

Сверхфокусировка ультракороткого плазмонного импульса проводящим конусом

Е.С.Мануйлович, В.А.Астапенко, П.А.Головинский

Теоретически показана возможность управления наноразмерной сверхфокусировкой плазмонов в коническом металлическом острие модулирующей несущей частоты импульса. Проведено численное моделирование распространения плазмонного УКИ в металлических наноиглах. В основе расчетов лежит асимптотическое аналитическое решение уравнений Максвелла для распространения электромагнитной волны в коническом проводнике в окрестности вершины, получаемое путем приближенного разделения переменных в сферических координатах. Исследована зависимость сверхфокусировки поля от материала проводника, чирпа импульса и длины распространения.

Ключевые слова: плазмон, ультракороткий импульс, сверхфокусировка, острие проводящего конуса.

1. Введение

Генерация фемтосекундных импульсов изменяемой формы обеспечивает возможность управления сложными квантовыми системами [1, 2]. Для определения общих условий оптимального управления квантово-механическими системами сформулировано обобщение принципа максимума Понтрягина [3]. Однако малые размеры наноструктур по сравнению с длиной волны лазерного излучения затрудняют пространственную селективность и независимость управления отдельными нанообъектами в таких системах с помощью лазерного излучения. В работах [4, 5] теоретически показано, что ограничение локализации воздействия лазерного излучения дифракционным пределом может быть преодолено за счет эффектов ближнего поля различных наноизлучателей. При этом установлено, что пространственное распределение ближнего электромагнитного поля может существенно зависеть от линейного чирпа (линейной частотной модуляции) облучающего лазерного импульса.

Сочетание адаптивного управления [1, 2] и принципов нанооптики [6] позволяет осуществить субволновую динамическую локализацию поля на наноразмерных масштабах. Если использовать в качестве направляющей структуры конический проводник, то распространение поверхностного плазмон-поляритона по проводнику приводит к уменьшению длины волны по мере приближения к вершине конуса. Показано [7], что в результате происходит фокусировка поля в очень малой пространственной области, а напряженность электрического поля существенно возрастает. Это явление используется в оптиче-

ской микроскопии ближнего поля для исследования объектов с нанометровым разрешением, поскольку обеспечивает контролируруемую «доставку» к ним поля. Нелокальные эффекты, обусловленные пространственной дисперсией, вызывают незначительное ослабление усиления поля [8, 9]. Численными методами исследовано снижение степени максимальной фокусировки за счет конечной кривизны острия [10] и определен оптимальный для сверхфокусировки угол раствора конуса.

Теоретические работы [11, 12] показали возможность генерации в нанопроволоках волновых пакетов плазмонов (плазмон-поляритонов), которые распространяются вдоль нанопроводника и представляют собой суперпозицию плазмонных мод в мультирезонансной системе. Интересной особенностью экспериментально наблюдаемой динамики таких пакетов является концентрация энергии у дальнего или ближнего конца нанопроводника либо в его центральной части в зависимости от знака чирпа либо в его отсутствие соответственно. Суть процесса состоит в том, что фазовая скорость низших мод больше, чем у высших, и между ними возникает конструктивная интерференция на некотором расстоянии от области возбуждения. Усиление поля на конце серебряной нанопроволоки наблюдалось также экспериментально [13, 14].

Уникальной особенностью нанофокусировки плазмонов является возможность управлять процессом интерференции за счет настройки спектральных фаз [15, 16]. Одновременное использование пространственного сжатия и фемтосекундного управления оптическим возбуждением поверхностных плазмонов в металлических конических наноиглах позволяет достичь пространственной локализации поля около 10 нм при длительности пакета в несколько фемтосекунд [17]. Таким образом, была продемонстрирована возможность пространственно-временного управления оптическим полем на нанометровых масштабах и при фемтосекундных длительностях. Экспериментально распространение фемтосекундного лазерного импульса в коническом золотом нанозонде наблюдалось в работе [18].

В то же время детали процесса нанофокусировки УКИ пока еще не вполне ясны. Интерес представляет как про-

Е.С.Мануйлович, В.А.Астапенко. Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия, Московская обл., 141707 Долгопрудный, Институтский пер., 9; e-mail: Egor.Manuylovich@gmail.com, astval@mail.ru
П.А.Головинский. Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, Россия, 394030 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84; e-mail: golovinski@bk.ru

Поступила в редакцию 27 июля 2015 г., после доработки – 23 ноября 2015 г.

странственная фокусировка поля вблизи острия, так и концентрация поля во времени. Целью настоящей работы являются численное моделирование усиления чирпированных УКИ металлическими коническими структурами, а также анализ влияния угла раствора конуса и начального чирпа импульса на коэффициент усиления. Расчеты проводились на основе результатов работы [7], полученных для монохроматического поля. С использованием обратного преобразования Фурье проведен анализ распространения импульсов вдоль металлического конуса с характерными углами раствора $0.01-0.1$ рад, характерной длиной порядка нескольких сотен нанометров при характерных размерах основания конуса менее 100 нм.

2. Распределение поля при монохроматическом возбуждении

Исследование зависимости усиления поля вблизи вершины конуса от поляризации возбуждающего поля для магнитно-поперечной и линейно поляризованной волн, которые фокусируются на основание конуса, показало что эффективное усиление поля характерно именно для симметричной ТМ ($m = 0$) волны [19]. Такой тип поляризации может быть получен, например, путем прямой фокусировки лазерного излучения с радиальной поляризацией на основание конуса [20]. В связи с этим далее мы ограничимся рассмотрением волнового пакета ТМ₀-волн.

Основное отличие данной задачи от классической задачи теории дифракции [21] состоит в том, что традиционное предположение о поверхностном характере скин-эффекта здесь может не выполняться и необходимо использовать реальные экспериментальные частотные зависимости комплексных диэлектрических проницаемостей металлов [22] или их удобные аналитические аппроксимации [23, 24]. Аналитическое решение задачи о распространении и сверхфокусировке гармонического поверхностного плазмона в узком металлическом конусе, которое используется при анализе нашей задачи, дано в работе [7]. В ней рассмотрен наиболее интересующий нас магнитный тип поперечных волн, для которых только вихревая компонента $H_\varphi \neq 0$. Геометрия задачи показана на рис.1.

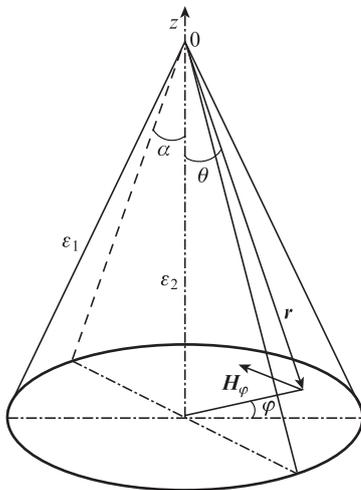


Рис.1. Геометрия конической структуры, в которой происходит сверхфокусировка; ϵ_1 и ϵ_2 – диэлектрические постоянные снаружи и внутри конуса соответственно.

Для дальнейшего анализа изложим сначала, близко следуя [7], решение задачи о распространении монохроматических волн. Для компоненты H_φ уравнение распространения превращается в скалярное уравнение. В сферических координатах его можно записать в виде волнового уравнения [25]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r H_\varphi) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial (H_\varphi \sin \theta)}{\partial \theta} \right] = \frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где $\epsilon(\omega)$ – диэлектрическая проницаемость среды (магнитная проницаемость $\mu = 1$); ω – частота волны; c – скорость света. Для разделения переменных представим решение (1) в виде

$$H_\varphi(r, \theta, t) = R(r) \Psi(\theta) \exp(-i\omega t). \quad (2)$$

Тогда для функций $\Psi(\theta)$ и $R(r)$ получаем следующие уравнения:

$$\frac{d^2 \Psi}{d\theta^2} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \frac{d\Psi}{d\theta} - \left(\eta^2 + \frac{1}{\sin^2 \theta} \right) \Psi = 0, \quad (3)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} - \left(\frac{\eta^2}{r^2} + \epsilon \frac{\omega^2}{c^2} \right) R = 0, \quad (4)$$

в которых постоянная разделения переменных η определяется из граничных условий на поверхности конуса. Для малых углов раствора конуса α параметр $\theta \ll 1$ рад как внутри, так и снаружи конуса, вблизи его поверхности. С учетом этого уравнение (3) без существенной потери точности можно заменить уравнением

$$\frac{d^2 \Psi}{d\theta^2} + \frac{1}{\theta} \frac{d\Psi}{d\theta} - \left(\eta^2 + \frac{1}{\theta^2} \right) \Psi = 0, \quad (5)$$

которое после замены переменных $x = \eta\theta$ принимает вид

$$x^2 \frac{d^2 \Psi}{dx^2} + x \frac{d\Psi}{dx} - (x^2 + 1) \Psi = 0. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) при $x \geq 0$ выражается через модифицированную функцию Бесселя $I_1(x)$ и функцию Макдональда $K_1(x)$ [26]:

$$\Psi(x) = D_1 I_1(x) + D_2 K_1(x). \quad (7)$$

При этом функция $I_1(x)$ регулярна в нуле, а функция $K_1(x)$ экспоненциально затухает при больших значениях x . Поэтому решение уравнения (3) для двух разных областей углов имеет вид

$$\Psi(\theta) = D_1 I_1(\eta\theta), \quad \theta \leq \alpha, \quad (8)$$

$$\Psi(\theta) = D_2 K_1(\eta\theta), \quad \theta \geq \alpha. \quad (9)$$

Отметим, что малость угла раствора конуса позволяет аналитически получить и исследовать решение. Подобным образом оказывается возможным решить и задачу о коническом резонаторе [27]. Уравнение для радиальной функции (4) по виду аналогично уравнению для радиальной функции в квантово-механической задаче о движении

в центрально-симметричном поле поляризованного потенциала [28]. Введем обозначение $W = \varepsilon\omega^2/c^2$ и сделаем замену $R(r) = \chi(r)/r$. Для новой функции $\chi(r)$ вместо (4) имеем уравнение

$$\chi'' + \left(\frac{\eta^2}{r^2} + W\right)\chi = 0.$$

Если теперь сделать подстановку

$$\chi(r) = \sqrt{r} Z(\rho), \quad \rho = kr,$$

где $k = \sqrt{W}$, то получим уравнение

$$\rho^2 Z'' + \rho Z' + (\rho^2 + v^2)Z = 0, \quad v^2 = \eta^2 - 1/4. \quad (10)$$

При $\eta^2 > 1/4$ уравнение (10) есть дифференциальное уравнение для функций Бесселя с чисто мнимым индексом [29], решения которого достаточно изучены. Уравнение имеет два независимых решения – $Sf_v(x)$ и $Cf_v(x)$, которые выражаются в виде абсолютно сходящихся рядов при любых значениях x и v :

$$Sf_v(x) = \left[1 - \frac{1}{1+v^2}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \dots\right] \times \sin(v \ln x) + \left[\frac{v}{1+v^2}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \dots\right] \cos(v \ln x), \quad (11)$$

$$Cf_v(x) = \left[1 - \frac{1}{1+v^2}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \dots\right] \times \cos(v \ln x) + \left[\frac{v}{1+v^2}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \dots\right] \sin(v \ln x). \quad (12)$$

При значениях аргумента $x \rightarrow 0$ мы имеем асимптотические представления $Sf_v(x) \propto \sin(v \ln x)$, $Cf_v(x) \propto \cos(v \ln x)$.

С учетом этого вблизи вершины конуса при $\eta^2 r^2 \gg |\varepsilon|\omega^2/c^2$ справедливо асимптотическое выражение

$$H_\varphi \approx \frac{A(\omega)}{\sqrt{r}} \Psi(\theta) \exp(-i\omega t - iv \ln \frac{r}{r_0}), \quad (13)$$

где расстояние r_0 от сечения до вершины конуса определяет фазу волны. На основании уравнений Максвелла получаем

$$E_r = \frac{ic}{\omega\varepsilon} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(H_\varphi \sin \theta)}{\partial \theta}, \quad (14)$$

$$E_\theta = -\frac{ic}{\omega\varepsilon} \frac{\partial}{\partial r}(r H_\varphi). \quad (15)$$

Тогда пространственные зависимости электрических составляющих монохроматического поля имеют вид

$$E_r(\omega) = -\frac{ic}{\omega\varepsilon_2} \frac{\eta A(\omega)}{r^{3/2}} I_0(\eta\theta) \exp(-i\eta \ln \frac{r}{r_0}), \quad (16)$$

$$E_\theta(\omega) = \frac{ic}{\omega\varepsilon_2} \left(\eta + \frac{i}{2}\right) \frac{A(\omega)}{r^{3/2}} I_1(\eta\theta) \exp(-i\eta \ln \frac{r}{r_0}) \quad (17)$$

при $\theta \ll \alpha$ и

$$E_r(\omega) = \frac{ic}{\omega\varepsilon_1} \frac{\eta B(\omega)}{r^{3/2}} K_0(\eta\theta) \exp(-i\eta \ln \frac{r}{r_0}), \quad (18)$$

$$E_\theta(\omega) = \frac{ic}{\omega\varepsilon_1} \left(\eta + \frac{i}{2}\right) \frac{B(\omega)}{r^{3/2}} K_1(\eta\theta) \exp(-i\eta \ln \frac{r}{r_0}) \quad (19)$$

при $\theta \geq \alpha$. Здесь I_0 и K_0 – модифицированная функция Бесселя и функция Макдональда нулевого порядка соответственно. Эти решения предсказывают сингулярный рост поля волны вблизи вершины конуса, ограниченный расстоянием от верхнего основания усеченного конуса до его геометрической вершины.

3. Фокусировка плазмон-поляритонного УКИ

Для решения задачи пространственно-временной фокусировки мы примем, что в случае падающего лазерного УКИ, возбуждающего в конической структуре волну магнитного типа, в центре сечения на удалении h от вершины зависимость от времени электрического поля имеет вид $f(t) = C(t) \exp[-i\omega_0 t - i\psi(t)]$, где $\psi(t) = \omega_0 \beta t^2$, т.е. эффективная частота имеет линейный чирп β : $\omega_{\text{eff}}(t) = \omega_0(1 + \beta t)$. Для гауссова импульса $C(t) = f_0 \exp(-at^2)$, а соответствующая интенсивность $I(t) = f(t)f^*(t) = f_0^2 \exp(-2at^2)$. Фурье-преобразование такого импульса [30] есть

$$\begin{aligned} \tilde{f}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(i\omega t) dt \\ &= \frac{f_0}{\sqrt{4\pi(a + i\beta)}} \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4(a + i\beta)}\right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Эволюция импульса в линейном режиме полностью определяется обратным преобразованием Фурье:

$$E_j(r, \theta, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega) E_j(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega, \quad j = r, \theta. \quad (21)$$

Для вычисления интеграла Фурье (21) нужно знать зависимость параметра $\eta = \eta' + i\eta''$ от частоты ω . Эта дисперсионная зависимость определяется из условия непрерывности тангенциальных компонент поля на поверхности конуса. Соответствующее дисперсионное уравнение имеет вид

$$\varepsilon_2 \frac{I_1(\alpha\eta)}{I_0(\alpha\eta)} = -\varepsilon_1 \frac{K_1(\alpha\eta)}{K_0(\alpha\eta)}, \quad (22)$$

где $\varepsilon_2 = \varepsilon_2' + i\varepsilon_2''$. Задавая $E_r(h, t) = f(t)$, находим $A(\omega)$ и спектральные компоненты $E_r(r, \omega)$, $E_\theta(r, \omega)$ внутри конуса, а из условия согласования решений на границе конуса определяем величину $B(\omega)$ и спектральные компоненты поля вне конуса. Параметры A и B измеряются в $\text{В} \cdot \text{м}^{-1/2}$.

Значения действительных и мнимых частей показателя преломления взяты из [31], на их основе были вычислены действительная и мнимая части диэлектрической проницаемости металлов. Далее было численно решено уравнение (22) для каждой спектральной компоненты. Результаты расчетов зависимостей действительной и мнимой частей параметра распространения η от длины волны λ приведены на рис.2 для серебряных, золотых и медных нанопил в вакууме. На основе результатов расчетов параметра распространения η' можно оценить эффективный показатель преломления в среде, а также фазовую и

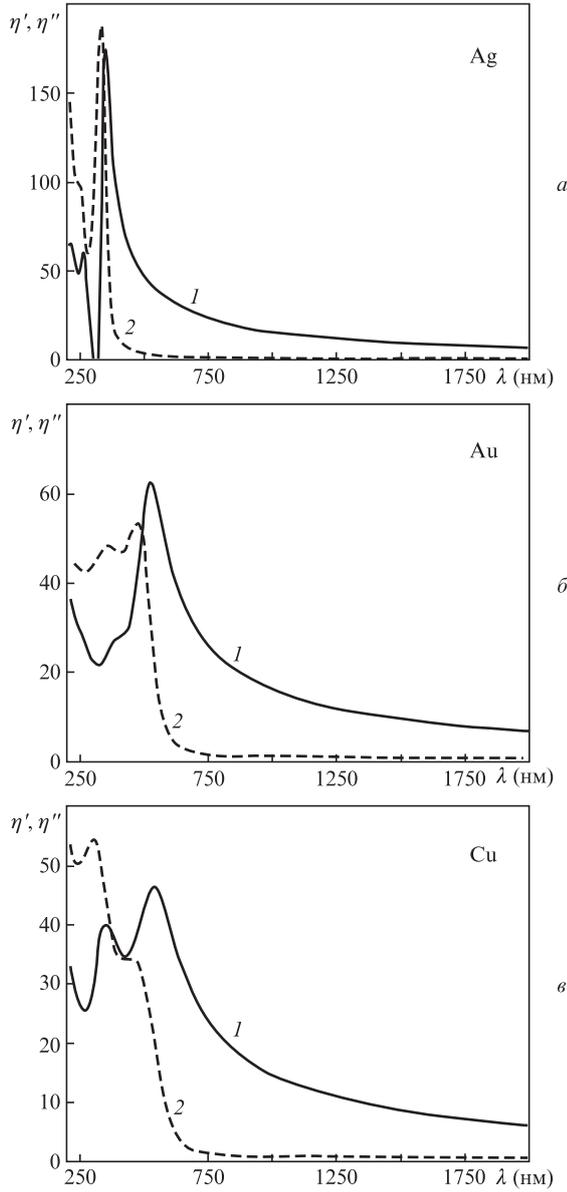


Рис.2. Зависимости действительной (1) и мнимой (2) частей постоянной распространения η от длины волны излучения λ для серебряной (а), золотой (б) и медной (в) нанопи́л с углом раствора 0.01 рад.

групповую скорости пакета. На рис.3 приведена зависимость эффективного показателя преломления $n_{\text{eff}} = n'_{\text{eff}} + i n''_{\text{eff}}$ в серебряном конусе с углом раствора $\alpha = 0.01$ рад от расстояния z до вершины конуса. Наглядно видно его увеличение по мере приближения к вершине.

На рис.4 показаны зависимости от z фазовой и групповой скоростей для того же конуса. На расстоянии 500 м от вершины на центральной длине волны $\lambda_0 = 1550$ нм групповая скорость равна $0.18c$, а при дальнейшем приближении к вершине конуса волна практически останавливается.

Для каждой спектральной компоненты было вычислено изменение потока энергии по мере ее распространения к вершине конуса. Поток энергии вычислялся по формуле

$$F = \int_S [E_r(\omega, r, \theta) E_r^*(\omega, r, \theta) + E_\theta(\omega, r, \theta) E_\theta^*(\omega, r, \theta)] v_p(\omega) dS, \quad (23)$$

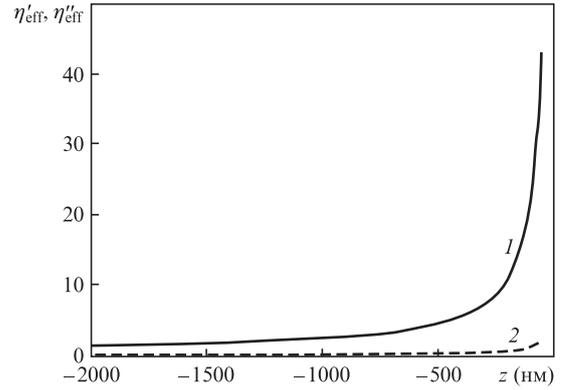


Рис.3. Зависимости действительной (1) и мнимой (2) частей эффективного показателя преломления от расстояния до вершины конуса на центральной длине волны $\lambda_0 = 1550$ нм.

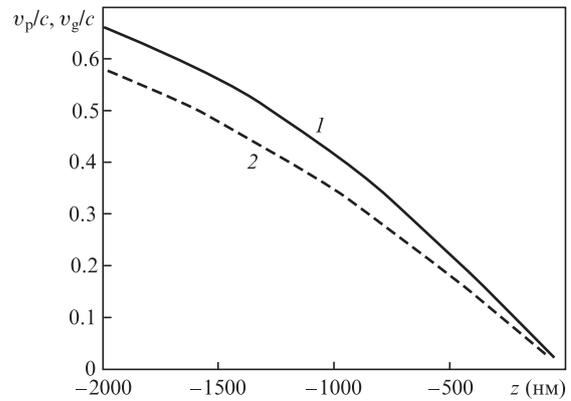


Рис.4. Зависимости фазовой (v_p ; 1) и групповой (v_g ; 2) скоростей от расстояния до вершины конуса z на длине волны $\lambda_0 = 1550$ нм.

где S – плоскость сечения конуса, перпендикулярная его образующей; $v_p(\omega)$ – фазовая скорость спектральной компоненты. На рис.5 показано ослабление потока спектральных компонент после их распространения с расстояния 1000 нм до расстояния 100 нм от вершины серебряного конуса. Несмотря на то что поток энергии каждой спектральной компоненты значительно ослабевает по мере ее распространения вдоль конуса из-за поглощения в металле, электромагнитное поле спектральных компонент растет по мере приближения к вершине конуса

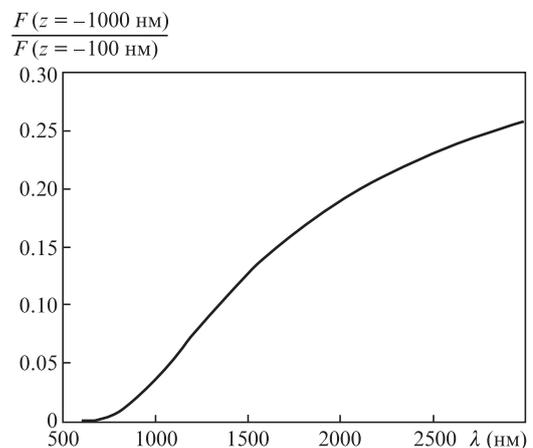


Рис.5. Зависимость ослабления потока энергии от длины волны излучения.

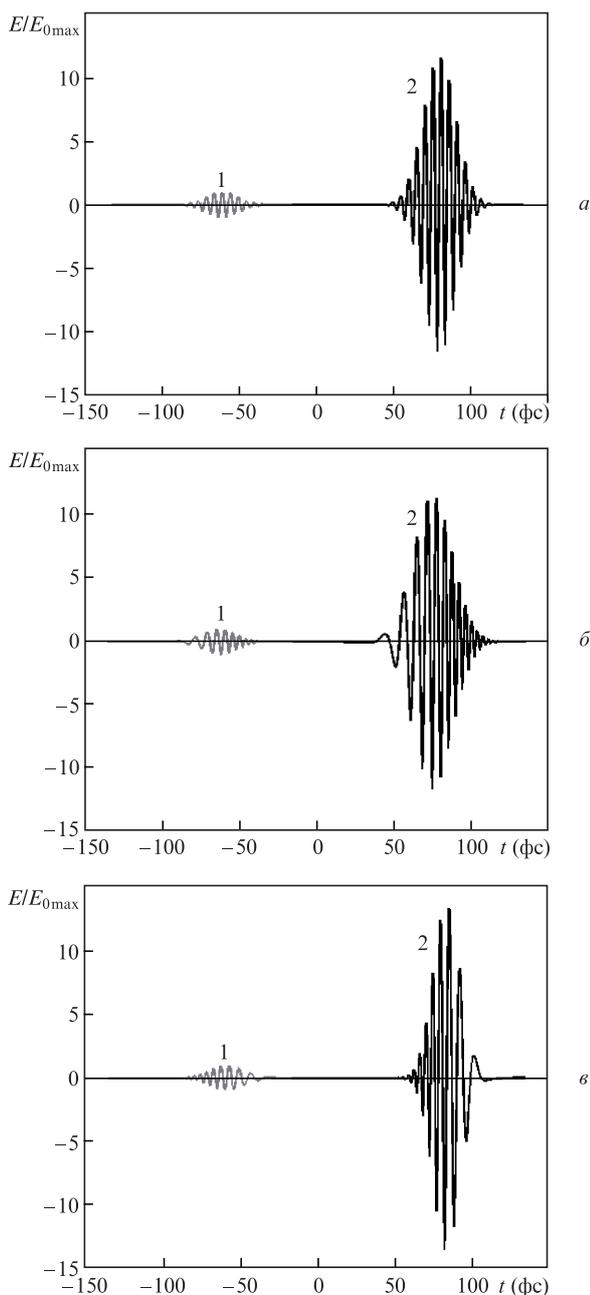


Рис.6. Результаты расчета электрического поля E импульса до (1) и после (2) его распространения в серебряном конусе для начальных чирпов импульса $\beta = 0$ (а), -0.013 (б) и 0.013 фс^{-1} (в).

вследствие увеличения при этом пространственной локализации поля.

На рис.6–8 показаны результаты расчета поля на поверхности нанопигл из серебра, золота и меди для лазерного импульса длительностью 32 фс с центральной длиной волны излучения 1550 нм без чирпа и при положительном (отрицательном) чирпе. Угол раствора конуса для всех расчетов составляет 0.01 рад. Импульс распространяется с расстояния 1000 нм до расстояния 100 нм от вершины металлического конуса.

Для рис.6,а, б и в коэффициент усиления в серебряном конусе составляет 11.62, 11.44 и 13.69, а изменение длительности импульса равно 0.2, 5.3 и -6.4 фс соответственно. Для рис.7,а, б и в коэффициент усиления в золотом конусе составляет 7.28, 7.02 и 10.15, а изменение длительности импульса равно 0.2, 6.1 и -6.4 фс соответственно. Для

рис.8,а, б и в коэффициент усиления в медном конусе составляет 6.23, 6.05 и 7.57, а изменение длительности импульса равно 0, 4.9 и -4.6 фс соответственно.

Для серебряного конуса рассчитан коэффициент усиления при тех же параметрах, что и раньше, в зависимости от угла раствора конуса для импульса излучения без начального чирпа, с центральной длиной волны 1550 нм и начальной длительностью 32 фс. Результаты расчетов представлены на рис.9. Видно, что при увеличении угла раствора конуса эффект фокусировки усиливается. Фактически при $\alpha \approx 14^\circ$ усиление уже близко к максимальному. Отметим, что дальнейшее увеличение угла в действительности не гарантирует роста сфокусированного поля, поскольку происходит перекачка поля в другие моды из-за нарушения одномодовости распространения [32].

Для серебряного конуса рассчитаны также коэффициент усиления и степень сжатия импульса в зависимости от величины его начального чирпа. Расчет проводился, начиная с расстояния 1000 нм до расстояния 150 нм от вершины конуса с углом раствора $\alpha = 0.1$ рад. Результаты расчета приведены на рис.10 для начальной длительности

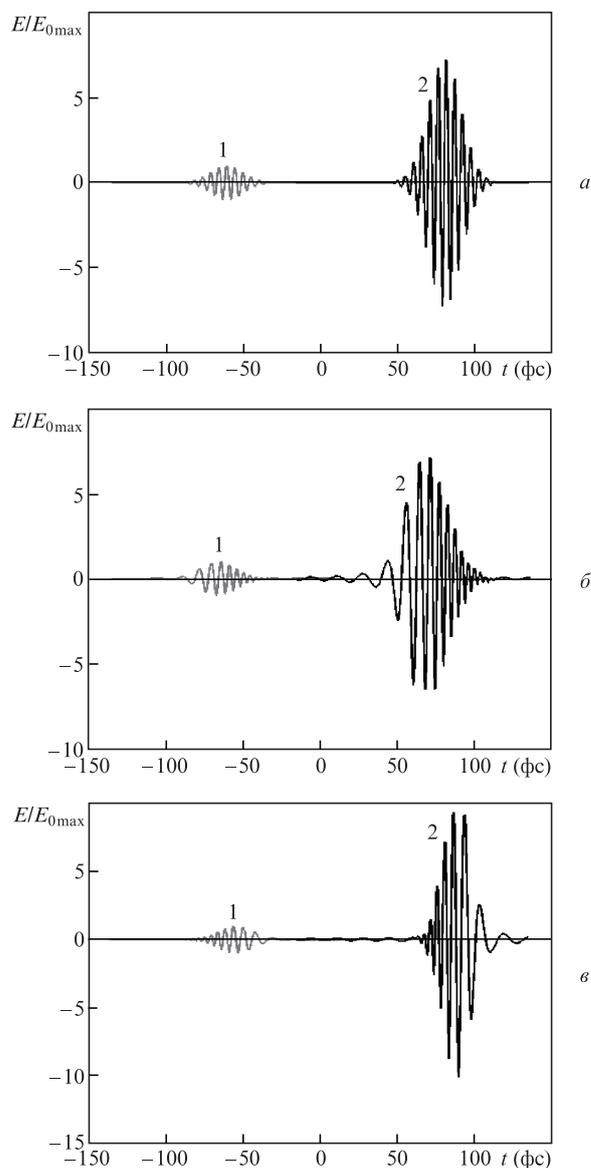


Рис.7. То же, что и на рис.6, но при распространении импульса в золотом конусе.

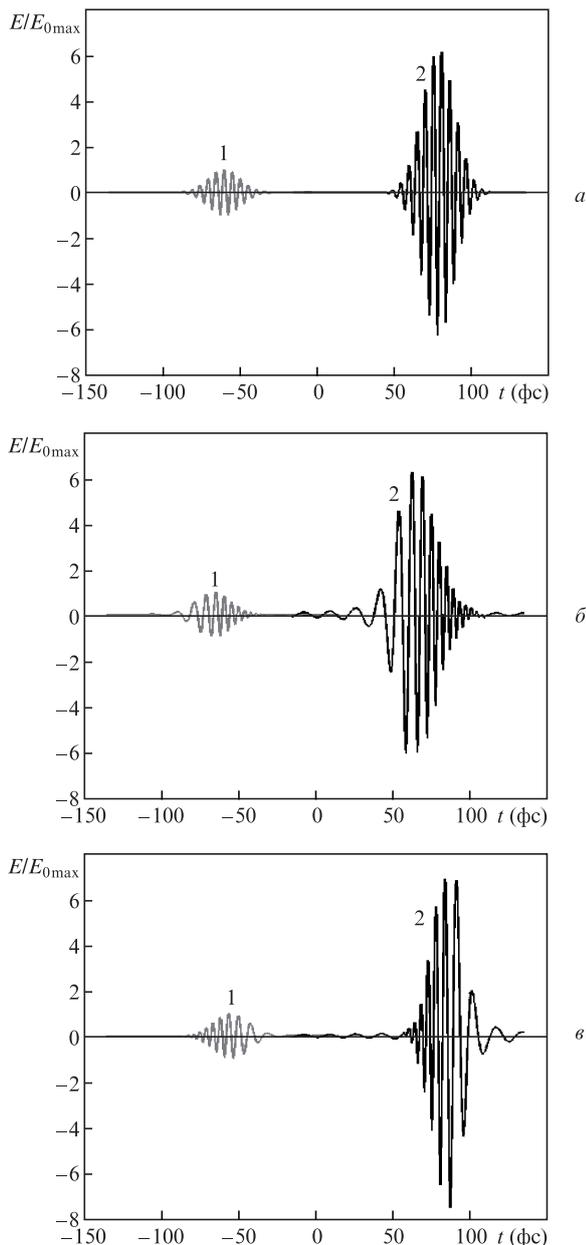


Рис.8. То же, что и на рис.6, но при распространении импульса в медном конусе.

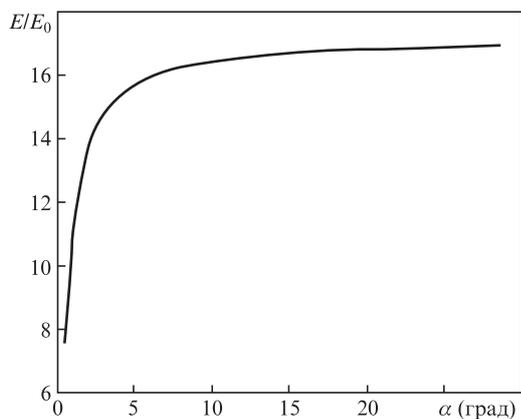


Рис.9. Зависимость коэффициента усиления импульса E/E_0 от угла раствора серебряного конуса.

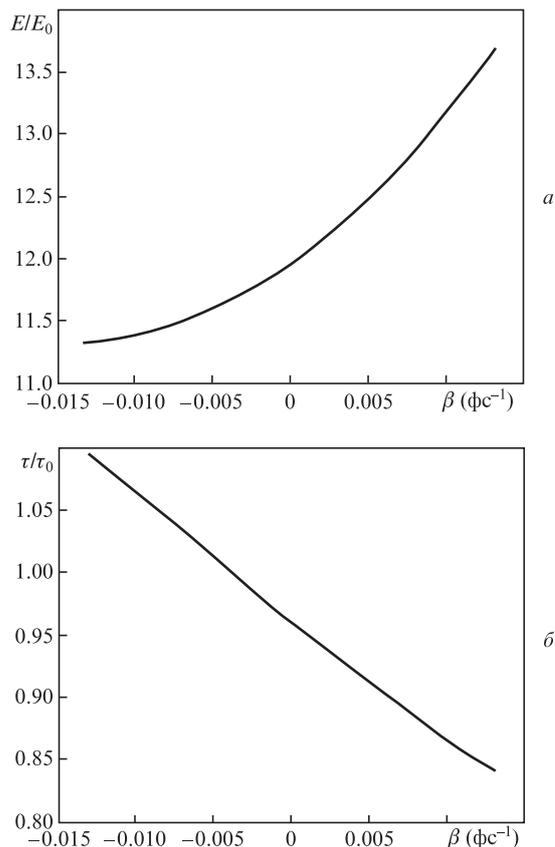


Рис.10. Зависимости коэффициента усиления E/E_0 (а) и длительности импульса τ/τ_0 (б) от начального чирпа β .

импульса $\tau_0 = 32$ фс и центральной длины волны излучения $\lambda_0 = 1550$ нм. Из рис.10 следует, что изменение начального чирпа импульса позволяет добиться усиления эффекта фокусировки по коэффициенту усиления на 10% и сжатия импульса на ту же величину. Полученные нами результаты согласуются с общей картиной пространственно-временной сверхфокусировки, которая наблюдается в эксперименте [17].

4. Заключение

Аналитические формулы для поля вблизи вершины металлического конуса позволили провести расчет распространения плазмонных УКИ в наноиглах из трех металлов: серебра, золота и меди. Вычислена постоянная распространения в зависимости от частоты. Определена фазовая и групповая скорости распространения в зависимости от расстояния до вершины конуса. По мере приближения к вершине конуса скорость импульса уменьшается, а поле электромагнитной волны усиливается. В металлическом конусе наблюдается сверхфокусировка импульсов плазмонов, а коэффициент усиления зависит от материала конуса. При прохождении импульсом расстояния 850 нм в конической структуре длиной 1000 нм при угле раствора $\alpha = 0.01$ рад наблюдается усиление электрического поля нечирпированного импульса длительностью 32 фс в 11.6 раза для серебряного конуса, в 7.3 раза для золотого конуса и в 6.2 раза для медного конуса. Дальнейшего усиления эффекта фокусировки можно добиться при большем угле раствора конуса.

Эффект фокусировки усиливается в случае импульсов с отрицательным начальным чирпом. Это позволяет ис-

пользовать частотную модуляцию для получения оптимальной сверхфокусировки фемтосекундного плазмонного импульса.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 15-07-09123) и в рамках Государственного задания Министерства образования и науки РФ (НИР №1940).

1. Judson R.S., Rabitz H. *Phys. Rev. Lett.*, **68**, 1500 (1992).
2. Assion A., Baumert T., Bergt M., Brixner T., Kiefer B., Seyfried V., Strehle M., Gerber G. *Science*, **282**, 919 (1998).
3. Головинский П.А. *Автоматика и телемеханика*, **4**, 42 (2007).
4. Stockman M.I., Faleev S.V., Bergman D.J. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 067402 (2002).
5. Stockman M.I., Bergman D.J., Kobayashi T. *Phys. Rev. B*, **69**, 054202 (2004).
6. Novotny L., Hecht B. *Principles of Nano-Optics* (Cambridge: Cambridge University Press, 2006).
7. Babajanyan A.J., Margaryan N.L., Nerkararyan Kh.V. *J. Appl. Phys.*, **87**, 3785 (2000).
8. Ruppin R. *Phys. Lett. A*, **340**, 299 (2005).
9. Wiener A., Fernández-Domínguez A.I., Horsfield A.P., Pendy J.B. *Nano Lett.*, **12**, 3308 (2012).
10. Goncharenko A.V., Wong J.K., Chang Y.-Ch. *Phys. Rev. B*, **74**, 235442(9) (2006).
11. Aeschlimann M., Bauer M., Bayer D., Brixner T., de Abajo F.J.G., Pfeiffer W., Rohmer M., Spindler C., Steeb F. *Nature*, **446**, 310 (2007).
12. Cao L., Nome R.A., Montgomery J.M., Gray S.K., Scherer N.F. *Nano Lett.*, **10** (9), 3389 (2010).
13. Ditlbacher H., Honenan A., Wagner D., Aussenegg F.R., Krenn J.R. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 257403(4) (2005).
14. Li Z., Hao F., Huang Y., Fang Y., Nordlander P., Xu H. *Nano Lett.*, **9** (12), 4383 (2009).
15. Berweger S., Atkin J.M., Olmon R.L., Rashke M.B. *J. Phys. Chem. Lett.*, **3**, 9450952 (2012).
16. Stockman M.I., Faleev S.V., Bergman D.J. *Phys. Rev. Lett.*, **88** (6), 067402(4) (2002).
17. Berweger S., Atkin J.M., Xu X.G., Olmon R.L., Rashke M.B. *Nano Lett.*, **11**, 4309 (2011).
18. Kravtsov V., Atkin J.M., Rashke M.B. *Opt. Lett.*, **38**, 1322 (2013).
19. De Angelis F., Proietti Zaccaria R., Francardi M., Liberale C., Di Fabrizio E. *Opt. Express*, **19** (22), 22268 (2011).
20. Agio M., Chen X.W., Sandonghdar V. *Opt. Express*, **18** (10), 10878 (2010).
21. Ваганов Р.Б., Каценеленбаум Б.З. *Основы теории дифракции* (М.: Наука, 1982).
22. Jonson P.B., Christy R.W. *Phys. Rev. B*, **6**, 4370 (1972).
23. Dionne J.A., Sweatlock L.A., Atwater H.A. *Phys. Rev. B*, **72**, 075405 (2005).
24. Barchiesi D., Groses T. *J. Nanophotonics*, **8**, 083097(16) (2014).
25. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. *Основные дифференциальные уравнения математической физики* (М.: ГИФМЛ, 1962).
26. Никифоров А.Ф., Уваров В.Б. *Специальные функции математической физики* (Долгопрудный: Интеллект, 2007).
27. Алексеенко Я.В., Монахов А.М., Рожанский И.В. *ЖТФ*, **79** (11), 72 (2009).
28. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (М.: Физматлит, 2008).
29. Matushev A.A., Fohtung E.V. *Научное приборостроение*, **26** (1), 144 (2014).
30. Градштейн И.С., Рыжик И.М. *Таблицы интегралов, рядов и произведений* (СПб.: БХВ—Петербург, 2011 с. 499).
31. Rakić A.D., Djurišić A.B., Elazar J.M., Majewski M.L. *Appl. Opt.*, **37**, 5271 (1998).
32. Ding W., Andrews S.R., Mailer S.A. *Phys. Rev. A*, **75**, 063822(10) (2007).