

## ЛАЗЕРНЫЕ ГИРОСКОПЫ

# Частотная характеристика кольцевого газового лазера со знакопеременной подставкой при частотной невзаимности, сравнимой с амплитудой подставки

В.Н.Горшков, М.Е.Грушин, Е.Г.Ларионцев, И.И.Савельев, Н.И.Хохлов

*Экспериментально и теоретически исследована зависимость частоты биений встречных волн от скорости вращения в кольцевом газовом лазере (КГЛ) со знакопеременной частотной подставкой на основе эффекта Зеемана. Были использованы магнитооптические подставки двух видов: прямоугольная (меандр) и комбинированная, состоящая из быстрого и медленного меандров. В области больших скоростей вращения, когда частотная невзаимность, определяемая скоростью вращения, близка по величине к амплитуде знакопеременной частотной подставки, динамические зоны захвата становятся наиболее широкими и возникают наибольшие отклонения частотной характеристики от идеальной. Сравнение экспериментальных и теоретических результатов для ширины динамических зон, появляющихся в этой области измеряемых скоростей вращения, показало хорошее согласие теории с экспериментом. Из полученных результатов следует, что для описания частотной характеристики КГЛ в этой области можно использовать одно дифференциальное уравнение для разности фаз встречных волн.*

**Ключевые слова:** кольцевой лазер, эффект Зеемана, лазерный гироскоп, магнитооптическая подставка, динамические зоны захвата, частотная характеристика.

## 1. Введение

Исследование кольцевых газовых лазеров (КГЛ) с магнитооптическим управлением частотной невзаимностью встречных волн важно для практических приложений в лазерной гироскопии. Научное значение этих исследований обусловлено возможностью получения детальной информации о невзаимных эффектах, возникающих при взаимодействии полей встречных волн с лазерной средой [1, 2]. В КГЛ для выхода из зоны нечувствительности (статическая зона захвата частот встречных волн) создается знакопеременная частотная подставка [3, 4]. Для лазеров с магнитооптическим управлением невзаимностью на основе эффектов Зеемана и Фарадея [1, 2] форма подставки, как правило, выбирается близкой к прямоугольной.

Проведенные ранее исследования (см., напр., [5–7]) показали, что в КГЛ со знакопеременной частотной подставкой вместо одной статической зоны захвата (синхронизации частот встречных волн) возникает множество динамических зон. Они оказываются наиболее широкими, когда измеряемая в КГЛ частотная невзаимность, определяемая скоростью вращения, приближается к амплитуде знакопеременной частотной подставки [2, 4, 5]. При этом же условии возникают наибольшие отклонения частотной характеристики КГЛ от идеальной, которые до настоящего времени не исследовались. Теоретическому и

экспериментальному исследованию этих отклонений для КГЛ с магнитооптическим управлением частотной невзаимностью и посвящена настоящая работа.

## 2. Теоретический анализ

Основываясь на результатах проведенных ранее исследований [3, 8, 9], при устранении конкуренции встречных волн и выполнении условий, обеспечивающих устойчивую двунаправленную генерацию в КГЛ, частотную характеристику и динамические зоны захвата можно приближенно исследовать на основе дифференциального уравнения для разности фаз  $\Phi$  встречных волн:

$$\dot{\Phi} = \Omega + \Omega_B(t) + \Omega_L \sin \Phi, \quad (1)$$

где  $\Omega = K\dot{\vartheta}$  – частотная невзаимность резонатора, пропорциональная угловой скорости вращения КГЛ  $\dot{\vartheta}$ ;  $K$  – масштабный коэффициент;  $\Omega_B(t)$  – знакопеременная частотная подставка.

Как показано в работах [8, 9], коэффициент  $\Omega_L$ , входящий в уравнение (1), зависит как от амплитуды частотной подставки, так и от измеряемой частотной невзаимности  $\Omega$ . Это можно пояснить следующим образом. Множитель  $\Omega_L$  учитывает влияние комплексных коэффициентов связи встречных волн через обратное рассеяние  $m_{1,2}$  на скорость изменения разности фаз волн  $\Phi$ . Коэффициенты  $m_{1,2}$ , входящие в исходную систему уравнений для амплитуд и фаз полей встречных волн, влияют на  $\Phi$  как непосредственно, так и косвенным образом, через модуляцию интенсивностей волн  $I_{1,2}$ . При учете дополнительной фазовой модуляции, связанной с модуляцией интенсивностей  $I_{1,2}$ , возникает зависимость множителя  $\Omega_L$  от амплитуды частотной подставки и  $\Omega$ . В отсутствие частотной подставки множитель  $\Omega_L$  равен полуширине статической зоны захвата.

В.Н.Горшков, М.Е.Грушин, И.И.Савельев, Н.И.Хохлов. АО «НИИ “Полус” им. М.Ф.Стельмаха», Россия, 107342 Москва, ул. Введенского, 3, корп. 1; e-mail: vov4ik818kva@mail.ru, mihaile.grushin1968@gmail.com

Е.Г.Ларионцев. НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобельцына МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119234 Москва, Воробьевы горы, 1, стр. 2; e-mail: e.lariontsev@yahoo.com

Поступила в редакцию 5 июля 2016 г., после доработки – 27 сентября 2016 г.

В настоящей работе исследованы частотные характеристики КГЛ с подставками двух видов: с прямоугольной знакопеременной подставкой и с комбинированной подставкой, состоящей из быстрого и медленного меандров.

### 2.1. Прямоугольная частотная подставка

Выражение для прямоугольной частотной подставки запишем в следующем виде:

$$\Omega_b(t) = \begin{cases} \Omega_p & \text{при } 0 < t < T_p/2, \\ -\Omega_p & \text{при } T_p/2 < t < T_p, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\Omega_p$ ,  $T_p$  – амплитуда и период подставки.

В КГЛ с периодической знакопеременной подставкой возникает параметрическая синхронизация частот биений  $\dot{\Phi}$ , приводящая к возникновению динамических зон захвата. Внутри этих зон частоты биений постоянны и определяются формулой

$$\dot{\Phi} = 2\pi n/T_p, \quad (3)$$

где  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  – порядковый номер зоны.

Ширины динамических зон  $\Gamma_n$  в случае прямоугольной подставки определяются следующими приближенными выражениями (см., напр., [5]):

$$\Gamma_n = 2\Omega_L \frac{\gamma}{\gamma - n} \frac{\sin[(\pi/2)(\gamma + n)]}{(\pi/2)(\gamma + n)}, \quad (4)$$

где  $\gamma = T_p \sqrt{\Omega_p^2 - \Omega_L^2}/2\pi$ .

Из (4) при  $n = 0$  следует формула для ширины нулевой зоны захвата, полученная в [3]. Формула (4) является приближенной, и наибольшие отклонения от точных значений имеют место при ширинах зон  $\Gamma_n$ , близких к максимуму (при  $|\gamma - n| \approx 1$ ), когда измеряемая частотная невязанность  $\Omega = K\delta$  близка к амплитуде частотной подставки  $\Omega_p$ .

В настоящей работе частотная характеристика КГЛ (зависимость частоты биений встречных волн  $f_b$  от измеряемой частотной невязанности  $\Omega/2\pi$ ) рассчитывалась на основе численного решения дифференциального уравнения (1) методом Эйлера.

При наличии частотной подставки частота биений содержит знакопеременную часть, промодулированную с частотой  $1/T_p$ . Для устранения этих пульсаций вычислялась средняя частота биений. При заданных значениях параметров, входящих в (1), путем численного решения этого уравнения вычислялось изменение разности фаз встречных волн  $\Phi$  за время, равное целому числу  $n_p$  периодов подставки  $T_p$ . Среднее значение частоты биений

$$f_b = \langle \dot{\Phi} \rangle / 2\pi = \int_{t_0}^{t_0 + n_p T_p} \dot{\Phi}(t) dt / (2\pi n_p T_p). \quad (5)$$

В приведенных ниже расчетах среднее значение  $f_b$  вычислялось при  $n_p = 20$ . На рис. 1 показана нормированная частотная характеристика  $f_b T_p$  КГЛ со знакопеременной прямоугольной частотной подставкой, рассчитанная при  $\Omega_L/2\pi = 300$  Гц, амплитуде подставки  $\Omega_p/2\pi = 56888$  Гц и периоде подставки  $T_p = 0.004$  с (кривая 1). Эта характеристика показана в узкой области значений  $\Omega$ , близких к амплитуде подставки. Как видно из рис. 1, на частотной характеристике присутствуют широкие динамические зоны

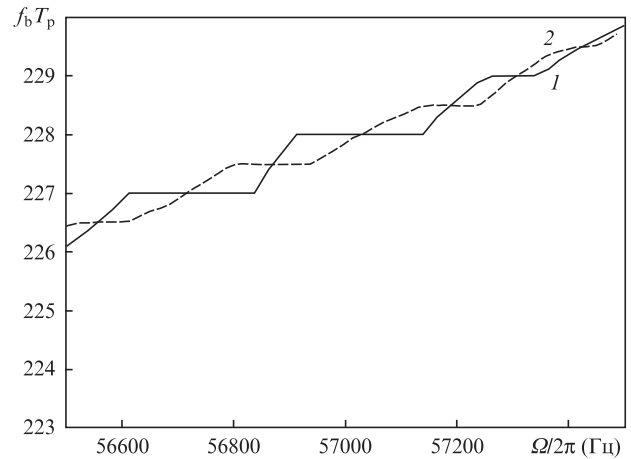


Рис. 1. Нормированная частотная характеристика (зависимость  $f_b T_p$  от измеряемой частотной невязанности  $\Omega/2\pi$ ) для прямоугольной (1) и комбинированной (2) частотных подставок.

захвата, следующие друг за другом с интервалом 250 Гц (с частотой переключения магнитного поля  $1/T_p$ ). Для наиболее широких динамических зон  $n = 227, 228$  и  $229$ .

### 2.2. Комбинированная частотная подставка

При численном решении уравнения (1) была исследована также частотная характеристика КГЛ в случае комбинированной частотной подставки. Комбинированная знакопеременная частотная подставка, создаваемая на основе эффекта Зеемана, состоит из основной и дополнительной компонент. Основная компонента представляет собой знакопеременную прямоугольную подставку с амплитудой  $\Omega_p/2\pi = 56888$  Гц и периодом  $T_p = 0.004$  с. Дополнительная знакопеременная подставка (медленный меандр) имеет значительно меньшую амплитуду ( $\Omega_{p1}/2\pi = 112$  Гц) и существенно больший период переключения ( $T_{p1} = 4$  с).

В случае комбинированной частотной подставки расчеты требуют больших затрат машинного времени. В настоящей работе предложен подход, позволяющий многократно уменьшить время расчета. Так как период медленного меандра значительно больше (в 1000 раз) периода основной компоненты, будем приближенно считать, что частотная характеристика зеемановского лазерного гироскопа (ЗЛГ) состоит из двух частей. Первая часть ( $f_{b1}$ ) соответствует одному полупериоду медленного меандра, т. е. частотная подставка состоит из быстрого меандра и постоянной частотной подставки, равной амплитуде медленного меандра (112 Гц). Вторая часть ( $f_{b2}$ ) соответствует другому полупериоду медленного меандра, и в этом случае частотная подставка состоит из быстрого меандра и постоянной частотной подставки (–112 Гц).

Используя рассчитанные значения  $f_{b1}$  и  $f_{b2}$ , среднее значение частоты биений  $f_b$  в КГЛ с комбинированной частотной подставкой представим следующим в виде:

$$f_b = (f_{b1} + f_{b2})/2. \quad (6)$$

На рис. 1 показана рассчитанная по формуле (6) нормированная частотная характеристика КГЛ с комбинированной частотной подставкой (кривая 2). Сравнивая кривые 1 и 2, соответствующие прямоугольной и комбинированной подставкам, отметим следующее различие

между ними. В случае прямоугольной подставки нормированная частота биений, в соответствии с теорией (см. формулу (3)), внутри динамических зон захвата принимает целые значения (для зоны с индексом  $n$  это значение оказывается равным  $n$ ). В случае комбинированной подставки значения нормированной частоты  $f_b T_p$  внутри соответствующих зон захвата оказываются полуцелыми, динамические зоны захвата – более узкими.

### 2.3. Ширины динамических зон захвата

На рис.2 для КГЛ с прямоугольной частотной подставкой приведены ширины динамических зон захвата  $\Gamma_n$  в зависимости от номера зоны  $n$ , рассчитанные на основе численного решения уравнения (1) и по формуле (4).

Видно, что приближенная аналитическая зависимость, определяющая ширины динамических зон (формула (4)), достаточно хорошо согласуется с результатами, полученными на основе численного решения уравнения (1). Этот вывод справедлив даже для наиболее широких динамических зон, которые наблюдаются при  $\Omega = K\dot{\vartheta}$ , близкой к амплитуде частотной подставки  $\Omega_p$ .

При разных амплитудах прямоугольной знакопеременной подставки имеет место как монотонное убывание ширин зон захвата  $\Gamma_n$  с изменением индекса зоны  $n$  при удалении от наиболее широкой зоны  $\Gamma_{\max}$  (рис.2,а), так и их немонотонное убывание (рис.2,б).

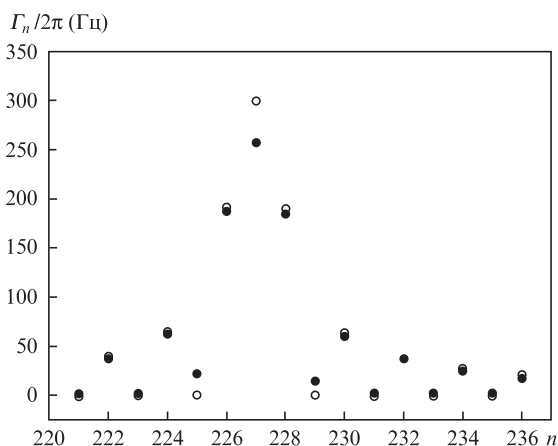
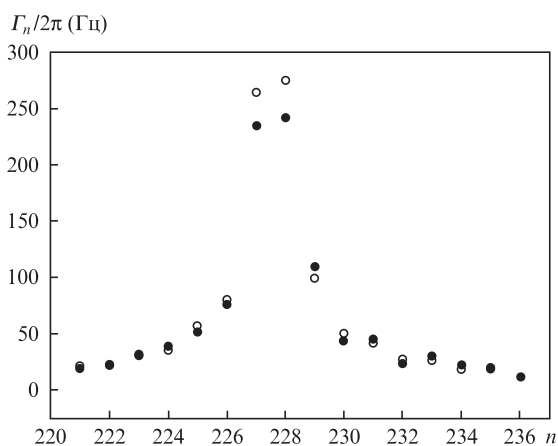


Рис.2. Зависимости ширин динамических зон захвата  $\Gamma_n$  от номера зоны  $n$  при  $\Omega_1/2\pi = 300$  Гц и  $\Omega_p/2\pi = 56888$  Гц (а) и  $56750$  Гц (б). Черными кружками показаны значения  $\Gamma_n$ , рассчитанные на основе численного решения уравнения (1), белыми – по формуле (4).

## 3. Сравнение с экспериментом

Экспериментальные исследования частотной характеристики и ширин динамических зон захвата проводились на ЗЛГ [2]. В кольцевом He–Ne-лазере с неплоским резонатором, на активную среду которого наложено продольное магнитное поле, генерация осуществлялась в режиме одной продольной моды на переходе неона  $3s^2 - 2p^4$  с длиной волны 633 нм. Благодаря циркулярной анизотропии неплоского кольцевого резонатора встречные волны имели круговые поляризации.

### 3.1. Частотная характеристика

При обработке сигнала биений встречных волн исключалась знакопеременная часть, промодулированная с частотами  $1/T_p$  и  $1/T_{p1}$ , и измерялась лишь средняя частота биений встречных волн  $f_b$ , возникающая из-за вращения. Нормированная частотная характеристика ЗЛГ (зависимость  $f_b T_p$  от скорости вращения  $\dot{\vartheta} = \Omega/K$ ), измеренная на ЗЛГ с комбинированной частотной подставкой, показана на рис.3 точками.

Участок частотной характеристики на рис.3 соответствует области скоростей вращения, в которой измеряемая частотная невязанность  $\Omega = K\dot{\vartheta}$  близка к амплитуде основной компоненты подставки. На частотной характеристике присутствуют широкие динамические зоны захвата, следующие друг за другом с интервалом 250 Гц (с частотой переключения магнитного поля  $1/T_p$ ).

Для сравнения эксперимента с теорией частотная характеристика была исследована также на основе численного решения уравнения (1). На рис.3 сплошной кривой показана частотная характеристика ЗЛГ в случае комбинированной подставки, параметры которой равны соответствующим значениям комбинированной подставки в эксперименте. Единственным неизвестным параметром в уравнении (1) является  $\Omega_L$ . Значения этого параметра и его зависимость от измеряемой частотной невязанности  $\Omega$  можно, в принципе, рассчитать теоретически, рассматривая систему уравнений для амплитуд и фаз встречных волн в зеемановском кольцевом лазере и формулы для параметра  $\Omega_L$ , полученные в [9]. Однако такой расчет ока-

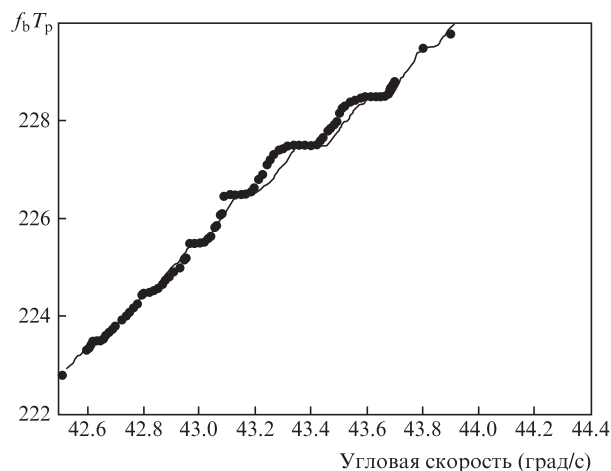


Рис.3. Экспериментально измеренная (точки) и рассчитанная на основе уравнения (1) (сплошная кривая) нормированные частотные характеристики ЗЛГ;  $\Omega_p/2\pi = 56888$  Гц,  $T_p = 0.004$  с,  $\Omega_{p1}/2\pi = 112$  Гц,  $T_{p1} = 4$  с.

заялся очень громоздким и в настоящей работе не проводился, а значения параметра  $\Omega_L$  при численных расчетах варьировались. Наилучшее соответствие экспериментально измеренной и расчетной зависимостей (рис.3) получено при  $\Omega_L/2\pi = 300$  Гц. Видно, что эти частотные характеристики достаточно близки между собой. Это касается ширины динамических зон и их положения на частотной характеристике.

### 3.2. Динамические зоны захвата

Были проведены также специальные экспериментальные исследования с целью изучения зависимости ширины динамических зон захвата  $\Gamma_n$  от их номера  $n$  при заданной амплитуде частотной подставки  $\Omega_p$ . Исследования выполнялись на стенде, имитирующем вращение датчика. В этих экспериментах частотная невязанность  $\Omega$  в ЗЛГ создавалась не вращением, а постоянным током, подаваемым в одну из двух катушек невзаимного устройства. Прямоугольная знакопеременная подставка  $\Omega_p(t)$  создавалась переменным током, который подавался во вторую катушку.

При фиксированной амплитуде подставки имеется большое число динамических зон с разными индексами  $n$ . В экспериментах измерялись лишь ширины зон  $\Gamma_n/2\pi$ , которые находятся в некоторой окрестности значений частотной невязанности  $\Omega$ , близких по величине к амплитуде частотной подставки  $\Omega_p$ . Именно в этой области существуют наиболее широкие динамические зоны. Измеренная на имитационном стенде зависимость ширины динамических зон захвата  $\Gamma_n/2\pi$  от их номера  $n$  показана на рис.4. Номер зоны  $n$  определялся по измеряемой (средней за период подставки  $T_p$ ) частоте биений встречных волн  $f_b = \Omega/2\pi$  внутри этой зоны:

$$n = f_b T_p. \quad (5)$$

Для сравнения с экспериментом ширины динамических зон захвата  $\Gamma_n/2\pi$  были рассчитаны по формуле (4). При расчетах амплитуда частотной подставки полагалась равной экспериментально измеренному значению  $\Omega_p/2\pi = 7500$  Гц, период подставки  $T_p = 0.004$  с. Коэффициент  $\Omega_L$  являлся единственным параметром, который варьировался при расчетах для подгонки. Наилучшее соот-

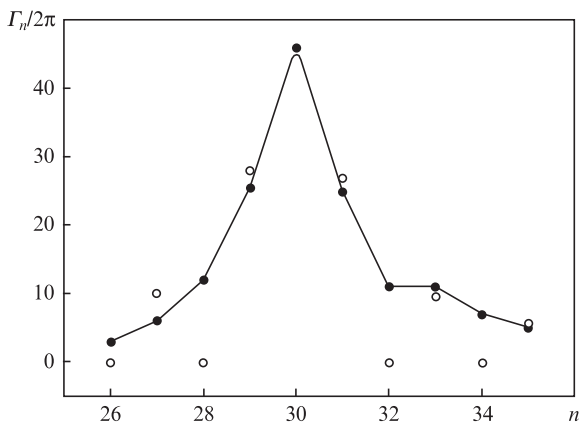


Рис.4. Экспериментальная (●) и рассчитанная по формуле (4) (○) зависимости ширины динамических зон захвата  $\Gamma_n/2\pi$  от номера зоны  $n$  в случае прямоугольной знакопеременной подставки.

ветствии экспериментальных результатов с рассчитанной зависимостью  $\Gamma_n/2\pi$  ( $n$ ) было получено при  $\Omega_L/2\pi = 42$  Гц.

Сравнение теоретической и экспериментальной зависимостей показывает, что между ними для некоторых динамических зон захвата наблюдается хорошее количественное согласие. Однако имеется и расхождение: в численных расчетах зоны с четными номерами,  $n = 26, 28, 32, 34$ , отсутствуют (имеют нулевую ширину), тогда как ширины экспериментально наблюдаемых зон с этими номерами оказываются не равными нулю.

При измерениях на имитационном стенде амплитуды частотных подставок примерно в семь раз меньше, чем в обычном режиме работы ЗЛГ (см. рис.3). Как уже упоминалось выше, значение параметра  $\Omega_L$  зависит от амплитуды подставки. В связи с этим величина параметра  $\Omega_L$  оказывается разной: в обычном режиме, когда амплитуда знакопеременной частотной подставки  $\Omega_p/2\pi = 56888$  Гц, имеем  $\Omega_L/2\pi = 300$  Гц, а при эксперименте на имитационном стенде этот параметр в 6.7 раза меньше.

### 4. Заключение

Проведенные в настоящей работе исследования показали, что частотную характеристику КГЛ со знакопеременной подставкой на основе эффекта Зеемана можно с хорошей точностью анализировать, используя для разности фаз встречных волн только уравнение (1). При таком описании необходимо учитывать, что множитель  $\Omega_L$ , определяющий влияние коэффициентов связи встречных волн  $m_{1,2}$ , зависит как от амплитуды знакопеременной частотной подставки  $\Omega_p$ , так и от измеряемой частотной невязанности  $\Omega$ .

Установлено, что для прямоугольной частотной подставки ширины динамических зон захвата в области больших скоростей вращения, когда измеряемая частотная невязанность близка к амплитуде частотной подставки, достаточно хорошо описываются приближенной формулой (4), хотя на границе зоны нелинейности наблюдаются некоторые расхождения.

Частотные характеристики КГЛ исследованы для двух видов знакопеременной магнитооптической подставки: для прямоугольной подставки (меандр) и комбинированной подставки, состоящей из быстрого и медленного меандров. Установлено, что при значениях измеряемой частотной невязанности  $\Omega$ , сравнимых с амплитудой подставки, динамические зоны захвата оказываются более узкими в случае комбинированной подставки.

Проведенные в настоящей работе исследования могут быть использованы для коррекции частотной характеристики КГЛ в области измеряемых скоростей вращения, близких к амплитуде частотной подставки.

1. Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г. *Квантовая электроника*, **30**, 96 (2000).
2. Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Савельев И.И. *Квантовая электроника*, **45**, 171 (2015).
3. *Волновые и флуктуационные процессы в лазерах*. Под ред. Ю.Л. Климонтовича (М.: Наука, 1974).
4. Roland J.J., Agrawal G.P. *Opt. Laser Technol.*, **13**, 239 (1981).
5. Хошев И.М. *Радиотехника и электроника*, **22**, 313 (1977).
6. Хошев И.М. *Квантовая электроника*, **7**, 953 (1980).
7. Хромых А.М. *Электронная техника. Сер. 11. Лазерная техника и оптоэлектроника*, вып. 1 (53), 76 (1990).
8. Aronowitz F., Collins R.J. *J. Appl. Phys.*, **41**, 130 (1970).
9. Wilkinson J.R. *Progr. Quantum Electron.*, **11**, 1 (1987).