

Генерация уединенных волн из непрерывного излучения в антинаправляющем нелинейном ответвителе

Е.В.Казанцева, А.И.Маймистов

Рассмотрен нелинейный ответвитель, образованный двумя туннельно-связанными волноводами, причем один волновод изготовлен из обычного диэлектрика, а второй – из материала с отрицательным показателем преломления. Показана возможность образования уединенных волн из непрерывного излучения с постоянной интенсивностью при условии, что излучение подается на вход отрицательно преломляющего канала ответвителя (с обратной стороны волноводной системы). С увеличением интенсивности входного излучения скорость и амплитуда сформировавшихся уединенных волн возрастают, а их период формирования уменьшается.

Ключевые слова: оптические солитоны, туннельно-связанные волноводы, прямые и обратные волны, метаматериалы.

1. Введение

Нелинейная оптика сред с отрицательным показателем преломления интенсивно развивается в настоящее время [1–6]. Так, оказывается, что некоторые известные явления нелинейной оптики, происходящие в обычных или положительно преломляющих средах, могут наблюдаться и в средах с отрицательным показателем преломления. В качестве примеров можно указать параметрические процессы (генерация гармоник [7–14] и параметрическое усиление [15–18]), оптическую бистабильность [19–23], солитоны в цепочках связанных волноводов [24–32], нелинейные поверхностные волны [33–36]. Особенности нелинейно-оптических явлений в средах с отрицательным преломлением обусловлены взаимодействием прямых и обратных волн. В отличие от прямых волн, фазовая скорость и вектор Пойнтинга обратных волн направлены в противоположные стороны. Обзор нелинейных явлений в отрицательно преломляющих средах дан в [37, 38] и в недавно вышедшей книге [39].

Простым оптическим устройством, в котором обеспечивается взаимодействие прямых и обратных волн, является система из двух туннельно-связанных волноводов, причем показатель преломления одного из них положительный, а другого – отрицательный. В слабых оптических полях, когда нелинейными свойствами волноводов можно пренебречь, это устройство действует подобно распределенному зеркалу: излучение, входящее в один из волноводов, выходит из второго волновода. Если оба волновода изготовлены из одинаковых материалов, направление распространения излучения не меняется. Такое

устройство известно в интегральной оптике как направленный (или направляющий) ответвитель [40]. Ответвитель, изменяющий направление распространения излучения, будем называть антинаправляющим ответвителем. В работах [24, 25] рассматривался протяженный антинаправляющий (антинаправленный) нелинейный ответвитель (АНО), были найдены решения, соответствующие стационарному импульсу электромагнитного поля, распространяющемуся по туннельно-связанным волноводам в виде связанной уединенной волны. (Уединенными волнами называются волны, локализованные в каждый момент времени в конечной области пространства или локализованные в каждой точке пространства на конечном интервале времени.) Исходя из аналогии свойств таких импульсов для нелинейного брэгговского волновода и АНО, стационарная уединенная волна в АНО также была названа щелевым солитоном.

Как и во многих других случаях, когда возникает стационарная уединенная волна, в том числе и солитон, для формирования уединенной волны необходимо, чтобы энергия исходного импульса превысила определенное пороговое значение. Процесс формирования щелевого солитона из импульса электромагнитного излучения, поступающего на вход одного из волноводов АНО, был рассмотрен в [30].

Все стационарные решения системы уравнений, описывающих распространение излучения в АНО, получены и перечислены в [29]. Помимо решений в виде уединенных волн (солитонов), существуют периодические решения, описывающие кноидальные волны. Кноидальные волны могут образовываться из первоначально периодически модулированной по амплитуде волны. К образованию кноидальных волн может также привести модуляционная неустойчивость волны с постоянной амплитудой [41]. В [29] было найдено решение, которое описывает волну, локализованную на конечном интервале времени. Такие волны называют компактонами [42, 43]. Бесконечная цепочка компактонов также может быть отнесена к периодическим стационарным волнам. Вопрос о том, как и из какого начального распределения полей образуются стационарные (в частности, периодические) волны,

Е.В.Казанцева, А.И.Маймистов Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail: elena.kazantseva@gmail.com
А.И.Маймистов Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия, Московская обл., 141700 Долгопрудный, Институтский пер., 9; e-mail: aimaimistov@gmail.com

Поступила в редакцию 13 июля 2015 г., после доработки – 11 сентября 2015 г.

является одним из основных вопросов теории нелинейных волн.

В настоящей работе обнаружено явление генерации стационарных уединенных волн в АНО из непрерывного излучения с постоянной амплитудой, заданного на входе в отрицательно преломляющий канал, т.е. с обратной стороны ответвителя. Количество уединенных волн, появляющихся на рассматриваемом временном интервале, зависит от амплитуды излучения, увеличиваясь с ее ростом. При этом расстояние на шкале времени между соседними уединенными волнами, названное периодом их формирования, уменьшается. Таким образом, в АНО может происходить трансформация непрерывного излучения в последовательность солитонов.

2. Основные уравнения модели АНО

Рассматривается пара туннельно-связанных волноводов, один из которых выполнен из обычного оптически нелинейного диэлектрика, а другой – из материала, обладающего линейными оптическими свойствами и имеющего отрицательный показатель преломления. Линейные свойства первого волновода определяются диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1(\omega_0)$ на частоте несущей волны ω_0 , а его магнитная проницаемость равна единице. Предполагается, что оба волновода изготовлены из материала, прозрачного на частоте ω_0 . Существующие материалы с отрицательным показателем преломления обладают потерями, однако в мире ведутся активные исследования в направлении снижения и компенсации потерь. Распространение волн в каждом из каналов ответвителя характеризуется групповыми скоростями v_{g1} и v_{g2} и константами туннельной связи K_{12} и K_{21} . Предполагается, что волноводы достаточно короткие, поэтому можно пренебречь дисперсией групповых скоростей второго порядка.

Система уравнений, описывающая взаимодействие волн в АНО, полученная в [37] и используемая в [25], имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} i\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_{g1}}\frac{\partial}{\partial t}\right)E_1 + K_{12}E_2e^{i\Delta\beta z} + \frac{2\pi\omega_0}{c\sqrt{\epsilon_1(\omega_0)}}\chi_{\text{eff}}^{(3)}|E_1|^2E_1 &= 0, \\ i\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_{g1}}\frac{\partial}{\partial t}\right)E_2 + K_{21}E_1e^{-i\Delta\beta z} &= 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где параметр $\Delta\beta$ – разность постоянных распространения волн, локализованных в соседних волноводах, является мерой несовпадения фазовых скоростей этих волн. Нелинейные свойства первого волновода характеризуются эффективной нелинейной восприимчивостью третьего порядка $\chi_{\text{eff}}^{(3)}$. Для численного решения уравнений (1) удобно перейти от электрических полей $E_{1,2}(z,t)$ к нормированным безразмерным полям $e_{1,2}(z,t)$:

$$E_1 = A_0e_1e^{-i\Delta\beta z}, \quad E_2 = A_0\sqrt{K_{21}/K_{12}}e_2e^{i\Delta\beta z},$$

а также использовать нормированные пространственную ζ и временную τ переменные:

$$\zeta = z/L_c, \quad \tau = t_0^{-1}(t - z/V_0),$$

где

$$L_c = (K_{12}K_{21})^{-1/2}, \quad t_0 = L_c(v_{g1} + v_{g2})/(2v_{g1}v_{g2}),$$

$$V_0^{-1} = (v_{g2} - v_{g1})/(2v_{g1}v_{g2}).$$

Далее предполагается, что выполнено условие волнового синхронизма $\Delta\beta = 0$.

Система уравнений для нормированных медленно изменяющихся огибающих электрического поля e_1 в волноводе с положительным показателем преломления и электрического поля e_2 в волноводе с отрицательным показателем преломления имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} i\left(\frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \tau}\right)e_1 + e_2 + r|e_1|^2e_1 &= 0, \\ i\left(\frac{\partial}{\partial \zeta} - \frac{\partial}{\partial \tau}\right)e_2 - e_1 &= 0, \end{aligned} \tag{2}$$

где коэффициент

$$r = \frac{2\pi\omega_0 A_0^2 \chi_{\text{eff}}^{(3)}}{c\sqrt{\epsilon_1(\omega_0)}K_{12}K_{21}} \tag{3}$$

является безразмерным параметром, характеризующим нелинейность волновода с положительным показателем преломления.

В работах [24, 25] были найдены решения, отвечающие стационарному импульсу электромагнитного поля, который распространяется по туннельно-связанным волноводам как единое целое. Эта уединенная волна названа щелевым солитоном, поскольку в спектре линейных волн в окрестности частоты несущей волны существует запрещенная зона, аналогичная имеющейся в брэгговском волноводе.

3. Стационарные решения в виде уединенной волны

Стационарные решения в виде уединенных волн для рассматриваемой здесь модели были найдены в работе [25]. Нормированные напряженности электрического поля $e_{1,2}$ можно представить в виде полей с вещественными амплитудами $a_{1,2}$ и фазами $\phi_{1,2}$: $e_1 = a_1e^{i\phi_1}$, $e_2 = a_2e^{i\phi_2}$. Для того чтобы найти стационарные решения в виде бегущей волны, предположим, что такие решения зависят от одной переменной

$$\eta = \frac{\zeta + \beta\tau}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где β – скорость распространения уединенной волны. Полученная в результате система вещественных обыкновенных дифференциальных уравнений позволяет найти амплитуды и фазы. Амплитуды $a_{1,2}$ компонент уединенной волны в положительно и отрицательно преломляющих волноводах определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} a_1^2(\eta) &= \frac{4}{\Theta(1 + \beta)\cosh 2(\eta - \eta_0)}, \\ a_2^2(\eta) &= \frac{4}{\Theta(1 - \beta)\cosh 2(\eta - \eta_0)}. \end{aligned} \tag{4}$$

Параметр Θ зависит от коэффициента нелинейности r и определяется как

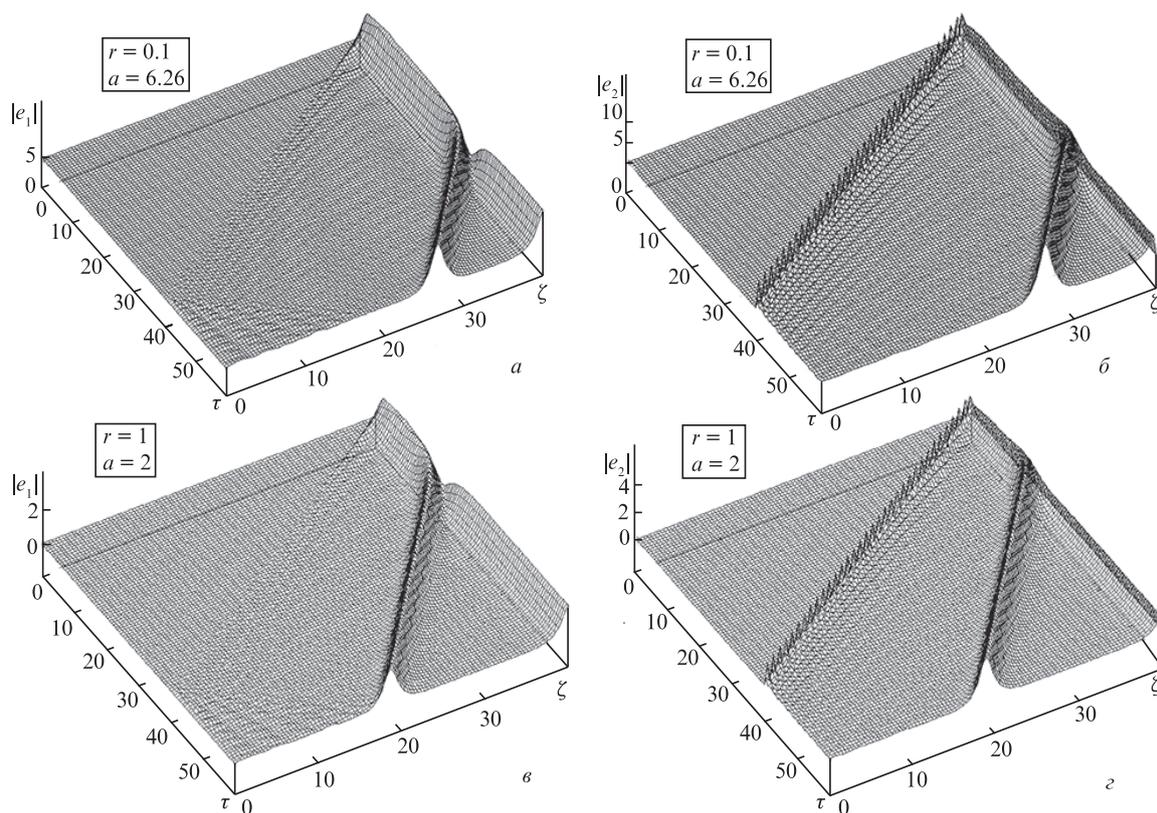


Рис.1. Возникновение одиночной уединенной волны в АНО при параметре нелинейности $r = 0.1$ и амплитуде $a = 6.26$ (а, б), а также при $r = 1$ и $a = 2$ (в, г) в положительно преломляющем канале (а, в) и в канале с отрицательным показателем преломления (б, г).

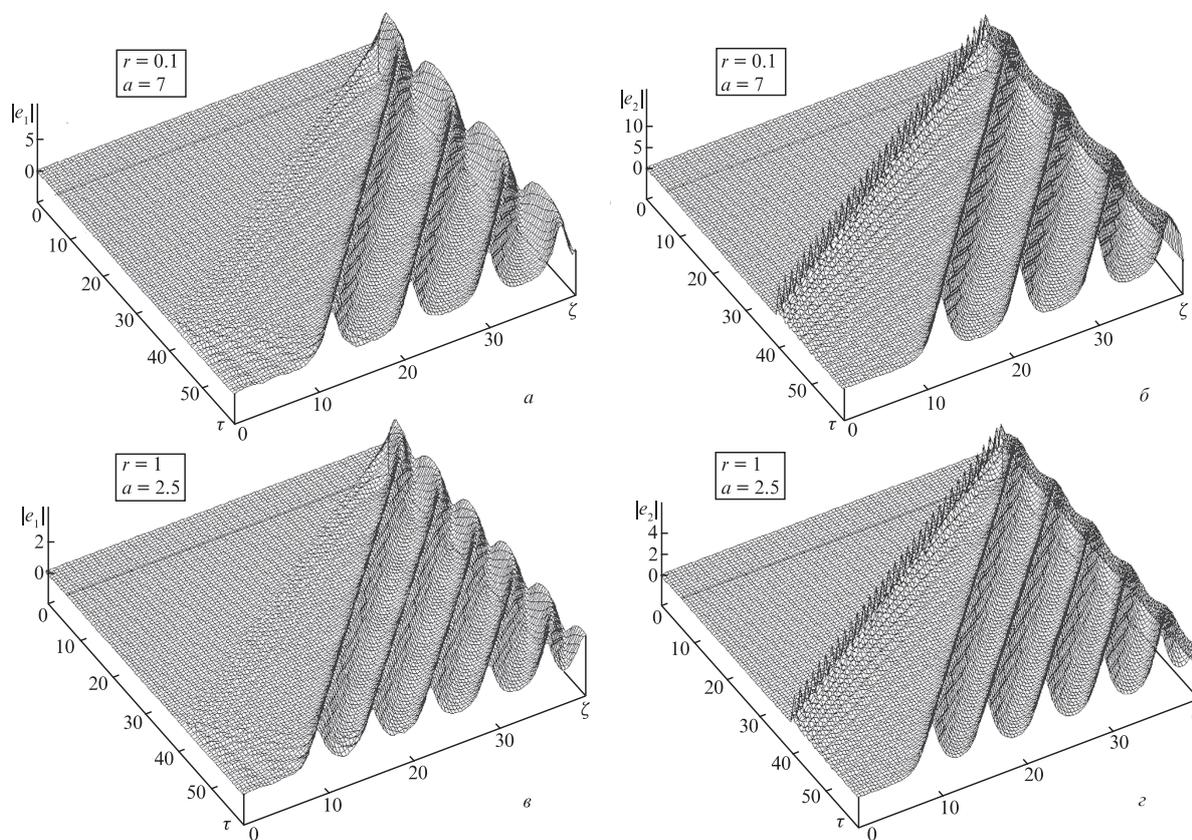


Рис.2. Возникновение нескольких уединенных волн из непрерывного излучения с постоянной амплитудой a , заданного (при $\zeta_L = 40$) на входе в отрицательно преломляющий канал АНО, при $r = 0.1, a = 7$ (а, б) и $r = 1, a = 2.5$ (в, г) в канале с положительным показателем преломления (а, в) и в канале с отрицательным показателем преломления (б, г).

$$\Theta = \frac{r}{1+\beta} \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

Отсюда видно, что параметр β ограничен по величине: $|\beta| < 1$. Фазы уединенных волн $e_{1,2}$

$$\begin{aligned} \phi_1(\eta) &= \phi_1(-\infty) + 3 \arctan[\exp 2(\eta - \eta_0)], \\ \phi_2(\eta) &= \phi_2(-\infty) + \arctan[\exp 2(\eta - \eta_0)] \end{aligned} \quad (5)$$

должны удовлетворять условию

$$\cos[\phi_1(-\infty) - \phi_2(-\infty)] = 0, \quad (6)$$

которое выполняется при $\phi_1(-\infty) = 0$, и $\phi_2(-\infty) = -\pi/2$. Параметр η_0 определяет положение центра уединенной волны.

Заметим, что из определения переменной η следует, что в полуконусных координатах (ζ, τ) скорость распространения солитона есть $-\beta$. И тот же параметр β определяет амплитуды парциальных волн, связанных в солитон и локализованных каждая в своем волноводе. Это значит, что солитоны с одинаковыми амплитудами движутся с одинаковой скоростью. Для скорости солитона (точнее, для проекции вектора скорости на ось z) V_s можно получить выражение

$$\frac{1}{V_s} = \frac{1}{2v_{g1}v_{g2}} \left[v_{g2} \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) - v_{g1} \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) \right],$$

определяющее ее через групповые скорости парциальных волн v_{g1}, v_{g2} и параметр $|\beta| < 1$.

4. Генерация уединенных волн из непрерывного излучения с постоянной амплитудой

Система уравнений (2) решалась численно при следующих краевых условиях:

$$e_1(\tau, \zeta = 0) = 0, \quad e_2(\tau, \zeta_L) = a.$$

Коэффициент a определяет амплитуду постоянного входного излучения, которое задается при $\zeta_L = L/L_c$ в отрицательно преломляющем канале АНО длиной L . В численном моделировании параметр нелинейности r в системе уравнений (2) был задан в пределах от 0.1 до 1, а безразмерная длина АНО $\zeta_L = 40$.

Уединенные волны в АНО с нелинейностью в положительно преломляющем канале формируются из непрерывного излучения с постоянной амплитудой, заданного на входе в отрицательно преломляющий канал ответвителя, т.е. с обратной стороны волноводной системы. При $r = 0.1$ и $a < 6$, а также при $r = 1$ и $a < 2$ уединенные волны в АНО не формировались, а основная часть излучения, частично проникая в АНО, оставалась локализованной вблизи ζ_L . Известно, что АНО действует подобно зеркалу для уединенных волн с амплитудой, меньшей некоторого порогового значения [30, 44]. В рассматриваемом нами случае также наблюдается существование порога, необходимого для формирования уединенной волны из непрерывного излучения с постоянной интенсивностью. Если амплитуда такого излучения превышает некоторое пороговое значение a_{th} , то из-за нелинейной фазовой модуля-

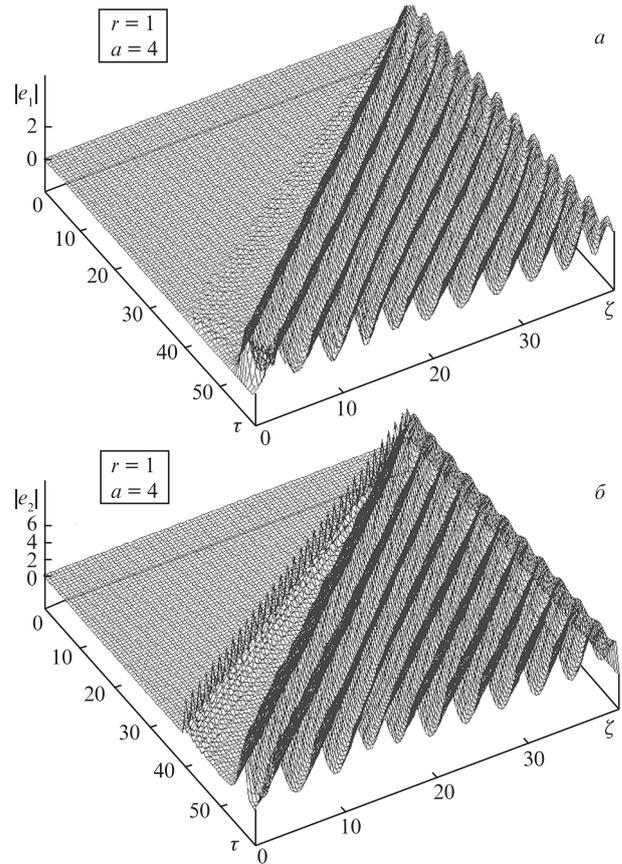


Рис.3. Уединенные волны, возникающие в положительно (а) и отрицательно (б) преломляющих каналах АНО при $r = 1, a = 4$.

ции происходит формирование уединенных волн, распространяющихся в АНО.

Для оценки a_{th} будем рассуждать следующим образом. В некоторый момент времени значения интенсивности излучения в обоих волноводах станут одинаковыми из-за взаимодействия волн в волноводах. При этом мгновенная частота излучения (как следует из уравнений (2)) смещается на $0.5ra^2$. Если систему уравнений (2) линеаризовать, то можно стандартным образом (см. [25]) определить спектр линейных волн в рассматриваемом ответвителе: $v^2 = 1 + q^2$ (здесь v – частота в единицах несущей частоты ω_0 и q – волновое число в единицах волнового числа несущей волны). Из этой формулы следует наличие щели (запрещенной зоны) в спектре линейных волн, причем ширина щели равна 2 в единицах ω_0 . Пороговое значение интенсивности можно оценить, положив значение $0.5ra_{th}^2$ равным ширине щели в спектре линейных волн, тогда $a_{th}^2 \approx 4/r$. При $r = 0.1$ $a_{th} \approx 6.32$, а при $r = 1$ $a_{th} \approx 2$. Эти значения a_{th} близки к полученным в расчетах пороговым значениям амплитуды излучения, при которых в АНО формируются уединенные волны (см. рис.1 и 2).

На рис.1–3 представлены графики распределений $|e_1|$ в положительно преломляющем канале АНО и распределений $|e_2|$ в отрицательно преломляющем канале АНО.

Величина a_{th} , при которой появляется первая уединенная волна, уменьшается с увеличением параметра нелинейности r (см. рис.1 и 4). Увеличение амплитуды a приводит к уменьшению времени, необходимого для формирования первой уединенной волны (см. рис.1 и 2), а также периода формирования уединенных волн T , т.е. интервала времени (вдоль оси τ), необходимого для появления каждой из

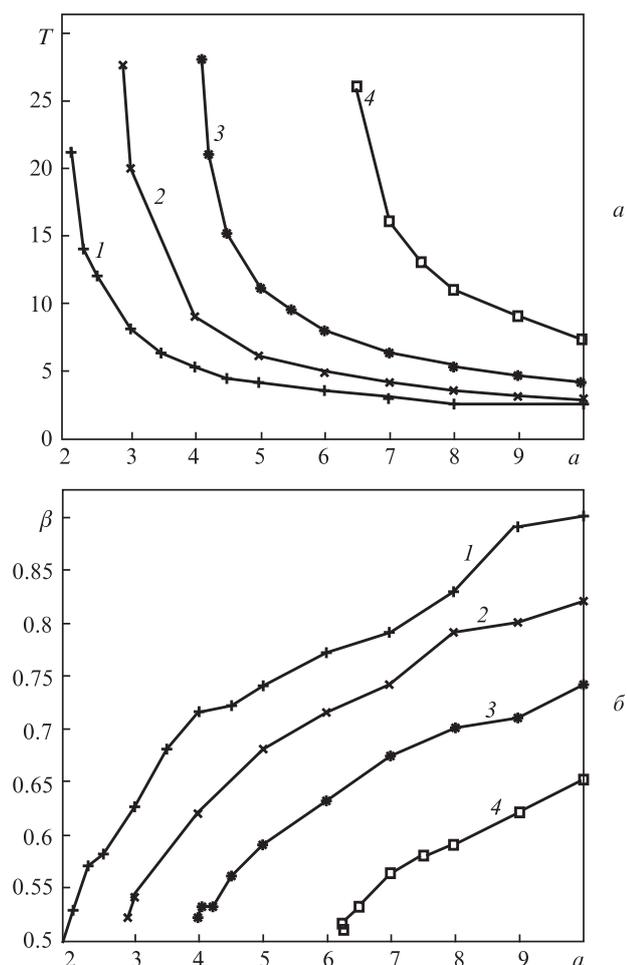


Рис.4. Зависимости периода T , на котором формируются уединенные волны (a) и параметра скорости уединенных волн β (б) от амплитуды a непрерывной волны при $r = 1$ (1), 0.5 (2), 0.25 (3) и 0.1 (4).

последующих уединенных волн (рис.4,а). На рис.4,б приведены графики, показывающие изменение параметра скорости уединенных волн β от амплитуды a . При одинаковых значениях a параметр β сформировавшихся уединенных волн больше при больших значениях параметра нелинейности r . Увеличение a (при заданном значении r) приводит к увеличению скорости распространения и амплитуды уединенных волн, формирующихся из входного излучения с амплитудой a .

5. Заключение

Рассмотрено взаимодействие прямой и обратной волн в антинаправляющем нелинейном ответителе, который представляет собой два близко расположенных волновода, один из которых сделан из нелинейного диэлектрика с положительным показателем преломления, а другой – из линейного материала с отрицательным показателем преломления. Поскольку такой ответитель (в случае его бесконечной протяженности) не пропускает слабые волны, действуя как распределенное зеркало [25], необходимо, чтобы входная интенсивность превысила пороговое значение, после чего образуется связанная пара уединенных волн, локализованных каждая в своем канале ответителя.

Увеличение интенсивности непрерывного излучения на входе в отрицательно преломляющий канал АНО приводит к увеличению числа уединенных волн появляю-

щихся на рассматриваемом временном интервале. Скорость и амплитуда сформировавшихся уединенных волн тем больше, чем выше амплитуда входного непрерывного излучения, но их скорость все равно меньше скорости света в среде. Пороговое значение амплитуды непрерывного излучения, при котором формируется первая уединенная волна, уменьшается с увеличением параметра нелинейности r положительно преломляющего канала антинаправляющего нелинейного ответителя.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ (грант № 15-02-02764).

- Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S. *Science*, **292**, 77 (2001).
- Boltasseva A., ShalaeV V.M. *Metamaterials*, **2**, 1 (2008).
- Агранович В.М., Гартштейн Ю.Н. *УФН*, **176**, 1052 (2006).
- Раутиан С.Г. *УФН*, **178**, 1017 (2008).
- Negative-refraction Metamaterials: Fundamental Principles and Applications*. Eleftheriades G.V., Balmain K.G. (Eds) (New York: Wiley, 2005).
- Tutorials in Metamaterials*. Noginov M.A., Podolskiy V.A. (Eds) (Boca Raton, London, New York: Taylor and Francis Group, LLC/CRC Press, 2012).
- Shadrivov I.V., Zharov A.A., Kivshar Yu.S. *J.Opt.Soc.Amer. B.*, **23**, 529 (2006).
- Popov A.K., ShalaeV V.M. *Appl.Phys. B.*, **84**, 131 (2006).
- Popov A.K., Slabko V.V., ShalaeV V.M. *Laser Phys. Lett.*, **3**, 293 (2006).
- Roppo V., Centini M., Sibilia C., Bertolotti M., de Ceglia D., Scalerola M., Akozbek N., Bloemer M.J., Haus J.W., Kosareva O.G., Kandidov V.P. *Phys.Rev. A.*, **76**, 033829 (2007).
- Kudyshev Zh., Gabitov I., Maimistov A. *Phys.Rev. A.*, **87**, 063840 (2013).
- Kudyshev Zh. A., Gabitov I.R., Maimistov A.I., Sagdeev R.Z., Litchinitser N.M. *J. Opt.*, **16**, 114011 (2014).
- Klein W., Wegener M., Feth N., Linden St. *Opt. Express*, **15**, 5238 (2007).
- Остроухова Е.И., Маймистов А.И. *Оптика и спектроскопия*, **112**, 281 (2012).
- Popov A.K., ShalaeV V.M. *Opt. Lett.*, **31**, 2169 (2006).
- Popov A.K., Myslivets S.A., George Th.F., ShalaeV V.M. *Opt.Lett.*, **32**, 3044 (2007).
- Popov A.K., Myslivets S.A. *Appl. Phys. Lett.*, **93**, 191117 (2008).
- Rose A., Larouche St., Da Huang, Poutrina E., Smith D.R. *Phys. Rev. E.*, **82**, 036608 (2010).
- Feise M.W., Shadrivov I.V., Kivshar Yu.S. *Appl. Phys. Lett.*, **85**, 1451 (2004).
- Pan T., Tang Ch., Gao L., Li Zh. *Phys.Lett. A.*, **337**, 473 (2005).
- Litchinitser N.M., Gabitov I.R., Maimistov A.I. *Phys. Rev. Lett.*, **99**, 113902 (2007).
- Litchinitser N.M., Gabitov I.R., Maimistov A.I., ShalaeV V.M. *Opt. Lett.*, **32**, 151 (2007).
- Tang S., Zhu B., Xiao S., Shen J., Zhou L. *Opt. Lett.*, **39**, 3212 (2014).
- Маймистов А.И., Габитов И.Р., Личиницер Н.М. *Оптика и спектроскопия*, **104**, 292 (2008).
- Kazantseva E.V., Maimistov A.I., Ozhenko S.S. *Phys. Rev. A.*, **80**, 43833 (2009).
- Zezyulin D.A., Konotop V.V., Abdullaev F.K. *Opt.Lett.*, **37**, 3930 (2012)
- Kudyshev Zh., Venugopal G., Litchinitser N.M. *Phys. Res. Intern.*, **2012**, 945807 (2012).
- Venugopal G., Kudyshev Zh., Litchinitser N.M. *J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **18**, 753 (2012).
- Kudryashov N.A., Maimistov A.I., Sinelshchikov D.I. *Phys. Lett. A.*, **376**, 3658 (2012).
- Рыжов М.С., Маймистов А.И. *Квантовая электроника*, **42**, 1034 (2012).
- Maimistov A.I., Kazantseva E.V., Gabitov I.R. *Laser Opt., Intern. Conf.*, 2014; doi: 10.1109/LO.2014.6886415.
- Maimistov A.I. in *Odyssey of Light in Nonlinear Optical Fibers: Theory and Experiments*. Ed. by K.Porsezian (Boca Raton, London, New York: CRC Press of Taylor & Francis Group, 2015, pp 397–422).

33. Shadrivov I.V. *Photon. Nanostruct.: Fundam. Appl.*, **2**, 175 (2004).
34. Darmanyan S.A., Neviere M., Zakhidov A.A. *Phys. Rev. E.*, **72**, 036615 (2005).
35. Darmanyan S.A., Kobayakov A. Chowdhury D.Q. *Phys. Lett. A.*, **363**, 159 (2007).
36. Shen M., Ruan L., Chen X., Shi J., Ding H., Xi N., Wang Q. *J. Opt.*, **12**, 085201 (2010).
37. Maimistov A.I., Gabitov I.R. *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, **147**, 265 (2007).
38. Lapine M., Shadrivov I.V., Kivshar Yu.S. *Rev. Mod. Phys.*, **86**, 1093 (2014).
39. *Нелинейности в периодических структурах и метаматериалах.* Под ред. Ю.С. Кившаря и Н.Н. Розанова (М.: Физматлит, 2014).
40. *Интегральная оптика.* Под ред. Т. Тамира (М.: Мир, 1978).
41. Zhang J., Dai X., Zhang L., Xiang Y., Li Y. *J. Opt. Soc. Amer. B.*, **32**, 1 (2015).
42. Rosenau P., Human J. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 564 (1993).
43. Oron A., Rosenau P. *Phys. Rev. E.*, **55**, R1267 (1997).
44. Маймистов А.И., Казанцева Е.В., Десятников А.С. *Сборник лекционных заметок 16-й Всероссийской молодежной научной школы* (Казань: Казанский университет, 2012, с.21–31).