

Линейные направленные волны в гиперболическом планарном волноводе. Дисперсионные соотношения

Е.И.Ляшко, А.И.Маймистов

Теоретически исследованы волноводные моды, распространяющиеся в планарном волноводе, образованном слоем изотропного диэлектрика, окруженного гиперболическими средами. Рассмотрен случай, когда оптическая ось гиперболических сред направлена перпендикулярно границам раздела. Получены дисперсионные соотношения в случае ТЕ и ТМ волн. Найдены отличия характеристик гиперболического и обычного диэлектрического волноводов. В частности, показано, что в гиперболических волноводах для каждой ТМ моды существует две частоты отсечки и число распространяющихся мод всегда ограничено.

Ключевые слова: метаматериалы, гиперболическая дисперсия, моды волновода, ТЕ и ТМ волны.

1. Введение

В настоящее время метаматериалы и их оптические свойства находятся в фокусе внимания многих исследователей. Метаматериалами называют искусственно созданные среды, состоящие из компонентов микрометрового или нанометрового (субволнового) размера и демонстрирующие, как правило, необычное, не встречающееся в природе, взаимодействие с электромагнитным излучением. Наиболее известными являются метаматериалы с отрицательным преломлением (ОП) [1–6], которым в некотором частотном диапазоне присущи одновременно отрицательная диэлектрическая проницаемость и отрицательная магнитная восприимчивость [7, 8].

В ряде работ [9–13] было показано, что ОП и связанные с ним явления могут иметь место для анизотропных сред. Надо заметить, что одноосная анизотропия, как правило, является типичным свойством метаматериалов. Анизотропия метаматериалов может проявиться в весьма необычных электродинамических характеристиках этих сред. Например, они могут быть отрицательно преломляющими в одном направлении и положительно преломляющими в ортогональном направлении.

Пусть в неограниченной одноосной анизотропной среде координатные оси X , Y и Z выбраны совпадающими с главными осями тензора диэлектрической проницаемости, причем так, чтобы для главных диэлектрических проницаемостей выполнялись соотношения $\epsilon_{xx} = \epsilon_e$ и $\epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \epsilon_o$. Дисперсионное соотношение для необыкновенной волны, связывающее частоту и декартовы ко-

ординаты волнового вектора \mathbf{k} , выглядит следующим образом:

$$\frac{k_z^2 + k_y^2}{\epsilon_e(\omega)} + \frac{k_x^2}{\epsilon_o(\omega)} = \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (1)$$

Из этого соотношения видно, что в случае, когда величина ϵ_e либо ϵ_o отрицательна, изочастотные поверхности, определяемые выражением (1), представляют собой гиперboloиды – однополостный при $\epsilon_e > 0$, $\epsilon_o < 0$ и двухполостный при $\epsilon_e < 0$, $\epsilon_o > 0$ [14–18]:

$$\frac{k_z^2 + k_y^2}{\epsilon_e(\omega)} - \frac{k_x^2}{|\epsilon_o(\omega)|} = \frac{\omega^2}{c^2}, \quad \frac{k_x^2}{\epsilon_o(\omega)} - \frac{k_z^2 + k_y^2}{|\epsilon_e(\omega)|} = \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (2)$$

Соответственно, такие анизотропные среды называются гиперболическими.

Гиперболические среды, как правило, представляют собой структуры, состоящие из чередующихся плоских слоев проводника и диэлектрика [14, 19, 20], либо решетку из проводящих проволочек внутри диэлектрика [15, 21, 22].

Изочастотные поверхности (2) допускают неограниченные значения волнового вектора. Следствием этого является гигантский эффект Парселла [23–26], определяющий увеличение интенсивности спонтанного излучения, и эффект сверхразрешения [14, 27]. Внимание исследователей привлекают также оптические явления на границе раздела обычного диэлектрика и гиперболической среды. В работе [28] рассмотрены поверхностные волны. Сдвиг Гуса–Хенхен, значительно превышающий аналогичный сдвиг для обычных сред, обсуждался в [29]. В работах [30, 31] рассмотрен и изучен планарный волновод, сердцевина которого представляет собой обычный изотропный диэлектрик, а подложка и покровный слой являются гиперболическими средами (рис.1). Были изучены свойства такого волновода как направляющей структуры для поверхностных плазмонов.

Помимо поверхностных волн в волноводе могут распространяться направленные (волноводные) волны, электромагнитное поле которых сосредоточено главным образом в диэлектрическом слое и удерживается в нем за

Е.И.Ляшко. Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия, Московская обл., 141707 Долгопрудный, Институтский пер., 9; e-mail: Katerina2049@yandex.ru

А.И.Маймистов. Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия, Московская обл., 141707 Долгопрудный, Институтский пер., 9; Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail: aimaimistov@gmail.com

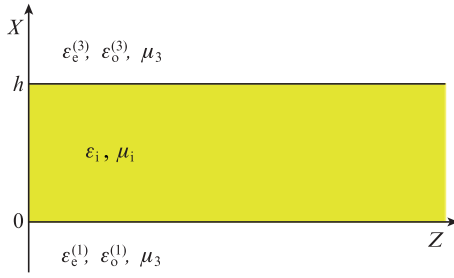


Рис.1. Схема рассматриваемого планарного волновода.

счет полного внутреннего отражения от границ окружающих сред (подложки и покровного слоя). В настоящей работе теоретически исследуется распространение линейных направленных волн в планарном волноводе, рассмотренном ранее в [30]. Ось анизотропии подложки и покровного слоя направлена перпендикулярно поверхности раздела сред (вдоль оси X) (см. рис.1). Для такой геометрии уравнения Максвелла разделяются на две несвязанные системы, описывающие различно поляризованные волны, которые называются ТЕ и ТМ волнами [32]. Анализ мод направленных волн типов ТЕ и ТМ проведен независимо. В каждом случае аналитически получены дисперсионные соотношения, связывающие эффективный показатель преломления волновода с частотой направленной волны. Случай симметричного волновода исследован подробно.

2. Распределения полей для направленных ТЕ и ТМ волн

Рассматривается планарный волновод (рис.1), сердцевина которого представляет собой изотропный диэлектрик с проницаемостью ϵ_i и магнитной восприимчивостью μ_i . Толщина диэлектрического слоя равна h . Подложка и покровный слой являются гиперболическими средами, характеризующимися главными диэлектрическими проницаемостями $\epsilon_o^{(1)}, \epsilon_e^{(1)}$ и $\epsilon_o^{(3)}, \epsilon_e^{(3)}$, а также магнитными проницаемостями μ_1 и μ_3 . Все магнитные проницаемости полагаются положительными величинами. Ось анизотропии гиперболических сред направлена перпендикулярно поверхностям раздела сред, вдоль оси X (см. рис.1). Оси Y и Z параллельны границам раздела. Ось Z можно выбрать направленной вдоль направления распространения волн. В этом случае уравнения Максвелла инвариантны относительно сдвига системы координат вдоль оси Y . Таким образом, напряженности электрического и магнитного полей направленной волны не зависят от переменной y , вследствие чего уравнения Максвелла распадутся на две независимые системы уравнений, описывающие ТЕ и ТМ волны [32].

ТЕ волна задается компонентами напряженностей электрического (E_y) и магнитного (H_x, H_z) полей. Напряженности полагаются гармоническими функциями времени. Волновое уравнение для комплексной амплитуды поля $E = E_y(x, z, \omega)$ имеет вид

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k_0^2 \epsilon_o(x) \mu(x) E = 0.$$

где $k_0 = \omega/c$, ω – частота излучения. Диэлектрическая и магнитная проницаемости заданы кусочно-непрерывными функциями (см. рис.1):

$$\epsilon_o(x) = \begin{cases} \epsilon_o^{(1)} & x < 0, \\ \epsilon_i & 0 \leq x \leq h, \\ \epsilon_o^{(3)} & x > h, \end{cases} \quad \epsilon_e(x) = \begin{cases} \epsilon_e^{(1)} & x < 0, \\ \epsilon_i & 0 \leq x \leq h, \\ \epsilon_e^{(3)} & x > h, \end{cases}$$

$$\mu(x) = \begin{cases} \mu_1 & x < 0, \\ \mu_i & 0 \leq x \leq h, \\ \mu_3 & x > h. \end{cases}$$

Компоненты магнитного поля могут быть получены из соотношений

$$H_x = \frac{i}{k_0 \mu(x)} \frac{\partial E}{\partial z}, \quad H_z = -\frac{i}{k_0 \mu(x)} \frac{\partial E}{\partial x}. \tag{3}$$

Для выбранного направления оптической оси ТЕ волна является обыкновенной, поэтому случай $\epsilon_o > 0$ сводится к известной задаче. Однако в гиперболических средах случай $\epsilon_o < 0$ может оказаться интересным.

Так как волновод однороден вдоль оси Z , решение волнового уравнения следует искать в виде $E(x, z) = \tilde{E}(x) \times \exp(i\beta z)$, где параметр β – постоянная распространения. Решение волнового уравнения, описывающее локализованные волны, следует искать с учетом краевого условия $E \rightarrow 0, H \rightarrow 0$ при $|x| \rightarrow \infty$. Процедура решения известна и описана, например, в [32]. Распределение напряженности электрического поля дается следующими выражениями:

$$E^{(1)} = A \exp(px + i\beta z) + \text{компл. сопр.}, \quad x < 0,$$

$$E^{(2)} = \frac{A}{2} [(1 - i\xi_p) \exp(ikx + i\beta z) + (1 - i\xi_q) \exp(-ikx + i\beta z)] + \text{компл. сопр.}, \quad 0 \leq x \leq h, \tag{4}$$

$$E^{(3)} = A \frac{1 - i\xi_p}{1 + i\xi_q} \exp[-q(x - h)] \exp(ikh + i\beta z) + \text{компл. сопр.}, \quad x > h.$$

Здесь использовались параметры

$$p^2 = \beta^2 + k_0^2 \mu_1 |\epsilon_o^{(1)}|, \quad q^2 = \beta^2 + k_0^2 \mu_3 |\epsilon_o^{(3)}|, \quad \kappa^2 = k_0^2 \mu_i \epsilon_i - \beta^2.$$

С их помощью определены фазовые сдвиги ϕ_q и ϕ_p :

$$\xi_q = -\tan \frac{\phi_q}{2} = \frac{q\mu_1}{\kappa\mu_3}, \quad \xi_p = -\tan \frac{\phi_p}{2} = \frac{p\mu_1}{\kappa\mu_1}.$$

Нормировочная амплитуда A электрического поля при $x = 0$ произвольна.

ТМ волна задается компонентами напряженностей магнитного (H_y) и электрического (E_x, E_z) полей. Волновое уравнение для комплексной амплитуды поля $H = H_y(x, z, \omega)$ имеет вид

$$\frac{1}{\epsilon_e(x)} \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\epsilon_o(x)} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + k_0^2 \mu(x) H = 0. \tag{5}$$

Компоненты электрического поля могут быть получены из соотношений

$$E_x = -\frac{i}{k_0 \epsilon_e(x)} \frac{\partial H}{\partial z}, \quad E_z = \frac{i}{k_0 \epsilon_o(x)} \frac{\partial H}{\partial x}. \tag{6}$$

Главные диэлектрические проницаемости и магнитные проницаемости являются кусочно-непрерывными функциями, рассмотренными ранее для ТЕ волны.

Решая стандартным образом волновое уравнение (5), можно заметить, что в гиперболических средах, если $\varepsilon_e^{(a)} < 0$, $\varepsilon_o^{(a)} > 0$ ($a = 1, 3$) убывающих на бесконечности решений нет. Значит, нет и локализованных в волноводе волн. Если $\varepsilon_e^{(a)} > 0$, $\varepsilon_o^{(a)} < 0$, то при выполнении условий

$$k_0^2 \mu_1 \varepsilon_e^{(1)} > \beta^2, \quad k_0^2 \mu_3 \varepsilon_e^{(3)} > \beta^2 \quad (7)$$

волновое уравнение допускает решения, описывающие удерживаемые волноводом волны. Распределение напряженности магнитного поля описывается следующими функциями:

$$H^{(1)} = A \exp(px + i\beta z) + \text{компл. сопр.}, \quad x < 0$$

$$H^{(2)} = \frac{A}{2} [(1 + i\xi_p) \exp(i\kappa x + i\beta z)$$

$$+ (1 - i\xi_p) \exp(-i\kappa x + i\beta z)] + \text{компл. сопр.}, \quad 0 \leq x \leq h, \quad (8)$$

$$H^{(3)} = A \frac{1 + i\xi_p}{1 - i\xi_q} \exp[-q(x - h)] \exp(i\kappa h + i\beta z)$$

$$+ \text{компл. сопр.}, \quad x > h.$$

В (8) параметры определяются как

$$p^2 = k_0^2 \mu_1 |\varepsilon_o^{(1)}| - \frac{|\varepsilon_o^{(1)}|}{\varepsilon_e^{(1)}} \beta^2, \quad q^2 = k_0^2 \mu_3 |\varepsilon_o^{(3)}| - \frac{|\varepsilon_o^{(3)}|}{\varepsilon_e^{(3)}} \beta^2,$$

$$\kappa^2 = k_0^2 \mu_i \varepsilon_i - \beta^2$$

и используются следующие выражения для фазовых сдвигов ϕ_q и ϕ_p :

$$\xi_q = \tan \frac{\phi_q}{2} = \frac{q \varepsilon_i}{\kappa |\varepsilon_o^{(3)}|}, \quad \xi_p = \tan \frac{\phi_p}{2} = \frac{p \varepsilon_i}{\kappa |\varepsilon_o^{(1)}|}.$$

3. Дисперсионные соотношения

Решения уравнений Максвелла с учетом того, что электрическое и магнитное поля исчезают при $|x| \rightarrow \infty$, описывают волны, удерживаемые волноводом. Следует различать два случая: связанную пару поверхностных волн и волноводные моды. В линейном волноводе поверхностные волны имеют максимальное значение амплитуды на границах раздела диэлектрического слоя и окружающих его сред. Когда волновод представляет собой диэлектрик–металл–диэлектрик или металл–диэлектрик–металл, говорят о плазмон-поляритонах. Направленная волна типа связанной пары поверхностных волн на границе раздела диэлектрика и гиперболического материала рассмотрена в [30, 31]. Ее можно получить из приведенных выше выражений, если сделать замену κ^2 на $\kappa^2 = \beta^2 - k_0^2 \mu_i \varepsilon_i$. Планарный волновод, помимо поверхностных волн, может удерживать целый набор волн, которые называют направленными модами [32].

Для локализованных волн характерна связь между постоянной распространения β и частотой ω – это дисперсионное соотношение. Дисперсионные соотношения для волноводов рассмотренного здесь типа следуют из требования непрерывности касательных компонент магнитного и электрического полей на границах раздела сред. Удобно получить дисперсионные соотношения отдельно для ТЕ и для ТМ волн.

3.1. Случай ТЕ волны

Распределение магнитных полей в волноводе можно вывести из найденных выражений для электрических полей (4) с использованием соотношений (3). Условия непрерывности касательных компонент векторов напряженностей электрического и магнитного полей приводят к следующему соотношению:

$$\exp(2i\kappa h) \left(\frac{1 - i\xi_q}{1 + i\xi_q} \right) \left(\frac{1 - i\xi_p}{1 + i\xi_p} \right) = 1.$$

Используя выражения для фазовых сдвигов, можно записать дисперсионное соотношение в виде, имеющем прозрачный физический смысл:

$$2\kappa h + \phi_p + \phi_q = 2\pi m, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

Если ввести эффективный показатель преломления n_{eff} , следуя формуле $\beta = k_0 n_{\text{eff}}$, то (9) можно переписать в виде

$$h k_0 \sqrt{n_1^2 - n_{\text{eff}}^2} = \arctan \left(\frac{\mu_i}{\mu_1} \sqrt{\frac{n_1^2 + n_{\text{eff}}^2}{n_1^2 - n_{\text{eff}}^2}} \right) + \arctan \left(\frac{\mu_i}{\mu_3} \sqrt{\frac{n_3^2 + n_{\text{eff}}^2}{n_3^2 - n_{\text{eff}}^2}} \right) + \pi m.$$

Здесь n_1 , n_i и n_3 – показатели преломления сред, которые образуют волновод ($n_1^2 = \mu_1 |\varepsilon_o^{(1)}|$, $n_3^2 = \mu_3 |\varepsilon_o^{(3)}|$, $n_i^2 = \mu_i \varepsilon_i$).

Из дисперсионного соотношения видно, что эффективный показатель преломления ограничен условием $0 \leq n_{\text{eff}}^2 < n_i^2$. В случае обычных диэлектрических сред, окружающих сердцевину волновода, аналогичное ограничение выглядит как $\max(n_1^2, n_3^2) \leq n_{\text{eff}}^2 < n_i^2$. Различие указанных неравенств обусловлено тем, что в гиперболическом окружении волновода ТЕ волны не распространяются: полное внутреннее отражение происходит при любом угле падения, как если бы сердцевина волновода была диэлектриком и окружена металлом.

Дальнейший анализ дисперсионного соотношения будет сделан для случая симметричного волновода, когда $n_1^2 = n_3^2$. При этом дисперсионное соотношение примет вид

$$h k_0 \sqrt{n_1^2 - n_{\text{eff}}^2} = 2 \arctan \left(\frac{\mu_i}{\mu_1} \sqrt{\frac{n_1^2 + n_{\text{eff}}^2}{n_1^2 - n_{\text{eff}}^2}} \right) + \pi m. \quad (10)$$

Перепишем соотношение (10) в нормированном виде. Введем параметр b следующим образом: $n_1^2 + n_{\text{eff}}^2 = b\Delta$, где $\Delta = n_1^2 + n_i^2$. Тогда нормированная толщина волновода $V = k_0 h \sqrt{n_1^2 + n_i^2}$, и соотношение (10) преобразуется к виду

$$V \sqrt{1 - b} = 2 \arctan \left(\frac{\mu_i}{\mu_1} \sqrt{\frac{b}{1 - b}} \right) + \pi m. \quad (11)$$

Это соотношение задает дисперсионную зависимость $b(V, m)$ и по своей форме совпадает с аналогичным выражением для одноосных анизотропных диэлектриков с положительными компонентами тензора диэлектрической проницаемости. Однако нормированный эффективный показатель преломления b принадлежит интервалу $[b_0, 1)$, где $b_0 = n_1^2 / (n_1^2 + n_i^2)$, тогда как в стандартной ситуации b принадлежит интервалу $[0, 1)$. Графики зависимостей $b(V, m)$ при $\mu_i / \mu_1 = 1.2$ и $b_0 = 0.2$ представлены на рис.2.

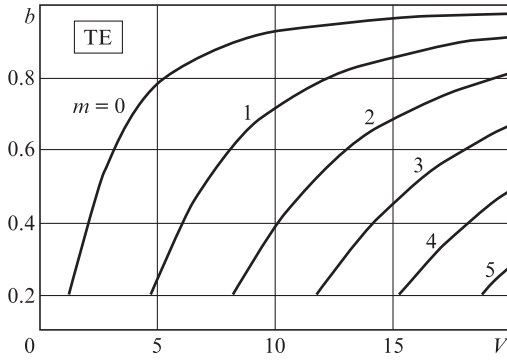


Рис.2. Дисперсионные кривые для TE волны в планарном волноводе с гиперболическим окружением ($\mu_i/\mu_1 = 1.2, b_0 = 0.2, m = 0-5$).

Тот факт, что в отличие от обычного волновода $b_0 > 0$, означает, что для моды TE₀ частота отсечки V_{c0} ненулевая. Положив в (11) $b_0 = 0$, получим

$$V_{c0} = 2\sqrt{1 + \frac{n_1^2}{n_i^2} \arctan \frac{\mu_i n_1}{\mu_1 n_i}}. \quad (12)$$

В обычном диэлектрическом волноводе $V_{c0} = 0$.

3.2. Случай ТМ волны

Используя выражения (8), с помощью соотношений (6) найдем напряженности электрических полей, после чего условия непрерывности касательных компонент векторов напряженностей электрического и магнитного полей позволят получить дисперсионное соотношение для ТМ волн:

$$\exp(2ikh) \left(\frac{1 + i\xi_q}{1 - i\xi_q} \right) \left(\frac{1 + i\xi_p}{1 - i\xi_p} \right) = 1.$$

Используя фазовые сдвиги ϕ_q и ϕ_p , можно записать дисперсионное соотношение в виде

$$2kh + \phi_p + \phi_q = 2\pi m, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

Если вернуться к исходным переменным, то (13) примет вид

$$hk_0 \sqrt{\mu_i \varepsilon_i - n_{\text{eff}}^2} + \arctan \sqrt{\frac{\varepsilon_i^2}{|\varepsilon_o^{(1)} \varepsilon_e^{(1)}|} \frac{\varepsilon_e^{(3)} - n_{\text{eff}}^2}{\varepsilon_i - n_{\text{eff}}^2}} + \arctan \sqrt{\frac{\varepsilon_i^2}{|\varepsilon_o^{(1)} \varepsilon_e^{(1)}|} \frac{\varepsilon_e^{(1)} - n_{\text{eff}}^2}{\varepsilon_i - n_{\text{eff}}^2}} = \pi m.$$

Ограничившись случаем симметричного волновода ($n_1^2 = n_3^2$), дисперсионное соотношение можно переписать как

$$hk_0 \sqrt{n_1^2 - n_{\text{eff}}^2} = -2 \arctan \sqrt{\frac{\varepsilon_i^2}{|\varepsilon_o^{(1)} \varepsilon_e^{(1)}|} \frac{n_e^2 - n_{\text{eff}}^2}{n_i^2 - n_{\text{eff}}^2}} + \pi m, \quad (14)$$

где $n_1^2 = \mu_i \varepsilon_i$ – для изотропного диэлектрика и $n_e^2 = \mu_1 \varepsilon_e$ – для необыкновенной волны в гиперболической среде.

Из уравнения (14) следует, что эффективный показатель преломления должен удовлетворять условиям

$$0 \leq n_{\text{eff}}^2 < n_i^2, \quad 0 \leq n_{\text{eff}}^2 < n_e^2.$$

В случае обычных диэлектриков это условие выглядит иначе: $n \leq n_{\text{eff}} < n_i$, где n – показатель преломления подложки (или покрывного слоя).

Переход к нормированным переменным в (14) осуществляется следующим образом: $n_e^2 - n_{\text{eff}}^2 = b\Delta > 0$, где b – нормированный эффективный показатель преломления волновода, $\Delta = n_i^2 - n_e^2$ и нормированная толщина волновода определяется как $V = k_0 h \sqrt{n_i^2 - n_e^2}$.

В результате такой замены переменных получаем

$$V\sqrt{1+b} = -2 \arctan \sqrt{\frac{\varepsilon_i^2}{|\varepsilon_o^{(1)} \varepsilon_e^{(1)}|} \frac{b}{1+b}} + \pi m. \quad (15)$$

В рассматриваемом случае параметр b принадлежит интервалу $[0, b_0]$, где $b_0 = b(n_{\text{eff}} = 0) = n_e^2/(n_i^2 - n_e^2)$.

Дисперсионные кривые, отвечающие уравнению (15), показаны на рис.3. Здесь $\varepsilon_i^2/(|\varepsilon_o^{(1)} \varepsilon_e^{(1)}|) = 1.2, b_0 = 2$. Для сравнения на рис.4 приведены дисперсионные кривые для волновода, состоящего из диэлектриков с положительными значениями диэлектрических и магнитных проницаемостей, удовлетворяющие уравнению

$$V\sqrt{1-b} = 2 \arctan \sqrt{u \frac{b}{1-b}} + \pi m, \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

где для анизотропного окружения сердцевинки волновода использован параметр $u = \varepsilon_i^2/(\varepsilon_o \varepsilon_e)$ (для кривых на рисунке $u = 1.2$).

Из рис.3 и 4 видно, что для ТМ волны гиперболического волновода число мод направленной волны всегда конечно: с ростом толщины волноводного слоя (или частоты излучения) одни моды уходят из волновода, другие –

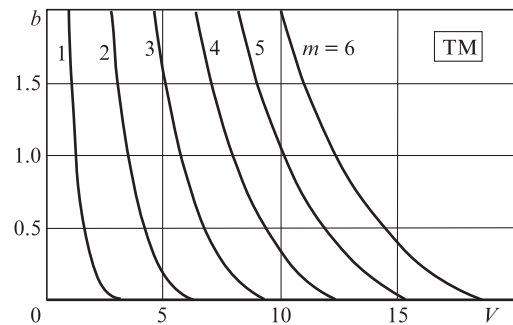


Рис.3. Дисперсионные кривые для ТМ волны в планарном волноводе с гиперболическим окружением ($\varepsilon_i^2/(|\varepsilon_o^{(1)} \varepsilon_e^{(1)}|) = 1.2, b_0 = 2, m = 1-6$).

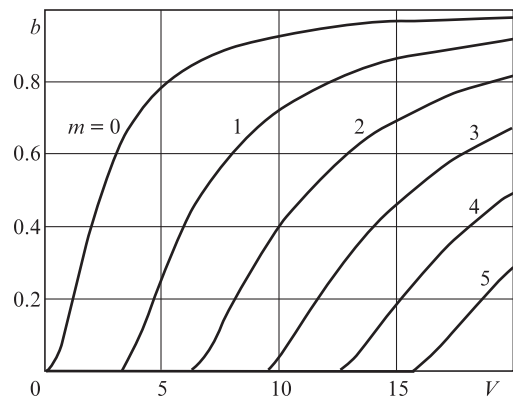


Рис.4. Дисперсионные кривые для ТМ (TE) волны в обычном планарном диэлектрическом волноводе ($\varepsilon_i^2/(\varepsilon_o \varepsilon_e) = 1.2, m = 1-5$).

появляются. В таком волноводе также не существует нулевой моды ($m = 0$). В волноводах из обычных диэлектриков (рис.4) с ростом толщины h число мод все время увеличивается, никакие моды из волновода не исчезают. Таким образом, для каждой ТМ моды гиперболического волновода существует две частоты отсечки: частота, при которой мода появляется в волноводе, она соответствует случаю $b(V_{cm}^{(2)}) = b_0$, и частота, при которой мода уходит из волновода, т.е. когда $b(V_{cm}^{(1)}) = b_0$. Для мод обычного диэлектрического волновода второй частоты отсечки $V_{cm}^{(2)}$ не существует.

4. Заключение

Рассмотрен планарный волновод, представляющий собой изотропный диэлектрик, окруженный гиперболической средой, ось анизотропии которой направлена перпендикулярно поверхностям раздела сред. Показано, что для гиперболической среды с $\epsilon_o < 0$, $\epsilon_e > 0$ возможно распространение направленных мод. В рассмотренной геометрии ТЕ волна является обыкновенной, а ТМ – необыкновенной. Для $\epsilon_o > 0$, $\epsilon_e < 0$ в случае ТМ волны излучение выходит из волновода, а в случае ТЕ волны ситуация не отличается от аналогичной в обычном диэлектрическом волноводе. По этой причине внимание уделялось только случаю гиперболической среды с $\epsilon_o < 0$, $\epsilon_e > 0$.

Эффективный показатель преломления ТЕ волны в волноводном слое удовлетворяет неравенству $0 \leq n_{\text{eff}} < n_i$. В случае ТМ волны эффективный показатель изменяется в пределах $0 \leq n_{\text{eff}} < n_e$ (считается, что $n_e < n_i$). Таким образом, в обоих случаях эффективный показатель может быть равным нулю, что соответствует малым значениям проекции вектора Пойнтинга на направление z или групповой скорости волн в гиперболических волноводах данного типа. В случае стандартного (эллиптического) анизотропного диэлектрического волновода эффективный показатель принадлежит промежутку $n_e \leq n_{\text{eff}} < n_i$ для ТМ волны и $n_o \leq n_{\text{eff}} < n_i$ для ТЕ волны.

В работе найдены дисперсионные соотношения для ТЕ и ТМ волн и построены соответствующие им дисперсионные кривые. Показано, что для ТМ волны число направляемых мод всегда конечно. Для каждой моды существует две частоты отсечки: одна соответствует возникновению моды в волноводе, вторая – ее исчезновению. Для первых нескольких мод существуют такие диапазоны толщин волноводного слоя, при которых в волноводе распространяется только одна эта мода. Такие явления не возникают в обычных диэлектрических волноводах, в которых число мод непрерывно растет с увеличением толщины волноводного слоя или частоты излучения.

Что касается области применения представленных результатов, заметим следующее. В работах [30,31] было проведено экспериментальное исследование плазмонного волновода (диэлектрик в окружении гиперболических сред) в диапазоне длин волн излучения 800–1500 нм. В видимом диапазоне прозрачных метаматериалов пока нет. Однако это не означает, что их не будет в будущем.

Компенсация потерь или создание метаматериалов без металлических включений представляют два очевидных пути к получению прозрачных метаматериалов в видимом диапазоне. Тем не менее, представленные результаты справедливы в той области частот излучения, в которой потери пренебрежимо малы и допустимо использование макроскопической электродинамики.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 14-22-00098).

1. Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S. *Science*, **292**, 77(2001).
2. Chen H., Wu B.-I., Kong J.A. *J. Electromagn. Waves and Appl.*, **20**, 2137 (2006).
3. Boltasseva A.I., Shalaev V.I.M. *Metamaterials*, **2**, 1 (2008).
4. Агранович В.М., Гартштейн Ю.Н. *УФН*, **176**, 1052 (2006).
5. Паутиан С.Г. *УФН*, **178**, 1017 (2008).
6. Dolling G., Wegener M., Soukoulis C.M., Linden S. *Opt.Lett.*, **32**, 53 (2007).
7. *Negative-refraction Metamaterials: Fundamental Principles and Applications*. Eleftheriades G.V., Balmain K.G. (Eds) (New York: Wiley, 2005).
8. *Tutorials in Metamaterials*. Noginov M.A., Podolskiy V.A. (Eds) (London, New York, Taylor and Francis Group, LLC/CRC Press, Boca Raton, 2012).
9. Podolskiy V.A., Narimanov E.E. *Phys. Rev. B*, **71**, 201101(R) (2005).
10. Liangbin Hu, Chui S.T. *Phys. Rev. B*, **66**, 085108 (2002).
11. Макаров В.П., Рухадзе А.А. *ЖЭТФ*, **130**, 409 (2006).
12. Kriegler C.E., Rill M.S., Linden S., Wegener M. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **16**, 367 (2010).
13. Smolyanino I.I., Smolyaninova V.N., Kildishev A.I.V., Shalaev V.I.M. *Phys. Rev. Lett.*, **102**, 213901 (2009).
14. Wood B., Pendry J.B., Tsai D.P. *Phys. Rev. B*, **74**, 115116 (2006).
15. Noginov M.A., Barnakov Yu.A., Zhu G., Tumkur G., Li H., Narimanov E.E. *Appl. Phys. Lett.*, **94**, 151105 (2009).
16. Xingjie Ni, Ishii Satoshi, Thoreson M.D., Shalaev V.I.M., Seung-hoon Han, Sangyoon Lee, Kildishev A.I.V. *Opt. Express*, **19**, 25242 (2011).
17. Drachev V.I.P., Podolskiy V.A., Kildishev A.V. *Opt.Express*, **21**, 15048 (2013).
18. Shekhar P., Atkinson J., Jacob Z. *Nano Convergence*, **1**, 1 (2014).
19. Iorsh I.V., Mukhin I.S., Shadrivov I.V., Belov P.A., Kivshar Yu.S. *Phys. Rev. B*, **87**, 075416 (2013).
20. Othman M.A.K., Guclu C., Capolino F. *Opt. Express*, **21**, 7614 (2013).
21. Lu W.T., Sridhar S. *Phys. Rev. B*, **77**, 233101 (2008).
22. Silveirinha M.G. *Phys. Rev. B*, **79**, 153109 (2009).
23. Poddubny A.I.N., Belov P.A., Ginzburg P., Zayats A.V., Kivshar Yu.S. *Phys. Rev. B*, **86**, 035148 (2012).
24. Poddubny A.I.N., Belov P.A., Kivshar Yu.S. *Phys. Rev. A*, **87**, 035136 (2013).
25. Newman W.D., Cortes C.L., Zubin J. *J. Opt. Soc. Amer. B*, **30**, 766 (2013).
26. Ferrari L., Dylan Lu, Lepage D., Zhaowei Liu. *Opt.Express*, **22**, 4301 (2014).
27. Benedicto J., Centeno E., Polles R., Moreau A. *Phys. Rev. B*, **88**, 245138 (2013).
28. Zapata-Rodriguez C.J., J. Miret J.J., Vukovic S., Belic M.R. *Opt. Express*, **21**, 19113 (2013).
29. Jing Zhao, Hao Zhang, Xiangchao Zhang, Dahai Li, Hongliang Lu, Min Xu. *Photon. Res.*, **1**, 160 (2013).
30. Ishii Satoshi; Shalaginov M.Y., Babicheva V.E., Boltasseva A.I., Kildishev A.I.V. *Opt. Lett.*, **39**, 4663 (2014).
31. Babicheva V.E., Shalaginov M.Y., Ishii Satoshi, Boltasseva A., Kildishev A.V. *Opt. Express*, **23**, 9681 (2015).
32. *Интегральная оптика*. Под ред. Т.Тамир (М.: Мир, 1978).