

МЕТАМАТЕРИАЛЫ

Внутримодовый волновой пакет в тонкой левоориентированной пленке со спектром в окрестности частоты, для которой групповая скорость моды обращается в нуль

Д.А.Конкин, Р.В.Литвинов, Е.С.Парфёнова, Р.А.А.Рахим, О.В.Стукач

Рассмотрены частотные дисперсии постоянных распространения (дисперсия фазы) и пространственного распределения электромагнитного поля (дисперсия формы) направляемых оптических ТЕ мод в тонкой левоориентированной пленке. Показано, что пространственно-временная трансформация узкополосных внутримодовых волновых пакетов со спектром вблизи частоты, для которой групповая скорость моды обращается в нуль, обусловлена дисперсией обоих видов. Скорость распространения мощности, переносимой такими волновыми пакетами, значительно ниже групповой скорости света в объемном левоориентированном метаматериале.

Ключевые слова: левоориентированные метаматериалы, планарные оптические волноводы, волновые пакеты.

1. Введение

Исследование новых волноведущих структур, в которых содержатся левоориентированные метаматериалы с одновременно отрицательными величинами диэлектрической и магнитной проницаемостей, выявили новые закономерности распространения в них направляемых волноводных мод, качественно отличные от закономерностей распространения мод в волноводах на основе обычных правоориентированных материалов с положительными проницаемостями [1–21]. Эти структуры расширяют функциональные возможности оптики метаматериалов [22–27].

В диэлектрических волноводах, содержащих левоориентированные метаматериалы, могут распространяться не только быстрые волноводные моды, фазовая скорость которых больше фазовой скорости плоских электромагнитных волн в объемной среде, но и медленные волноводные моды, фазовая скорость которых меньше, чем в объемной среде [1–12]. В этих волноводах направление переноса мощности для некоторой волноводной моды в областях из левоориентированных материалов противоположно направлению переноса мощности для той же моды в областях из правоориентированных материалов. При определенных условиях суммарная мощность, переносимая волноводной модой через сечение волновода, и, как следствие, ее групповая скорость обращаются в нуль, т.е. мода не выходит за пределы области ее исходного возбуждения [1].

Дисперсионные зависимости постоянных распространения направляемых мод волнопроводов, содержащих лево-

ориентированные метаматериалы, от различных параметров в общем случае являются немонотонными [2, 4, 5, 7, 9, 11–17, 23], в отличие от аналогичных зависимостей для обычных волнопроводов на основе правоориентированных материалов (см., напр., [27]). При этом точка на непрерывной ветви дисперсионной зависимости, в которой групповая скорость моды обращается в нуль, делит эту ветвь на два участка, один из которых соответствует одинаковым направлениям фазовой и групповой скорости моды, а другой – противоположным.

Особенности дисперсии планарных и цилиндрических волнопроводов на основе левоориентированных метаматериалов, рассмотренные в работах [2, 7, 8, 12, 14, 21], могут привести к появлению новых закономерностей в пространственно-временной трансформации волновых пакетов, распространяющихся в таких волноведущих структурах. В настоящей работе распространение узкополосного внутримодового волнового пакета с частотным спектром вблизи частоты, на которой групповая скорость ТЕ моды обращается в нуль, рассмотрено для случая планарной трехслойной волноведущей структуры с центральной пленкой из левоориентированного метаматериала.

2. Дисперсия постоянных распространения волноводных мод

В работах [3, 21] показано, что постоянные распространения β волноводных ТЕ мод в тонких пленках толщиной h , в том числе на основе левоориентированных метаматериалов (рис. 1), являются вещественными корнями дисперсионного соотношения

$$\tanh \chi_i h + \frac{\chi_s \mu_i \chi_i^{-1} \mu_s^{-1} + \chi_c \mu_i \chi_i^{-1} \mu_c^{-1}}{1 + \chi_s \chi_c \mu_i^2 \chi_i^{-2} \mu_s^{-1} \mu_c^{-1}} = f(\beta, \omega) = 0, \quad (1)$$

где ω – частота светового поля; $\chi_* = [\beta^2 - \epsilon_* \mu_* (\omega/c)^2]^{1/2}$; μ_* и ϵ_* – относительные магнитная и диэлектрическая проницаемости соответственно; c – скорость света в вакууме; знак «*» в нижнем индексе здесь и далее используется вместо букв «с» (покровная среда), «f» (пленка) и «s» (под-

Д.А.Конкин, Р.В.Литвинов, Р.А.А.Рахим, О.В.Стукач, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Россия, 634050 Томск, просп. Ленина, 30; e-mail: konkinda@inbox.ru, Litvinov_rv@mail.ru

Е.С.Парфёнова, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Россия, 634050 Томск, просп. Ленина, 40; e-mail: ket.parfenova@mail.ru

Поступила в редакцию 16 мая 2016 г., после доработки – 16 сентября 2016 г.

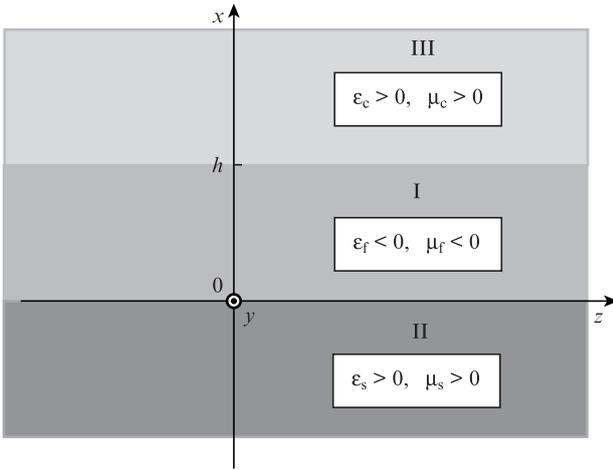


Рис.1. Планарная волноведущая структура на основе тонкой пленки (I) из левоориентированного метаматериала и правоориентированных подложки (II) и покровной среды (III) в выбранной системе координат.

ложка). Если в формуле (1) выполнить замену $\mu^* \leftrightarrow \epsilon^*$, то получившееся новое соотношение будет определять постоянные распространения β для волноводных ТМ мод.

Хорошо известно (см., напр., [27–30]), что величины изготовленных из обычных правоориентированных материалов вещественных постоянных распространения β планарных волноводов с одновременно положительными значениями проницаемостей ($\epsilon_{c,s} > 0$ и $\mu_{c,s} > 0$) ограничены условием $\max(k_c; k_s) \leq \beta \leq k_f$, где $k_* = \sqrt{\epsilon_* \mu_*} \omega / c$ – волновые числа для объемных материалов слоев волновода. В этом случае коэффициент χ_f принимает мнимые значения. Фазовая скорость волноводных (быстрых) мод такого волновода больше фазовой скорости плоских электромагнитных волн в объемной среде из того же материала, что и пленка.

Если центральная пленка волновода выполнена из левоориентированного метаматериала (см. рис.1), то коэффициент χ_f может принимать и вещественные значения [1–11]. В этом случае в волноводе могут распространяться и медленные моды, фазовая скорость которых меньше фазовой скорости плоских электромагнитных волн в объемных средах с материальными параметрами, соответствующими параметрам слоев волновода.

Следуя работам [1, 2, 4, 5, 7, 8, 12, 14, 21, 26], будем считать, что дисперсионные зависимости диэлектрической (ϵ_f) и магнитной (μ_f) проницаемостей объемной среды из левоориентированного метаматериала от частоты электромагнитного поля ω описываются соотношениями

$$\epsilon_f = 1 - \omega_p^2 / \omega^2, \quad \mu_f = 1 - F \omega^2 (\omega^2 - \omega_m^2)^{-1}, \quad (2)$$

где ω_p – плазменная частота; ω_m – частота магнитного резонанса; F – фактор заполнения метаматериала ($0 < F < 1$).

Из анализа соотношений (2) следует, что при выполнении условия $\omega_m < \omega_p < \omega_m / \sqrt{1 - F}$ интервал частот ω , в котором диэлектрическая и магнитная проницаемости таких сред являются одновременно отрицательными, лежит в пределах $\omega_m < \omega < \omega_p$. В случае $\omega_p > \omega_m / \sqrt{1 - F}$ этот интервал имеет пределы от ω_m до $\omega_m / \sqrt{1 - F}$ и определяется только областью отрицательных значений магнитной проницаемости. Дисперсия материальных параметров обычного правоориентированного материала в указанных интервалах длин волн в оптическом диапазоне

пренебрежимо мала в сравнении с дисперсией левоориентированного и ниже не учитывается.

На рис.2 представлены дисперсионные зависимости постоянных распространения $\beta(\omega)$ волноводных ТЕ мод левоориентированной пленки толщиной $h = 330$ нм в случае воздушной покровной среды ($\epsilon_s = 1$ и $\mu_s = 1$) и немагнитной подложки ($\mu_s = 1$) с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_s = 2$, рассчитанные для параметров $\omega_p = 3.46 \times 10^{15}$ рад/с, $\omega_m = 1.63 \times 10^{15}$ рад/с и $F = 0.5$, которые согласуются по порядку величин с данными работ [20, 31]. В этом случае диапазон частот, где одновременно выполняются условия $\epsilon_f \leq 0$ и $\mu_f \leq 0$, лежит в пределах от 1.63×10^{15} рад/с (соответствующая длина световой волны $\lambda = 1.16$ мкм) до 2.31×10^{15} рад/с ($\lambda = 0.82$ мкм). Отметим, что нумерация, принятая для направляемых мод рассматриваемой левоориентированной пленки, такая же, как и для направляемых мод обычных правоориентированных пленок, где нижний (модовый) индекс соответствует числу нулей в поперечном распределении у-компоненты электрической напряженности поля моды [29].

Полученные зависимости $\beta(\omega)$ для ТЕ мод обладают двумя сингулярными точками. Причиной появления первой из них является резонанс магнитной проницаемости $\mu_f(\omega)$ объемного материала на частоте ω_m . Вторая сингулярность находится в точке $\lambda = 1$ мкм, где в рассматриваемом случае $\mu_f = -1$. В окрестности этой точки дисперсионные кривые медленных мод волновода асимптотически приближаются к дисперсионным кривым поверхностных электромагнитных волн s-типа [32, 33], фазовые скорости которых обращаются в нуль при равенстве магнитных проницаемостей ($\mu_s^2 = \mu_f^2 = \mu_c^2$); для принятых условий это равенство выполняется как раз на длине волны 1 мкм.

Из рис.2 следует, что отличительной особенностью рассматриваемой левоориентированной пленки является

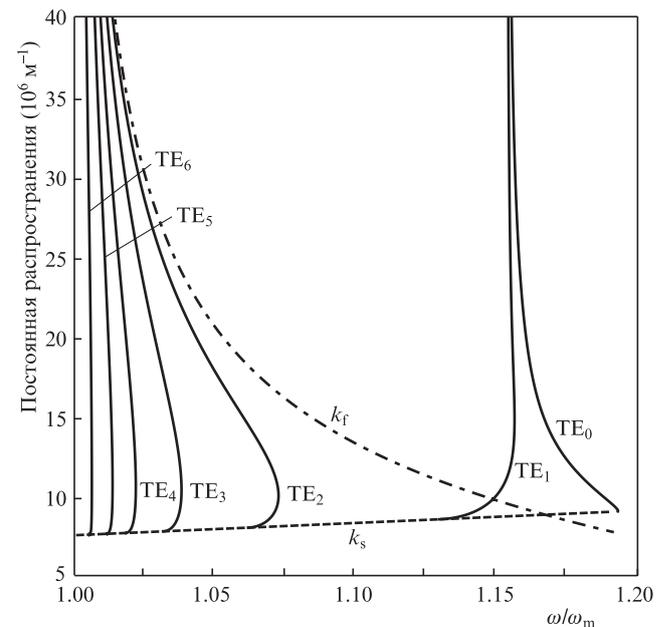


Рис.2. Дисперсионные зависимости постоянных распространения ТЕ мод для левоориентированной пленки толщиной $h = 330$ нм в случае воздушной покровной среды и немагнитной подложки с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_s = 2$; k_f и k_s – дисперсионные зависимости волновых чисел для объемных материалов пленки и подложки соответственно.

существование трех частотных диапазонов, в каждом из которых может распространяться только одна волноводная мода – TE_0 , TE_1 либо TE_2 . Такой одномодовый режим в обычных пленочных волноводах из правоориентированных материалов реализуется только для моды низшего порядка [27–30].

Дисперсионные зависимости $\beta(\omega)$ для мод TE_0 и TE_1 лежат не только в области быстрых мод ($k_s < \beta < k_f$), что характерно для обычных пленок из правоориентированных материалов, но и в области медленных мод ($\beta > \max(k_f; k_s)$), отсутствующей у обычных пленок [27–30]. При этом зависимость $\beta(\omega)$ для моды TE_1 делится на две ветви точкой с бесконечной производной $d\beta/d\omega = \infty$, в которой групповая скорость моды обращается в нуль: $v_g = d\omega/d\beta = 0$. Фазовая и групповая скорости моды, соответствующие нижней ветви дисперсионной зависимости, имеют одинаковые направления, а соответствующие верхней ветви – противоположные. Дисперсионные зависимости $\beta(\omega)$ остальных мод лежат в области быстрых мод. Однако, в отличие от обычных пленочных волноводов из правоориентированных материалов, дисперсионные зависимости мод которых являются монотонными, зависимости $\beta(\omega)$ для быстрых мод волноводов с левоориентированной пленкой делятся на две ветви точкой, соответствующей случаю $v_g = 0$ (аналогично зависимостям для TE_1 мод). При этом с ростом номера моды левоориентированной пленки соответствующие ему дисперсионные зависимости, приближаясь к области сингулярности магнитной проницаемости μ_f , практически сливаются.

Появление на дисперсионных зависимостях постоянных распространения волноводных мод левоориентированной пленки двух ветвей, соответствующих противоположным направлениям групповой скорости моды, является следствием того, что направление переноса мощности световым полем для моды в пленке противоположно направлению переноса мощности для моды в правоориентированной покровной среде и подложке [1–4, 8, 14]. В общем случае, в зависимости от частоты ω светового поля моды, направление суммарного переноса мощности может совпадать с направлением переноса мощности либо в покровной среде и подложке, либо в пленке. В частном случае, на определенной частоте ω_0 , мощность, переносимая модой в пленке, становится равной мощности, переносимой модой в покровной среде и подложке, и переносимая модой суммарная мощность, так же как и ее групповая скорость, обращаются в нуль. Подобный эффект у обычных правоориентированных пленок отсутствует [27–30].

3. Внутримодовая дисперсия в окрестности частоты, соответствующей нулевой групповой скорости

Получим аналитические соотношения, описывающие дисперсионные свойства волноводных мод для левоориентированной пленки в окрестности частоты ω_0 , в которой групповая скорость моды обращается в нуль ($v_g = d\omega/d\beta = 0$). Частота ω_0 и соответствующая ей постоянная распространения β_0 могут быть определены как корни дисперсионного соотношения (1), неявно задающего функцию $\omega(\beta)$, и уравнения $d\omega/d\beta = -(\partial f/\partial\beta)/(\partial f/\partial\omega) = 0$ [21]. В общем случае частота ω_0 принадлежит не только области

определения дисперсионной кривой $\beta(\omega)$ той моды, для которой в этой точке $v_g = 0$, но и входит в область определения кривых $\beta(\omega)$ других мод (рис.2). Дисперсионные свойства этих мод вблизи частоты ω_0 могут быть описаны в рамках обычной теории дисперсии, опирающейся на разложение функции $\beta(\omega)$ в усеченный ряд по целым степеням приращения частоты $\omega - \omega_0$ [29, 34, 35], и ниже не рассматриваются.

Из рис.2 следует, что для рассматриваемого случая на частоте ω в окрестности точки ω_0 ($\omega < \omega_0$) возможно существование двух волноводных мод. Одна из них соответствует нижней ветви зависимости $\beta(\omega)$ и ее фазовая и групповая скорости направлены в одну сторону. Другая мода соответствует верхней ветви зависимости $\beta(\omega)$ и направления этих скоростей противоположны. Зависимости $\beta(\omega)$ в окрестности точки ω_0 не могут быть аппроксимированы усеченным рядом по целым степеням приращения частоты $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$. В рассматриваемом случае их можно представить в виде ряда по степеням квадратного корня из частотного приращения ($\Delta\omega^{1/2}$). Дисперсионные зависимости постоянной распространения β^+ (моды с одинаковыми направлениями фазовой и групповой скоростей) и постоянной β^- (моды с противоположно направленными скоростями) в первом приближении по величине $\Delta\omega^{1/2}$ могут быть описаны следующими выражениями:

$$\beta^\pm = \beta_0 \mp \sqrt{\Delta\omega/a} = \beta_0(1 \mp \delta\beta), \quad (3)$$

где $\beta_0 = \beta(\omega_0)$; $a = -0.5(d^2\omega/d\beta^2)_{\omega=\omega_0}$; $\delta\beta = \beta_0^{-1}\sqrt{\Delta\omega/a}$.

Используя результаты работ [27–30], зависимость y -компоненты вектора электрической напряженности E_* светового поля волноводной TE моды, распространяющейся в плоскости пленки вдоль оси z , от координаты x вдоль нормали к пленке (см. рис.1) можно с точностью до множителя представить в следующем виде:

$$E_c = (-1)^\eta (1 - \mu_f^2 \chi_c^2 \chi_f^{-2})^{-1/2} \exp[\chi_c(h-x)], \quad x > h, \quad (4)$$

$$E_f = (1 - \mu_f^2 \chi_s^2 \chi_f^{-2})^{-1/2} \times [\cosh(\chi_f x) + \mu_f \chi_s \chi_f^{-1} \sinh(\chi_f x)], \quad 0 \leq x \leq h, \quad (5)$$

$$E_s = (1 - \mu_f^2 \chi_s^2 \chi_f^{-2})^{-1/2} \exp(\chi_s x), \quad x < 0, \quad (6)$$

где η – модовый индекс. Формулы (4), (5) и хорошо известные соотношения, выражающие x - и z -компоненты вектора магнитной напряженности поля TE моды (H_{x*} и H_{z*}) через y -компоненту электрической напряженности E_* [27–30], позволяют описать в общем случае дисперсионную зависимость пространственного распределения (дисперсию формы) поля как быстрой, так и медленной моды тонкой левоориентированной пленки.

В первом приближении по параметру $\delta\beta = \beta_0^{-1}\sqrt{\Delta\omega/a}$ соотношения, описывающие дисперсию формы y - и x -компонент поля TE моды с одинаковыми («+») или противоположными («-») направлениями фазовой и групповой скоростей, могут быть получены в виде

$$E_*^\pm = (1 \mp \xi_* \beta_0^2 \delta\beta) E_{*0}, \quad H_*^\pm = [1 \mp (1 + \xi_*) \beta_0^2 \delta\beta] H_{*0}, \quad (7)$$

где

$$\xi_c(x) = \frac{h-x}{\chi_{c0}} + \frac{\mu_{f0}^2(\chi_{f0}^2 - \chi_{c0}^2)}{\chi_{f0}^2(\chi_{f0}^2 - \mu_{f0}^2\chi_{c0}^2)}, \quad x > h; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \xi_f(x) = \mu_{f0} \frac{\chi_{f0}^2 - \chi_{s0}^2}{\chi_{s0}\chi_{f0}^3} \frac{\sinh(\chi_{f0}x)}{\cosh(\chi_{f0}x) + \mu_{f0}\chi_{s0}\chi_{f0}^{-1}\sinh(\chi_{f0}x)} \\ + \frac{x}{\chi_{f0}^2} \frac{d}{dx} \ln[\cosh(\chi_{f0}x) + \mu_{f0}\chi_{s0}\chi_{f0}^{-1}\sinh(\chi_{f0}x)] \\ + \frac{\mu_{f0}^2(\chi_{f0}^2 - \chi_{s0}^2)}{\chi_{f0}^2(\chi_{f0}^2 - \mu_{f0}^2\chi_{s0}^2)}, \quad 0 \leq x \leq h; \quad (9) \end{aligned}$$

$$\xi_s(x) = \frac{x}{\chi_{s0}} + \frac{\mu_{f0}^2(\chi_{f0}^2 - \chi_{s0}^2)}{\chi_{f0}^2(\chi_{f0}^2 - \mu_{f0}^2\chi_{s0}^2)}, \quad x < 0. \quad (10)$$

Индекс «0» означает, что эти величины должны быть рассчитаны на частоте ω_0 .

Формулы (3)–(10) позволяют провести теоретический анализ распространения узкополосных внутримодовых волновых пакетов в тонкой левоориентированной пленке со спектром вблизи частоты ω_0 .

4. Мощность, переносимая внутримодовым волновым пакетом со спектром вблизи частоты ω_0

Рассмотрим распространение спектрально ограниченного пакета направляемых ТЕ мод в тонкой левоориентированной пленке. Будем считать, что постоянные распространения мод этого пакета принадлежат одной дисперсионной кривой, а их частоты лежат в узкой полосе, «прижатой» к частоте ω_0 снизу ($\Delta\Omega = \omega_0 - \omega_{\min} \ll \omega_0$, см. рис.2). В общем случае такому интервалу соответствуют две различные пары внутримодовых пакетов, фазовые скорости волноводных мод в которых противоположно направлены. При этом у мод одного пакета из каждой пары (с постоянными распространения β^+) направления фазовой и групповой скоростей совпадают, как и в обычных правоориентированных пленках [27–30], а у мод другого пакета из каждой пары (с постоянными β^-) они противоположны, что невозможно в правоориентированных пленках.

В первом приближении по параметру $\delta\beta = \beta_0^{-1}\sqrt{\Delta\omega/a}$ пространственно-временные зависимости y -компонент векторов электрической напряженности (E_v^\pm) и x -компонент векторов магнитной напряженности (H_v^\pm) пакетов направляемых ТЕ мод первой ($v = 1$, фазовая скорость вдоль положительного направления оси z) и второй ($v = 2$, фазовая скорость вдоль отрицательного направления оси z) пар в некотором сечении волновода, соответствующем координате z , могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} E_{*v}^\pm = E_{*0}(x) [\psi_v^\pm(z, t) \mp \beta_0 \Delta\psi_v^\pm(z, t) \xi_*(x)] \\ \times \exp\{i[\omega_0 t + (-1)^v \beta_0 z]\} + \text{к. с.}, \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{*v}^\pm = (-1)^{v+1} H_{*0}(x) \{\psi_v^\pm(z, t) \mp \beta_0 \Delta\psi_v^\pm(z, t) [1 + \xi_*(x)]\} \\ \times \exp\{i[\omega_0 t + (-1)^v \beta_0 z]\} + \text{к. с.}, \quad (12) \end{aligned}$$

где

$$\psi_v^\pm(z, t) = \int_0^{\Delta\Omega} C_v^\pm \exp\{-i[\Delta\omega t \pm (-1)^v \sqrt{\Delta\omega/a} z]\} d\Delta\omega; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Delta\psi_v^\pm(z, t) = \int_0^{\Delta\Omega} C_v^\pm \sqrt{\Delta\omega/a} \\ \times \exp\{-i[\Delta\omega t \pm (-1)^v \sqrt{\Delta\omega/a} z]\} d\Delta\omega; \quad (14) \end{aligned}$$

$C_v^\pm \equiv C_v^\pm(\Delta\omega)$ – спектральная плотность мод, зависящая от частотной отстройки.

Равенство нулю групповой скорости моды на частоте ω_0 ($v_g = 0$) является следствием обращения в нуль мощности, переносимой волноводной модой для левоориентированной пленки ($S_0 = \int_{-\infty}^{\infty} E_0 H_0^* dx = 0$, знак «*» вверх означает комплексное сопряжение) [28]. Поэтому мощность, переносимая рассматриваемыми внутримодовыми волновыми пакетами, может быть записана в виде

$$\begin{aligned} S_v^\pm(z, t) = \pm (-1)^{v+1} \frac{4\beta_0^2}{\mu_0\omega_0} \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi(x)}{\mu(x)} [E_0^\pm(x)]^2 dx \operatorname{Re}\{\psi_v^\pm(z, t) [\Delta\psi_v^\pm(z, t)]^*\}, \quad (15) \end{aligned}$$

где $\mu(x)$ и $\xi(x)$ – зависимости магнитной проницаемости и параметра ξ от координаты x (см. рис.1 и (8)–(10)).

Слагаемые в формулах (11), (12) и (15), пропорциональные функциям ψ_v^\pm , описывают влияние дисперсии фазы на пространственно-временную трансформацию волновых пакетов при их распространении вдоль пленки, а слагаемые, пропорциональные функциям $\Delta\psi_v^\pm$ – совокупное влияние на эту трансформацию как дисперсии фазы, так и дисперсии формы. Следствием выполняющегося в рассматриваемом случае условия $S_0 = \int_{-\infty}^{\infty} E_0 H_0^* dx = 0$ является отсутствие в мощности, переносимой внутримодовыми волновыми пакетами, составляющих, пропорциональных квадратам модулей функций ψ_v^\pm , которые описывают влияние только дисперсии фазы. Если бы спектры распространяющихся в левоориентированной пленке внутримодовых волновых пакетов лежали вдали от частоты нуля групповой скорости моды, то основной вклад в переносимую ими мощность давали бы составляющие, подверженные влиянию только дисперсии фазы и пропорциональные квадратам модулей функций ψ_v^\pm [35]. Отметим, что в правоориентированной пленке мощность, переносимая модой, не обращается в нуль ни на одной из частот, и аналогичная составляющая у переносимой мощности моды такой пленки всегда отлична от нуля и дает главный вклад в эту мощность [27–30]. В рассматриваемом случае левоориентированной пленки основной вклад в мощность, переносимую внутримодовым волновым пакетом со спектром вблизи частоты ω_0 , дает составляющая, описывающая влияние как дисперсии фазы, так и дисперсии формы.

5. Пространственно-временная трансформация внутримодовых волновых пакетов и скорость их распространения

Рассмотрим особенности пространственно-временной трансформации переносимой мощности, общие для всех внутримодовых волновых пакетов в тонкой левоориентированной пленке. Для этого положим одинаковыми их спектральные плотности, $C_v^\pm(\Delta\omega) = C(\Delta\omega)$. В этом случае из формулы (15) следует, что зависимости потоков мощности от координаты z и времени t удовлетворяют соотношениям $S_2^\pm(z, t) = S_1^\mp(z, t) \equiv -S(-z, t)$ и $S_2^-(z, t) = S_1^+(z, t) \equiv S(z, t)$. Ниже ограничимся анализом волнового пакета с переносимой мощностью $S(z, t)$ при постоянной, равной единице ($C(\Delta\omega) = 1$) спектральной плотности мод.

Для принятых условий функции $\psi(z, t)$ и $\Delta\psi^*(z, t)$, реальная часть произведения которых описывает пространственно-временную трансформацию мощности $S(z, t)$, переносимой волновым пакетом с постоянными распространения β^+ (см. (15)), могут быть получены в следующем виде:

$$\psi = \frac{i}{t} \left[\text{Ex}(z, t) - \frac{z}{2\sqrt{at}} \text{Erf}_\Delta(z, t) \right], \tag{16}$$

$$\Delta\psi^* = \frac{-i}{t\sqrt{at}} \left[\text{Ex}^*(z, t) \left(\sqrt{\Delta\Omega t} + \frac{z}{2\sqrt{at}} \right) - \frac{z}{2\sqrt{at}} - \left(\frac{i}{2} + \frac{z^2}{4at} \right) \text{Erf}_\Delta^*(z, t) \right], \tag{17}$$

где

$$\text{Ex}(z, t) = \exp \left[i \left[\sqrt{\frac{\Delta\Omega}{a}} z - \Delta\Omega t \right] \right] - 1; \tag{18}$$

$$\text{Erf}_\Delta(z, t) = \frac{1+i}{\sqrt{2}} \sqrt{\pi} \exp \left(\frac{iz^2}{4at} \right) \times \left\{ \text{erf} \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}} \frac{z}{2\sqrt{at}} \right) - \text{erf} \left[\frac{1+i}{\sqrt{2}} \left(\frac{z}{2\sqrt{at}} - \sqrt{\Delta\Omega t} \right) \right] \right\}; \tag{19}$$

$\text{erf}(\zeta)$ – интеграл ошибок [36].

Из рис.2 следует, что для рассмотренной выше левоориентированной пленки малая окрестность частоты $\omega_0 \approx 1.75 \times 10^{15}$ рад/с ($\beta_0 \approx 1.02 \times 10^7$ м⁻¹), входящая в область определения дисперсионной зависимости постоянной распространения волноводной моды TE₂ с параметром $a \approx 1.66$ с/м², не входит в области определения дисперсионных зависимостей других мод. Для этой моды нормированная на максимум потока при $z = 0$ временная зависимость мощности $s(t) = S(z, t)/\max[S(0, t)]$, переносимой волновым пакетом со спектральной шириной $\Delta\Omega = 100$ ГГц, в различных сечениях $z = \text{const}$ представлена на рис.3. Многолепестковый характер этой зависимости, обусловленный прямоугольным спектром исходного волнового пакета, сохраняется при его распространении. Влияние дисперсии приводит к искажениям, которые проявляются в выравнивании максимумов лепестков зависимости $s(t)$ в процессе расплывания пакета во времени при сохранении энергии пакета в отсутствие поглощения. Заметные дисперсионные искажения волнового пакета проявляются уже при небольших, десятые доли миллиме-

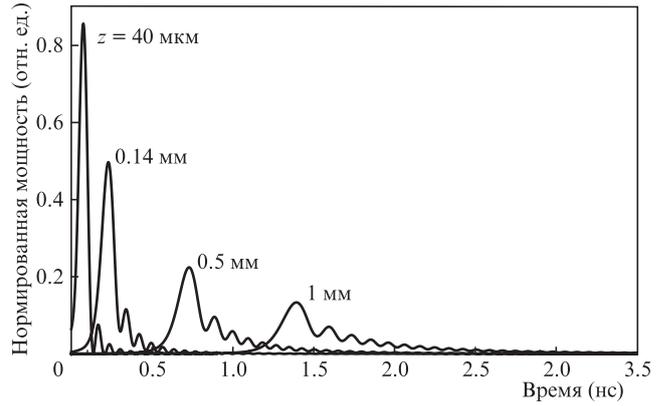


Рис.3. Нормированная на максимум временная зависимость мощности, переносимой волновым пакетом моды TE₂, в различных сечениях $z = \text{const}$ для левоориентированной пленки и исходного прямоугольного спектра пакета шириной $\Delta\Omega = 100$ ГГц, «прижатого» снизу к частоте $\omega_0 \approx 1.75 \times 10^{15}$ рад/с.

тра, расстояниях z . Численный анализ показал, что половина амплитуды первого лепестка на зависимостях $s(t)$ превышает максимум амплитуды второго лепестка при $z < 0.8$ мм.

Значительное временное уширение импульса с временной шириной первого лепестка по половинному уровню $2\pi\Delta\Omega^{-1} \approx 6.28$ пс при $z = 0$ и шириной этого же лепестка ~ 0.2 нс при $z = 1$ мм не связано со вкладом материальной дисперсии левоориентированного материала. Действительно, оценка этого вклада, выполненная по соотношениям из работ [27, 29, 34, 35], дает для рассматриваемых (малых) расстояний пренебрежимо малое уширение, $\sim 4 \times 10^{-15}$ с, несмотря на сильную дисперсию материала пленки (отношение фазовой скорости к групповой на частоте $\omega_0 \approx 1.75 \times 10^{15}$ рад/с для объемного левоориентированного материала равно ~ 6.3). В левоориентированной пленке уширение импульса обусловлено волноводной дисперсией фазы и формы. Вклады обоих видов дисперсии сравнимы в окрестности частоты ω_0 , в отличие от вкладов на других частотах, где вклад дисперсии формы в аналогичное уширение мал по сравнению со вкладом дисперсии фазы. Для волноводных мод в обычных правоориентированных пленках частоты, на которой их групповая скорость обращается в нуль, не существует, поэтому влияние дисперсии формы на распространение в них волновых пакетов также пренебрежимо мало.

При сильных дисперсионных искажениях обычное представление о скорости распространения узкополосного волнового пакета как о групповой скорости (скорость огибающей, сохраняющей свою форму) теряет смысл [37, 38]. При этом существуют несколько подходов к определению скорости волновых пакетов, в основе которых лежит необходимость использования этого понятия для того или иного приложения [39]. Например, скорость распространения энергии, равная отношению мощности, переносимой волновым пакетом в направлении распространения, к плотности энергии [40–42] в случае планарных волноведущих структур может быть представлена в виде

$$v_W(z, t) = \frac{S(z, t)}{W(z, t)}, \tag{20}$$

где $W(z, t)$ – плотность электромагнитной энергии модового пакета, усредненная по сечению волноведущей

структуры [28, 42]. В рассматриваемом случае величина $v_W(z, t)$ несет информацию о мгновенной скорости энергии пакета в каждой точке вдоль направления его распространения. Величина этой скорости, значимая для технических приложений, соответствует пространственным точкам пакета с большой переносимой мощностью.

Численные расчеты, выполненные для рассматриваемого случая, показали, что, несмотря на сильные дисперсионные искажения волнового пакета, максимум первого лепестка временной зависимости нормированной мощности $s(t)$, переносимой волновым пакетом, больше максимумов других лепестков в любых сечениях волновода, достигающих длины в несколько метров. Мгновенную скорость v этого максимума в некотором сечении z можно с необходимой степенью точности рассчитать из приближенного выражения $v \approx \Delta z / \Delta t_{\max}$, где Δz – расстояние между двумя близко расположенными сечениями; Δt_{\max} – разность времен t_{\max} , которые определяют положение первого максимума в зависимостях $s(t)$, рассчитанных для этих двух сечений. Средняя скорость максимума первого лепестка ниже определяется соотношением $V = z / t_{\max}$.

На рис.4 представлены зависимости мгновенной ($v(z)$, сплошная кривая) и средней ($V(z)$, штриховая кривая) скоростей максимума мощности, переносимой волновым пакетом, в различных сечениях z для рассматриваемой левоориентированной пленки. Как следует из рисунка, мгновенная скорость нарастает немонотонно от $v_0 = 136\sqrt{a\Delta\Omega}/105 \approx 5.27 \times 10^5$ м/с в сечении $z \rightarrow 0$ до $v_\infty = 2\sqrt{a\Delta\Omega} \approx 8.14 \times 10^5$ м/с в сечении $z \rightarrow \infty$ [43]. Величины v_0 и v_∞ были получены аналитически при помощи соответствующих предельных переходов в формулах (15)–(19). Длины интервалов, внутри которых максимум первого лепестка временной зависимости переносимой мощности ускоряется, по порядку величины совпадают с длинами интервалов, внутри которых этот максимум замедляется. Увеличение (в целом) мгновенной скорости максимума переносимой мощности $v(z)$ с ростом длины пути его распространения z приводит к увеличению и его средней скорости $V(z)$. При этом выполняется условие $V(z) \leq v(z)$, типичное для ускоренного (в том числе равноускоренного) движения материальной точки. Причиной нарастания скорости движения максимума переносимой мощности $s(t)$ с ростом z является увеличение вклада в его формиро-

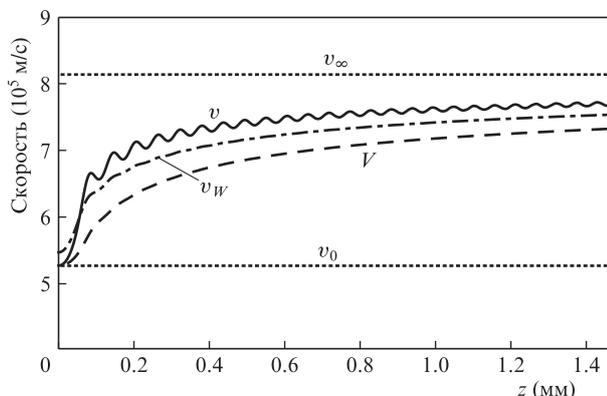


Рис.4. Зависимости мгновенной (v) и средней (V) скоростей максимума мощности, переносимой волновым пакетом моды TE_2 , для левоориентированной пленки от координаты z вдоль направления его распространения (v_0 и v_∞ – предельные скорости); v_W – скорость распространения энергии пакета в точке z в моменты времени, соответствующие приходу максимума переносимой им мощности в эту точку.

вание спектральных компонент внутримодового пакета с частотами $\omega_0 - \Omega \leq \omega < \omega_0$, абсолютное значение групповой скорости которых растет при удалении их частот от частоты ω_0 . Этот вклад увеличивается с ростом z за счет дисперсионного расплывания пакета.

Результаты расчета скорости распространения энергии рассматриваемого волнового пакета $v_W(z, t_{\max})$ по общему соотношению (20) в моменты времени t_{\max} , соответствующие приходу максимума первого лепестка временной зависимости переносимой им мощности $s(t)$ в точку z , представлены на рис.4 штрихпунктирной кривой. Видно, что пространственная зависимость скорости $v_W(z, t_{\max})$ аналогична по своему характеру пространственной зависимости мгновенной скорости $v(z)$ и зависимости средней скорости $V(z)$.

Отметим, что в неограниченной (объемной) слабопоглощающей левоориентированной среде групповая скорость световых волн не обращается в нуль ни на одной из частот диапазона, в пределах которого ее диэлектрическая и магнитная проницаемости одновременно отрицательны. В работе [35] показано, что внутри этого диапазона может существовать частота нулевой дисперсии групповой скорости, на которой узкополосный световой импульс в объемном левоориентированном материале практически не подвержен дисперсионным искажениям. Для параметров среды, использованных выше при численных расчетах, эта частота приблизительно равна 2.15×10^{15} рад/с и лежит далеко за пределами рассматриваемого диапазона. При этом на частоте $\omega_0 \approx 1.75 \times 10^{15}$ рад/с групповая скорость в объеме составляет $\sim 4 \times 10^7$ м/с. Это более чем в 50 раз больше скорости переноса мощности рассмотренным внутримодовым волновым пакетом и равной $\sim 7 \times 10^5$ м/с при ширине его спектра $\Delta\Omega = 100$ ГГц. Уменьшение $\Delta\Omega$ приводит к уменьшению этой скорости в левоориентированной пленке. При $\Delta\Omega = 1$ ГГц скорость переноса мощности будет уже в 500 раз меньше групповой скорости в объемном материале. В пределе $\Delta\Omega \rightarrow 0$ рассмотренная скорость распространения волнового пакета в пленке также стремится к нулю, т. к. в этом пределе волновой пакет в пленке вырождается в одну направляемую моду с нулевой групповой скоростью на частоте ω_0 .

Из рис.2 следует, что для принятых условий только волноводная мода TE_0 имеет групповую скорость, отличную от нуля во всем рассматриваемом диапазоне частот. Поэтому внутримодовые пакеты со спектрами, «прижатыми» снизу к частотам нулевых групповых скоростей, могут быть сформированы и другими модами, а не только модой TE_2 . Характер распространения этих пакетов будет аналогичен характеру распространения пакета, сформированного модой TE_2 , анализ которого выполнен выше. Эффект замедления распространения внутримодовых пакетов, сформированных этими модами, по отношению к волновым пакетам, распространяющимся в объемной левоориентированной среде, будет выражен слабее, т. к. параметр a для них заметно меньше, чем для моды TE_2 ($a \approx 0.46$ с/м² для моды TE_1 и $a \approx 0.03$ с/м² для моды TE_6).

6. Заключение

Таким образом, показано, что дисперсионные свойства направляемых оптических TE мод в тонкой левоориентированной пленке качественно отличаются от дисперсионных свойств мод в обычных правоориентированных

пленках. Для принятых условий мода первого порядка на любой частоте является медленной, мода второго порядка, в зависимости от частоты, – либо быстрой, либо медленной, остальные моды – быстрыми. Одномодовый режим может быть реализован для трех мод низшего порядка. В общем случае групповая скорость моды может совпадать с фазовой скоростью, быть противоположной ей или обращаться в нуль. Только медленная волноводная мода TE_0 имеет групповую скорость, отличную от нуля во всем рассматриваемом диапазоне частот.

В левоориентированной пленке на одной частоте, близкой к частоте ω_0 некоторой направляемой оптической моды, в общем случае могут распространяться четыре волноводные моды с постоянными распространения, принадлежащими одной дисперсионной ветви. У двух из этих мод направления фазовых и групповых скоростей одинаковы, так же как и в обычных правоориентированных пленках. У двух других мод эти скорости направлены противоположно, что в правоориентированных пленках невозможно. Пространственно-временная трансформация огибающей переносимой мощности для мод узкополосных волновых пакетов с одинаковым исходным спектром, «прижатых» снизу к частоте ω_0 , удовлетворяет простым симметричным соотношениям и с точностью до знака может быть описана одной функцией. Значительное временное уширение потока мощности такого волнового пакета, проявляющееся уже на расстояниях ~ 1 мм, обусловлено волноводной дисперсией, вклад в которую дают дисперсии как фазы, так и формы моды. Скорость распространения максимума мощности, переносимой таким волновым пакетом, пропорциональна квадратному корню из ширины его спектра и при $\Delta\Omega = 100$ ГГц может быть понижена относительно групповой скорости света в объемном левоориентированном материале на два порядка.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Минобрнауки РФ (проект 8.909.2014/К).

- Shadrivov I.V., Sukhorukov A.A., Kivshar Y.S. *Phys. Rev. E*, **67**, 057602 (2003).
- Peacock A.C., Broderick N.G.R. *Opt. Express*, **11**, 2502 (2003).
- He Y., Cao Z., Shen Q. *Opt. Commun.*, **245**, 125 (2005).
- Novitsky A.V., Barkovsky L.M. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **7**, S51 (2005).
- Новицкий А.В., Барковский Л.М. *Оптич. журн.*, **73**, 8 (2006).
- Cory H., Blum T. *Microwave Opt. Technol. Lett.*, **44**, 31 (2005).
- Wang Z.H., Xiao Z.Y., Li S.P. *Opt. Commun.*, **281**, 607 (2008).
- Shen L.F., Wang Z.H. *J. Opt. Soc. Am. A*, **26**, 754 (2009).
- Wang Z.H., Xiao Z.Y., Luo W.Y. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **11**, 015101 (2009).
- Atakaramians S., Argyros A., Fleming S.C., Kuhlmeier B.T. *J. Opt. Soc. Am. B*, **29**, 2462 (2012).
- Taya S.A., Kullab H.M., Qadoura I.M. *J. Opt. Soc. Am. B*, **30**, 2008 (2013).
- Atakaramians S., Argyros A., Fleming S.C., Kuhlmeier B.T. *J. Opt. Soc. Am. B*, **30** (2013).
- Hou S., Zhang S., Liu Y., Wang D., Lei J. *Optik*, **125**, 6127 (2014).
- Kim K.Y., Lee J.-H., Cho Y.K., Tae H.-S. *Opt. Express*, **13**, 3653 (2005).
- Shen L.F., Wang Z.H. *J. Opt. Soc. Am. B*, **24**, 1847 (2007).
- Shadrivov I.V., Ziolkowski R.W., Zharov A.A., Kivshar Y.S. *Opt. Express*, **13**, 481 (2005).
- Ferrari J.A., Frins E. *Opt. Express*, **19**, 13358 (2011).
- Guo Q.H., Cui H.X., Lei J., Kang M., Wang X.L., Li Y.N., Chen J., Wang H.T. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **14**, 045703 (2012).
- Маненков А.Б. *Радиотехника и электроника*, **58**, 1197 (2013).
- Shawon M.J., Ghafour A.M., Hasan Md.M., Shakibaei B.H., Gang S.Y., Mahdy M.R.C., Adikan F.R.M. *IEEE Photon. J.*, **7**, 4600812 (2015).
- Конкин Д.А., Шибельгут А.А., Литвинов Р.В. *Изв. Самарского научного центра РАН*, **17**, 83 (2015).
- McPhedran R.C., Shadrivov I.V., Kuhlmeier B.T., Kivshar Y.S. *NPG Asia Mater.*, **3**, 100 (2011).
- Yang J.J., Huang M., Tang H., Zeng J., Dong L. *Intern. J. Antennas, Propagation*, **2013**, 637270 (2013).
- Raghuwanshi S.K., Rahman B.M.A. *IEEE Sensors J.*, **15**, 4141 (2015).
- Xuea Y.L., Liu W., Gu Y., Zhang Y. *Opt. Laser Technol.*, **68**, 28 (2015).
- Taya S.A. *J. Magnetism Magnetic Mater.*, **377**, 281 (2015).
- Введение в интегральную оптику*. Под ред. М.Барноски (М.: Мир, 1977).
- Интегральная оптика*. Под ред. Т.Тамира (М.: Мир, 1978).
- Унгер Х.-Г. *Планарные и волоконные оптические волноводы* (М.: Мир, 1980).
- Адамс М. *Введение в теорию оптических волноводов* (М.: Мир, 1984).
- Kussow A.G., Akyurtlu A., Semichaevsky A., Angkawisittpan N. *Phys. Rev. B*, **76**, 195123 (2007).
- Zhang H.-F., Wang Q., Shen N.-H., Li R., Chen J., Ding J., Wang H.-T. *J. Opt. Soc. Am. B*, **22**, 2686 (2005).
- Ruppin R. *Phys. Lett. A*, **277**, 61 (2000).
- Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. *Теория волн* (М.: Наука, 1979).
- D'Aguzzo G., Akozbek N., Mattiucci N., Scalora M., Bloemer M.J., Zheltikov A.M. *Opt. Lett.*, **30**, 1998 (2005).
- Абрамовиц М., Стиган И. *Справочник по специальным функциям* (М.: Наука, 1979).
- Ахиезер А.И., Ахиезер И.А. *Электромагнетизм и электромагнитные волны* (М.: Высшая школа, 1985).
- Гольдштейн Л.Д., Смирнов Н.В. *Электромагнитные поля и волны* (М.: Сов. радио, 1971).
- Давидович М.Б. *УФН*, **179**, 443 (2009).
- Умов Н.А. *Избранные сочинения* (М.: ГИТТЛ, 1950).
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982).
- Вайнштейн Л.А. *Электромагнитные волны* (М.: Радио и связь, 1985).
- Konkin D.A., Litvinov R.V., Shibelgut A.A. *PIERS Proc.* (Prague, 2015, p. 1825).