

# Управление взаимодействием оптических солитонов при помощи периодического изменения дисперсии в волоконном световоде

А.И.Конюхов, М.А.Дорохова, Л.А.Мельников, А.С.Пластун

*Рассмотрено взаимодействие двух фундаментальных оптических солитонов в волоконном световоде с периодическим изменением дисперсии. Численное моделирование показало, что при соответствующем выборе периода модуляции возможно изменение типа взаимодействия солитонов. Рассмотрено три частных случая: разделение солитонной пары на два отдельных импульса; генерация интенсивного импульса при объединении двух солитонов; образование связанного состояния двух солитонов (солитонной молекулы). Результаты исследования показывают возможность управления числом солитонов и их групповой скоростью при помощи пассивных одномодовых оптических волокон.*

**Ключевые слова:** оптические солитоны, неупругое взаимодействие, нелинейное уравнение Шредингера с переменными коэффициентами.

## 1. Введение

Резонансное воздействие периодического возмущения на динамику солитонных решений нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) впервые описано в работе [1]. Было показано, что если период модуляции возмущения сравним с периодом осцилляций многосолитонного импульса, то он разделяется на несколько фундаментальных солитонов. Экспериментальная демонстрация данного эффекта стала возможной с развитием технологии изготовления оптических волокон с переменным по длине диаметром. Спустя более чем 15 лет после публикации работы [1] было получено экспериментальное подтверждение резонансного воздействия возмущений на динамику солитонов [2]. В работе [2] волоконный световод с периодическим изменением диаметра был использован для разделения двухсолитонного импульса на два фундаментальных солитона. Изменение периода модуляции позволяет управлять групповой скоростью данных солитонов, их центральной частотой и пиковой мощностью.

Оптические солитоны, распространяющиеся в волокнах с изменяемым по длине диаметром [2], подчиняются неавтономному НУШ с переменными коэффициентами дисперсии и нелинейности. При определенном соотношении между коэффициентами можно получить аналитические выражения для односолитонных и многосолитонных решений неавтономного НУШ. Обзор таких работ

дан в [3], где отмечено, что столкновение солитонов не приводит к их разрушению. Однако такой тип взаимодействия наблюдается при частотах модуляции, находящихся вдали от резонанса. Как мы покажем далее, если период модуляции коэффициента дисперсии и/или коэффициента нелинейности НУШ сравним с периодом осцилляций солитона, то характер взаимодействия солитонов становится существенно неупругим. Такой характер взаимодействия солитонов НУШ в среде с переменной дисперсией и нелинейностью отмечен в работе [4]. В рамках аналитического решения [4] показано, что взаимодействие солитонов сопровождается появлением периодических структур поля. Путем изменения параметров модуляции возможна смена характера взаимодействия солитонов с притягивающего на отталкивающий.

Обобщенное НУШ с переменными коэффициентами рассмотрено в работе [5]. Коэффициенты дисперсии, нелинейности и усиления, изменяющиеся определенным образом, могут приводить к формированию гигантской волны, пусковым механизмом которой может быть периодический потенциал [6].

В модели НУШ с гармоническим потенциалом [7] периодическое изменение потенциала приводит к распаду связанных солитонных состояний, причем возможен распад солитонной пары с ее последующим восстановлением. Процесс разделения оптического двухсолитонного бризера при наличии периодического изменения дисперсии и нелинейности, а также вынужденного комбинационного рассеяния рассмотрен в [8].

Ряд подходов для получения аналитических решений НУШ с периодически изменяющимися коэффициентами (например, [3–5]) не учитывают резонансный характер распространения солитонов в среде с осциллирующей дисперсией (и/или нелинейностью). В резонансном режиме амплитуды солитонов, их скорости и даже число солитонов могут меняться. В настоящей работе в качестве основного инструмента выбран численный расчет. Мы рассмотрим режимы распространения, соответствующие разделению солитонной пары, объединению двух солитонов в один интенсивный импульс, формированию связанного

**А.И.Конюхов.** Саратовский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского, Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83; Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77; e-mail: andrereise@yandex.ru

**М.А.Дорохова, Л.А.Мельников.** Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77

**А.С.Пластун.** Саратовский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского, Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83

Поступила в редакцию 18 мая 2015 г., после доработки – 11 сентября 2015 г.

состояния двух солитонов. Данные эффекты описывались ранее в системах, подчиняющихся комплексному уравнению Гинзбурга–Ландау [9], гл. 13). Для управления солитонными парами было предложено использовать спектральную фильтрацию, специальный тип потерь, усиления, нелинейности или дисперсии. Зачастую специальные условия, накладываемые на среду или импульсы, сложно реализовать на практике. В настоящей работе обсуждается возможность управления солитонными импульсами при помощи пассивных одномодовых оптических волокон с переменной по длине дисперсией, что реализуется путем изменения диаметра волокна. Технология изготовления таких волокон хорошо разработана [10], что позволяет экспериментально осуществить эффекты, рассматриваемые ниже.

## 2. Метод расчета

Динамика солитонов в волокне с периодической модуляцией диаметра подчиняется НУШ с переменными коэффициентами [2, 3]

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i \frac{\beta_2(z)}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial \eta^2} = i\gamma(z) |A|^2 A(z, \eta), \quad (1)$$

где  $A(z, \eta) = (cn\epsilon_0 S_{\text{eff}}/2)^{1/2} E(z, \eta)$ ;  $c$  – скорость света в вакууме;  $n$  – показатель преломления;  $\epsilon_0$  – диэлектрическая постоянная;  $S_{\text{eff}}$  – эффективная площадь основной моды волокна [11, 12];  $E(z, \eta)$  – комплексная амплитуда напряженности электрического поля;  $z$  – длина распространения;  $\eta$  – время в бегущей системе координат ( $z = z, \eta = t - z/u$ ) [11];  $u$  – групповая скорость импульса; параметр  $\eta$  определяет временной интервал между импульсом, распространяющимся со скоростью  $u$ , и исследуемым импульсом. В уравнении (1) параметр  $\gamma(z)$  – коэффициент керровской нелинейности, а  $\beta_2(z)$  – коэффициент дисперсии второго порядка. Оптическое волокно, использованное для разделения солитонов [2, 8], имело параметры  $\gamma(z) = \langle \gamma \rangle [1 - 0.028 \sin(2\pi z/z_m)]$  ( $z_m$  – период модуляции),  $\langle \gamma \rangle = 8.2 \text{ Вт}^{-1} \cdot \text{км}^{-1}$ ,  $\beta_2(z) = \langle \beta_2 \rangle [1 + 0.2 \sin(2\pi z/z_m)]$ ,  $\langle \beta_2 \rangle = -12.76 \text{ пс}^2/\text{км}$ . Именно эти значения использовались в наших расчетах. Амплитуда модуляции дисперсии  $\langle \beta_2 \rangle$  много больше амплитуды модуляции нелинейности  $\langle \gamma \rangle$ , поэтому в дальнейшем мы будем говорить о динамике солитонов при воздействии периодического изменения дисперсии.

В численной схеме применялся метод преобразования Фурье с контролем точности вычислений [13]. Относительная погрешность не превышала  $10^{-9}$ . Для подавления волн, отраженных от границ расчетного окна, использовались поглощающие граничные условия. Расчеты [2, 8], проведенные по аналогичной схеме, показали хорошее согласие с экспериментальными данными.

Начальное поле задается в виде суперпозиции двух односолитонных импульсов:

$$E(0, \eta) = A_0 \text{sech}(\eta/\eta_0 - T) + A_0 \text{sech}(\eta/\eta_0 + T), \quad (2)$$

где  $\eta_0 = 1.13 \text{ пс}$  – длительность начального импульса;  $A_0 = \eta_0^{-1} \sqrt{|\langle \beta_2 \rangle| / \langle \gamma \rangle}$  – начальная амплитуда односолитонного импульса [9, 11];  $T = 6$  – безразмерный параметр, определяющий расстояние между пиками исходных импульсов.

Применим метод обратной задачи рассеяния ([12], §5.8) для анализа численного решения НУШ с переменными коэффициентами (1). Алгоритм расчета параметров солитонов состоит из трех шагов:

– находим решение уравнения (1) в плоскости  $z_s$ ;  $E(\eta) = E(z_s, \eta)$ ;

– для функции  $E(\eta)$  рассчитываем матрицу рассеяния НУШ с фиксированными коэффициентами дисперсии  $\beta_2 = \beta_2(z_s)$  и нелинейности  $\gamma = \gamma(z_s)$ ;

– используя метод Ньютона, находим комплексные числа (спектральные параметры)  $\lambda_j$ , которые соответствуют нулю коэффициента матрицы рассеяния  $a^*(\lambda_j) = 0$ . Шаги повторяются при новом значении  $z = z_s$ . В результате получаем спектральные параметры солитонов в зависимости от пройденного расстояния  $\lambda_j = \lambda_j(z)$ . Чтобы сопоставить параметры  $\lambda_j$  физическим параметрам, отметим, что если скорости всех солитонов различны, то солитонная составляющая  $A_s$  функции  $A(\eta)$  при  $z \gg 1$  определяется суперпозицией [11]:

$$A_s(z, \eta) = \sum_{j=1}^N R_j \text{sech}(\kappa_j \eta - \tau_j - v_j z) \exp[i\varphi_j(z, \eta)], \quad (3)$$

где  $N$  – число солитонов;  $R_j$  – амплитуда солитона;  $\kappa_j$  – величина, обратная длительности солитона;  $\tau_j$  и  $\varphi_j(z, \eta)$  – координата максимума и фаза;  $v_j$  определяет изменение групповой скорости солитона  $v_g = (1/u + v_j)^{-1}$ . Амплитуда солитона, длительность и его групповая скорость определяются через спектральные параметры  $\lambda_j$ :

$$R_j = \tau_0^{-1} \sqrt{|\beta_2| / \gamma} 2 \text{Im} \lambda_j, \quad \kappa_j = \tau_0^{-1} 2 \text{Im} \lambda_j, \quad (4)$$

$$v_j = \beta_2 \tau_0^{-1} 2 \text{Re} \lambda_j,$$

где  $\tau_0 = \eta_0 (|\beta_2| / \gamma) (|\langle \beta_2 \rangle| / \langle \gamma \rangle)^{-1}$  соответствует длительности односолитонного импульса в волноводе с адиабатическим ( $z_m \gg 1$ ) изменением параметров  $\beta_2(z)$  и  $\gamma(z)$ . При данном выборе параметра  $\tau_0$  энергия отдельного солитона определяется выражением

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} |R_j \text{sech}(\kappa_j \eta - \tau_j - v_j z)|^2 d\eta = 2R_j^2 \kappa_j^{-1} = J_0 2 \text{Im} \lambda_j, \quad (5)$$

где  $J_0 = 2A_0^2 \eta_0 = 2\eta_0^{-1} (|\langle \beta_2 \rangle| / \langle \gamma \rangle)$  – энергия начального односолитонного импульса в выражении (2). Если рассмотреть импульс со сдвигом несущей частоты  $\Delta\Omega$ , то можно заметить, что подстановка выражения  $A(z, \eta) = \tilde{A}(z, \eta) \exp(-i\Delta\Omega\eta)$  в уравнение (1) позволяет определить соотношение между сдвигом несущей частоты импульса и изменением его групповой скорости в виде  $v_j = \beta_2 \Delta\Omega$ . В соответствии с (4) сдвиг несущей частоты солитона определяется как

$$\Delta\Omega = \tau_0^{-1} 2 \text{Re} \lambda_j. \quad (6)$$

Строго говоря, выражения (3, 4) не являются солитонным решением НУШ (1) с переменными коэффициентами. Параметры (4) найдены в предположении, что после волокна с периодическим изменением дисперсии излучение распространяется в волокне с постоянными коэффициентами дисперсии и нелинейности. Фактически это означает, что на каждом шаге по  $z$  численное решение  $A(z, \eta)$  анализируется исходя из данных обратной задачи рассеяния, которая ставится для НУШ с фиксированными

ми коэффициентами дисперсии  $\beta_2$  и нелинейности  $\gamma$ . Данный подход применялся для анализа динамики солитонов при разделении двухсолитонного бризера [8].

Амплитуду импульса, его групповую скорость и длительность можно вычислить напрямую для заданного поля  $A(\eta)$ . Однако эти параметры можно рассчитать только для импульсов, поля которых не перекрываются во времени. Основное преимущество метода, изложенного выше, заключается в возможности исследования динамики солитонов в процессе их взаимодействия. Использование данных обратной задачи рассеяния позволяет наглядно отобразить изменение параметров бризеров и отдельных солитонов при воздействии возмущающих факторов [8]. Для солитонов, которые достаточно хорошо разделены во времени, оценка амплитуды, групповой скорости и длительности как непосредственно из распределения  $A(\eta)$ , так и по данным обратной задачи рассеяния (3,4) дает одинаковые результаты.

### 3. Взаимодействие солитонов

Для моделирования мы выбрали расстояние между исходными импульсами достаточно большим ( $T = 6$ ). При таком условии для солитонной пары (2), распространяющейся в волокне с постоянным диаметром ( $z_m = \infty$ ), существует аналитическое решение в виде полуограниченных импульсов [14]. При  $T \rightarrow \infty$  параметры  $\lambda_1 = \lambda_2 = i \cdot 0.5$ , что соответствует солитонам, которые не взаимодействуют. При  $T = 6$  параметры  $\lambda_1 = i \cdot 0.49753$ ,  $\lambda_2 = i \cdot 0.50249$ . Синфазные солитоны (2) притягиваются и после столкновения расходятся (рис.1). Расстояние, после прохождения которого начальные импульсы сталкиваются, определяется соотношением [14]

$$z_c = z_0 (\lambda_1^2 - \lambda_2^2)^{-1}, \quad (7)$$

где  $z_0 = (\pi/2)\eta_0^2 |\langle \beta_2 \rangle|^{-1}$  – период солитона [9, 11], определенный для волокна с постоянным диаметром ( $z_m = \infty$ ). Период осцилляций солитонной пары будет равен  $2z_c$ . В нашем случае  $z_c = 31.7$  км (рис.1). Для НУШ с постоянными коэффициентами ( $z_m = \infty$ ) солитоны взаимодействуют упруго и их параметры  $\lambda_j$  остаются неизменными. При наличии модуляции дисперсии взаимодействие солитонов может принимать неупругий характер, в таких режимах параметры  $\lambda_j$  изменяются.

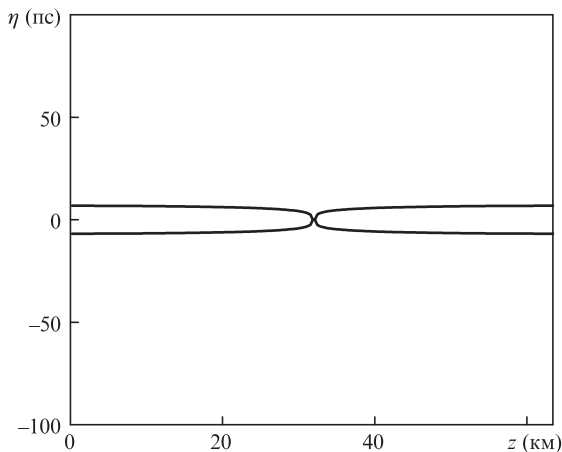


Рис.1. Распространение двух синфазных солитонов в волокне с постоянной дисперсией ( $z_m = \infty$ ). На плоскости  $(z, \eta)$  изображены траектории максимумов интенсивности при начальных условиях (2).

### 3.1. Разделение солитонной пары

При помощи периодического изменения дисперсии солитонную пару (рис.1) можно разделить на два отдельных импульса, распространяющихся с разными групповыми скоростями (рис.2). На начальном этапе исходные импульсы плавно притягиваются, затем следует момент резкого сближения (рис.2,а). После объединения ( $z = 25.92$  км) солитоны отталкиваются и расходятся с разными групповыми скоростями. Изменение групповой скорости импульса связано со сдвигом его несущей частоты (6). Поведение отдельных солитонов удобно проследить при помощи параметров  $\text{Re} \lambda$  и  $\text{Im} \lambda$ . Данные параметры задают энергию (5) и сдвиг частоты (6) для каждого из солитонов в отдельности (рис.2,б,в). Во время переходного процесса ( $0 < z < 25.92$  км) энергия солитонов и сдвиг частоты испытывают осцилляции с небольшой амплитудой. После переходного процесса ( $z > 25.92$  км) оба солитона приобретают одинаковую энергию  $J/J_0$ . На участке  $27.6 \text{ км} < z < 63.6 \text{ км}$  для первого солитона среднее значение сдвига частоты  $\Delta\Omega\tau_0 = 0.137$ , для второго  $\Delta\Omega\tau_0 = -0.137$ . Такая симметрия сдвигов диктуется законом сохранения импульса [9]. Суммарный сдвиг частоты, связанный с полным импульсом солитонов, должен оставаться равным нулю. После изменения группо-

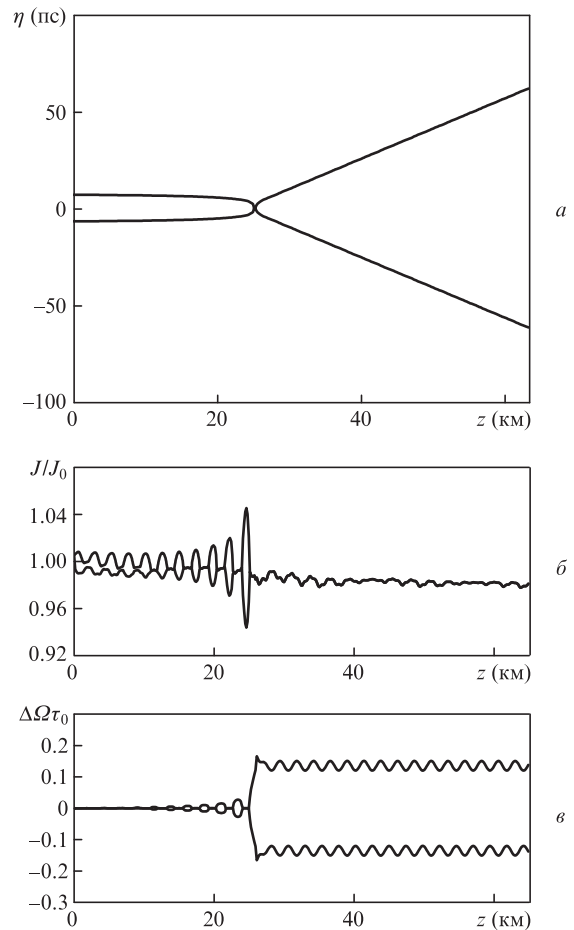


Рис.2. Разделение солитонной пары в волокне с периодическим изменением дисперсии ( $z_m = 2.4$  км): траектории максимумов интенсивности (а), а также нормированные энергии солитона  $J/J_0$  (б) и нормированные спектральные сдвиги несущей частоты солитона  $\Delta\Omega\tau_0$  (в), определенные для каждого из двух солитонов по формулам (5) и (6) соответственно. Остальные параметры такие же, как и для режима, показанного на рис.1.

вой скорости импульсов ( $z > 25.92$  км) энергия солитонов постепенно уменьшается. Уменьшение энергии солитонов, а также нерегулярный характер функции  $J = J(z)$  связаны с излучением дисперсионных волн при периодическом изменении дисперсии и нелинейности [1].

Разделение солитонной пары на два солитона, имеющих разные скорости, наблюдается в широком диапазоне параметра  $z_m$ . Изменение  $z_m$  приводит к изменению расстояния, на котором происходит столкновение солитонов и изменяются их групповые скорости. Однако характер изменения спектральных параметров  $\lambda_{1,2}$  остается постоянным: после некоторого переходного процесса параметры  $\text{Im } \lambda_1$  и  $\text{Im } \lambda_2$  становятся равными. При этом  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  приобретают ненулевую действительную часть так, что  $\text{Re } \lambda_1 = -\text{Re } \lambda_2$ . Отметим, что разделение солитона второго порядка на два фундаментальных солитона осуществляется по аналогичному сценарию [8].

### 3.2. Объединение двух солитонов

На рис.3 показана динамика солитонов при периоде модуляции волокна  $z_m = 2$  км, при котором солитоны

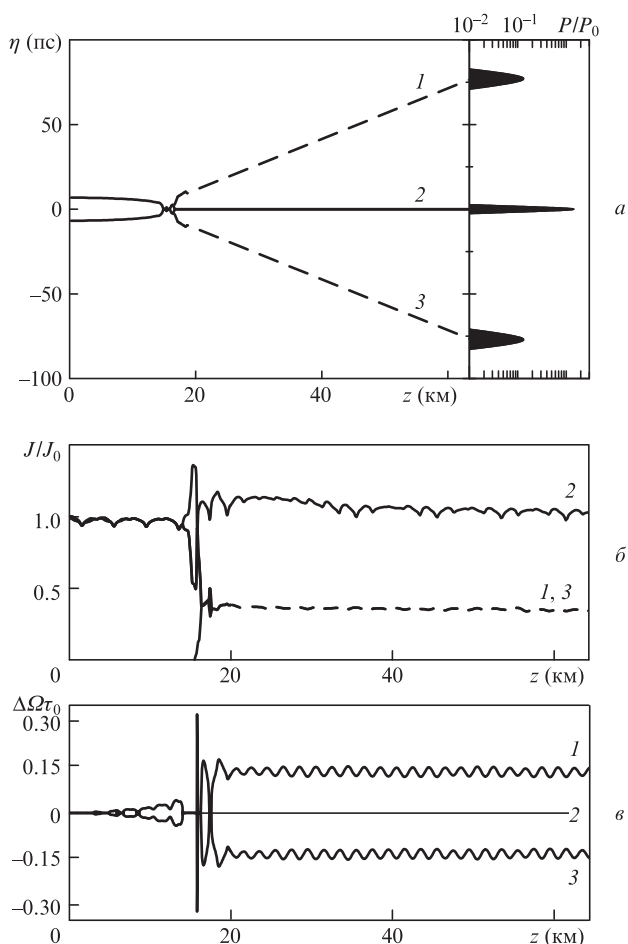


Рис.3. Объединение двух солитонов ( $z_m = 2$  км): траектории максимумов интенсивности (вставка показывает временное распределение мгновенной мощности поля  $P = P(\eta)$  при  $z = 63.4$  км. Величина  $P$  нормирована на пиковое значение мощности  $P_0$  начального импульса (2). График на вставке построен в логарифмическом масштабе (а), а также определенные для каждого из солитонов в отдельности нормированные распределения энергии  $J/J_0$  (б) и нормированные спектральные сдвиги несущей частоты  $\Delta\Omega\tau_0$  (в); 1–3 – солитоны, полученные после взаимодействия исходных импульсов. Остальные параметры такие же, как и для рис.1 и 2.

объединяются на расстоянии  $z = 15.1$  км от входа в волокно. Затем происходит разделение импульса на центральный интенсивный солитон и два сопутствующих солитона (рис.3,а). При  $z = 63.4$  км пиковая мощность центрального импульса в девять раз больше пиковой мощности боковых импульсов. Энергия центрального импульса в 2.7 раза превышает энергию каждого бокового импульса, которые равны между собой (рис.3,б).

В процессе неупругого столкновения число солитонов может изменяться. После объединения исходных солитонов при  $z = 15.46$  км появляется дополнительное третье решение  $\lambda_3$ . Это решение возникает в окрестности  $\text{Re } \lambda = 0, \text{Im } \lambda = 0$ . Величина  $\text{Im } \lambda_3$  быстро возрастает, что соответствует росту энергии дополнительного солитона на участке  $15.46 \text{ км} < z < 16.63 \text{ км}$  (рис.3,б). После переходного процесса формируется два низкоинтенсивных импульса со сдвинутой несущей частотой и один интенсивный импульс. При дальнейшем распространении возможно лишь некоторое уменьшение энергии импульсов за счет излучения дисперсионной волны. Для односолитонных импульсов дисперсионная волна имеет максимальную интенсивность, когда период изменения дисперсии совпадает с периодом солитона [1]. Мы определим период солитона как  $\tilde{z}_0 = (\pi/2) \langle \eta_j \rangle^2 |\langle \beta_2 \rangle|^{-1}$ , используя среднее значение его длительности  $\langle \eta_j \rangle = \eta_0 (2 \text{Im } \lambda_j)^{-1}$ . Текущее значение длительности солитона определяется формулой (4). При  $z = 100$  км  $\tilde{z}_0 = 0.134$  км для центрального солитона и 1.38 км для боковых солитонов. Период изменения дисперсии  $z_m = 2$  км не совпадает с периодом данных солитонов, поэтому потеря энергии за счет излучения дисперсионной волны происходит достаточно медленно.

Соотношение между пиковой мощностью центрального солитона и пиковой мощностью боковых солитонов зависит от временного расстояния между исходными импульсами и периода модуляции. При моделировании нами был получен ряд режимов, в которых боковые солитоны практически отсутствуют. Рассмотренный эффект можно охарактеризовать как объединение двух солитонов в импульс с высокой пиковой мощностью.

### 3.3. Образование связанного состояния двух солитонов

В волокне с постоянной дисперсией два солитона циклически притягиваются и отталкиваются (рис.1). В волокне с периодическим изменением дисперсии можно получить режим, при котором солитоны распространяются практически без взаимного притяжения. Для периода модуляции дисперсии  $z_m = 0.1$  км расстояние между солитонами остается неизменным (рис.4,а). Формируется связанное состояние двух солитонов – солитонная молекула. За счет излучения дисперсионной волны амплитуда солитонов постепенно уменьшается, а длительность возрастает. Такой эффект приводит к уменьшению первоначального значения мнимой части спектральных параметров  $\text{Im } \lambda_1$  и  $\text{Im } \lambda_2$ , при этом действительные части  $\text{Re } \lambda_1$  и  $\text{Re } \lambda_2$  остаются нулевыми. По-видимому, немаловажным фактором в формировании связанного состояния солитонов является их взаимодействие через поле дисперсионных волн [15]. Уменьшение пиковой мощности импульсов за счет излучения дисперсионной волны показано на рис.4,б. При наличии модуляции ( $0 < z < 100$  км) пиковая мощность импульсов в среднем линейно падает с пройденным расстоянием  $z$ . Если в определенный момент ( $z = 100$  км) убрать периодическую модуляцию дис-

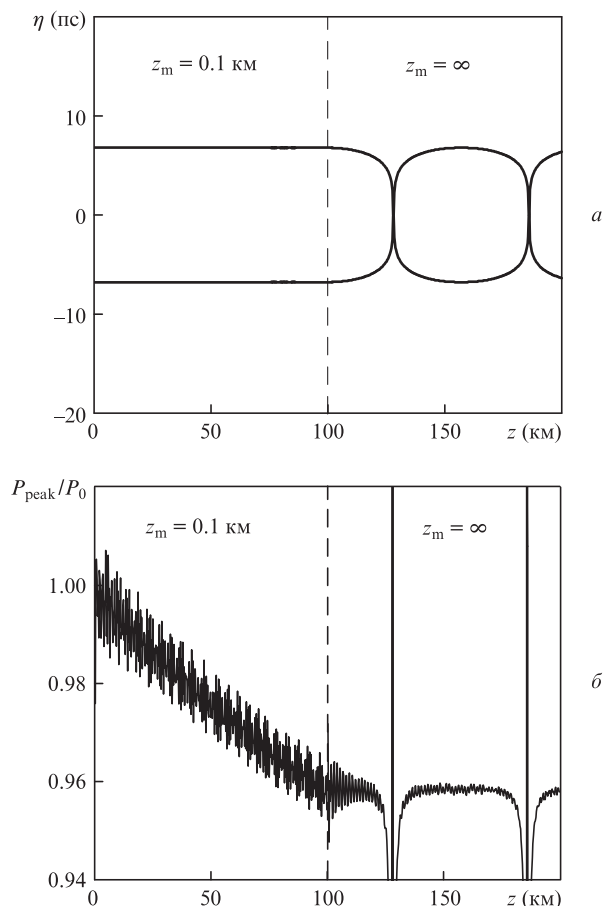


Рис.4. Связанное состояние двух солитонов при наличии модуляции ( $z_m = 0.1$  км на участке  $0 \leq z \leq 100$  км) и переход к периодическому решению при отмене модуляции ( $z_m = \infty$  для  $z > 100$  км); траектории максимумов интенсивности (а) и отношение пиковой мощности импульса  $P_{\text{peak}}$  к пиковой мощности  $P_0$  начального импульса (б). Вертикальная штриховая линия отделяет область с модуляцией дисперсии от области с постоянной дисперсией. Остальные параметры такие же, как и для режима, показанного на рис. 1.

персии, то два импульса начинают распространяться как солитонная пара, испытывающая периодические изменения своей формы (рис.4). Дисперсионная волна при этом исчезает. Период солитонной пары определяется соотношением (7).

Отметим, что величина периода модуляции  $z_m$ , необходимая для реализации определенного режима, не является единственной. Существует несколько резонансных частот  $2\pi/z_m$  для каждого из рассмотренных эффектов. Определение набора данных частот требует дополнительных исследований.

#### 4. Заключение

В настоящей работе для управления солитонным взаимодействием предложено использовать периодическую

модуляцию диаметра волокна. Реализация определенного режима осуществляется путем выбора периода модуляции. Рассмотрено три типа режимов, которые могут найти практическое применение в области управления лазерными импульсами, при оптической обработке информации.

Разделение солитонной пары в волокне с периодическим изменением дисперсии позволяет создать последовательность пикосекундных импульсов с двумя несущими частотами. Такие импульсы можно использовать для создания терабитовых линий связи с частотным разделением каналов и в терагерцевой спектроскопии. Объединение двух солитонов позволяет получить импульс со сравнительно высокой пиковой мощностью. Этот эффект можно использовать для преобразования последовательности близко расположенных импульсов (цуга импульсов) в новые импульсы с повышенной пиковой мощностью.

В оптических линиях связи при передаче данных наличие притяжения между синфазными солитонами может приводить к потере информации. Для солитонов, распространяющихся на небольшом расстоянии друг от друга, волокно с периодическим изменением дисперсии можно применить для увеличения дистанции, на которой происходит столкновение солитонов. Реализация связанных состояний двух солитонов позволит предотвращать их столкновения.

Отметим, что все эффекты реализуются в пассивном одномодовом оптическом волокне без применения дополнительных управляющих импульсов, специального вида нелинейности, дисперсии или потерь.

- Hasegawa A., Kodama Y. *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 161 (1991).
- Sysoliatin A.A., Dianov E.M., Konyukhov A.I., Melnikov L.A., Stasyuk V.A. *Laser Phys.*, **17**, 1306 (2007).
- Маймистов А.И. *Квантовая электроника*, **40**, 756 (2010).
- Liu W., Han H., Zhang L., Lei M., Wei Z. *Laser Phys. Lett.*, **11**, 085107 (2014).
- Yan Z., Dai C. *J. Opt.*, **15**, 064012 (2013).
- Onorato M., Proment D. *Phys. Rev. Lett.*, **107**, 184502 (2011).
- Эрнандес Тенорио С., Виллагран Варгас Э., Серкин В.Н., Агуеро Гранадос М., Беляева Т.Л., Пеня Морено Р., Моралес Лара Л. *Квантовая электроника*, **35**, 778 (2005).
- Sysoliatin A.A., Konyukhov A.I., Melnikov L.A., in *Numerical Simulations of Physical and Engineering Processes*. Ed. by J. Awrejcewicz (Rijeka: InTech, 2011, p. 277); <http://www.intechopen.com/books/numerical-simulations-of-physical-and-engineering-processes/dynamics-of-optical-pulses-propagating-in-fibers-with-variable-dispersion>.
- Ахмедиев Н.Н., Анкевич А. *Солитоны. Нелинейные импульсы и пучки* (М.: Физматлит, 2003).
- Ахметшин У.Г., Богатырев В.А., Сенаторов А.К., Сысолятин А.А., Шальгин М.Г. *Квантовая электроника*, **33**, 265 (2003).
- Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988).
- Агравал Г.П. *Нелинейная волоконная оптика* (М.: Мир, 1996).
- Sinkin O.V., Holzlohner R., Zweck J., Menyuk C.R. *J. Lightwave Technol.*, **21**, 61 (2003).
- Выслоух В.А., Чередник И.В. *Теоретическая и математическая физика*, **71**, 13 (1987).
- Золотовский И.О., Коробко Д.А., Гуменюк Р.В., Охотников О.Г. *Квантовая электроника*, **45**, 26 (2015).