

# Параметрическая генерация широкополосных бифотонов в периодической последовательности тонких кристаллов

Е.Г. Ларионцев

*Рассмотрено коллинеарное параметрическое рассеяние света при синхронизме типа II в периодической последовательности нелинейных ячеек, образованных из кристаллов ВВО. Исследованы возможности уменьшения длительности волновых пакетов бифотонов и увеличения их интенсивности при монохроматической накачке. Проведенный анализ основан на учете дисперсии показателей преломления с помощью уравнений Селлмейера. Полученные результаты позволяют сделать вывод, что при соответствующем выборе толщин кристаллов и числа ячеек можно существенно увеличить поток широкополосных бифотонов и получить предельно короткие квантовые пакеты. Показано, что при достаточно малых толщинах отдельных кристаллов (слоев) в данной системе возникает тонкая структура в спектре бифотонов: широкополосный спектр с увеличением числа ячеек (слоев) разбивается на ряд более узких полос и возрастает количество этих полос. При использовании нелинейного кристалла ВВО рассматриваемым методом можно получить сверхкороткие пакеты бифотонов с длительностью  $\tau_0 \approx 2$  фс. По сравнению с другим методом генерации широкополосных бифотонов, который основан на использовании квазипериодически поляризованных кристаллов, в исследованном в настоящей работе методе отсутствует необходимость преобразования фазовой модуляции бифотона в амплитудную.*

**Ключевые слова:** параметрическое рассеяние, широкополосный бифотон, интерференция бифотонов, волновой пакет, тонкая структура спектра.

## 1. Введение

В квантовой оптике и квантовой информации приходится управлять временной структурой бифотонных волновых пакетов. В некоторых прикладных задачах надо расширять спектр и уменьшать длительность пакетов. Это относится, например, к использованию бифотонов для измерения групповых задержек [1], для прецизионной синхронизации часов [2], для улучшения предельного разрешения в квантовой оптической томографии [3,4] и нелинейной микроскопии [5]. В работе [6] перечислены и кратко описаны предложенные и изученные к настоящему времени методы управления квантовыми состояниями бифотонов при параметрическом рассеянии света (ПРС) в нелинейных кристаллах. В связи с этим упомянем здесь лишь три метода, имеющие непосредственное отношение к проведенному ниже исследованию. Первый метод основан на использовании тонкого кристалла [7, 8]. Как показано в [7, 8], в случае кристалла ВВО можно сужать бифотонный пакет, уменьшая толщину кристалла вплоть до 0.1 мм (при меньших толщинах интенсивность рассеянного излучения мала и бифотоны не удается зарегистрировать). Вторым методом генерации широкополосных бифотонов [9–14] базируется на использовании квазипериодически поляризованных кристаллов. Периодическая сверхрешетка нелинейной поляризации позволяет выполнить условие квазисинхронизма. Изменение периода сверхре-

шетки на длине кристалла приводит к расширению спектра бифотонов (чирпу).

Третий способ уменьшения длительности бифотонных пакетов был предложен Д.Н.Клышко [15]. При уменьшении толщины кристалла снижается интенсивность излучения (поток бифотонов). Можно, как впервые показал Д.Н.Клышко, использовать специально подобранную последовательность тонких кристаллов (или слоев внутри одного кристалла), в которой вследствие интерференции между бифотонами, рождаемыми в отдельных кристаллах, происходит увеличение интенсивности рассеянного света, а длительность бифотонного пакета не возрастает и оказывается равной длительности пакета, создаваемого в одном кристалле. Этот метод открывает, в принципе, широкие возможности для увеличения интенсивности широкополосных бифотонов.

В работах [15, 16] проведено теоретическое исследование ПРС в периодической последовательности нелинейных кристаллов и получены общие формулы, позволяющие изучать свойства бифотонных пакетов при произвольной дисперсии показателя преломления среды, однако конкретный анализ был выполнен лишь для волновых пакетов с достаточно большой длительностью  $\tau_0$ , когда можно ограничиться членами первого порядка при разложении в ряд Тейлора дисперсионных соотношений для показателей преломления спектральных компонент ПРС.

Целью настоящей работы является исследование предельных возможностей уменьшения длительности волновых пакетов бифотонов и увеличения их интенсивности, открывающихся при использовании предложенного Д.Н.Клышко способа генерации широкополосных бифотонов. Для решения этой задачи нельзя ограничиваться первым порядком дисперсии и необходимо использовать точные дисперсионные соотношения. Анализ, проведенный в на-

Е.Г. Ларионцев. НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобельцына МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: e.lariontsev@yahoo.com

Поступила в редакцию 4 апреля 2014 г., после доработки – 12 сентября 2014 г.

стоящей работе, основан на учете дисперсии показателей преломления с помощью уравнений Селлмейера. Рассмотрена конкретная структура на основе кристаллов ВВО при синхронизме типа II.

## 2. ПРС в периодическом наборе кристаллов (качественное рассмотрение)

Характерные особенности ПРС в рассматриваемой системе были изучены в работах [15, 16]. В данном разделе приведено качественное описание генерации бифотонов в наборе кристаллов, которое позволяет читателю понять основные результаты, относящиеся к случаю бифотонных пакетов достаточно большой длительности. Анализируется коллинеарное рассеяние при синхронизме типа II. Рассматривается специальная периодическая структура нелинейной среды, состоящая из произвольного числа идентичных ячеек. Каждая ячейка содержит два кристалла. Для простоты будем предполагать, что все кристаллы в наборе являются одноосными.

Поле накачки считаем классическим и пренебрегаем изменением его амплитуды при ПРС. Внутри кристалла поле накачки представим в виде плоской монохроматической волны

$$E_p(z, t) = E_0 \exp[i(k_p z - \omega_p t)]. \quad (1)$$

Ось  $z$  параллельна волновому вектору накачки и перпендикулярна торцам кристаллов, входящих в ячейку. Торцы первого кристалла имеют координаты  $z = 0$  и  $z = l_c$ , где  $l_c$  – толщина кристалла. Нелинейная среда предполагается неограниченной в поперечном направлении. Волна накачки имеет линейную поляризацию, вектор поляризации направлен вдоль оси  $x$ .

На рис.1 показана структура отдельной ячейки. Оба кристалла в ячейке имеют одинаковую толщину  $l_c$ . У первого кристалла оптическая ось лежит в плоскости  $yz$ , а у второго – в плоскости  $xz$  (ориентация оси во втором кристалле отличается поворотом на  $90^\circ$  вокруг оси  $z$ ). Углы между оптическими осями и осью  $z$  во всех кристаллах одинаковы. Такая конфигурация ячейки была предложена в работе [15].

В случае синхронизма типа II для регистрации бифотонных пакетов используется схема, показанная на рис.2. На выходе из кристалла сигнальная и холостая волны имеют ортогональные поляризации. После прохождения через полуволновую пластину эти поляризации оказываются повернутыми на углы  $\pm 45^\circ$  относительно оси поляризационного светоделителя ПС. Комбинация этих двух элементов эквивалентна светоделителю с пропусканием  $T = 50\%$  для каждого фотона, поэтому операторы полей  $E_1^+(t)$  и  $E_2^+(t)$ , падающих на детекторы Д1 и Д2, связаны с операторами полей обыкновенной и необыкновенной волн  $E_o^+(t)$  и  $E_c^+(t)$  на выходном торце кристалла следующими соотношениями:

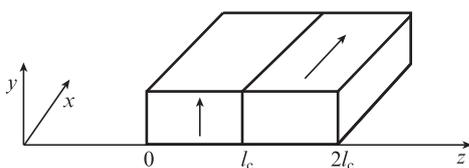


Рис.1. Структура ячейки. Стрелками показаны оптические оси кристаллов.

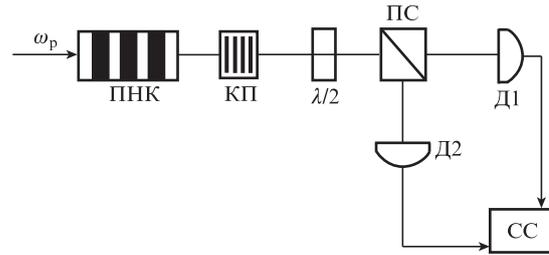


Рис.2. Принципиальная схема регистрации ПРС при синхронизме типа II:

ПНК – периодическая последовательность нелинейных кристаллов; КП – кварцевые пластины;  $\lambda/2$  – полуволновая пластина; ПС – поляризационный светоделитель; Д1, Д2 – фотодетекторы; СС – схема совпадений.

$$E_{1,2}^+(t_{1,2}) = \frac{1}{\sqrt{2}} [E_o^+(t_{1,2}) \pm E_c^+(t_{1,2} + \tau)], \quad (2)$$

где  $t_1$  и  $t_2$  – моменты регистрации полей детекторами Д1 и Д2 соответственно;  $\tau$  – задержка между обыкновенной и необыкновенной волнами, которую в эксперименте обычно регулируют путем изменения числа кварцевых пластин КП на пути световых пучков.

Средняя скорость совпадений фотоотчетов  $\langle R_c \rangle$  на детекторах Д1 и Д2 выражается через корреляционную функцию 2-го порядка для интенсивностей  $I_1(t_1) = E_1^-(t_1) \times E_1^+(t_1)$  и  $I_2(t_2) = E_2^-(t_2) E_2^+(t_2)$ , регистрируемых детекторами Д1 и Д2:

$$\langle R_c \rangle = \int_0^\infty dt_1 \int_0^\infty dt_2 \langle E_1^-(t_1) E_2^-(t_2) E_2^+(t_2) E_1^+(t_1) \rangle. \quad (3)$$

Временную структуру бифотонных пакетов можно определить экспериментально по форме так называемого антикорреляционного провала (V-образного провала в зависимости скорости совпадений фотоотчетов от времени задержки  $\tau$ , возникающего из-за корреляции фотонов с ортогональными поляризациями) [17, 18].

### 2.1. Один кристалл

Рассмотрим вначале ПРС в одном кристалле с квадратичной нелинейностью. Корреляционная функция  $F(t_1, t_2) = \langle E_1^+(t_1) E_2^+(t_2) \rangle$ , которую принято называть амплитудой бифотонного состояния (амплитудой бифотона), определяет корреляцию полей, регистрируемых в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ . В первом порядке возмущений по величине коэффициента параметрического усиления амплитуда бифотона имеет форму прямоугольного волнового пакета и определяется формулой

$$F(t_1, t_2) = W E_0 l_c \Pi(t_1 - t_2) \exp[-i\omega_p(t_1 - t_2)/2], \quad (4)$$

где  $W$  – постоянная, включающая в себя все коэффициенты и медленно меняющиеся функции, зависящие от частоты поля накачки  $\omega_p$ ;  $\Pi(x)$  – прямоугольная функция, заданная следующим образом:

$$\Pi(x) = \begin{cases} 1/\tau_0 & \text{при } 0 < x < \tau_0, \\ 0 & \text{вне этого интервала.} \end{cases} \quad (5)$$

Длительность пакета

$$\tau_0 = Al_c, \quad (6)$$

где  $A = 1/u_o - 1/u_c$ ;  $u_o$  и  $u_c$  – групповые скорости обыкновенной и необыкновенной волн в кристалле на частоте  $\omega_p/2$ ; в формуле (4) для простоты предполагается, что коллинеарный синхронизм на частоте  $\omega_p$  является вырожденным.

Для прямоугольного волнового пакета бифотона, учитывая соотношения (1) для полей на детекторах Д1 и Д2, получаем следующую формулу для нормированной скорости совпадений  $R_c = \langle R_c \rangle / R_{\max}$  ( $R_{\max}$  – максимальное значение  $\langle R_c \rangle$ ):

$$R_c(\tau) = \begin{cases} 2|\tau|/\tau_0 & \text{при } |\tau| < \tau_0/2, \\ 1 & \text{при } |\tau| > \tau_0/2. \end{cases} \quad (7)$$

Зависимость скорости совпадений от времени задержки  $\tau$  имеет треугольный провал. В центре провала (при  $\tau = 0$ ) скорость  $R_c$  обращается в нуль в случае вырожденного синхронизма.

## 2.2. Последовательность идентичных ячеек

Если вместо одного кристалла используется одна ячейка, показанная на рис.1, амплитуда бифотона преобразуется следующим образом:

$$F(t_1, t_2) = WE_0 l_c \Pi(t_1 - t_2 + \tau_0) \exp[-i\omega_p(t_1 + t_2)/2]. \quad (8)$$

Как видно из (8), одна ячейка не изменяет длительности и формы бифотонного пакета  $\Pi(x)$ . Второй кристалл, входящий в ячейку, сдвигает центр бифотонного пакета (и треугольного провала) из положения  $\tau_1 = 0$  в новое положение  $\tau_2 = -\tau_0$ . Бифотон рождается в первом кристалле ячейки. В этом кристалле выполнено условие синхронизма типа II. Во втором кристалле волна накачки является обыкновенной волной, и условие синхронизма не выполняется. Второй кристалл вызывает только дополнительную задержку бифотона, которая оказывается противоположной по знаку задержке в первом кристалле. Изменение знака связано с тем, что обыкновенная волна из первого кристалла становится необыкновенной во втором.

Возьмем теперь три кристалла. В этом случае генерация бифотонов происходит в двух кристаллах (первом и третьем) и бифотонный пакет можно представить в следующем виде:

$$F(t_1, t_2) = 2WE_0 l_c \Pi(t_1 - t_2) \exp[-i\omega_p(t_1 - t_2)/2]. \quad (9)$$

В соответствии с (9) пакет сохраняет прямоугольную форму  $\Pi(x)$ , и его длительность по-прежнему равна  $\tau_0$ , как и в случае одного кристалла. Амплитуда бифотона увеличилась вдвое. Центр бифотонного пакета (и треугольного провала) в этом случае оказывается в том же положении  $\tau_1 = \tau_0/2$ , что и в случае одного кристалла.

В общем случае, при использовании  $N$  идентичных ячеек, длительность прямоугольного пакета бифотона остается неизменной, а амплитуда бифотона увеличивается в  $N$  раз. При использовании  $N$  идентичных кристаллов (или одного кристалла толщиной  $Nl_c$ ) амплитуда бифотона тоже возрастает в  $N$  раз, однако при этом длительность бифотонного пакета увеличивается в  $N$  раз (ширина спектра уменьшается в  $N$  раз).

## 3. Учет точных дисперсионных соотношений в кристаллах ячейки

Как отмечено выше, общие формулы, учитывающие дисперсию показателя преломления среды, были получены в [15]. В этой работе предполагалось, что второй кристалл в ячейке играет лишь пассивную роль, компенсируя дисперсию в первом. Такое допущение становится несправедливым для очень тонких кристаллов ( $l_c \approx 1$  мкм). В данном случае надо учитывать дополнительный вклад, который возникает вследствие ПРС, происходящего во втором кристалле ячейки. В связи с этим ниже будут получены формулы, в которых ПРС учитывается и во втором кристалле ячейки.

В спектральном представлении операторы уничтожения  $a_s(z, t)$  для сигнальной волны и  $a_i(z, t)$  для холостой волны внутри кристалла представим в виде

$$a_j(z, t) = \int d\omega_j a_j(\omega_j, z) \exp[i\omega_j t - ik_j(\omega_j)z], \quad (10)$$

где  $k_j(\omega_j) = \omega_j n_j(\omega_j)/c$  – волновые векторы сигнальной ( $j = s$ ) и холостой ( $j = i$ ) волн;  $n_j(\omega_j)$  – показатели преломления, учитывающие дисперсию в кристалле.

В представлении Гейзенберга уравнения для операторов  $a_j(z, \omega_j)$  имеют вид [19]

$$\frac{\partial a_s(z, \omega_s)}{\partial z} = WE_0 a_i^\dagger(z, \omega_i) \exp(i\Delta z), \quad (11a)$$

$$\frac{\partial a_i^\dagger(z, \omega_i)}{\partial z} = WE_0^* a_s(z, \omega_s) \exp(-i\Delta z), \quad (11b)$$

где введена функция  $\Delta$ , зависящая от расстройки волновых векторов взаимодействующих волн:

$$\Delta = k_s(\omega_s) + k_i(\omega_i) - k_p. \quad (12)$$

Учитывая условие синхронизма  $\omega_p = \omega_s + \omega_i$ , представим частоты сигнальной и холостой волн в виде  $\omega_s = \omega_0 + \Omega$  и  $\omega_i = \omega_0 - \Omega$ , где  $\omega_0 = \omega_p/2$ . Решая уравнения (11) в первом порядке возмущений по величине коэффициента параметрического усиления  $g = WE_0 l_c$ , находим амплитуду бифотона, создаваемого первой ячейкой:

$$F(t_1, t_2) = WE_0 l_c \exp[i(\omega_p t - k_p l_c)] \int I_1(\Omega) \exp(-i\Omega t_-) d\Omega, \quad (13)$$

где

$$I_1(\Omega) = \frac{\exp[i\Delta(\Omega)l_c] - 1}{i\Delta(\Omega)l_c} \exp[i\Delta(\Omega)l_c] + \frac{\exp[i\Delta_1(\Omega)l_c] - 1}{i\Delta_1(\Omega)l_c}, \quad (14)$$

$$t = (t_1 + t_2)/2; \quad t_- = t_1 - t_2.$$

В отличие от (12), функция  $\Delta_1$  задана следующим образом:

$$\Delta_1 = k_s(\omega_i) + k_i(\omega_s) - k_p. \quad (15)$$

Это различие возникло из-за того, что ось второго кристалла в ячейке повернута на  $90^\circ$ .

В общем случае, когда бифотонный пакет создается цепочкой из  $N$  ячеек, получим следующую формулу для амплитуды бифотона  $F_N(t_1, t_2)$ :

$$F_N(t_1, t_2) = WE_0 l_c \exp[i(\omega_p t - k_p l_c)] \times \int I_1(\Omega) F_N(\Omega) \exp(-i\Omega t) d\Omega, \quad (16)$$

где

$$F_N(\Omega) = \frac{q^N - 1}{q - 1}; \quad q = \exp\{i[\Delta(\Omega) + \Delta_1(\Omega)]l_c\}; \quad (17)$$

$I_1(\Omega)$  определено в (14).

Формулы (14)–(17) для  $F_N(t_1, t_2)$  отличаются, помимо обозначений, от полученных в [15] выражением (14) для формы спектра  $I_1(\Omega)$  в первой ячейке. Отличие связано с тем, что в [15] было сделано допущение о пассивной роли второго кристалла в ячейке. Такое допущение становится несправедливым для очень тонких кристаллов ( $l_c \approx 1$  мкм). В этом случае интенсивность ПРС во втором кристалле ячейки оказывается сравнимой с интенсивностью ПРС в первом кристалле. Как и в [15], при выводе формул (14)–(17) пренебрегается отражением волн на торцах кристаллов. Во всех рассмотренных ниже случаях ПРС во втором кристалле ячейки слабо влияло на спектр бифотонов, поэтому далее приводятся результаты, полученные при использовании для  $I_1(\Omega)$  вместо (14) более простой формулы

$$I_1(\Omega) = \frac{\exp[i\Delta(\Omega)l_c] - 1}{i\Delta(\Omega)l_c} \exp[i\Delta(\Omega)l_c]. \quad (18)$$

Для вычисления скорости совпадений  $\langle R_c(\tau) \rangle$  надо учесть преобразования (2) полей сигнальной и холостой волн на светоделителе. Как и в работе [19], зависимость  $\langle R_c(\tau) \rangle$  представим в виде суммы двух компонент:

$$\langle R_c(\tau) \rangle = 2R_0 - \rho(2\tau), \quad (19)$$

где

$$2R_0 = (WE_0 l_c)^2 \int G_N(\Omega) d\Omega; \quad (20)$$

$$\rho(2\tau) = (WE_0 l_c)^2 \int G_N(\Omega) \exp(-i2\Omega\tau) d\Omega. \quad (21)$$

Спектр интенсивности бифотонного поля  $G_N(\Omega)$  определяется выражением

$$G_N(\Omega) = (1 - \Omega^2/\omega_0^2) |F_N(\Omega)|^2 |I_1(\Omega)|^2. \quad (22)$$

Поясним, что множитель  $1 - \Omega^2/\omega_0^2$  в (22) возникает в связи с тем, что в спектральную плотность излучения входит произведение энергий квантов  $\hbar^2 \omega_s \omega_i = \hbar^2 \omega_0^2 (1 - \Omega^2/\omega_0^2)$ . Учитывая (17), спектр  $G_N(\Omega)$  можно представить в виде

$$G_N(\Omega) = G_1(\Omega) \frac{\sin^2[\Delta_\Sigma(\Omega)N/2]}{\sin^2[\Delta_\Sigma(\Omega)/2]}, \quad (23)$$

где

$$\Delta_\Sigma(\Omega) = \Delta(\Omega) + \Delta_1(\Omega); \quad G_1(\Omega) = (1 - \Omega^2/\omega_0^2) |I_1(\Omega)|^2. \quad (24)$$

В соответствии с формулами (2), (3), (19)–(21) скорость совпадений  $\langle R_c(\tau) \rangle$  определяется временной корреляционной функцией второго порядка (для интенсивностей  $I_1(t_1)$  и  $I_2(t_2)$ ), регистрируемых детекторами Д1 и Д2) и

выражается через квадрат модуля амплитуды бифотона  $|F(t_1, t_2)|^2$ . Именно эта корреляционная функция задает временной профиль и длительность бифотонного пакета. Согласно (19)–(21) скорость совпадений  $\langle R_c(\tau) \rangle$  в центре провала (при  $\tau = 0$ ) уменьшается до нуля. Это имеет место в случае вырожденного синхронизма, который здесь и рассматривается. При невырожденном синхронизме глубина антикорреляционного провала уменьшается.

Полученные формулы будем использовать для анализа ПРС в периодической последовательности тонких кристаллов, учитывая точные дисперсионные соотношения для  $n_j(\omega_j)$  на основе уравнений Селлмейера.

#### 4. Аппроксимация точных дисперсионных соотношений

Как будет видно из дальнейшего, аппроксимация точных дисперсионных соотношений с учетом членов второго порядка ( $\propto \Omega^2$ ) дает результаты, хорошо согласующиеся с точными почти во всей рассматриваемой нами области спектра. Используя такую аппроксимацию, приведем следующие приближенные формулы, основанные на разложении в ряд Тейлора с учетом членов до второго порядка по  $\Omega$ :

$$\Delta^a(\Omega) = A\Omega + B\Omega^2, \quad (25a)$$

$$\Delta_1^a(\Omega) = k_{p1} - k_p - A\Omega + B\Omega^2, \quad (25b)$$

$$\Delta_\Sigma^a(\Omega) = \Delta^a(\Omega) + \Delta_1^a(\Omega) = k_{p1} - k_p + 2B\Omega^2. \quad (25в)$$

Здесь верхний индекс «а» означает, что для функции  $\Delta_j(\Omega)$  использована квадратичная по  $\Omega$  аппроксимация;  $k_p$  – волновой вектор поля накачки в первом кристалле ячейки, а  $k_{p1}$  – во втором. Различие между  $k_p$  и  $k_{p1}$  возникает из-за того, что в первом кристалле волна накачки является необыкновенной, а во втором – обыкновенной.

Учитывая (23) и (25), получаем спектр в виде

$$G_N(\Omega) = G_1(\omega) \frac{\sin^2[(\varphi + B\Omega^2 l_c)N]}{\sin^2(\varphi + B\Omega^2 l_c)}, \quad (26)$$

где  $\varphi = (k_{p1} - k_p)l_c$ . Анализ формулы (26) показывает, что второй множитель играет роль частотного фильтра с шириной полосы пропускания

$$\delta = \sqrt{2\pi/(Bl_c)}. \quad (27)$$

При достаточно большом числе ячеек,

$$N > \tau_0^2/(2\pi Bl_c), \quad (28)$$

полоса пропускания фильтра разбивается на ряд более узких полос с шириной

$$\delta_N = \sqrt{2\pi/(Bl_c N)}. \quad (29)$$

#### 5. Результаты численных исследований

Дисперсию показателей преломления будем учитывать в соответствии с уравнениями Селлмейера. В качестве нелинейного кристалла выберем ВВО при синхронизме

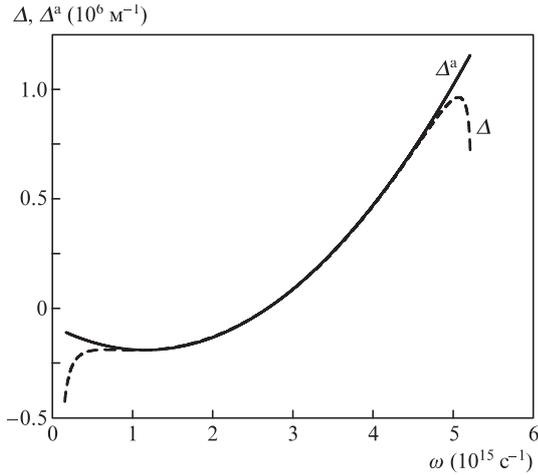


Рис.3. Дисперсионная зависимость  $\Delta(\omega)$ , рассчитанная в соответствии с уравнениями Селлмейера, и ее аппроксимация  $\Delta^3(\omega) = A\omega + B\omega^2$ .

типа II (e–oe). Численные результаты, приведенные ниже, получены для кристаллов, вырезанных так, чтобы волновой вектор накачки (ось  $z$ ) был направлен под углом  $\theta_0 = 49^\circ$  к кристаллографической оси; длина волны накачки (в вакууме)  $\lambda_p$  полагалась равной 351 нм. Рассматриваемый случай соответствует условиям экспериментов, проведенных в [7]. Детальный теоретический анализ в случае одного кристалла был выполнен в [20].

В первом кристалле ячейки сигнальная волна является обыкновенной, и для нее показатель преломления  $n_s(\omega_s) = n_o(\lambda_s)$ . Для холостой волны  $n_i(\omega_i) = n_e(\lambda_i)$  и

$$n_i^2(\omega_i) = \frac{n_e^2(\lambda_i)}{1 - \gamma(\lambda_i) \cos^2 \theta_0}, \quad (30)$$

где  $\gamma(\lambda) \equiv 1 - n_e^2(\lambda)/n_o^2(\lambda)$ . Значения показателей преломления для обыкновенной и необыкновенной волн  $n_o(\lambda)$  и  $n_e(\lambda)$  рассчитывались по формулам Селлмейера для кристалла ВВО.

Вначале сравним дисперсионные зависимости, рассчитанные на основе уравнений Селлмейера и при их аппроксимации с учетом лишь членов второго порядка ( $B\Omega^2$ ). На рис.3 показаны точная зависимость  $\Delta(\omega)$  и ее аппроксимация  $\Delta^3(\omega) = A\omega + B\omega^2$ . Видно, что точные и рассчитанные по приближенным формулам (25) зависимости хорошо согласуются между собой почти во всей области изменения  $\omega$  (за исключением узких промежутков вблизи границ области прозрачности).

При аппроксимации точных дисперсионных соотношений были использованы следующие значения параметров:  $A = 2.5 \times 10^{-10}$  с/м и  $B = 0.82 \times 10^{-25}$  с/м<sup>2</sup>. Параметр  $k_{p1} - k_p$ , входящий в формулы (25) для  $\Delta_1(\Omega)$  и  $\Delta_2(\Omega)$ , равен  $1.3840 \times 10^6$  м<sup>-1</sup>.

### 5.1. Возможности увеличения потока бифотонов

Проанализируем возможности, открывающиеся при генерации рассматриваемым способом широкополосных бифотонов в стопе кристаллов ВВО толщиной  $l_c = 0.1$  мм. Приведем конкретные результаты расчетов. Далее вместо обычной скорости совпадений  $\langle R_c \rangle$  будем использовать относительную скорость  $\langle R_c(\tau) \rangle / R_{\text{ref}}$ , где  $R_{\text{ref}}$  – максимальное значение скорости совпадений, наблюдаемое в случае одного кристалла толщиной 0.1 мм. На рис.4 пред-

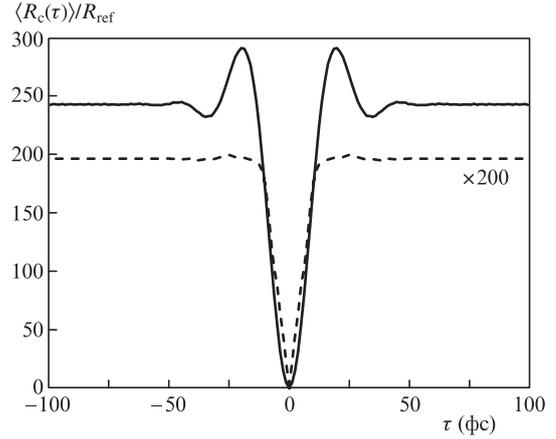


Рис.4. Относительная скорость совпадений фотоотсчетов  $\langle R_c(\tau) \rangle / R_{\text{ref}}$  (форма антикорреляционного провала) при  $N = 20$  (сплошная кривая) и 1 (штриховая кривая),  $l_c = 0.1$  мм.

ставлены относительные скорости совпадений для одного кристалла и для пачки из 20 ячеек. Длительность пакета  $\tau_0 = 25$  фс, что хорошо согласуется с экспериментом [7]. Для цепочки из 20 ячеек скорость совпадений увеличилась в 250 раз, а длительность пакета осталась прежней.

Из полученных нами результатов следует, что для кристаллов толщиной 0.1 мм можно увеличивать поток бифотонов, увеличивая число ячеек  $N$  в системе. При этом ширина спектра и длительность волнового пакета остаются такими же, как и в случае одного кристалла.

### 5.2. Возможность расширения спектра бифотонов

Проанализируем возможности расширения спектра бифотонов, генерируемых в периодической последовательности, содержащей  $N$  ячеек. На рис.5 приведен спектр  $G_1(\omega)$  в случае одной ячейки с  $l_c = 9.08$  мкм, рассчитанный по формулам (18), (24) (штриховая кривая) и с учетом ПРС во втором кристалле ячейки (сплошная кривая). Толщина кристалла  $l_c = 9.08$  мкм выбрана для выполнения условия  $\varphi = (k_p - k_{p1})l_c = 4\pi$ . Видно, что учет ПРС во втором кристалле ячейки слабо влияет на спектр генерируемого бифотона. Это также относится и к другим, рассмотренным ниже спектрам, поэтому далее приводятся результаты, полученные при расчете по формулам (18), (24).

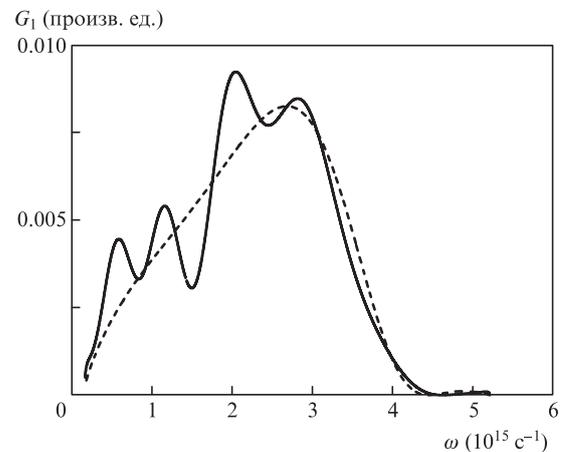


Рис.5. Спектр бифотонного пакета  $G_1(\omega) = |I_1(\omega)|^2$  в случае одной ячейки при  $l_c = 9.08$  мкм. Штриховая кривая – спектр  $G_1(\omega)$  без учета ПРС во втором кристалле ячейки.

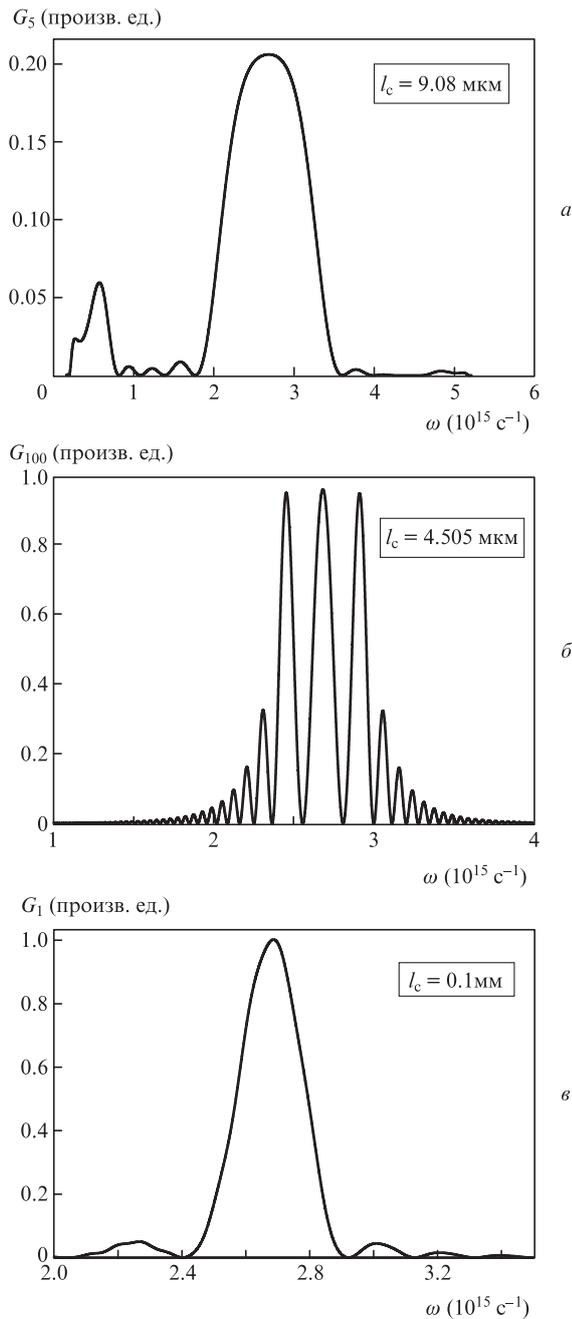


Рис.6. Спектры бифотонного пакета  $G_N(\omega)$  в случаях пяти (а) и 100 ячеек (б), а также в случае одного кристалла (в) при различных значениях  $l_c$ .

В соответствии с результатами экспериментальных исследований, выполненных в [7], для регистрации бифотонного пакета необходима скорость совпадений, для которой  $\langle R_c(0) \rangle / R_{\text{ref}} \geq 1$ . Такие скорости совпадений при толщинах кристаллов  $l_c \leq 10$  мкм получаются при числе ячеек  $N \geq 5$ .

В случае пяти ячеек с кристаллами толщиной  $l_c = 9.08$  мкм спектр  $G_N(\omega)$  показан на рис.6,а. На рис.6,в для сравнения приведен спектр, получающийся для одного кристалла толщиной 0.1 мм. Видно, что использование пяти ячеек, образованных из кристаллов толщиной 9.08 мкм, позволяет увеличить в четыре раза максимальную ширину спектра, наблюдавшуюся в [7] для одного кристалла толщиной 0.1 мм. Поток бифотонов в обоих случаях одинаков.

При использовании 100 ячеек, образованных из кристаллов толщиной  $l_c = 4.505$  мкм, спектр бифотона  $G_N(\omega)$  показан на рис.6,б. В этом случае поток бифотонов возрастает примерно в пять раз (по сравнению с потоком в случае одного кристалла с  $l_c = 0.1$  мм). Видно, что при большом числе ячеек спектр бифотона имеет тонкую структуру и на всей его ширине возникает множество узких полос; при увеличении числа ячеек растет число полос, на которые разбивается спектр широкополосного бифотона.

## 6. Обсуждение полученных результатов

Как уже было отмечено во Введении, один из способов генерации широкополосных бифотонов основан на использовании тонких кристаллов. Проведенные ранее экспериментальные исследования [7, 8] показали, что для кристаллов ВВО существует предельная толщина  $l_c = 0.1$  мм, обусловленная уменьшением потока генерируемых бифотонов. Выполненные в настоящей работе исследования показали, что при толщинах кристаллов ВВО не менее 0.05 мм метод генерации широкополосных бифотонов, предложенный Д.Н.Клышко, должен хорошо работать. При толщинах  $l_c \geq 0.05$  мм можно существенно увеличить поток генерируемых бифотонов, используя достаточно большое число ячеек  $N$ . При этом ширина спектра и длительность волнового пакета остаются такими же, как и в случае одного кристалла ( $\tau_0 \approx 10$  фс).

При меньших толщинах кристаллов ( $l_c \leq 0.05$  мм) применение метода, предложенного Д.Н.Клышко, позволяет достичь дальнейшего расширения спектра бифотонов и уменьшения их длительности. Как показали проведенные выше расчеты, можно получить пакеты длительностью 2 фс. При достаточно малых толщинах отдельных кристаллов (слоев) в рассматриваемой системе возникает тонкая структура в спектре бифотонов: широкополосный спектр с увеличением числа ячеек (слоев) разбивается на ряд более узких полос и возрастает их число. Представляет интерес экспериментальное исследование такой структуры в спектре широкополосных бифотонов.

В настоящее время, как уже отмечалось выше, для расширения спектра и уменьшения длительности пакетов бифотонов используются периодически поляризованные нелинейные кристаллы, в которых оптические оси соседних слоев антипараллельны и лежат в одной плоскости [9–14]. Этот метод близок к предложенному Д.Н.Клышко, однако между ними имеется и существенное различие. В случае слоев с антипараллельными осями в ячейке расширение спектра бифотонного пакета происходит при наличии чирпа (при изменении периода модуляции нелинейной поляризации на толщине кристалла). Поэтому возникает лишь фазовая модуляция бифотонного пакета, а его длительность не меняется (длительность пакета определяется толщиной кристалла). Для уменьшения длительности пакетов необходимы два этапа: на первом этапе осуществляется генерация бифотона в квазипериодически поляризованном нелинейном кристалле, а на втором – сжатие пакета в результате преобразования фазовой модуляции в амплитудную при прохождении одной из компонент бифотона (например, сигнальной волны) через дополнительную среду с дисперсией групповой скорости. Такое двухэтапное преобразование бифотонов реализовано к настоящему времени лишь в одной работе [14], где было получено уменьшение длительности бифотонного пакета до 100 фс. Метод, предложенный Д.Н.Клышко, имеет в

этом отношении существенное преимущество: ультракороткий волновой пакет бифотона создается при ПРС в стопе нелинейных кристаллов, и второй этап не нужен. Как показали исследования, выполненные в настоящей работе, этим методом можно получить пакеты с длительностью  $\tau_0 \approx 2$  фс, т. е. на два порядка меньшей, чем в [14].

Отметим, что проведенный нами анализ относится к случаю монохроматической накачки, когда эффективное взаимодействие бифотонов с полем накачки происходит во всем кристалле. В другом предельном случае, когда накачка осуществляется ультракоротким импульсом и длина его когерентности оказывается меньше длины кристалла  $l_c$ , поток испускаемых бифотонов генерируется только частью кристалла. Для этого случая выполненный в настоящей работе анализ оказывается некорректным и в рассматриваемой задаче об уменьшении длительности и увеличении потока бифотонов могут возникнуть специфические особенности. Эти особенности предполагается рассмотреть в отдельной публикации.

## 7. Заключение

Почти 20 лет назад Д.Н.Клышко [15] предложил компенсировать убывание потока бифотонов при уменьшении толщины нелинейного кристалла с помощью специальной периодической многослойной структуры. В настоящей работе для такой структуры, базирующейся на кристаллах ВВО, при точном учете дисперсии в кристалле рассчитаны спектры широкополосных бифотонов. Полученные нами результаты показали, что реализация предложенного Д.Н.Клышко метода позволит достичь существенного прогресса как в решении задач, требующих повышения интенсивности сверхкоротких бифотонов, так и

в исследованиях, нацеленных на расширение спектра бифотонов и получение предельно коротких квантовых пакетов.

1. Зельдович Я.Б., Клышко Д.Н. *Письма в ЖЭТФ*, **9**, 69 (1969).
2. Valencia A., Scarcelli G., Shih Y. *Appl. Phys. Lett.*, **85**, 2655 (2004).
3. Abouraddy A.F., Nasr M.B., Saleh B.E.A., Sergienko A.V., Teich M.C. *Phys. Rev. A*, **65**, 053817 (2002).
4. Carrasco S., Torres J.P., Torner L., Sergienko A.V., Saleh B.E.A., Teich M.C. *Opt. Lett.*, **29**, 2429 (2004).
5. Squier J., Müller M. *Rev. Sci. Instrum.*, **72**, 2855 (2001).
6. Катамадзе К.Г., Кулик С.П. *ЖЭТФ*, **139**, 26 (2011).
7. Dauler E., Jaeger G., Müller A., Migdall A., Sergienko A.V. *J. Res. Nat. Inst. Stand. Technol.*, **104**, 1 (1999).
8. Katamadze K.G., Borshchevskaya N.A., Dyakonov I.V., Paterova A.V., Kulik S.P. *Laser Phys. Lett.*, **10**, 045203 (2013).
9. Harris S.E. *Phys. Rev. Lett.*, **98**, 063602 (2007).
10. Nasr M.B., Carrasco S., Saleh B.E.A., Sergienko A.V., Teich M.C., Torres J.P., Torner L., Hum D.S., Fejer M.M. *Phys. Rev. Lett.*, **100**, 183601 (2008).
11. Китаева Г.Х., Чехова М.В., Шумилкина О.А. *Письма в ЖЭТФ*, **90**, 190 (2009).
12. Brida G., Chekhova M.V., Degiovanni I.P., Genovese M., Kitaeva G.Kh., Meda A., Shumilkina O.A. *Phys. Rev. Lett.*, **103**, 193602 (2009).
13. Brida G., Chekhova M.V., Degiovanni I.P., Genovese M., Kitaeva G.Kh., Meda A., Shumilkina O.A. *Phys. Rev. A*, **81**, 053828 (2010).
14. Sensarn S., Yin G.Y., Harris S.E. *Phys. Rev. Lett.*, **104**, 253602 (2010).
15. Клышко Д.Н. *ЖЭТФ*, **105**, 1574 (1994).
16. Belinsky A.V., Klyshko D.N. *Laser Phys.*, **4**, 663 (1994).
17. Shih Y.H., Sergienko A.V. *Phys. Lett. A*, **186**, 29 (1994).
18. Burlakov A.V., Chekhova M.V., Karabutova O.A., Kulik S.P. *Phys. Rev. A*, **64**, 041803 (2001).
19. Rubin M.H., Klyshko D.N., Shih Y.H., Sergienko A.V. *Phys. Rev. A*, **50**, 5122 (1994).
20. Brambilla E., Caspani L., Lugiato L.A., Gatti A. *Phys. Rev. A*, **82**, 013835 (2010).