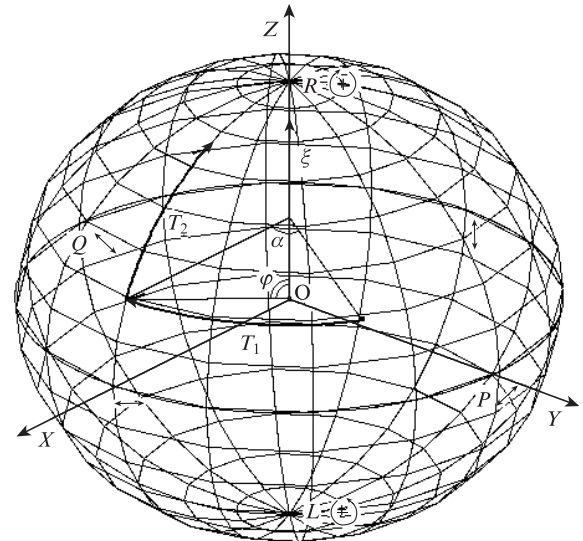


Рис.1. Повороты матриц T_1 и T_2 сферы Пуанкаре.

Введём для дальнейшего описания вспомогательные матрицы

$$T_1 = \begin{pmatrix} e^{i\alpha/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\alpha/2} \end{pmatrix}, \quad T_2 = \begin{pmatrix} \cos(\varphi/2) & \sin(\varphi/2) \\ -\sin(\varphi/2) & \cos(\varphi/2) \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Эти матрицы мы будем рассматривать как матрицы преобразований системы координат ПС, а именно поворотов сферы Пуанкаре. Матрица T_1 осуществляет поворот сферы вокруг оси Z трёхмерного пространства, содержащего сферу, на угол α , матрица T_2 – поворот сферы вокруг оси Y на угол φ (рис. 1). При этом матрицы, обратные T_i ($i = 1, 2$), эквивалентны поворотам на отрицательный угол: $T_i^{-1}(\alpha) = T_i(-\alpha)$.

3. Обоснование выбора системы координат для анализа ПС изогнутого волокна

Для исследования эволюции ПС светового излучения прямого *srpn*-волокна часто удобно пользоваться так называемой вращающейся (при увеличении координаты z вдоль волокна) системой координат ПС, или винтовой системой координат пространства. В этой системе координат базисными ПС являются ортогональные ПС, эллиптичность которых (она равна собственной эллиптичности [4]) определяется параметрами волокна, а азимуты совпадают с азимутами векторов осей ДЛП в рассматриваемой точке, т.е. меняются с увеличением расстояния вдоль волокна по линейному закону.

Удобство данной системы координат ПС определяется тем, что в ней дифференциальная матрица прямого *srpn*-волокна в каждой его точке имеет диагональный вид, поэтому уравнения эволюции легко интегрируются. Это означает, что эволюция ПС возбуждающей световой волны отображается на сфере Пуанкаре особенно просто – точка ПС с увеличением расстояния от начала волокна равномерно движется на сфере по траектории, точки которой равноудалены от базисных ПС, т.е. по окружности. В случае же широкополосного света пространственная скорость движения по такой окружности зависит от длины волны, поэтому на некотором расстоянии от нача-

ла волокна точки ПС всех спектральных компонент входного излучения заполняют всю окружность. В результате такого простого геометрического распределения точек ПС можно легко получить средние параметры светового излучения на выходе волокна: из равноудалённости множества ПС спектральных компонент излучения от точек базисных ПС следует, что средняя эллиптичность равна эллиптичности базисных ПС, а средний азимут равен, в зависимости от ПС входного излучения, азимуту одного из базисных ПС. Отсюда вычисляется определяемая средней эллиптичностью магнитооптическая чувствительность данного spun-волокна, применяемого в ЧЭ датчика тока [4]. Легко можно вычислить и определяющую контраст интерферометра степень поляризации излучения, которая зависит от параметров ПС входного излучения и определяется как расстояние от центра сферы до плоскости, содержащей окружность с точками ПС, при единичном радиусе сферы.

При наличии изгиба в spun-волокне дифференциальные уравнения эволюции ПС эквивалентны уравнению Риккати [2], которое, в общем случае, нельзя проинтегрировать. Это значит, что, вообще говоря, не существует такой системы координат ПС, в которой дифференциальная матрица Джонса в каждой точке волокна имеет диагональный вид. Однако можно показать, что существует некоторая система координат ПС, в которой, в некотором приближении, имеет место та же ситуация, что и при рассмотрении прямого spun-волокна во вращающейся системе координат: точка ПС световой волны движется по траектории, с некоторой погрешностью равноудалённой от точек базисных ПС. Это означает, что и в случае изогнутого spun-волокна можно, в этом приближении, вычислить параметры усреднённого по длинам волн ПС выходного излучения, а также магнитооптическую чувствительность. Эта система координат определяется следующей матрицей перехода:

$$E_c = T(z)E_c = T_2(\varphi_2)T_1(\alpha_2)T_2(\varphi_1)T_1(\alpha_1)E_c. \quad (4)$$

Первая пара поворотов (такая же, как и в случае прямого spun-волокна), состоит из последовательно выполненных поворотов на угол α_1 вокруг оси Z и на угол φ_1 вокруг оси Y пространства, содержащего сферу Пуанкаре (рис.1):

$$\alpha_1(z) = 2\xi z, \quad \tan \varphi_1 = \frac{\beta}{2\xi} = \frac{L_{tw}}{2L_b}. \quad (5)$$

Вторая пара состоит из той же последовательности поворотов, но в этом случае углы поворотов будут следующими:

$$\alpha_2(z) = -2(\xi z - v), \quad \varphi_2 = \varphi_2(z), \quad (6)$$

где $\varphi_2(z)$ – некоторый угол, в общем случае зависящий от координаты z .

Дифференцируя (4) и используя (1), получаем уравнение эволюции ПС в новой системе координат:

$$\frac{dE_c}{dz} = N_c(z)E_c. \quad (7)$$

Здесь дифференциальная матрица Джонса выражается через соответствующую матрицу в лабораторной системе координат циркулярных ПС следующим образом:

$$N_c(z) = \frac{dT}{dz}T^{-1} + TN_cT^{-1}. \quad (8)$$

Выполнив алгебраические вычисления, можно получить выражение для дифференциальной матрицы Джонса в новой системе координат:

$$N_c(z) = \frac{i}{2} \times \begin{pmatrix} Y \cos(\mu - \varphi_2) & Y \sin(\mu - \varphi_2) - i(\varphi_2' + Q) \\ Y \sin(\mu - \varphi_2) + i(\varphi_2' + Q) & -Y \cos(\mu - \varphi_2) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где

$$Y = \sqrt{W^2 + P^2}; \quad \tan \mu = P/W;$$

$$P = \delta \{ \cos \varphi_1 \cos^2[2(\xi z - v)] + \sin^2[2(\xi z - v)] \};$$

$$Q = -\delta \frac{1 - \cos \varphi_1}{2} \sin[4(\xi z - v)]; \quad (10)$$

$$W = \Omega - 2\xi + \delta \sin \varphi_1 \cos[2(\xi z - v)];$$

$$\Omega = \sqrt{(2\xi + \gamma)^2 + \beta^2};$$

φ_2' – производная функции угла $\varphi_2(z)$ по координате z .

Угол φ_2 до сих пор не был определён. Чтобы понять, как определить φ_2 , рассмотрим поведение функции μ . Из (10) видно, что μ выражается через периодические функции, поэтому сама является периодической. Идея определения φ_2 видна из формы матрицы (9) и состоит в том, чтобы определить этот угол как среднее по периоду значение μ (с небольшим смещением вследствие колебаний амплитуды Y). В таком случае $\cos(\mu - \varphi_2)$ в диагональных элементах матрицы будет колебаться около единицы, а недиагональные элементы – около нуля, т.к. значения $\sin(\mu - \varphi_2)$ и Q колеблются вокруг нуля, а φ_2' , как будет показано ниже, либо равна нулю, либо пренебрежимо мала в рамках рассматриваемой задачи.

Рассмотрим теперь функцию $Y \sin(\mu - \varphi_2)$ подробнее. Для упрощения записи формул далее введём следующие обозначения:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\delta}{\Omega - 2\xi} \frac{1 + \cos \varphi_1}{2}, \quad (11a)$$

$$\tilde{\Omega} = \sqrt{(\Omega - 2\xi)^2 + \delta \left(\frac{1 + \cos \varphi_1}{2} \right)^2} = (\Omega - 2\xi) \sqrt{1 + \tilde{\sigma}^2}. \quad (11b)$$

Подставив (10) в $Y \sin(\mu - \varphi_2)$, получим

$$Y \sin(\mu - \varphi_2) = \delta \cos \varphi_2 \frac{1 + \cos \varphi_1}{2} - (\Omega - 2\xi) \sin \varphi_2 - \delta \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos[2(\xi z - v)] - \delta \frac{1 - \cos \varphi_1}{2} \times \cos \varphi_2 \cos[4(\xi z - v)]. \quad (12)$$

Отсюда видно, что не зависящая от z разность первых двух членов в (12) будет равна нулю, если определить угол φ_2 следующим образом:

$$\tan \varphi_2 = \tilde{\sigma}. \quad (13)$$

Аналогично для функции $Y \cos(\mu - \varphi_2)$, учитывая (13), получаем

$$Y \cos(\mu - \varphi_2) = \tilde{\Omega} + \delta \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos[2(\xi z - v)] - \delta \frac{1 - \cos \varphi_1}{2} \sin \varphi_2 \cos[4(\xi z - v)]. \quad (14)$$

Собрав всё вместе, дифференциальную матрицу можно привести к виду суммы:

$$N_e = N_e^0 + V_1 + V_2 + V_Q = N_e^0 + V, \quad (15)$$

где

$$N_e^0 = \frac{i}{2} \tilde{\Omega} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$$

$$V_1 = \frac{i}{2} \delta \sin \varphi_1 \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 \end{pmatrix} \cos[2(\xi z - v)]; \quad (16)$$

$$V_2 = \frac{i}{2} \delta \frac{1 - \cos \varphi_1}{2} \begin{pmatrix} -\sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 \\ -\cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 \end{pmatrix} \cos[4(\xi z - v)];$$

$$V_Q = \frac{i}{2} \delta \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \delta \frac{1 - \cos \varphi_1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \sin[4(\xi z - v)].$$

До сих пор все преобразования были абсолютно строгими. Как было указано выше, исходные уравнения, вообще говоря, не имеют аналитического решения, поэтому далее будут сделаны некоторые допущения. Будем искать приближённое решение исходного уравнения (7) с помощью нестационарной теории возмущений, рассматривая матрицу N_e^0 как матрицу, описывающую невозмущённую систему, а V_1 , V_2 и V_Q – как возмущение. В этом случае мы имеем аналогию классической задаче для двухуровневой системы с частотой перехода между уровнями $\tilde{\Omega}$ (в нашем случае уровни – константы распространения волн с базисными ПС, а частоты являются пространственными). Из матриц (16) видно, что пространственные частоты возмущений равны 2ξ и 4ξ . Поэтому, если пространственная частота $\tilde{\Omega}$ сильно отличается от этих частот (что, как будет показано ниже, выполняется для применяемых на практике параметров волокна и изгиба), возмущения не будут оказывать заметного воздействия, и тогда в данном приближении ими можно будет пренебречь.

Рассмотрим далее два случая изгиба волокна: изгиб с постоянным радиусом и изгиб с плавно изменяющимся радиусом. Рассмотрение изгиба с постоянным радиусом имеет большое значение для понимания процесса эволюции ПС световых волн в изогнутом волокне, однако на практике трудно поддерживать радиус изгиба постоянным вдоль всего волокна, включая волоконные концы; кроме того, важно учитывать азимутальную ориентацию входного излучения, осей волокна и плоскости намотки. Второй случай (изгиб с плавно изменяющимся радиусом) проще в плане экспериментальной проверки и практического применения.

4. Спун-волокно с постоянным радиусом изгиба

В случае постоянного радиуса изгиба $\delta = \text{const}$, а значит, $\varphi_2' = 0$. Исходное уравнение эволюции в эллиптичес-

кой системе координат ПС имеет вид (для простоты запишем индекс «е» у вектора Джонса далее опущен)

$$\frac{d\mathbf{E}}{dz} = (N_e^0 + V)\mathbf{E}. \quad (17)$$

Будем искать приближённое решение с помощью нестационарной теории возмущений, рассматривая V_1 , V_2 и V_Q как возмущения к задаче, описываемой матрицей N_e^0 :

$$\frac{d\mathbf{E}^0}{dz} = N_e^0 \mathbf{E}^0. \quad (18)$$

Уравнение (18) легко интегрируется, и общее решение имеет вид линейной комбинации независимых решений:

$$\mathbf{E}^0 = C_1 \mathbf{E}_u^0 + C_2 \mathbf{E}_v^0, \quad (19)$$

где

$$\mathbf{E}_u^0 = \exp\left(i \frac{\tilde{\Omega} z}{2}\right) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{E}_v^0 = \exp\left(-i \frac{\tilde{\Omega} z}{2}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Общее решение исходного уравнения (17) представим как решение (19) с зависящими от координаты z коэффициентами C_1 и C_2 :

$$\mathbf{E} = C_1(z) \mathbf{E}_u^0 + C_2(z) \mathbf{E}_v^0. \quad (21)$$

Будем искать C_i ($i = 1, 2$) в виде разложения $C_i = C_i^0 + C_i^1$, где C_i^0 – коэффициент нулевого приближения, который не зависит от возмущения, а C_i^1 – коэффициент, линейно зависящий от возмущения. Пусть в начале волокна мы возбуждаем только E_u -компоненту излучения, тогда

$$C_1(z) = 1 + C_1^1(z), \quad C_2(z) = C_2^1(z). \quad (22)$$

Выполняя алгебраические вычисления стандартной процедуры теории возмущений, можно получить приближённое решение исходного уравнения:

$$E_u \approx \exp\left(i \frac{\tilde{\Omega} z}{2}\right) \left\{ 1 + \frac{i}{2} \int_0^z \left[\delta \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos[2(\xi z - v)] + \delta \frac{1 - \cos \varphi_1}{2} \sin \varphi_2 \cos[4(\xi z - v)] \right] dz \right\}. \quad (23)$$

Правые слагаемые в (23) после интегрирования будут пропорциональны $\delta/(2\xi) = L_{\text{tw}}/(2L_{\text{ind}})$. На практике это отношение очень мало, т. к. типичное значение $L_{\text{tw}} = 3-5$ мм, что много меньше L_{ind} (например, для волокна диаметром 125 мкм при радиусе намотки 4 мм $L_{\text{ind}} \sim 50$ мм). Интегрируя (23) и учитывая, что вследствие малости интегралов выражение в фигурных скобках в (23) можно рассматривать как разложение экспоненты, после интегрирования получаем

$$E_u \approx \exp\left[i \frac{(\tilde{\Omega} + \Delta\tilde{\Omega})z}{2}\right], \quad (24)$$

где

$$\Delta\tilde{\Omega} = \frac{1}{z} \frac{\delta}{2\xi} \left\{ \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \{ \sin[2(\xi z - v)] + \sin(2v) \} + \right.$$

$$+ \frac{1 - \cos \varphi_1}{2} \sin \varphi_2 \{ \sin[4(\xi z - v)] + \sin(4v) \}. \quad (25)$$

Аналогично E_v -компонента решения выражается следующим образом:

$$E_v = \exp\left(-i \frac{\tilde{\Omega} z}{2}\right) \frac{i}{2} \int_0^z \left\{ \delta \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 e^{i\tilde{\Omega} z} \cos[2(\xi z - v)] - \delta \frac{1 - \cos \varphi_1}{2} \cos \varphi_2 e^{i\tilde{\Omega} z} \cos[4(\xi z - v)] - i\delta \frac{1 - \cos \varphi_1}{2} e^{i\tilde{\Omega} z} \sin[4(\xi z - v)] \right\} dz. \quad (26)$$

В результате интегрирования (26) получатся слагаемые, делённые на суммы и разности частот $\tilde{\Omega}$ и 2ξ или 4ξ , т.к. эти интегралы представляют собой ограниченные преобразования Фурье соответствующих функций на частоте $\tilde{\Omega}$. Исследуем, как эти частоты соотносятся, для чего рассмотрим отношение

$$\frac{\tilde{\Omega}}{2\xi} = (\sqrt{\sigma^2 + 1} - 1)\sqrt{\sigma^2 + 1} = \sqrt{\left(\frac{\delta}{2\xi}\right)^2 + (\sqrt{\sigma^2 + 1} - 1)^2}. \quad (27)$$

Отношение определяется вторым слагаемым, т.к. первое мало. Видно, что при $\sigma < 1.5$ (что характерно для большинства практических случаев: например, при $L_{tw} = 3$ мм имеем $L_b > 1$ мм) выполняется неравенство $\tilde{\Omega} < 2\xi < 4\xi$. Поэтому самым большим слагаемым после интегрирования (26) будет слагаемое, пропорциональное коэффициенту $\delta/(2\xi - \tilde{\Omega})$, который (при $\sigma = 1.5$) по абсолютной величине таков:

$$\delta/(2\xi - \tilde{\Omega}) \approx 5\delta/(2\xi) \ll 1. \quad (28)$$

Следовательно, можно сделать вывод, что в случае, когда $L_{tw}/(2L_{ind}) \ll 1$ и $\sigma = L_{tw}/(2L_b) < 1.5$, возмущение в уравнении (17) не оказывает существенного влияния, поэтому с хорошей точностью в исходной задаче можно пользоваться решением (20) невозмущённой задачи (18).

Тот факт, что в данном приближении дифференциальную матрицу можно считать диагональной (N_e^0 в (16)), позволяет сделать важные выводы о характере эволюции ПС. В такой системе координат ПС световой волны движется по окружности на сфере Пуанкаре, равноудалённой от базисных ПС. В случае широкополосного света на некотором расстоянии от начала волокна (длина когерентности) точки ПС световых волн спектра излучения начинают заполнять всю окружность, поэтому можно рассчитать зависимость степени поляризации излучения от параметров входного ПС как расстояние от центра сферы Пуанкаре до плоскости, содержащей окружность с ПС волн [4]. При этом средняя по длинам волн эллиптичность совпадает с эллиптичностью базисных ПС, а средний азимут – с азимутом одного из базисных ПС. Поэтому важно знать эволюцию базисных ПС эллиптической системы координат, движение которых можно выразить в лабораторной системе координат циркулярных ПС из уравнения (4), подставив в него, например, вектор u поляризационной моды:

$$E_{cu}(z) = T_1(-\alpha_1) T_2(-\varphi_1) T_1(-\alpha_2) T_2(-\varphi_2) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (29)$$

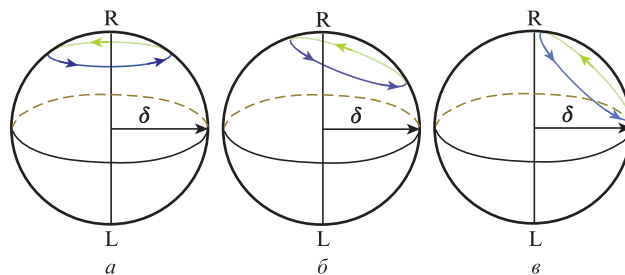


Рис.2. Траектория эволюции базисного ПС эллиптической системы координат при разных радиусах изгиба.

Из (29) и (3) видно, что вектор Джонса периодичен, поэтому траектория движения является замкнутой кривой. В отсутствие изгиба траектория представляет собой окружность постоянной широты (рис.2,а), соответствующей собственной эллиптичности с линейно увеличивающимся азимутом [4]. С увеличением δ (уменьшением радиуса изгиба) эта траектория наклоняется в сторону вектора изгибного ДЛП и форма кривой начинает искажаться и отличаться от окружности (рис.2,б). Эллиптичность начинает колебаться с частотой 2ξ , среднее по соответствующему периоду $L_{tw}/2$ значение эллиптичности падает, а азимут с ростом z увеличивается также с некоторым колебанием. После определённого значения δ траектория эволюции базисного ПС на сфере Пуанкаре переходит через циркулярное ПС, при этом эллиптичность продолжает колебаться с большей амплитудой вокруг меньшего среднего по периоду значения, а азимут перестаёт бесконечно увеличиваться и начинает колебаться вокруг среднего значения, равного азимуту вектора изгибного ДЛП (рис.2,в). Таким образом, средняя по периоду колебаний $L_{tw}/2$ эллиптичность снижается с уменьшением радиуса намотки волокна.

Дифференциальная магнитооптическая чувствительность определяется как приращение разности фаз между поляризационными модами u и v при изменении коэффициента γ на $d\gamma$ на длине волокна dz :

$$S = \frac{d^2}{d\gamma dz} (\tilde{\Omega} z + \Delta\tilde{\Omega}) = S_{av} + \frac{d^2}{d\gamma dz} \Delta\tilde{\Omega}. \quad (30)$$

Второе слагаемое представляет собой колебания вокруг нулевого значения, а т.к. разность фаз между поляризационными модами u и v получается интегрированием по всем отрезкам dz , оно не даёт вклада в итоговую разность фаз, и поэтому интегральная чувствительность будет определяться только величиной S_{av} . Дифференцируя (11б), получаем

$$S_{av} = \frac{d\tilde{\Omega}}{d\gamma} = S_e S_b, \quad (31)$$

где

$$S_e = \frac{1}{\sqrt{\sigma^2 + 1}}; \quad (32a)$$

$$S_b = \frac{1}{\sqrt{\sigma^2 + 1}}. \quad (32b)$$

Таким образом, магнитооптическая чувствительность волокна состоит из двух сомножителей, один из которых

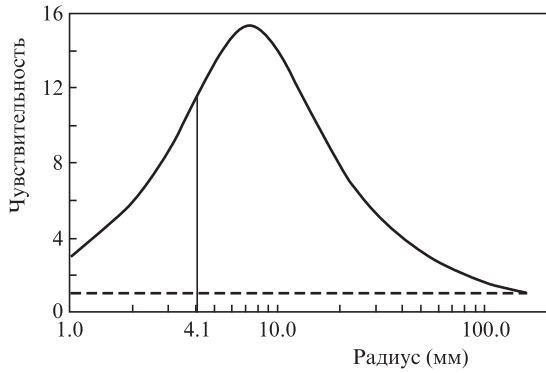


Рис.3. Расчётная зависимость (сплошная кривая) интегральной чувствительности отрезка spun-волокна длиной 1 м от радиуса изгиба; $L_{tw} = 3$ мм, $L_b = 11$ мм. Штриховая линия – чувствительность при одном витке с $R = 159$ мм.

определяется собственной эллиптичностью волокна и равен чувствительности прямого spun-волокна [4], а другой сомножитель определяется наличием изгиба.

Заметим, что интегральная чувствительность датчика тока с ЧЭ на основе spun-волокна зависит как от собственной магнитооптической чувствительности, так и от числа намотанных вокруг проводника с током витков волокна и постоянной Верде материала волокна. Причём с уменьшением радиуса намотки S снижается, а число витков вокруг проводника с током при фиксированной длине отрезка spun-волокна растёт. На рис.3 приведена расчётная итоговая зависимость чувствительности ЧЭ датчика тока от радиуса намотки. Видно, что вплоть до минимальных радиусов рост чувствительности из-за увеличения числа витков при уменьшении радиуса намотки перекрывает падение магнитооптической чувствительности, что оправдывает применение ЧЭ при маленьком радиусе намотки spun-волокна (например, при $R = 4.1$ мм чувствительность в 11.5 раза больше чувствительности на одном витке с $R = 1/(2\pi) \approx 159$ мм).

5. Spun-волокно с изменяющимся радиусом изгиба

Можно показать, что если радиус изгиба изменяется достаточно плавно, то с некоторой точностью в каждой точке волокна эволюция поляризации происходит так же, как и в случае постоянного радиуса намотки, соответствующего R в данной точке.

Пусть радиус намотки, а следовательно, и коэффициент δ являются функцией длины волокна: $\delta = \delta(z)$. В этом случае появляется дополнительное возмущение, определяемое производной угла φ_2' (см. (16)):

$$\varphi_2' = \frac{\delta' \sin(2\varphi_2)}{\delta} \tag{33}$$

Нужно учесть, что в выражениях (23) и (26) для компонент волны теперь нельзя вынести δ за знак интеграла, а также то, что в выражении для E_v в (26) под интегралом появляется слагаемое $i\varphi_2' e^{i\Omega z}$. Выражением для E_u по-прежнему является (24), где

$$\Delta \tilde{\Omega} = \frac{1}{z} \int_0^z \left[\delta \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos[2(\xi z - v)] + \right.$$

$$\left. + \delta \frac{1 - \cos \varphi_1}{2} \sin \varphi_2 \cos[4(\xi z - v)] \right] dz, \tag{34}$$

а выражение для E_v , как и ранее, состоит из ограниченных преобразований Фурье соответствующих функций на частоте $\tilde{\Omega}$. Поэтому, для того чтобы эта компонента была мала, нужно, чтобы длина изменения δ была много больше периода $2\pi/\tilde{\Omega}$. В этом случае поляризационная компонента E_u не будет переходить в ортогональную.

При использовании на практике изогнутого волокна в качестве чувствительного элемента датчика тока, для сохранения высокой степени поляризации, а следовательно, и контраста всего интерферометра, рабочими световыми волнами интерферометра должны быть поляризационные моды u и v . Для формирования этих мод и для отражения на зеркале в ортогональную моду в начале и в конце волокна соответствующие фазовые пластинки необходимо расположить так же, как и в случае прямого волокна, описанном в [5]. Однако для изогнутого волокна поляризационные параметры входного излучения также зависят от радиуса и ориентации плоскости намотки, что следует учесть при отражении излучения зеркалом на конце волокна. Это усложняет изготовление входной и выходной фазовых пластинок и крайне неудобно на практике.

Поэтому при практическом применении в датчике тока чувствительного контура с малым радиусом намотки spun-волокна удобнее использовать такую конфигурацию контура, в которой на его входе радиус плавно уменьшается от большого, при котором влиянием изгиба можно пренебречь, к требуемому, а на выходе контура – наоборот. При этом входная и выходная фазовые пластинки будут точно такими же, как и в случае прямого spun-волокна [5].

Заметим, что в случае, когда L_b в несколько раз больше L_{tw} , входная фазовая пластинка становится близкой к

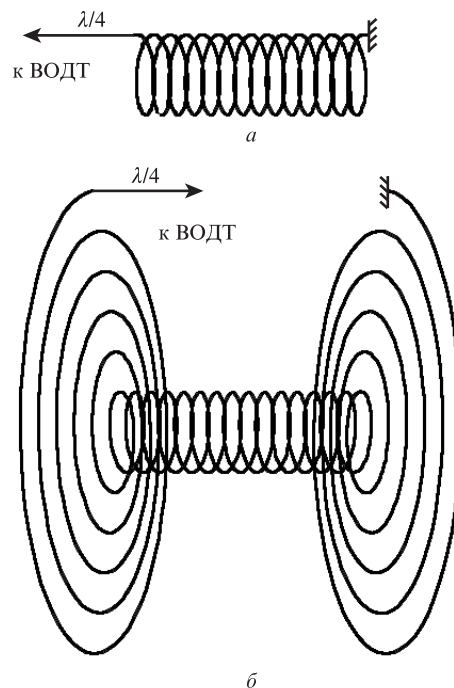


Рис.4. Схемы чувствительного элемента датчика тока – традиционная (а) и с плавным уменьшением радиуса намотки в начале и его плавным увеличением в конце волокна (б).

пластинке $\lambda/4$, а влияние выходной пластинки на ПС почти исчезает (см. [5]), допустимо использовать традиционную схему ЧЭ с входной пластинкой $\lambda/4$ и зеркалом на выходе.

6. Экспериментальное измерение контраста интерферометра и магнитооптической чувствительности

Проверка вывода о сохранении степени поляризации при плавном изгибе волкна проводилась следующим образом. Чувствительный элемент с различными конфигурациями намотки волокна подсоединялся к схеме ВОДТ [2] и измерялся контраст интерференционной картины:

сначала при $R = 100$ мм, а затем при намотке всего spun-волокна на кварцевую трубку малого радиуса (рис.4,а). После этого с обоих концов отматывалось примерно по 2 м волокна, которое укладывалось по спирали вплотную к намотанному на трубку волокну (рис.4,б).

Эксперимент проводился для трёх образцов hi-bi spun-волокон диаметром 125 мкм: с эллиптической напрягающей оболочкой с исходными параметрами $L_b = 21 \pm 1$ мм и $L_{tw} = 3.0 \pm 0.5$ мм (spun-1), с эллиптической сердцевинной с $L_b = 11 \pm 1$ мм и $L_{tw} = 3.0 \pm 0.5$ мм (spun-2) и волокна типа bow-tie с $L_b = 10.8 \pm 0.5$ мм и $L_{tw} = 4.8 \pm 0.5$ мм (spun-3). Результаты измерений приведены на рис.5, а, в и д. Эксперимент подтвердил сохранение высокого контраста в предлагаемой схеме при малых радиусах намотки контура.

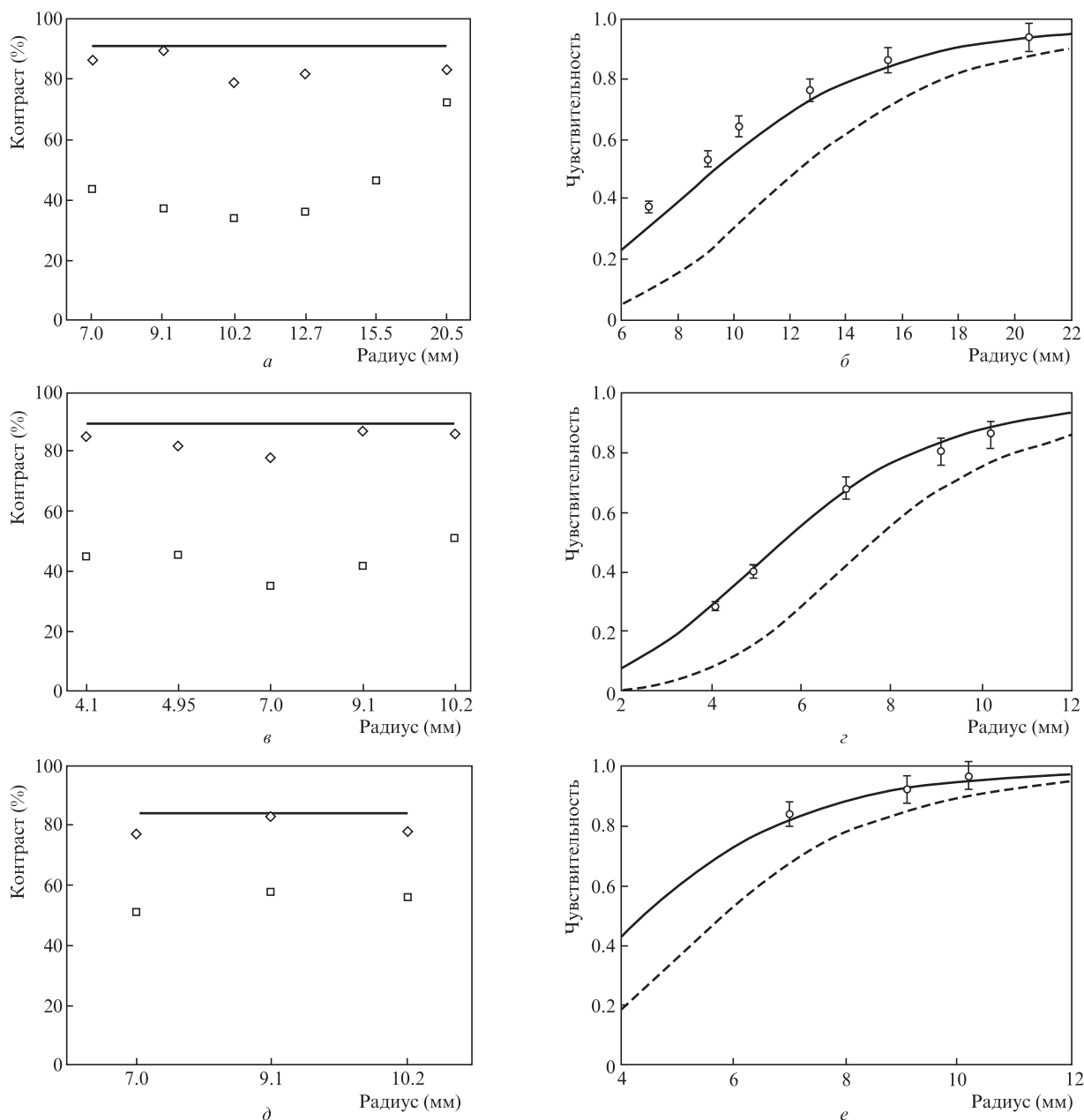


Рис.5. Контраст интерферометра с волокнами spun-1 (а), spun-2 (в) и spun-3 (д) при различных радиусах изгиба (квадраты – намотка волокна с постоянным радиусом изгиба, ромбы – намотка волокна с двумя спиральными секциями, прямая линия – прямое spun-волокно), а также зависимость чувствительности от радиуса намотки волокна (кружки – измеренные значения, сплошная линия – теоретическая кривая, полученная по формуле (326) для параметров $L_b = 20$ мм, $L_{tw} = 3.5$ мм (б), $L_b = 11$ мм, $L_{tw} = 3$ мм (г) и $L_b = 11$ мм, $L_{tw} = 4.8$ мм (е); штриховые кривые – расчёт [1] для тех же параметров).

Для определения магнитооптической чувствительности (см. формулы (31), (32а) и (32б)) с помощью ВОДТ [2] и ЧЭ на основе исследуемого волокна измерялся эталонный ток заданной величины. Сначала для этого использовался ЧЭ с большим (200 мм) диаметром намотки *srpn*-волокна, при котором влияние изгиба на чувствительность пренебрежимо мало. Затем волокно наматывалось так, как показано на рис.4,б. Спиральная намотка позволяла сравнивать измерения при близких значениях контраста и исключала возможную зависимость измерения от контраста. Относительная чувствительность, определяемая изгибом, вычислялась как отношение измеренных значений токов, нормированных на один виток, в конфигурациях рис.4,а и б (при этом коэффициент в выражении (32а), связанный с собственной эллиптичностью, сокращается). Результаты измерения приведены на рис.5,б, г, е для *srpn*-1, *srpn*-2 и *srpn*-3. Некоторое различие между экспериментальными результатами и расчётной кривой для образца *srpn*-1 на рис.5,б можно объяснить сложностями постановки экспериментов с данным образцом волокна, возникающими вследствие его большой чувствительности к внешним механическим воздействиям из-за малого встроеного ДЛП.

7. Заключение

Теоретически рассмотрена эволюция поляризационных состояний света при его распространении по *hi*–*bi* *srpn*-волокну, уложенному по окружности произвольного радиуса и находящемуся в магнитном поле. С использованием аппарата дифференциальных матриц Джонса аналитически получено приближённое решение уравнения эволюции ПС для применяемых на практике параметров волокна и радиуса изгиба. Показано, что существует система координат ПС, в которой в указанном приближении имеет место ситуация, аналогичная ситуации для прямого *srpn*-волокна в локальной (вращающейся) системе координат, в которой дифференциальная матрица Джонса диагональна и уравнения решаются точно. В найденной системе координат дифференциальную матрицу Джонса изогнутого *srpn*-волокна можно представить суммой диагональной матрицы и матриц возмуще-

ний, что позволяет найти приближённое решение такой системы с помощью нестационарной теории возмущений. Определены значения параметров волокна и степени изгиба, при которых пространственные частоты возмущений и частота перехода между базисными состояниями ПС сильно различаются (это выполняется для применяемых на практике параметров волокна и изгиба), что позволяет пренебречь возмущениями. Следовательно, и в случае изогнутого *srpn*-волокна можно в указанном приближении вычислить аналитически поляризационные параметры (эллиптичность, азимут, степень поляризации) усреднённого по длинам волн ПС выходного излучения и магнитооптическую чувствительность. Рассмотрен случай плавного изменения радиуса изгиба, при котором степень поляризации излучения не меняется.

На основе разработанной теории получена формула для расчёта магнитооптической чувствительности изогнутого *srpn*-волокна. Предложен способ восстановления степени поляризации излучения в изогнутом *srpn*-волокну и, как следствие, контраста интерференционной картины датчика тока на основе эффекта Фарадея. Способ основан на том, что при достаточно плавном изменении радиуса изгиба *srpn*-волокна возмущения, обусловленные этим изменением, не приводят к появлению условий для деполяризации света в волокне. Предлагаемая конфигурация чувствительного элемента датчика тока содержит волоконные секции (спирали) переменного радиуса намотки на входе и выходе. Теоретические выводы подтверждены экспериментально. Продемонстрировано улучшение видности от 40% до 90% в диапазоне минимальных радиусов намотки 4.1–20.5 мм.

1. Laming R.I., Payne D.N. *J. Lightwave Technol.*, **7**, 2084 (1989).
2. Губин В.П., Исаев В.А., Моршнев С.К. и др. *Квантовая электроника*, **36** (3), 287 (2006).
3. Polynkin P., Blake J. *J. Lightwave Technol.*, **23**, 3815 (2005).
4. Пржиялковский Я.В., Старостин Н.И., Моршнев С.К., Губин В.П. *Квантовая электроника*, **43** (2), 167 (2013).
5. Пржиялковский Я.В., Старостин Н.И., Моршнев С.К., Губин В.П. *Квантовая электроника*, **44** (10), 957 (2014).
6. Azzam R.M.A., Bashara N.M. *Ellipsometry and Polarised Light* (Amsterdam–New York–Oxford: North-Holland Publ. Comp., 1977).