

# Теоретический анализ устройств на медленном свете в множественных квантовых ямах, находящихся под действием приложенных внешних полей, с помощью полностью аналитической модели дробной размерности\*

Р.Кохандани, Х.Каатузян

*Представлены результаты теоретического исследования оптических свойств устройств на медленном свете в множественных квантовых  $AlGaAs/GaAs$ -ямах различной ширины на основе осциллирующей экситонной населенности под действием приложенных внешних магнитных и электрических полей с использованием аналитической модели комплексной диэлектрической проницаемости Ванье экситонов дробной размерности. Показано, что такие существенные характеристики экситона в квантовых ямах, как его энергия и сила осциллятора, можно варьировать путем приложения внешних магнитных и электрических полей. Обнаружено, что большая ширина полосы и подходящий фактор замедления устройств на основе квантовых ям могут быть достигнуты путем изменения ширины квантовой ямы в процессе изготовления и приложения магнитного и электрического полей соответственно при функционировании устройства. Показано, что в лучшем случае фактор замедления может составить  $10^5$ .*

**Ключевые слова:** множественная квантовая яма, когерентные осцилляции населенности, магнитное и электрическое поля, дробная размерность.

## 1. Введение

Термин «медленный свет» относится к оптическому сигналу, распространяющемуся с очень малой групповой скоростью. В последнее время наблюдается огромное внимание к физике эффекта медленного света и его приложениям [1, 2]. Было продемонстрировано несколько методов замедления света, в том числе путем использования электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП), когерентных осцилляций населенности (КОН), вынужденного комбинационного рассеяния света [3–6]. Существенное замедление света посредством ЭИП было достигнуто с использованием атомных паров при низкой температуре [7]. Несмотря на значительный фактор замедления (ФЗ), применение ЭИП требует большого времени оптической декогерентизации, а получение медленного света за счет КОН нуждается только в большом времени релаксации, и этот метод проще, чем ЭИП [1, 2, 8].

Медленный свет можно получить во множестве сред и структур. В последние годы наблюдается большой интерес к медленному свету в полупроводниковых наноструктурах из-за возможности их интеграции и большей совместимости с оптическими интегральными схемами [9, 10]. Получение медленного света было успешно продемон-

стрировано с использованием осцилляций экситонной населенности в квантовых ямах (КЯ) и квантовых точках при низких и комнатной температурах [1, 2, 11].

Были широко исследованы важные характеристики экситона в полупроводнике с множественными КЯ (МКЯ), включая силу осциллятора экситона (СОЭ), энергию связи и энергию экситона. Экспериментальные и теоретические сообщения показывают, что свойства экситона зависят от параметров КЯ [12–14]. Свойства экситона можно также изменить путем приложения внешних магнитного и электрического полей [15–20]. Изменение характеристик экситона затрагивает оптические свойства устройств на медленном свете, поэтому они могут быть настроены путем изменения параметров КЯ еще до изготовления устройств [21, 22]. Соответственно приложение внешних магнитного и электрического полей позволяет настроить оптические свойства в процессе функционирования устройства [23].

## 2. Теория

### 2.1. Полностью аналитическая модель дробной размерности для устройства на медленном свете на основе эффекта КОН при использовании МКЯ

Групповая скорость светового импульса при его распространении через диспергирующий материал [24] есть

$$v_{gr} = \frac{c}{n_{gr}} = \frac{c}{n(\omega) + \omega \frac{dn(\omega)}{d\omega}}, \quad (1)$$

где  $n(\omega)$  – показатель преломления материала;  $c$  – скорость света в вакууме. Значительное уменьшение скорости света может быть достигнуто при очень большом и

\* Перевод с англ. В.В.Шувалова.

R.Kohandani, H.Kaatzian. Photonics Research Laboratory (PRL), Department of Electrical Engineering, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), 424 Hafez Avenue, Tehran15914, Iran; e-mail: hsnkato@aut.ac.ir

Поступила в редакцию 24 июня 2014 г., после доработки – 12 августа 2014 г.

положительном значении  $dn/d\omega$ . Явление медленного света проявляется в непосредственной близости от спектральных резонансов материала, где наклон спектральной зависимости действительной части коэффициента преломления быстро изменяется.

Если разность частот накачки и сигнала в двухуровневой системе сравнима с обратным временем жизни носителей, то в такой системе появляются когерентные биения населенности на этой разности частот. Биения могут создать провал в спектре поглощения, и при нулевой частотной расстройке произойдет уменьшение групповой скорости [1]. В полупроводниковой наноструктуре этой двухуровневой системой может быть экситон с участием тяжелой дырки (ТД) в КЯ.

На рис. 1 показана диаграмма накачки – зондирования МКЯ устройства на медленном свете, основанного на эффекте КОЭ. В соответствии с разработанной в [25, 26] моделью показатель преломления МКЯ-структур в окрестности запрещенной зоны может быть найден путем расчета комплексной диэлектрической функции экситонов Ванье дробной размерности. В этой модели комплексная диэлектрическая проницаемость рассчитывается путем решения уравнения Шредингера дробной размерности  $d$  и определяется следующим образом:

$$\epsilon(E) = \frac{SR^{d/2-1}}{E + iy} \{g_d[\xi(E + iy)] + g_d[\xi(-E - iy)] - 2g_d[\xi(0)]\}, \quad (2)$$

$$g_d(\xi) = 2\pi\Gamma\left(\frac{d-1}{2} + \xi\right) \times \left[\Gamma\left(\frac{d-1}{2}\right)^2 \Gamma\left(1 - \frac{d-1}{2} + \xi\right) \xi^{d-2}\right]^{-1} \times \left\{\cot\left[\pi\left(\frac{d-1}{2} - \xi\right)\right] - \cot[\pi(d-1)]\right\}, \quad (3)$$

$$\xi(Z) = \left(\frac{R}{E_g - Z}\right)^{1/2}, \quad (4)$$

где  $\Gamma(X)$  – функция Эйлера;  $S$  – параметр, связанный с СОЭ;  $R$  и  $E_g$  – эффективная постоянная Ридберга и ширина запрещенной зоны энергий. Полная диэлектрическая

проницаемость МКЯ-структуры, включающая вклады ТД и легких дырок (ЛД), записывается как

$$\epsilon(E) = 1 + \epsilon_{\text{background}} + \epsilon_{\text{HH}}(E) + \epsilon_{\text{LH}}(E). \quad (5)$$

Для моделирования МКЯ-устройства на медленном свете рассматривается только вклад ТД, а вклад ЛД не учитывается. Кроме того, для получения медленного света меняется знак вклада ТД в диэлектрическую функцию. Это связано с конфигурацией накачки – сигнала и с исключением поглощения из механизма медленного света на основе СОЭ [21]. Показатель преломления  $n_s$ , поглощение  $A_s$  и фактор замедления  $R_s$  определяются следующим образом:

$$n_s(E) = \sqrt{\epsilon_s(E)}, \quad (6)$$

$$A_s(E) = 2\frac{\omega_s}{c} \text{Im}[n_s(E)], \quad (7)$$

$$R_s(E) = \text{Re}[n_s(E)] + \omega_s \frac{\partial \text{Re}[n_s(E)]}{\partial E}. \quad (8)$$

Таким образом, основываясь на этой модифицированной модели и используя уравнения (6)–(8), можно рассчитать поглощение, действительную часть показателя преломления и ФЗ для МКЯ-устройства на медленном свете (рис.2).

Полученные результаты хорошо согласуются как с экспериментальными данными, так и с теоретической моделью, представленной в [1]. Максимальное значение ФЗ достигается при энергии, равной 1.5358 эВ и соответствующей энергии фотона накачки, а следовательно, энергии экситона. Значения параметров, которые используются для этих расчетов, можно найти в [21, 25, 26].

## 2.2. Эффекты вариаций ширины КЯ

*Зависимость СОЭ от ширины КЯ.* Для МКЯ площадь под кривой поглощения тяжелых дырочных экситонов прямо пропорциональна отношению  $f/L_w$ , где  $f$  – величина СОЭ, а  $L_w$  – ширина КЯ. Кроме того, для узких ям эта площадь обратно пропорциональна  $L_w$ . В результате  $f$  оказывается обратно пропорциональной  $L_w$  [12, 13, 21]. На рис.3 показана зависимость СОЭ от ширины КЯ для МКЯ-структуры AlGaAs/GaAs. Параметры, использованные при расчетах, см. в [12, 13, 21].

*Зависимость дробной размерности от ширины КЯ.* Для описания оптических свойств полупроводников, которое не может быть проведено в рамках хорошо известных методов в двумерном (2D) и трехмерном (3D) пространствах, вводится концепция пространства дробной размерности. При этом проблема анизотропии в 3D пространстве снимается в пространстве более низкой дробной размерности, определяемой степенью анизотропии. В зависимости от отношения ширины КЯ к радиусу Бора экситона дробная размерность в КЯ-структурах может варьироваться от двух до трех. Величина дробной размерности связана также с глубиной проникновения  $k_b^{-1}$  экситона в барьер [25–27].

Дробная размерность конечной КЯ имеет вид [14]

$$d = 3 - \exp\left[-\left(\frac{2}{k_b} + L_w\right)\frac{1}{2a_0^*}\right], \quad (9)$$

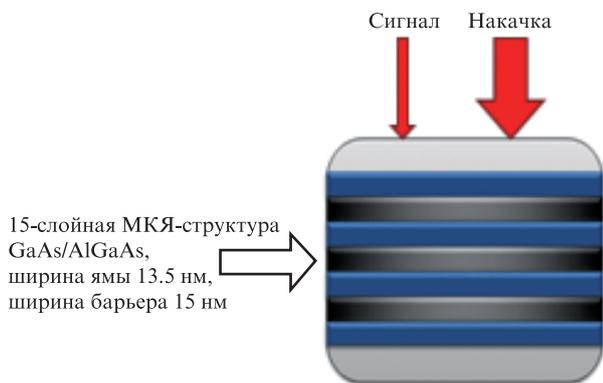


Рис.1. Принципиальная схема МКЯ-структуры  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}/\text{GaAs}$  устройства на медленном свете, основанного на КОЭ и описанного в [1].

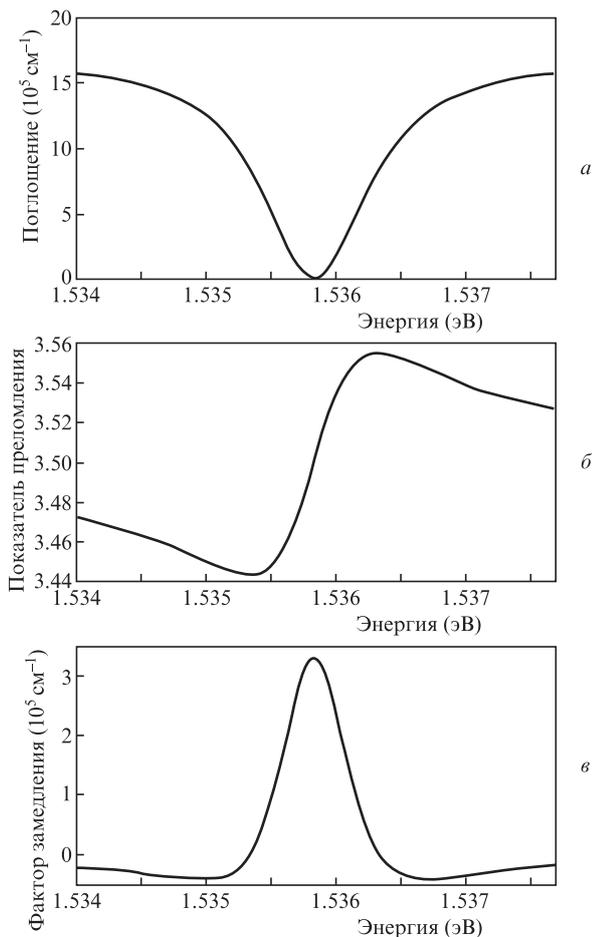


Рис.2. Поглощение (а), действительная часть показателя преломления (б) и ФЗ (в), возникающие за счет осцилляций экситонной населенности и построенные как функции энергии.

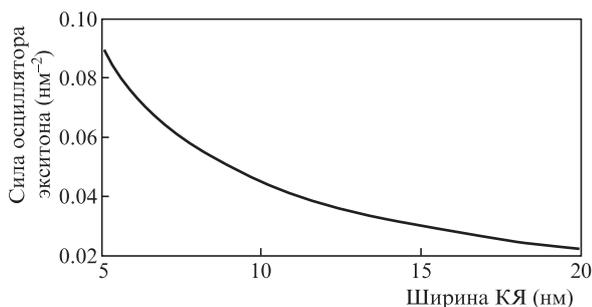


Рис.3. Изменение СОЭ в зависимости от ширины КЯ для МКЯ-структуры  $Al_{0.3}Ga_{0.7}As/GaAs$ .

где  $a_0^*$  – среднее значение трехмерного радиуса Бора.

На рис.4 показана зависимость дробной размерности от ширины КЯ для МКЯ-структуры  $GaAs/AlGaAs$ . Значения параметров можно найти в [14].

### 2.3. Воздействие приложенного внешнего магнитного поля на МКЯ-структуру $AlGaAs/GaAs$

*Диамагнитное смещение уровней энергии экситона.* Рассмотрим МКЯ-устройство, размещенное в параллельном оси роста экситонов магнитном поле. Это поле приводит к сдвигу экситонных энергетических уровней. Диамагнитный сдвиг  $E'$  по энергии для экситонного  $1s$ -уровня может быть получен в следующем виде [15]:

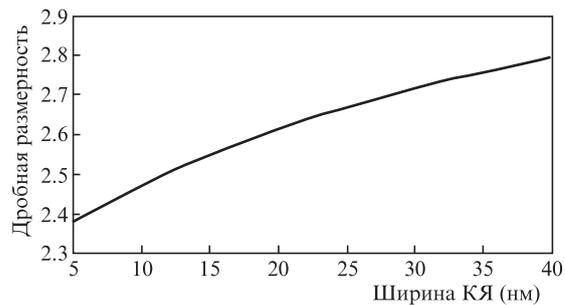


Рис.4. Зависимость дробной размерности от ширины КЯ для МКЯ-структуры  $Al_{0.3}Ga_{0.7}As/GaAs$ .

$$E' = \int (N_{1s} \cos \frac{\pi z_e}{L} \cos \frac{\pi z_h}{L})^2 H' dz_e dz_h dx dy, \quad (10)$$

$$H' = \frac{e^2 B^2}{8\mu_{\pm} e^2} (x^2 + y^2), \quad (11)$$

где  $\mu$  – приведенная масса экситонов;  $B$  – индукция магнитного поля;  $x, y, z_e, z_h$  – компоненты координатных векторов.

На рис.5 показан диамагнитный сдвиг энергии основного состояния экситона в КЯ-структуре  $AlGaAs/GaAs$  в зависимости от индукции магнитного поля, рассчитанный для  $L_w = 13.5$  нм.

*Увеличение СОЭ.* Сила осциллятора экситона может быть увеличена путем приложения магнитного поля. Магнитное поле объединяет электрон и дырку, изменяет их движение в плоскости  $P$ , перпендикулярной направлению магнитного поля, и таким образом увеличивает СОЭ [15, 19, 20]. Волновая функция экситона может быть определена следующим образом:

$$\Psi(z_e, z_h, r) = f_e(z_e) f_h(z_h) \Psi(r), \quad (12)$$

где  $f_e(z_e)$  и  $f_h(z_h)$  описывают ограниченные электронные и дырочные состояния в яме, а  $\Psi(r)$  – экситонная волновая функция в плоскости  $P$ . Если магнитное поле прикладывается к МКЯ-структуре,  $\Psi(r)$  может быть рассчитана путем решения уравнения с соответствующим гамильтонианом для движения экситонов при приложенном магнитном поле. Сила осциллятора экситона при приложенном поле

$$f \propto |\Psi(0)|^2 \left| \int f_e(z_e) f_h(z_h) dz \right|^2 \quad (13)$$

[19, 20]. Зависимость СОЭ от напряженности магнитного поля обусловлена воздействием диамагнитного члена на

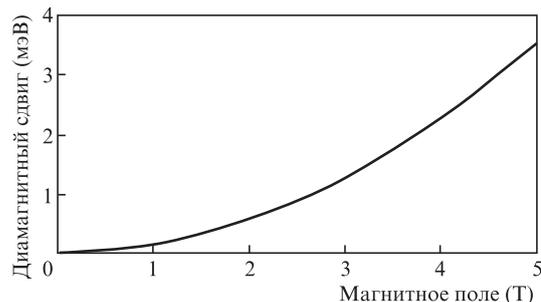


Рис.5. Диамагнитный сдвиг экситонных уровней энергии в МКЯ-структуре  $AlGaAs/GaAs$  в результате приложения магнитного поля.

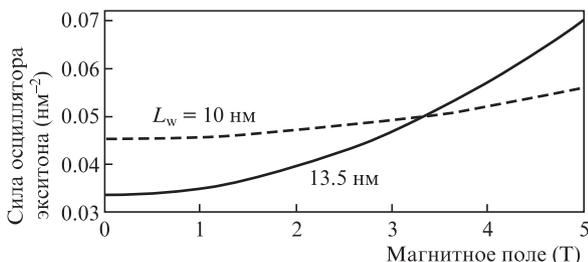


Рис.6. Изменение силы осциллятора экситона в результате приложения магнитного поля к МКЯ-структуре AlGaAs/GaAs.

$\Psi$  [20], что приводит к увеличению СОЭ. На рис.6 показаны изменения СОЭ вследствие приложения магнитного поля к МКЯ-структуре AlGaAs/GaAs.

### 2.4. Воздействия электрического поля на МКЯ-структуру AlGaAs/GaAs

*Штарковский сдвиг в экситонном поглощении.* Электрическое поле, которое прикладывается перпендикулярно слоям МКЯ, тянет электроны и дырки в противоположные стороны. Это явление приводит к уменьшению энергии электрон-дырочной пары и к штарковскому сдвигу энергии экситона [16–18].

На рис.7 показан сдвиг экситонного пика из-за приложения электрического поля при ширине КЯ  $L_w = 13.5$  нм. Параметры расчета аналогичны таковым из [16–18].

*Уменьшение СОЭ.* Сила осциллятора экситона может быть уменьшена за счет приложения электрического поля. В соответствии с уравнением (15) сила осциллятора экситона в приложенном электрическом поле пропорциональна интегралу перекрытия между волновыми функциями электронов зоны проводимости и ТД [17–20]. На рис.8 демонстрируется изменение СОЭ для МКЯ-структуры при приложении электрического поля [17, 18].

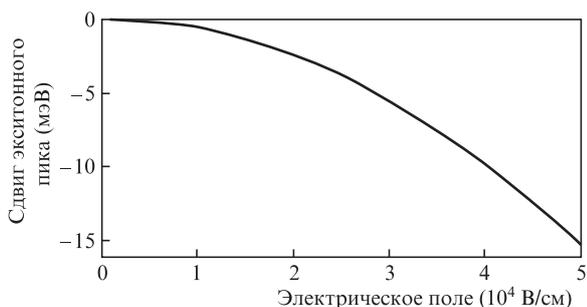


Рис.7. Сдвиг экситонного пика в результате приложения электрического поля к МКЯ-структуре AlGaAs/GaAs.

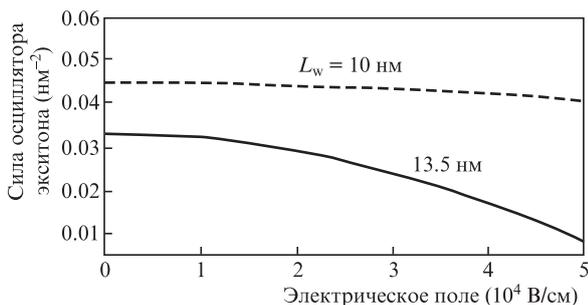


Рис.8. Зависимость СОЭ от электрического поля для МКЯ-структуры AlGaAs/GaAs.

## 3. Результаты и их обсуждение

### 3.1. Настройка устройства на медленном свете до его изготовления изменением ширины КЯ

Исходя из теории, изложенной в п.2.2, изменение ширины КЯ приводит к изменению СОЭ и дробной размерности. Поэтому оптические свойства устройства на медленном свете, такие как ФЗ и центральная частота, можно изменить путем изменения ширины КЯ.

На рис.9, 10 отображена действительная часть показателя преломления устройства на медленном свете при различных ширинах КЯ. Видно, что центральная энергия этого устройства убывает с ее уменьшением. Кроме того, наклон энергетической зависимости действительной части показателя преломления больше для более узких ям. Изменение центральной энергии обусловлено изменением дробной размерности, а наклон действительной части показателя преломления изменяется вследствие изменения СОЭ. Поэтому оптические свойства устройства на медленном свете могут быть настроены при изготовлении подбором ширины КЯ.

### 3.2. Настройка характеристик устройства на медленном свете приложением магнитного поля

На рис.11,12 показана действительная часть показателя преломления устройства на медленном свете при при-

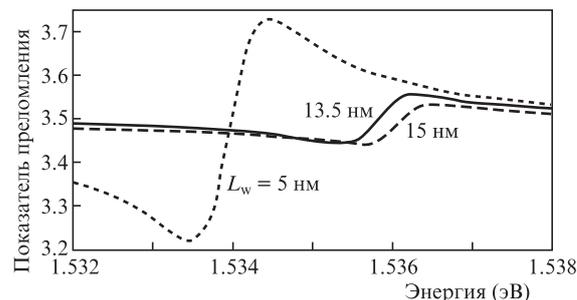


Рис.9. Влияние ширины КЯ на действительную часть показателя преломления; сплошная кривая – экспериментальный результат из [1].

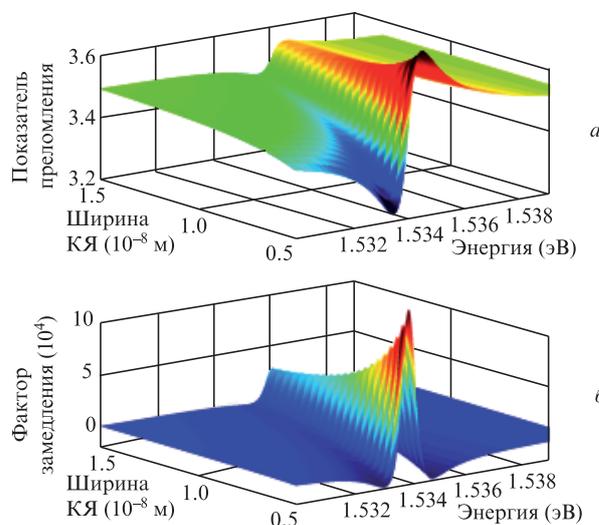


Рис.10. Вариации действительной части показателя преломления (а) и фактора замедления (б) как функции энергии и ширины КЯ.

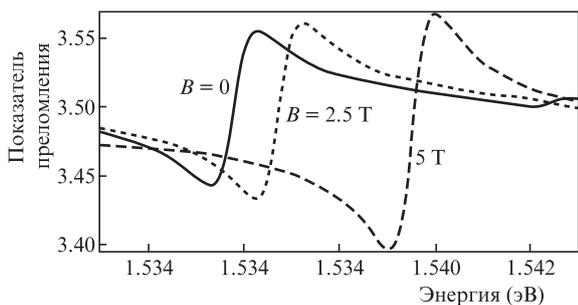


Рис.11. Влияние магнитного поля на вещественную часть показателя преломления; сплошная кривая – экспериментальный результат из [1].

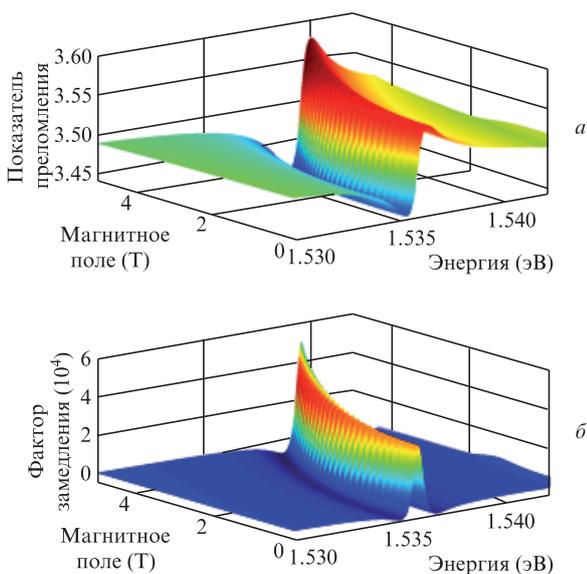


Рис.12. Вариации действительной части показателя преломления (а) и фактора замедления (б) в зависимости от энергии и приложенного магнитного поля.

ложенном магнитном поле. Видно, что наличие магнитного поля приводит к увеличению энергии экситонов и, следовательно, силы осциллятора экситона. Кроме того, в результате увеличения СОЭ растет наклон энергетической зависимости действительной части показателя преломления.

На рис.13 показано изменение максимального значения ФЗ в зависимости от ширины КЯ и величины приложенного магнитного поля. Для узких ям влияние магнитного поля на максимальное значение ФЗ является слабым. Кроме того, эффективная длина КЯ постоянна.

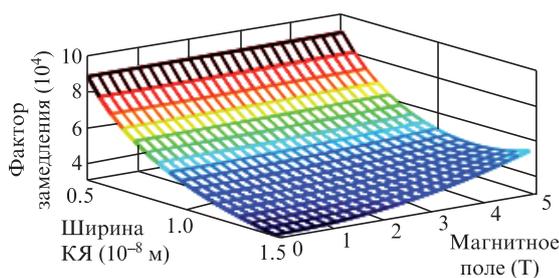


Рис.13. Максимальное значение ФЗ при изменении ширины КЯ и величины приложенного магнитного поля.

### 3.3. Настройка характеристик устройства на медленном свете при приложении электрического поля

На рис.14 показана действительная часть показателя преломления устройства на медленном свете при различных величинах приложенного электрического поля: под действием электрического поля энергия экситона уменьшается и центральная энергия устройства сдвигается вниз. Кроме того, наклон энергетической зависимости действительной части показателя преломления уменьшается с ростом величины электрического поля за счет снижения СОЭ.

На рис.15 отображены действительная часть показателя преломления и ФЗ устройства на медленном свете как функции энергии и приложенного электрического поля.

На рис.16 показана зависимость максимального значения ФЗ от ширины КЯ и величины приложенного электрического поля. Видно, что для узких ям воздействие приложенного электрического поля на СОЭ является слабым, потому что для таких ям правая часть уравнения (13) становится малой.

### 3.4. Настройка устройства после его изготовления за счет одновременного приложения магнитного и электрического полей

Приложенное магнитное поле воздействует на диамагнитный сдвиг энергии экситонных уровней и на силу

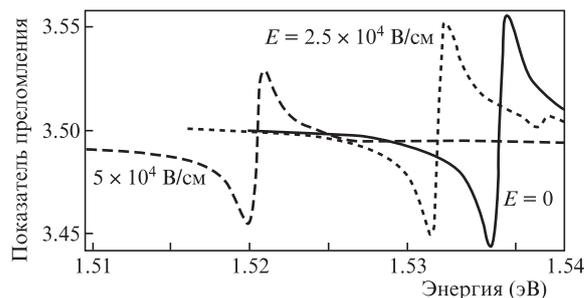


Рис.14. Влияние электрического поля на вещественную часть показателя преломления; сплошная кривая – экспериментальный результат из [1].

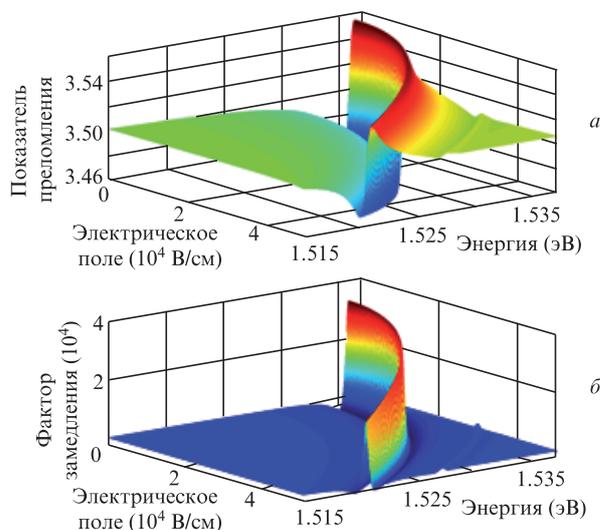


Рис.15. Вариации действительной части показателя преломления (а) и фактора замедления (б) в зависимости от энергии и приложенного электрического поля.

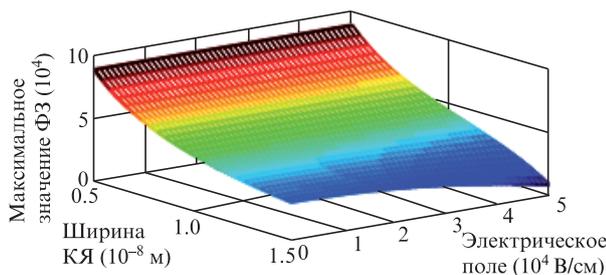


Рис.16. Зависимость максимального значения ФЗ от ширины КЯ и величины приложенного электрического поля.

осциллятора экситона. Приложение электрического поля уменьшает энергию экситона. На рис.17 показаны сдвиг центральной энергии и изменение максимального значения ФЗ для устройства на медленном свете в результате одновременного приложения магнитного и электрического полей. Видно, что подходящий ФЗ и центральная энергия могут быть достигнуты путем приложения магнитного и электрического полей к устройству уже после его изготовления.

#### 4. Заключение

В настоящей работе с использованием полностью аналитической модели дробной размерности исследовано устройство на медленном свете в AlGaAs/GaAs, основанное на осцилляциях экситонной населенности в приложенных внешних магнитном и электрическом полях. Показано, что как магнитное, так и электрическое поля приводят к изменениям фактора замедления и центральной энергии устройства на медленном свете. Магнитное поле вызывает сдвиг центральной энергии вверх и приводит к повышению ФЗ, а электрическое поле уменьшает ФЗ и вызывает сдвиг центральной энергии вниз. Фактор замедления может быть сделан максимальным за счет уменьшения ширины КЯ в сильных магнитных полях и может быть минимизирован путем ее увеличения в сильных электрических полях. Наши результаты могут использоваться для настройки оптических свойств устройств на медленном свете и применяться в полностью оптических переключателях, оптических модуляторах и регулируемых оптических задержках.

1. Chang S.W., Chuang S.L., Ku P.C., Chang-Hasnain C.J., Palinginis P., Wang H. *Phys. Rev. B*, **70**, 235333 (2004).
2. Chang S.W., Chuang S.L. *Phys. Rev. B*, **72**, 235330 (2005).
3. Kaatuzian H. *Photonics* (Teheran: AKU, 2009, Vol. 2).
4. Bigelow M.S., Lepeshkin N.N., Boyd R.W. *Science*, **301** (5630), 200 (2003).
5. Okawachi Y., Bigelow M.S., Sharping J.E., Zhu Z., Schweinsberg A., Gauthier D.J., Boyd R.W., Gaeta A.L. *Phys. Rev. Lett.*, **94** (15), 153902 (2005).

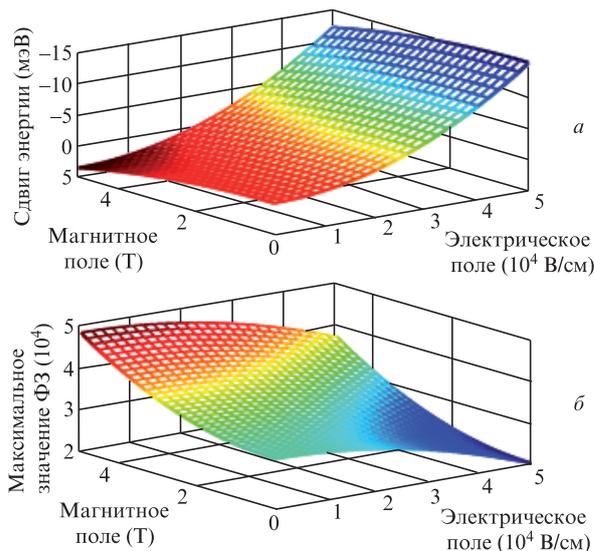


Рис.17. Сдвиг центральной энергии (а) и изменение максимального значения ФЗ (б) в результате одновременного приложения магнитного и электрического полей.

6. Sharping J.E., Okawachi Y., Gaeta A.L. *Opt. Express*, **13** (16), 6092 (2005).
7. Hau L.V., Harris S.E., Dutton Z., Behroozi C.H. *Nature*, **397** (6720), 594 (1999).
8. Ku P.C., Sedgwick F., Chang-Hasnain C.J., Palinginis P., Li T., Wang H., Chang S.W., Chuang S.L. *Opt. Lett.*, **29**, 2291 (2004).
9. Ma S.M., Xu H., Ham B.S. *Opt. Express*, **17**, 18364 (2009).
10. Yan W., Wang T., Li X.M., Jin Y.J. *Appl. Phys. B*, **108**, 515 (2012).
11. Palinginis P., Sedgwick F., Crankshaw S., Moewe M., Chang-Hasnain C.J. *Opt. Express*, **13**, 9909 (2005).
12. Zhang B., Kano S.S., Shiraki Y. *Phys. Rev. B*, **50** (11), 7499 (1994).
13. Andreani L.C., Pasquarello A. *Phys. Rev. B*, **42** (14), 8928 (1990).
14. Mathieu H., Lefebvre P., Christol P. *Phys. Rev. B*, **46** (7), 4092 (1992).
15. Bugajski M., Kuszko W., Regifiski K. *Sol. State Commun.*, **60** (8), 669 (1986).
16. Miller D.A.B., Chemla D.S., Damen T.C., Gossard A.C., Wiegmann W., Wood T.H., Burrus C.A. *Phys. Rev. Lett.*, **53**, 2173 (1984).
17. Sanders G.D., Bajaj K.K. *Phys. Rev. B*, **35** (5), 2308 (1987).
18. Yu P.W., Sanders G.D., Evans K.R., Reynolds D.C., Baja K.K., Stutz C.E., Jones R.L. *Phys. Rev. B*, **40** (5), 3151 (1989).
19. Bauer G.E.W., Ando T. *Phys. Rev. B*, **38** (9), 6015 (1988).
20. Whittaker D.M., Fisher T.A., Afshar A.M., Skolnick M.S., Kinsler P., Roberts J.S., Hill G., Pate M.A. *Il Nuovo Cimento D*, **17**, 1781 (1995).
21. Kaatuzian H., Shokri Kojori H., Zandi A., Ataei M. *Opt. Quantum Electron.*, **45**, 947 (2013).
22. Kaatuzian H., Shokri Kojori H., Zandi A., Kohandani R. *Opt. Photon. J.*, **3**, 298 (2013).
23. Kohandani R., Zandi A., Kaatuzian H. *Appl. Opt.*, **53**, 1228 (2014).
24. Khurgin J.B., Tucker R.S. *Slow Light Science and Applications* (London: CRC Press, 2009).
25. Tanguy C., Lefebvre P., Mathieu H., Elliott R.J. *J. Appl. Phys.*, **82**, 798 (1997).
26. Marquezini M.V., Tignon J., Hasche T., Chemla D.S. *Appl. Phys. Lett.*, **73**, 2313 (1998).
27. He X. *Phys. Rev. B*, **43** (3), 2063 (1991).