

«Фотонные струи» от диэлектрических микроаксиконов

Ю.Э.Гейнц, А.А.Землянов, Е.К.Панина

Рассмотрена специфическая пространственно локализованная световая структура – «фотонная струя», формирующаяся в ближнем поле при рассеянии оптической волны на микронной диэлектрической частице. Теоретически изучены размерные параметры и интенсивность фотонной струи от микроаксиконов в различной пространственной ориентации. Впервые установлено, что в рассматриваемом случае аксиконная фотонная струя имеет существенно большую протяженность по сравнению со случаем ее формирования на сферической частице.

Ключевые слова: рассеяние света, фотонная струя, микроаксикон.

1. Введение

Вопросу получения предельной фокусировки оптического излучения в пространственную область субволнового размера при использовании рассеяния света на изолированных цилиндрических и сфероидальных микрочастицах посвящено достаточно много работ (см., напр., обзор [1]). Данные исследования были мотивированы тем, что частицы с высокой степенью пространственной симметрии и размерами порядка длины волны падающего излучения при освещении их излучением способны создавать вблизи своей теневой поверхности сильно локализованные световые структуры – так называемые «фотонные (нано)струи» (ФС) [2]. Отличительными чертами ФС являются повышенная (относительно начальной) интенсивность и пространственные размеры, не характерные для случая геометрической фокусировки излучения обычной собирающей линзой. Протяженность ФС, сформированной микронной частицей, может достигать нескольких ее диаметров (десятки длин волн излучения), а поперечный размер быть меньше дифракционного предела [3]. Кроме того, варьирование размера и оптических свойств «родительских» микросфер (т.е. микросфер, формирующих ФС) позволяет в широком диапазоне управлять характеристиками ФС, например увеличивать длину либо повышать интенсивность ФС [4].

Современные оптические технологии позволяют создавать миниатюрные объекты более сложных геометрических форм, чем сферы и эллипсоиды, или, например, микроцилиндры [5]. Сообщается о получении массивов микропризм [6], микроконусов [7], а также кубических объектов (кубоидов) [8]. Использование каждого из таких дифракционных микроэлементов может быть направлено на решение конкретной практической задачи.

Так, например, в настоящее время активно ведутся разработки лазерных методов манипулирования атома-

ми и молекулами вещества, в частности «лазерных ножниц» и «лазерного пинцета» [9, 10]. Принцип их действия основан на эффекте возникновения градиентных сил светового поля в фокальной перетяжке лазерного пучка, вследствие чего возможно контролируемое перемещение микро- и нанообъектов, попадающих в область оптической ловушки. Интересно, что путем перемещения фокуса линзы можно передвигать частицы, выстраивая из них самые разнообразные конструкции [11, 12]. Здесь важно максимально увеличить длину областей фокусировки оптического поля, чтобы получить возможность манипулирования сразу группой целевых микрообъектов.

Традиционно для подобной модификации фокальной перетяжки светового пучка используются аксиконы или конические линзы [13], характерной особенностью которых является специфическая, коническая, фокусировка падающей волны. Пространственная структура оптического поля, сформированного такими линзами, содержит протяженную, практически «бездифракционную» область фокуса, длина которой зависит от вершинного угла (толщины) аксикона.

В связи с этим перспективной представляется идея применить коническую фокусировку совместно с эффектом ФС для создания распределенной оптической ловушки увеличенной протяженности. Очевидно, что для этого необходимо использовать для получения ФС в качестве родительской частицы не сферу, а микроконус (микроаксикон). По аналогии с геометрической оптикой можно ожидать, что ФС, сформированная конической частицей микронных размеров, будет характеризоваться значительно большей пространственной длиной, чем ФС от сферы. Именно этот вопрос и исследуется в настоящей работе.

Для моделирования пространственной структуры оптических полей в окрестности микрочастиц нами был применен метод дискретной дипольной аппроксимации (ДДА) [14–16], который в отличие от формул Ми [17] позволяет решить задачу рассеяния световой волны на объектах различных пространственных форм, а не только на эллипсоидах и сферах. С помощью данной методики были исследованы различные варианты формирования ФС от конических частиц и установлено, что использование микроаксикона с определенным соотношением тол-

Ю.Э.Гейнц, Е.К.Панина, А.А.Землянов. Институт оптики атмосферы им. В.Е.Зуева СО РАН, Россия, 634021 Томск, пл. Акад. Зуева, 1; e-mail: ygeints@iao.ru

щины и ширины (вершинным углом) дает резкое увеличение протяженности возникающей ФС до величин порядка десяти длин волн падающего излучения при сохранении субволнового поперечного размера фотонного потока. ФС от сферической частицы с таким же поперечным сечением имеет в несколько раз меньшую протяженность.

2. Метод ДДА

Кратко рассмотрим основные принципы и положения методики ДДА. Данный метод относится к семейству интегральных методов решения задачи светорассеяния на объектах. Он позволяет находить пространственное распределение поля световой волны, рассеянной частицей (или группой частиц), по известному распределению оптического поля внутри рассеивающего объекта. По сути поле в любой точке пространства можно представить в виде суммы поля падающей волны и поля, индуцированного всеми остальными элементарными частями рассеивателя. Эти поля интерферируют и дают результирующую интенсивность рассеянной волны.

Основным отличием метода ДДА от подобных ему (метод моментов [18], метод оцифрованной функции Грина [19]) является то, что при проведении процедуры дискретизации рассеивающего свет объекта на заданное число N_d элементарных поляризуемых частей они считаются электрическими диполями, закон излучения которых известен. Таким образом, если известна амплитуда возбуждающего диполь электромагнитного поля, то можно определить и отклик данного конкретного диполя и так же поступить со всеми остальными N_d диполями. Результирующее поле будет суперпозицией внешнего поля и поля всех элементарных диполей объекта с учетом взаимодействия диполей между собой, поэтому метод ДДА в литературе еще называют методом связанных диполей [20].

Ниже, следуя [15], вкратце приведем математическую формулировку метода ДДА. Рассматривается объект объемом V с комплексным показателем преломления вещества $m = n - ik$, в общем случае зависящим от пространственных координат r . Реальный объект заменяется набором N_d диполей, равномерно распределенных в узлах пространственной решетки (в физических границах объекта), с расстоянием между диполями d . Каждый диполь отвечает за поляризуемость элементарной части вещества рассеивающей частицы – кубического элемента объемом d^3 .

Поляризуемость каждого диполя α_j ($j = 1, \dots, N_d$) задается в форме соотношения Клаузиуса–Моссотти [21] с коррекцией на дисперсию дискретной решетки диполей в области высоких частот ($kd \gg 1$) [22, 23]: $\alpha_j = \alpha_j^{CM} / (1 + D)$, где

$$\alpha_j^{CM} = \frac{3}{4\pi} d^3 \frac{\epsilon_j - 1}{\epsilon_j + 2};$$

$$D = \frac{\alpha_j^{CM}}{d^3} \left[\frac{4}{3} (kd)^2 + \frac{2}{3\pi} \ln \left(\frac{\pi - kd}{\pi + kd} \right) + \frac{2}{3} i (kd)^3 \right]$$

– корректирующий фактор; ϵ_j – диэлектрическая проницаемость вещества в точке r_j локализации диполя; $k = 2\pi/\lambda$; λ – длина волны излучения.

Вектор (электрической) поляризации диполя $P_j = \alpha_j E_j$, где

$$E_j = E_j^{inc} - \sum_{l \neq j} A_{lj} P_l \quad (1)$$

– результирующее поле в точке r_j внутри объекта, состоящее из поля падающей волны $E_j^{inc} = E_0 \exp(ikr_j - i\omega t)$ и вклада каждого из оставшихся $N_d - 1$ диполей; k – волновой вектор в направлении распространения электромагнитной волны ($k = |k| = \omega/c$); $\sum_{l \neq j} A_{lj} P_l$ – электрическое поле в точке r_j излучения диполей с поляризацией P_l , находящихся в точках r_l , с учетом его запаздывания при распространении на расстояние $r_{jl} = |r_j - r_l|$.

Каждый элемент A_{lj} является квадратной матрицей третьего ранга:

$$A_{lj} = \frac{\exp(ikr_{jl})}{r_{jl}} \left[k^2 (\tilde{r}_{jl} \tilde{r}_{jl} - I_3) + \frac{ikr_{jl} - 1}{r_{jl}^2} (3\tilde{r}_{jl} \tilde{r}_{jl} - I_3) \right], l \neq j,$$

где $\tilde{r}_{jl} = (r_j - r_l)/r_{jl}$, а I_3 – единичная матрица размерностью 3×3 . Диагональные элементы матрицы \hat{A} записываются через поляризацию диполей в точке r_j : $A_{jj} = 1/\alpha_j$. Дальнейшая процедура состоит в нахождении набора поляризаций P_l путем решения системы из $3N_d$ линейных уравнений (в комплексной плоскости):

$$\sum_{l=1}^{N_d} A_{lj} P_l = E_j^{inc}. \quad (2)$$

После этого можно вычислить амплитуду оптического поля рассеянной волны:

$$E_{sc}(r) = \frac{k^2 \exp(ikr)}{r} \sum_{j=1}^{N_d} \exp(-ik\hat{r}r_j) (\hat{r}\hat{r} - I_3) P_j. \quad (3)$$

Полное поле вне частицы есть сумма полей падающей и рассеянной волн: $E(r) = E^{inc}(r) + E_{sc}(r)$, и, таким образом, с учетом (1) задачу светорассеяния можно считать решенной.

При проведении численных расчетов нами был использован программный пакет DDSCAT, созданный Б.Дрейном и Ф.Флатом [15] и распространяемый в соответствии с открытой лицензией. Последнюю версию исходных кодов на языке Fortran-90, а также документацию и примеры можно загрузить с ресурса <http://code.google.com/p/ddscat/>. Исходя из поставленной в работе задачи, мы внесли некоторые изменения в исходный код пакета DDSCAT, модифицировав блок представления выходных результатов и добавив процедуры, осуществляющие генерацию массива пространственных точек, занятых диполями, для усеченного конуса с различной ориентацией и конуса, соединенного с полусферической линзой.

3. Характеристики ФС от конических микрочастиц

Эффект формирования ФС иллюстрирует рис.1,а, на котором приведено двумерное распределение относительной интенсивности лазерного излучения $B = I(y, z)/I_0$ (I_0 – интенсивность падающей световой волны) в окрестности однородной сферической частицы с радиусом $a_0 = 1$ мкм. Здесь и в дальнейшем для определенности будем рассматривать кварцевые непоглощающие частицы с действительным показателем преломления $n = 1.5$, находящиеся в воздухе и освещенные лазерным излучением с длиной волны $\lambda = 0.532$ мкм.

Рассматривались два основных типа частиц: сфера и аксикон. В последнем случае (рис.1,б,в) ориентация микрочастицы относительно падающего излучения менялась, поскольку ожидалось, что это влечет за собой изменение фокусирующих свойств микроконуса, связанное с различной деформацией волнового фронта излучения,

падающего на частицу, и, как следствие, характеристик поля в области ФС.

Для исследования и сравнения ФС от различных частиц согласно [3] выберем три основных параметра: эффективную длину L , поперечный размер R и пиковую интенсивность B_{\max} . Также будем учитывать степень удаленности ФС от поверхности микрочастиц h . Данные характеристики определены на рис.1, в при рассмотрении пространственных профилей интенсивности оптического поля в области внешнего фокуса кварцевого аксикона. Продольный профиль получен сечением двумерного распределения $B(y, z)$ прямой $y = 0$, а поперечный профиль – сечением прямой, параллельной оси y и проходящей через точку, соответствующую абсолютному максимуму интенсивности B_{\max} в ФС. Продольную ширину главного максимума, полученную по уровню $1/e^2$, примем за длину ФС L . Аналогично определим и характерную полуширину фотонного потока R .

Анализ рис.1, а–в показывает, что при изменении формы и/или ориентации родительской частицы изменяются и характеристики светового поля в области ФС. Такая

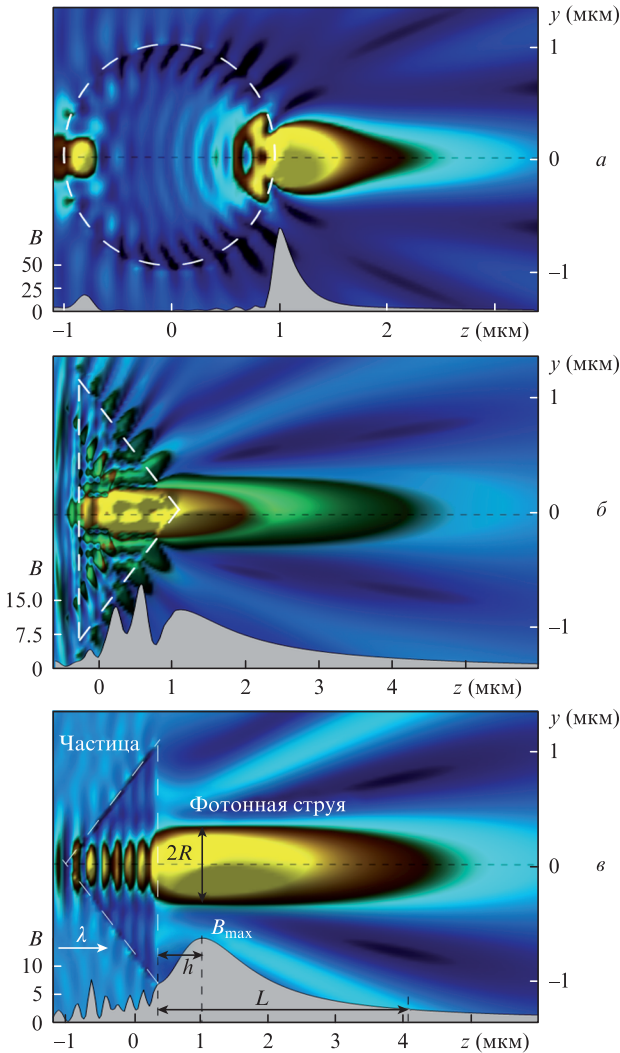


Рис.1. Тоновые распределения относительной интенсивности оптического поля $B(y, z)$ в окрестности кварцевых частиц, освещенных лазерным излучением с $\lambda = 0.523$ мкм, для сферы с радиусом $a_0 = 1$ мкм (а) и микроаксикона с диаметром основания $D_a = 2$ мкм и толщиной $L_a = D_a/2$ при различной его ориентации (б, в). Излучение падает слева. Здесь и на рис.2 и 3 в нижней части каждого рисунка приведено сечение распределения при $y = 0$.

высокая чувствительность пространственной формы и интенсивности ФС к изменению типа и размера рассеивающей излучение частицы (а также ее оптических свойств) позволяет эффективно манипулировать параметрами ФС [3]. Рассмотрим, как модифицируется вид ФС при замене сферы на аксикон с равным поперечным сечением.

Как правило, в оптических системах формирования пучка аксикон освещается лазерным излучением со стороны своего основания. В случае микроконуса в такой конфигурации, как показано на рис.1, б, оптическое поле локализуется главным образом внутри аксикона ($B \sim 17$), а «вытекающий» световой поток (ФС) с большей протяженностью ($L \approx 5\lambda$) имеет более низкую интенсивность ($B_{\max} \approx 11$). В случае зеркальной конфигурации микроконуса («обратного» аксикона), как показано на рис.1, в, положение максимума интенсивности фотонного потока удаляется от частицы ($h \approx 2\lambda$), что визуально воспринимается как отрыв струи от ее поверхности. Численные оценки показали, что, хотя подобная пространственная ориентация аксиконной частицы не дает существенного выигрыша в интенсивности по сравнению с традиционным расположением аксикона, это позволяет значительно увеличить длину формируемой ФС.

Поскольку задача настоящего исследования состояла в поиске микрообъектов, способных формировать ФС увеличенной протяженности, то далее мы ограничимся рассмотрением обратного аксикона (см. рис.1, в) и более детально исследуем основные характеристики ФС при варьировании его размерных параметров.

Прежде всего покажем, как изменение толщины микроаксикона влияет на характеристики оптического поля вблизи его теневой поверхности (области ФС). В качестве примера рассмотрим два варианта, когда толщина конуса L_a либо составляла четверть диаметра его основания D_a ($L_a = D_a/4$), либо равнялась диаметру ($L_a = D_a$). В условиях фиксированного значения D_a это фактически соответствует изменению вершинного угла аксикона.

Из серии двумерных распределений интенсивности поля, представленных на рис.2, видно, что уменьшение толщины фокусирующей частицы приводит к резкому увеличению длины фотонного потока за ее пределами (рис.2, а). Однако данный эффект сопровождается более чем двукратным снижением пиковой интенсивности ФС ($B_{\max} = 6.2$) и полуторакратным увеличением ее поперечного размера по сравнению со случаем более широкого аксикона (рис.2, б). Так, для короткого аксикона ($L_a = D_a/4$) имеем $L \approx 10\lambda$ и $R \approx \lambda$. В то же время для более широкой частицы эти характеристики составляют соответственно $\sim 6\lambda$ и $\sim 0.75\lambda$. Следует отметить, что для сферической частицы с таким же поперечным сечением основные параметры ФС таковы: $B_{\max} = 84$, $L = 0.85\lambda$, $R = 0.68\lambda$.

Применение аксикона, как наглядно было продемонстрировано выше, позволяет получать аномально протяженные фотонные потоки, однако их поперечный размер больше, чем у ФС от сферы, а интенсивность меньше. Вместе с тем ряд оптических приложений, связанных с микрообработкой отверстий [7, 24], управлением микро- и наночастицами [25, 26], требует получения протяженных высокоинтенсивных субмикронных струй с поперечным размером, приближающимся к дифракционному пределу: $R \sim \lambda/2$. Следовательно, возникает проблема увеличения пространственного разрешения ФС от аксиконной частицы при сохранении, по возможности, ее длины. Это обуславливает поиск частиц других типов, для которых об-

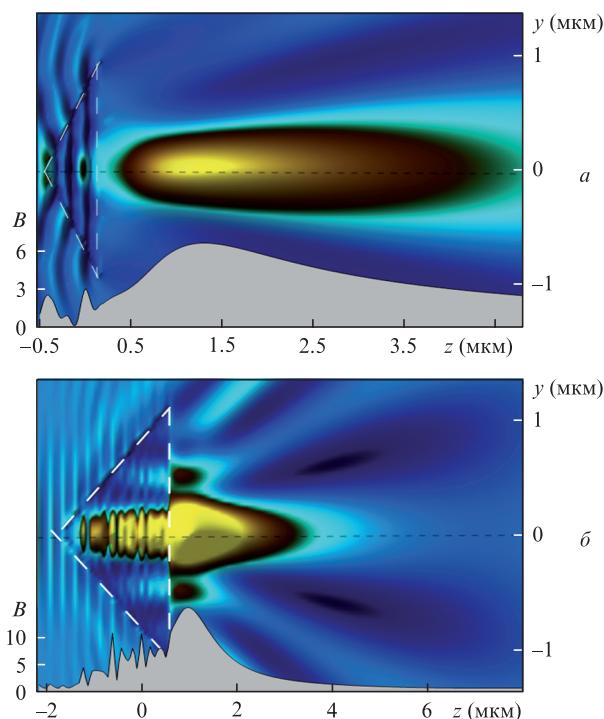


Рис.2. ФС от аксиконных частиц с диаметром основания $D_a = 2$ мкм и толщиной $L_a = D_a/4$ (а) и D_a (б).

ласть фокусировки имеет достаточно хорошую пространственную локализацию при высокой интенсивности.

Для решения данной проблемы предлагается сконструировать комбинированную частицу, состоящую из конуса и полусферы. Основная идея здесь заключается в использовании достоинств конической (протяженность) и сферической (высокая интенсивность) фокусировок световой волны. В качестве базовой частицы выберем круговой конус, наследующий способность аксикона формировать длинные ФС. Добавление полусферы на выходном сечении конуса позволит осуществить дополнительную подфокусировку падающего излучения, что должно повысить пиковую интенсивность ФС и уменьшить ее ширину.

Серия тоновых распределений относительной интенсивности лазерного излучения B в окрестности комбинированных осесимметричных кварцевых микрочастиц с радиусом основания усеченного аксикона $a_0 = 1$ мкм показана на рис.3. Как и на предыдущих рисунках, интенсивность нормирована на максимальное значение. Толщины аксиконов соответствуют случаям, представленным на рис.1 и 2.

Уже из качественного сравнения рис.2 и 3 видно, как изменяется характер распределения поля внутри и вне частицы при комбинировании аксикона с полусферой. Длина ФС становится в несколько раз меньше по сравнению с соответствующим случаем рассеяния излучения на идеальном аксиконе. Более того, изменяется не только пространственный размер ФС, но и ее удаленность от поверхности. Струя как бы «прилипает» к внешней оболочке сложной частицы, «вытекая» из нее в виде экспоненциально затухающего хвоста. Согласно принятой в [27] терминологии, для комбинированной частицы морфологический тип ФС изменяется с факельного, как на рис.2,а, на кинжальный. Однако в целом тенденция, отмеченная ранее на рис.2, сохраняется, т.е. с увеличением толщины аксикона происходит уменьшение длины фотонного потока вне частицы.

Зависимости основных характеристик ФС от толщины аксикона для конических и комбинированных частиц показаны на рис.4. Видно, что среди исследованных частиц наибольшая протяженность фотонного потока имеет место для аксиконов с соотношением размерных параметров $L_a = D_a/4$. При этом пиковая интенсивность ФС почти на порядок превышает интенсивность падающего излучения, а поперечный размер струи составляет порядка длины волны света ($R \sim \lambda$). Для конусов с наибольшей (из рассмотренных вариантов) толщиной достигается максимальная интенсивность ФС, а полуширина струи имеет минимальный размер ($R \sim 0.66\lambda$).

В комбинированных частицах аксикон + полусфера длина ФС меняется не столь существенно при варьировании длины аксикона, а полуширина струи стабилизируется на субволновом уровне: $R \sim \lambda/2$. При этом дополнительная сферическая фокусировка, достигаемая благодаря прикреплению к аксикону полусферы, позволяет достичь более чем трехкратного увеличения интенсивности вблизи теневой поверхности микрочастицы.

Комплексная оценка параметров ФС может быть проведена с помощью критерия качества Q , учитывающего все характеристики струи: $Q = LB_{\max}/R$ [28]. На рис.5 представлены зависимости данного параметра от толщины L_a , рассчитанные для аксиконных частиц при наличии или отсутствии справа полусферы. Отметим, что значе-

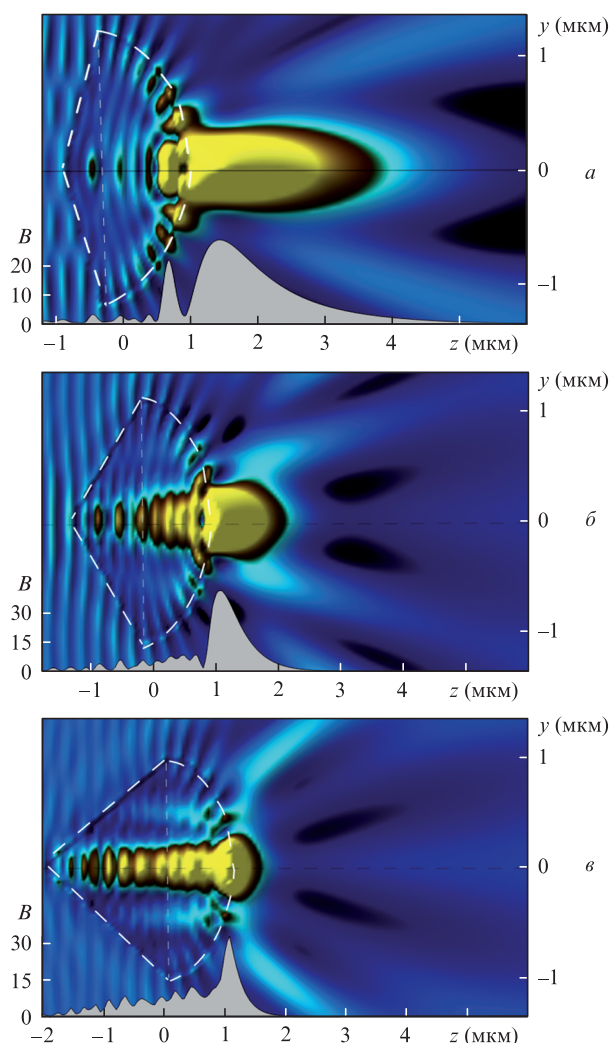


Рис.3. То же, что и на рис.2, для комбинированных частиц с $L_a = D_a/4$ (а), $D_a/2$ (б) и D_a (е).

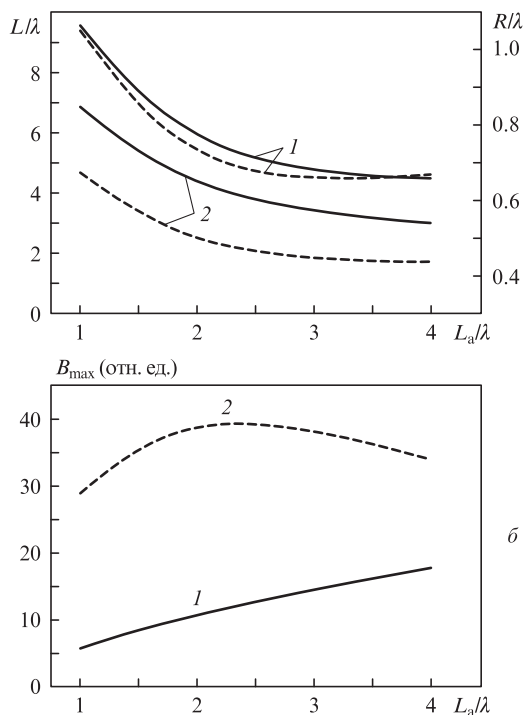


Рис.4. Параметры ФС от микроаксикона (1) и комбинированной частицы (2) в зависимости от толщины аксикона: длина L (штриховые кривые) и ширина R ФС (сплошные кривые) (а), а также максимальная интенсивность B_{\max} (б).

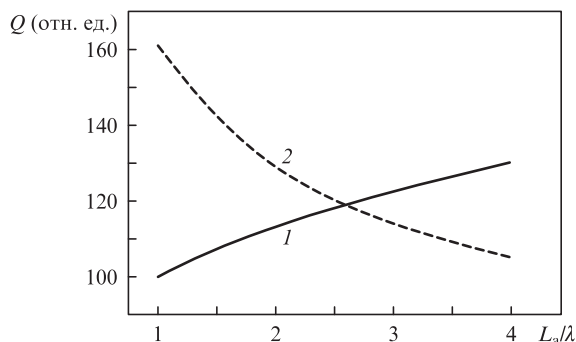


Рис.5. Зависимости критерия качества ФС Q для аксикона (1) и комбинированной частицы (2) от толщины аксикона.

ние критерия качества Q для однородной сферической частицы того же радиуса составляет 106.

Из рис.5 видно, что увеличение длины аксикона приводит к увеличению параметра Q , прежде всего, за счет пространственной локализации ФС (уменьшения ее поперечного размера) и увеличения интенсивности. Сравнение со сферой позволяет говорить о том, что в смысле критерия качества ФС коническая частица, безусловно, является привлекательным объектом для создания протяженных пространственно локализованных световых потоков. Совместное использование конической и сферической фокусировок дает дополнительный выигрыш в величине Q для комбинированных частиц, имеющих толщину $L_a \leq D_a/2$.

4. Заключение

Рассмотренные выше примеры дифракционных структур, образующихся в ближней зоне при рассеянии светового излучения на диэлектрических однородных кварце-

вых микрочастицах в виде прямого и обратного аксикона, а также в виде комбинированных частиц (аксикон + полусфера), указывают на различие пространственных форм ФС. Реализация конической фокусировки на аксиконах позволяет локализовать оптические поля в аномально протяженные области. Свообразной платой за увеличение протяженности является более низкая пиковая интенсивность и большая ширина фотонного потока по сравнению со случаем сферических частиц.

Более выигрышными с точки зрения улучшения мощностных характеристик ФС являются комбинированные частицы, представляющие собой обратный аксикон, дополненный справа полусферой. Сферическая поверхность позволяет осуществить более жесткую фокусировку оптического поля, что приводит к повышению интенсивности в области ФС в несколько раз, но всегда сопровождается уменьшением протяженности струи. Поперечный размер таких световых потоков составляет $\sim \lambda/2$.

Таким образом, наглядно продемонстрировано, что путем варьирования пространственной формы рассеивающих излучение микроаксиконов можно управлять характеристиками фотонных струй, увеличивая их длину либо интенсивность.

- Heifetz A., Kong S.-C., Sahakiana A.V., Taflove A., Backman V. *J. Comput. Theor. Nanosci.*, **6** (9), 1979 (2009).
- Chen Z., Taflove A., Backman V. *Opt. Express*, **12** (7), 1214 (2004).
- Geints Yu.E., Panina E.K., Zemlyanov A.A. *Opt. Commun.*, **283**, 4775 (2010).
- Geints Yu.E., Panina E.K., Zemlyanov A.A. *J. Opt. Soc. Am. B*, **28** (8), 1825 (2011).
- Fang Z., Dai T., Zhang B., Zhu X. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **6831**, 683102 (2008); doi: 10.1117/12.767590.
- Ting D.Z.-Y. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **4992**, 43 (2003); doi: 10.1117/12.475711.
- Zeng D., Latham W.P., Kar A. *Opt. Eng.*, **45** (9), 094302 (2006); doi: 10.1117/1.2353119.
- Pacheco-Pena V., Beruete M., Minin I.V., Minin O.V. *Appl. Phys. Lett.*, **105**, 084102 (2014); doi: 10.1063/1.4894243.
- Astratov V.N., Darafsheh A., Kerr M.D., Allen K.W., Fried N.M., Antoszyk A.N., Ying H.S. *SPIE Newsroom*, **12**, 32 (2010).
- Garces-Chavez V., McGloin D., Melville H., Sibbett W., Dholakia K. *Nature*, **419**, 145 (2002).
- Kawata S., Sugiura T. *Opt. Lett.*, **17**, 772 (1992).
- Taguchi K., Ueno H., Hiramatsu T., Ikeda M. *Electron. Lett.*, **33**, 413 (1997).
- Liberale C., Mohanty S.K., Mohanty K.S., Degiorgio V., Cabrini D., Carpentierod A., Ferrarid E., Cojoc D., Fabrizio E.D. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **6095**, 1605 (2006); doi: 10.1117/12.647277.
- Purcell E.M., Pennypacker C.R. *Astrophys. J.*, **186**, 705 (1973).
- Draine B.T., Flatau P.J. *J. Opt. Soc. Am. A*, **11**, 1491 (1994).
- Draine B.T., Flatau P.J. *J. Opt. Soc. Am. A*, **25**, 2693 (2008).
- Борен К., Хафмен Д. *Поглощение и рассеяние света малыми частицами* (М.: Мир, 1986).
- Harrington R. *IEEE Antennas Propag. Mag.*, **32** (3), 31 (1990).
- Goedecke G.H., O'Brien S.G. *Appl. Opt.*, **27**, 2431 (1988).
- Singham S.B., Bohren C.F. *Opt. Lett.*, **12**, 10 (1987).
- Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1970).
- Draine B.T., Goodman J. *Astrophys. J.*, **405**, 685 (1993).
- Gay-Balmaz P., Martin O.J.F. *Comput. Phys. Commun.*, **144**, 111 (2002).
- Munzer H.J., Mosbacher M., Bertsch M., Zimmermann J., Leiderer P., Boneberg J. *J. Microsc.*, **202**, 129 (2001).
- Li X., Chen Z., Taflove A., Backman V. *Opt. Express*, **13** (22), 526 (2005).
- Heifetz A., Simpson J.J., Kong S.-C., Taflove A., Backman V. *Opt. Express*, **15** (25), 17334 (2007).
- Гейнц Ю.Э., Панина Е.К., Землянов А.А. *Оптика атмосферы и океана*, **25** (5), 417 (2012).
- Kong S.-C., Taflove A., Backman V. *Opt. Express*, **17** (5), 3722 (2009).