

Частотная модуляция и компрессия оптических импульсов в световоде с бегущей волной показателя преломления

И.О.Золотовский, В.А.Лапин, Д.И.Семенов

Исследованы условия спектрального уширения, частотной модуляции и компрессии (как временной, так и спектральной) гауссовых импульсов, распространяющихся в световоде с бегущей волной показателя преломления. Получены аналитические выражения для зависимостей длительности, чирпа и спектральной ширины импульса от пройденного по волноводу расстояния, параметров световода и вводимого в него излучения. На основе численного анализа исследовано поведение указанных характеристик при изменении коэффициента модуляции показателя преломления и других параметров бегущей волны показателя преломления.

Ключевые слова: частотная модуляция, компрессия оптических импульсов, бегущая волна показателя преломления.

1. Введение

Известно, что при распространении светового импульса по световоду, в котором создана бегущая волна показателя преломления (БВП), могут наблюдаться эффекты, отсутствующие как в однородных световодах, так и в световодах со статической неоднородностью или периодичностью [1, 2]. В работах [3–5] исследовались эффекты, связанные с изменением поляризации и смещением несущей частоты квазимонохроматических волновых пакетов под влиянием БВП. Для импульсных режимов распространения излучения в световодах с БВП характерно увеличение мощности импульса в несколько раз с соответствующим уменьшением его длительности [1, 2, 5]. Однако, несмотря на вышесказанное, в имеющейся литературе (за исключением относительно небольшого числа работ [2, 6, 7]) не были детально рассмотрены возможности управления скоростью частотной модуляции и спектральной шириной взаимодействующих с БВП импульсов.

В настоящей работе исследуются условия временного и спектрального сжатия частотно-модулированных (ЧМ) гауссовых импульсов, распространяющихся в световоде с БВП. Показано, что в таком световоде возможна сильная частотная модуляция импульса при сохраняющейся линейной скорости. Данное обстоятельство можно использовать для последующей сильной спектральной или временной компрессии. Приведены аналитические выражения для зависимостей длительности, спектральной ширины и начальной скорости частотной модуляции (чирпа) импульса от пройденного по световоду расстояния. На основе численного анализа исследовано поведение указанных характеристик при изменении коэффициента

модуляции показателя преломления и других параметров БВП. Для модуляции импульсов с их последующим сжатием в диспергирующих элементах (световодах или на дифракционных решетках) могут быть использованы не только волоконные [1–5], но и планарные структуры [8].

2. Основные уравнения

Будем считать, что в световоде возбуждена БВП, в которой показатель преломления среды изменяется по следующему закону:

$$n(t, z) = n_0[1 - m \cos(\Omega t - qz)], \quad (1)$$

где Ω – частота модуляции; $q = 2\pi/\Lambda$ – волновое число; Λ – период пространственной неоднородности; $v_m = \Omega/q$ – скорость «перемещения» БВП; $m = \Delta n/n_0$ – коэффициент модуляции; Δn – максимальное изменение показателя преломления в БВП. Рассмотрим однонаправленное распространение частотно-модулированного гауссова импульса с начальными условиями

$$A(t, z = 0) = A_0 \exp[-(\tau_0^{-2} + iC_0)t^2/2], \quad (2)$$

где A_0 – пиковое значение амплитуды импульса на входе в световод; τ_0 – начальная длительность импульса; C_0 – начальная скорость ЧМ импульса (чирп). Отметим, что в англоязычной литературе в выражении для временной огибающей ЧМ импульса чирп, как правило, выбирается с отрицательным знаком [9].

Для волнового пакета, распространяющегося с групповой скоростью $v_g = (\partial\omega/\partial\beta)_{\omega_0}$, равной скорости перемещения БВП, уравнение для огибающей можно записать в виде

$$\frac{\partial A}{\partial z} + v_g^{-1} \frac{\partial A}{\partial t} - iD \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = i\Delta\beta A, \quad (3)$$

где D – параметр дисперсии групповых скоростей;

$$\Delta\beta = n_0 k_0 m \cos(\Omega t - qz) \quad (4)$$

И.О.Золотовский, В.А.Лапин, Д.И.Семенов. Ульяновский государственный университет, Россия, 432700 Ульяновск, ул. Л.Толстого, 42; e-mail: rafzol.14@mail.ru, lva2013@yandex.ru, sementsovdi@mail.ru

Поступила в редакцию 28 июля 2015 г., после доработки – 11 ноября 2015 г.

– параметр, определяющий изменение константы распространения собственной волноводной моды световода в результате модуляции показателя преломления в БВПП.

В координатах бегущего времени ($\tau = t - zv_g$) уравнение (3) приобретает вид

$$\frac{\partial A}{\partial z} - iD(z)\frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} = i\beta m \cos[\Omega(\tau - \delta\tau)]A, \quad (5)$$

где $\beta = n_0\omega/c$ – постоянная распространения волнового пакета в невозмущенном световоде; $k_0 = \omega/c$; c – скорость света в вакууме; $\tau - \delta\tau = \tau - (v_m^{-1} - v_g^{-1})z$ характеризует временную отстройку, связанную с расстройкой групповой скорости импульса и скорости БВПП. При рассмотрении импульсов с достаточной малой отстройкой ($\tau - \delta\tau \approx 10^{-10} - 10^{-11}$ с) в правой части уравнения (5) можно использовать разложение

$$\cos[\Omega(\tau - \delta\tau)] \approx 1 - \Omega^2(\tau - \delta\tau)^2/2. \quad (6)$$

В этом случае уравнение (5) примет вид

$$\frac{\partial A}{\partial z} - iD\frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} = i(S_1 + S_2\tau + S_3\tau^2)A, \quad (7)$$

где параметры S_j определены следующими выражениями:

$$S_1 = m\beta(1 - \Omega^2\delta\tau^2/2), \quad S_2 = m\beta\Omega^2\delta\tau, \quad S_3 = -m\beta\Omega^2/2.$$

Представим амплитуду огибающей волнового пакета в виде

$$A(z) = a(z)\exp[i(\varphi(z) + b(z)\tau + \alpha(z)\tau^2)] \quad (8)$$

и подставим в уравнение (7). В результате придем к системе уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial a}{\partial z} + 2D(b + 2\alpha\tau)\frac{\partial a}{\partial \tau} - iD\frac{\partial^2 a}{\partial \tau^2} \\ = i\left(S_1 - \frac{\partial \varphi}{\partial z} - b^2D + 2i\alpha D\right)a, \end{aligned} \quad (9a)$$

$$\frac{\partial b}{\partial z} + 4\alpha Db = S_2, \quad (9б)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial z} + 4D\alpha^2 = S_3, \quad (9в)$$

где параметр α характеризует скорость «наведенной» БВПП частотной модуляции (чирпа), а b – изменение в поле БВПП скорости максимума огибающей, вызванное расстройкой групповой скорости ЧМ волны и скорости БВПП.

Далее с помощью простой подстановки

$$a = \bar{a}\exp\left[i\int\left(S_1 - \frac{\partial \varphi}{\partial z} - b^2D + 2i\alpha D\right)dz\right] \quad (10)$$

уравнение (9a) преобразуется к виду

$$\frac{\partial \bar{a}}{\partial z} + 2D(b + 2\alpha\tau)\frac{\partial \bar{a}}{\partial \tau} - iD\frac{\partial^2 \bar{a}}{\partial \tau^2} = 0. \quad (11)$$

Перейдем в этом уравнении к новым координатам бегущего времени:

$$\tau'(z) \equiv f(z)\tau - 2\int f(z)D(z)b(z)dz, \quad (12)$$

где для параметра $f(z)$ справедливы соотношения

$$f(z) = f(0)\exp\left(-4\int D(z)\alpha(z)dz\right), \quad f(0) = 1.$$

В результате уравнение (11) принимает вид

$$\frac{\partial \bar{a}}{\partial z} - iD(z)f^2(z)\frac{\partial^2 \bar{a}}{\partial \tau'^2} = 0. \quad (13)$$

Начальные условия для амплитуды \bar{a} таковы:

$$\bar{a}(0) = A_0\exp[-(\tau_0^{-2} + iC_0)\tau'^2/2]. \quad (14)$$

Решение уравнения (13) с начальным условием (14) можно представить в следующем виде:

$$\bar{a}(\tau', z) = A_0F^{-1/2}(z)\exp\left[-\frac{(\tau_0^{-2} + iC_0)\tau'^2}{2F(z)}\right], \quad (15)$$

где

$$F(z) = 1 - 2g(z)(C_0 - i\tau_0^{-2}); \quad g(z) = \int D(z)f^2(z)dz.$$

В предположении $b = 0$ и $S_2 = 0$ (т. е. в случае, когда групповая скорость волнового пакета и скорость БВПП равны и, как следствие, $\delta\tau = 0$) для длительности импульса в среде с БВПП получаем выражение для длительности ЧМ импульса,

$$\tau_p(z) = \frac{\tau_0}{f(z)}\sqrt{(1 - 2C_0g(z))^2 + \frac{4g^2(z)}{\tau_0^4}}, \quad (16)$$

и его реального текущего чирпа:

$$C_{\text{eff}}(z) = \bar{C}(z) - 2\alpha(z). \quad (17)$$

Здесь

$$\bar{C}(z) = \frac{C_0 - 2(C_0^2 + \tau_0^{-4})g(z)}{(1 - 2C_0g(z))^2 + 4\tau_0^{-4}g^2(z)}f_1^2(z). \quad (18)$$

3. Динамика чирпа и длительности импульса

Зависимость $\alpha(z)$ в выражении (17) может быть найдена из решения уравнения (9в). Так, если D и S_3 постоянны и не зависят от z , имеем для наведенной скорости частотной модуляции (с учетом начального условия $\alpha(0) = 0$) следующие решения:

при $DS_3 < 0$

$$\alpha(z) = \pm\sqrt{|S_3/D|}\tan(\sqrt{|S_3D|}z); \quad (19)$$

при $DS_3 > 0$

$$\alpha = \pm\frac{\exp(4\sqrt{S_3D}z) - 1}{\exp(4\sqrt{S_3D}z) + 1}\sqrt{\frac{S_3}{4D}}. \quad (20)$$

При этом в обоих случаях знак «+» отвечает $S_3 > 0$, а знак «-» соответствует $S_3 < 0$.

Полученные решения показывают, что при взаимодействии волнового пакета с БВПП возможна сверхбыстрая его модуляция при сохраняющейся линейности частотной модуляции и большой ширине спектра. Это, в свою очередь, позволяет импульсу продолжить сжатие. Так, при положительном значении чирпа сжатие можно осуществить на дифракционных решетках. Если же у импульса сформировался отрицательный чирп, то для его дальнейшего сжатия может быть использован обычный световод с нормальной материальной дисперсией. В обоих случаях после компрессии (когда импульс становится спектрально-ограниченным и $C_{\text{eff}} \rightarrow 0$) длительность импульса

$$\tau_{\text{min}} = \frac{\tau_p(z)}{\sqrt{1 + C_{\text{eff}}^2(z)\tau_p^4(z)}} \cong \frac{1}{|2\alpha(z)\tau_p^2(z)|}. \quad (21)$$

Видно, что при исходной длительности вводимого в световод-модулятор спектрально-ограниченного ($C_0 = 0$ и $\alpha_0 = 0$) импульса с $\tau_0 = 10^{-11}$ с, при глубине и частоте модуляции $m\beta = \pm 10^4 \text{ м}^{-1}$, $\Omega = 5 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$, а также при дисперсии групповых скоростей $|D| = 10^{-26} - 10^{-27} \text{ с}^2/\text{м}$ на длине световода-модулятора $z = 4$ см скорость ЧМ импульса $|C_{\text{eff}}| \approx 10^{24} \text{ с}^{-2}$. При этом его длительность существенно образом не изменится. В результате после пропускания такого импульса через диспергирующий элемент, обеспечивающий временную компрессию импульса, его длительность τ_p может уменьшиться в 100 раз, до 10^{-13} с. Если импульс синхронизован с «провалом» волны показателя преломления, то сжатие импульса должно осуществляться в среде с нормальной материальной дисперсией. В этом случае компрессором может служить обычный световод с нормальной дисперсией. Если же импульс синхронизован с «подъемом» БВПП, то его сжатие должно осуществляться в среде с аномальной дисперсией, и тогда при пиковой мощности импульса менее 100 Вт в качестве компрессора также может использоваться обычный волоконный световод, но с аномальной дисперсией. Если же пиковая мощность значительно больше 1 кВт, то для «нейтрализации» нежелательных нелинейных эффектов предпочтительно использовать пару дифракционных решеток.

4. Спектральная компрессия

Интересной представляется также возможность спектрального сжатия ЧМ широкополосного импульса в среде с БВПП. Так, одной из важнейших задач современной лазерной физики является построение систем для усиления и генерации импульсов излучения высоких энергий, необходимых в широком круге приложений – при обработке материалов, в оптической связи, в медицине. Специфика волоконных усилительных систем связана с сильными нелинейными эффектами, главным образом с фазовой самомодуляцией (ФСМ) распространяющегося импульса. Одним из основных факторов, ограничивающих получение импульсов высоких (более 100 нДж) энергий в подобных усилителях, является высокая положительная ЧМ, возникающая из-за ФСМ, которая приводит к выходу части спектра за пределы полосы усиления, к искажению огибающей и, в итоге, к распаду импульса. Стандартным способом снижения негативных нелинейных

воздействий является использование хорошо известной методики усиления чирпированных импульсов (СПА), заключающейся в предварительном (перед его усилением) растяжении ЧМ импульса с целью снижения пиковой мощности [10–12]. Применение специально разработанных Уб-волокон с большой площадью моды («стержней») и использование нескольких стадий усиления позволяют получать импульсы с энергиями до нескольких мДж и пиковыми мощностями свыше 1 ГВт [13–16]. При этом наиболее эффективной методикой, которая может быть применена для снижения уширения спектра, вызванного ФСМ, является спектральная компрессия (СК) импульса [17–29]. Как правило, ее суть состоит в предварительном придании импульсу отрицательного чирпа и в дальнейшем его «погашении» за счет ФСМ при распространении в нелинейной среде.

В рассматриваемом случае соответствующий начальный чирп может быть получен при синхронизации ЧМ волнового пакета с «провалами» БВПП. Предположим, что вышеописанный импульс с начальной длительностью $\tau_0 = 10^{-11}$ с имеет начальный отрицательный чирп $C_0 = -10^{24} \text{ с}^{-2}$. При этом ширина спектра такого импульса может быть оценена с помощью выражения

$$\Delta\omega = \sqrt{\tau_0^{-2} + C_0^2\tau_0^2} \approx 10^{13} \text{ с}^{-1}. \quad (22)$$

Синхронизируя соответствующий импульс с «провалом» БВПП на длине 4 см, можно получить спектрально-ограниченный волновой пакет с нулевым эффективным чирпом и, как следствие, $C_{\text{eff}} \approx 0$. При этом спектральная ширина соответствующего волнового пакета $\Delta\omega = 1/\tau_p \approx 1/\tau_0 \approx 10^{-11} \text{ с}^{-1}$.

Отметим, что подобного рода спектральная компрессия может быть исключительно полезной для разнообразных технических приложений – как для мощных лазерных комплексов, так и для оптических систем связи и систем обработки информации. Прежде всего, это открывает возможности эффективного усиления пикосекундных импульсов с энергией, значительно большей 1 нДж, имеющихся стандартных усиливающих световодах (иттербиевых, висмутовых и, что особенно важно, в более узкополосных – эрбиевых).

5. Численный анализ

Ниже приведены результаты численного анализа полученных соотношений при фиксированной частоте БВПП $\Omega = 5 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$, константе распространения $\beta = 10^7 \text{ м}^{-1}$ и входной мощности $P_0 = 1 \text{ Вт}$. На рис.1 представлены зависимости максимальной мощности импульса P_{max} и нормированной длительности распространяющегося импульса τ_p/τ_0 от пройденного по световоду расстояния z при $\tau_0 = 10^{-11}$ с, $D = 10^{-25} \text{ с}^2/\text{м}$ и разных m . Видно, что с ростом глубины модуляции m проходное импульсом расстояние z_m , на котором достигаются максимальное сжатие и максимальная мощность импульса, уменьшается. При прохождении импульсом большего расстояния, т.е. при $z > z_m$, происходит уширение и резкий спад его мощности. Длина максимального сжатия z_m с хорошей точностью (для указанных выше значений параметров) отвечает условию $1 - 2C_0g(z_m) = 0$.

На рис.2 представлены зависимости эффективного чирпа C_{eff} и спектральной ширины $\Delta\omega$ распространяющегося импульса от пройденного по световоду расстояния

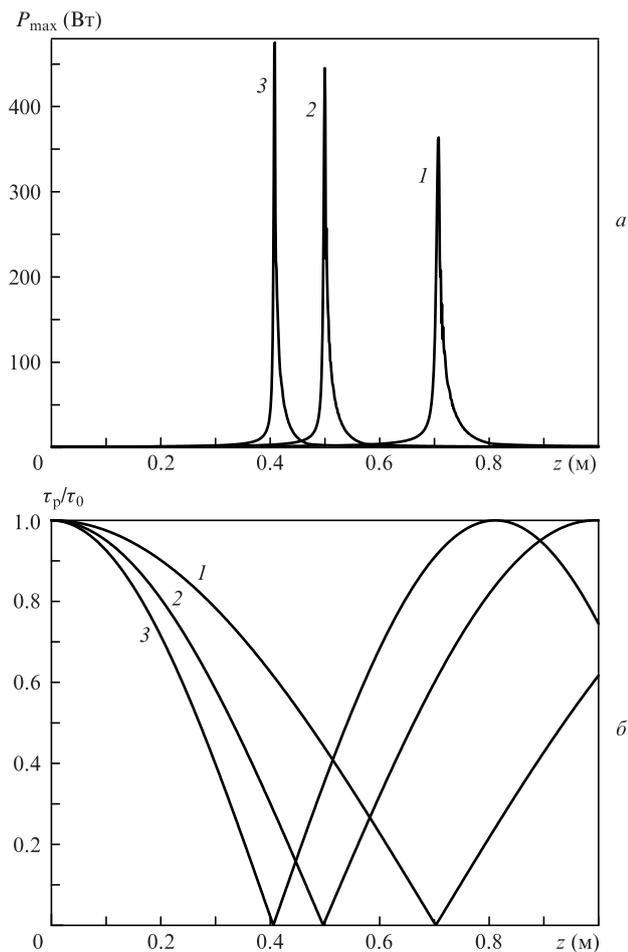


Рис.1. Зависимости максимальной мощности импульса P_{\max} (а) и нормированной длительности распространяющегося импульса τ_p/τ_0 (б) от пройденного по световоду расстояния z при $\tau_0 = 10^{-11}$ с, $D = 10^{-25}$ с²/м и $m = 10^{-3}$ (1), 2×10^{-3} (2), 3×10^{-3} (3).

при $C_0 = 10^{24}$ с⁻², $D = -10^{-25}$ с²/м и разных m . Видно, что с ростом глубины модуляции длина z_m , на которой реализуется минимальная спектральная ширина ЧМ импульса, уменьшается. Сужение спектральной ширины импульса происходит в результате уменьшения скорости ЧМ. При этом максимальное спектральное сужение импульса достигается при полном «погашении» эффективного чирпа. Отметим, что за исключением малой области длин пробега импульса вблизи длины z_m приведенные зависимости имеют практически линейный характер на заданном малом интервале длин.

На рис.3 те же зависимости представлены в логарифмическом масштабе на более протяженном участке световода. Отметим наличие на них «всплесков», положение которых определяется уравнением (19), и глубокого минимума у эффективного чирпа, а также его последующий рост и смену знака. Подобное поведение чирпа сказывается и на поведении спектральной ширины импульса, для которой при тех же пройденных расстояниях наблюдаются «всплески».

На рис.4 показана динамика спектра импульса в случае прохождения его по световоду при тех же параметрах, что и на рис.2 и 3. Видно, что при распространении импульса в световоде с БВП происходит гашение частотной модуляции (чирпа) и, как следствие, его сильное (приблизительно в 10 раз на длине менее 4 см) спектральное сжатие – спектральная компрессия. После про-

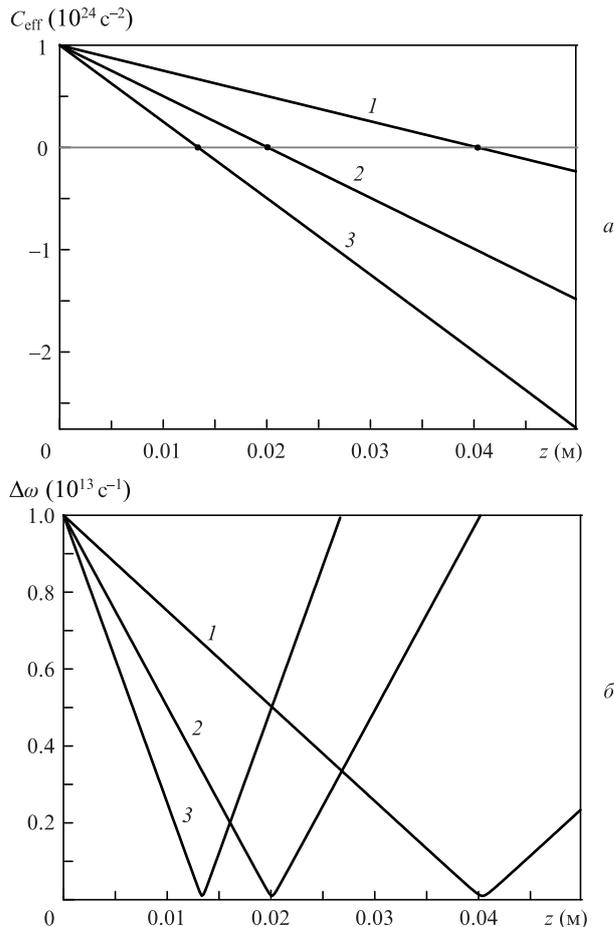


Рис.2. Зависимости эффективного чирпа C_{eff} (а) и спектральной ширины $\Delta\omega$ (б) распространяющегося импульса от z при $C_0 = 10^{24}$ с⁻², $D = -10^{-25}$ с²/м и $m = 10^{-3}$ (1), 2×10^{-3} (2), 3×10^{-3} (3).

хождения точки, в которой ширина импульса минимальна, его спектральное сжатие сменяется сильным уширением.

На рис.5 показан характер изменения временного профиля импульса с увеличением пройденного по световоду расстояния. Приведенная зависимость относительной мощности от координаты и бегущего времени получена для изначально спектрально-ограниченного импульса ($C_0 = 0$) с начальной длительностью $\tau_0 = 3 \times 10^{-12}$ с при значительной ($m = 10^{-3}$) глубине модуляции и дисперсии $D = -10^{-25}$ с²/м. Видно, что с увеличением пройденного расстояния вначале происходит достаточно плавное (без существенного изменения формы) временное сжатие импульса и увеличение его пиковой мощности. Затем наблюдается быстрое сжатие и достижение максимальной (для выбранных параметров) пиковой мощности, после чего – быстрый ее спад и быстрое уширение импульса.

Из рис.5 хорошо видно, что временная огибающая распространяющегося импульса чрезвычайно чувствительна к пройденному расстоянию. При этом заметно, что с увеличением длины световода сжатие сменяется уширением импульса, и вблизи максимального сжатия наблюдается нарушение его формы, которая затем восстанавливается в процессе уширения. Зависимости на рис.5 отвечают одинаковому набору параметров, и их резкий рост имеет место вблизи 0.6 и 0.7 м (точки максимального сжатия). Такие сильные различия обусловлены

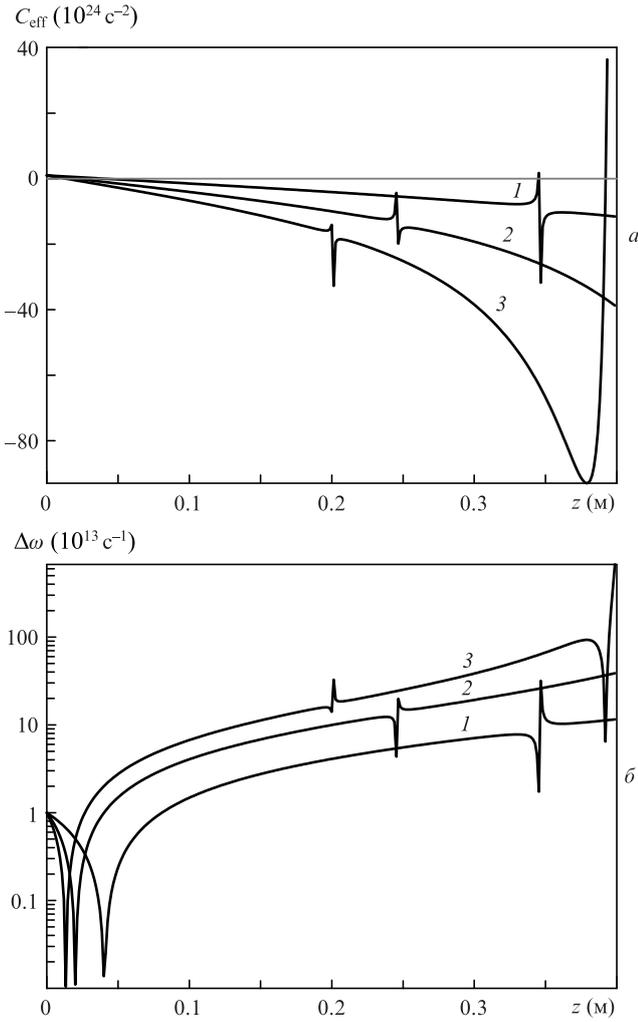


Рис.3. Зависимости эффективного чирпа $C_{\text{эфф}}$ (а) и спектральной ширины $\Delta\omega$ (б) распространяющегося импульса от z при $C_0 = 10^{24} \text{ c}^{-2}$, $D = -10^{-25} \text{ c}^2/\text{м}$ и $m = 10^{-3}$ (1), 2×10^{-3} (2), 3×10^{-3} (3) на большем по сравнению с рис.2 масштабе.

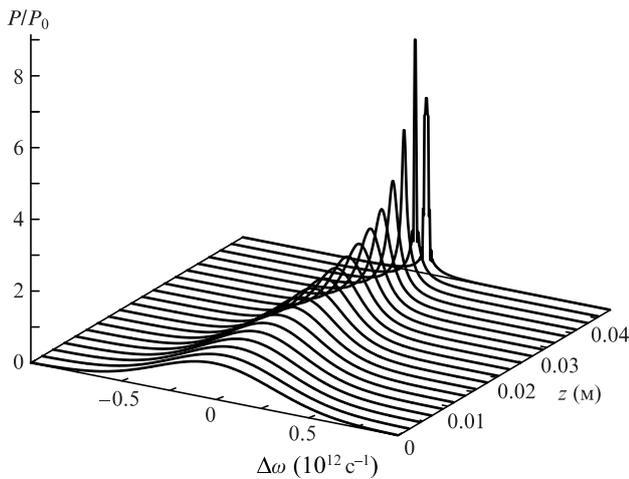


Рис.4. Динамика спектра импульса при прохождении его по световоду при $C_0 = 10^{24} \text{ c}^{-2}$, $D = -10^{-25} \text{ c}^2/\text{м}$ и $m = 10^{-3}$.

выбором расчетных параметров (если выбрать, например, $\tau_0 = 3 \times 10^{-12} \text{ с}$, а не 10^{-11} с , степень сжатия понизится, а исходная (гауссова) форма импульса практически перестанет изменяться).

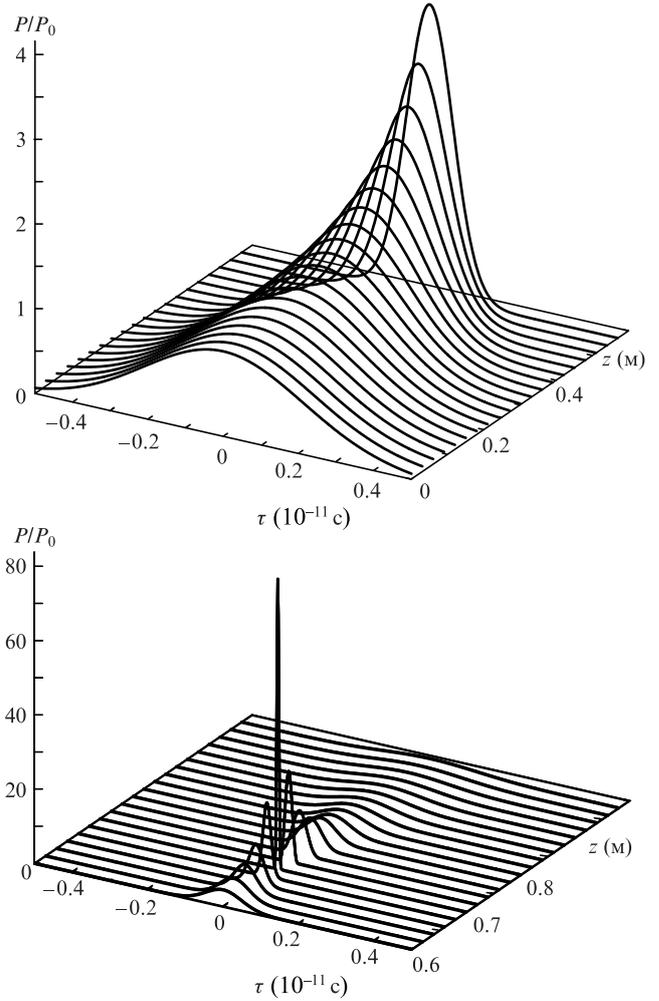


Рис.5. Характер изменения временного профиля спектрально-ограниченного импульса ($C = 0$) с увеличением пройденного по световоду расстояния с начальной длительностью $\tau_0 = 3 \times 10^{-12} \text{ с}$ при $m = 10^{-3}$ и $D = -10^{-25} \text{ c}^2/\text{м}$.

6. Заключение

Проведенный в работе анализ показывает, что световоды с реализованной в них БВПП, синхронизованной (по скорости распространения) с вводимым в световод импульсом, могут быть использованы для сильной частотной модуляции соответствующих импульсов на малой (значительно меньше 10 см) длине световода-модулятора. В данном случае уже на этой длине световода можно добиться значительного спектрального уширения импульса (на 1–3 порядка, до $\Delta\omega \approx 10^{14} \text{ c}^{-1}$ включительно) при практически идеальном сохранении линейности чирпа.

Последнее обстоятельство, в свою очередь, делает возможным последующее сильное сжатие импульса (временная компрессия) на 1–3 порядка вплоть до субпикосекундных и фемтосекундных значений (в оптическом диапазоне излучения). С другой стороны, соответствующие световоды-модуляторы (как волоконные, так и планарные) могут быть использованы для спектрального сжатия (спектральной компрессии) исходно частотно-модулированных широкополосных импульсов.

Совокупность соответствующих методик (как спектральной, так и временной компрессии) может быть с успехом использована в технологии СРА для усиления

частотно-модулированных импульсов в субпикосекундных и фемтосекундных лазерных комплексах большой мощности.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (в рамках проекта № 14.Z50.31.0015 и Государственного задания).

1. Торчигин В.П. *Квантовая электроника*, **20** (3), 276 (1993).
2. Торчигин В.П. *Квантовая электроника*, **22** (5), 509 (1995).
3. Булюк А.Н. *Квантовая электроника*, **19** (10), 1018 (1992).
4. Торчигин В.П. *Квантовая электроника*, **20** (3), 276 (1993).
5. Булюк А.Н. *Квантовая электроника*, **22** (1), 75 (1995).
6. Kolner V. *IEEE J. Quantum Electron.*, **30** (8), 1951 (1994).
7. Адамова М.С., Золотовский И.О., Семенцов Д.И. *Квантовая электроника*, **39** (3), 256 (2009).
8. Грешнов А.А., Лебедев В.В., Шамрай А.В. *ЖТФ*, **82** (9), 39 (2012).
9. Agrawal G. *Nonlinear Fiber Optics* (Berlin-Heidelberg: Springer, 2007).
10. Jauregui C., Limpert J., Tünnermann A. *Nat. Photonics*, **7**, 861 (2013).
11. Garpontsev V., Fomin F.A., Abramov M. *Paper AWAI Proc. Adv. Solid-State Photon. Topical Meeting* (OSA, 2010).
12. Limpert J., Roser F., Schreiber T., Tünnermann A. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **12**, 233 (2006).
13. Galvanauskas A. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **7** (4), 504 (2001).
14. Eidam T., Rothhardt J., Stutzki F., Jansen F., Hädrich S., Carstens H., Jauregui C., Limpert J., Tünnermann A. *Opt. Express*, **19**, 255 (2011).
15. Fermann M.E., Kruglov V.I., Thomsen B.C., Dudley J.M., Harvey J.D. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 6010 (2000).
16. Korobko D., Okhotnikov O., Sysolyatin A., Yavtushenko M., Zolotovskii I. *J. Opt. Soc. Am. B*, **30** (3), 582 (2013).
17. Калашян М.А., Паланджян К.А., Есяян Г.Л., Мурадян Л.Х. *Квантовая электроника*, **40** (10), 868 (2010).
18. Clark S.W., Ilday F.Ö., F.W.Wise. *Opt. Lett.*, **26**, 1320 (2001).
19. Louradour F., Lopez-Lago E., Couderc V., Messager V., Barthelemy A. *Opt. Lett.*, **24**, 1361 (1999).
20. Mouradian L.Kh., Louradour F., Messager V., Barthelemy A., Froehly C. *IEEE J. Quantum Electron.*, **36**, 795 (2000).
21. Маркарян Н.Л., Мурадян Л.Х. *Квантовая электроника*, **22**, 695 (1995).
22. Kutuzyan A.A., Mansuryan T.G., Kirakosian A.A., Mouradian L.Kh. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **5135**, 156 (2003).
23. Маркарян Н.Л., Мурадян Л.Х., Папазян Т.А. *Квантовая электроника*, **18**, 865 (1991).
24. Planas S.A., Pires Mansur N.L., Brito Cruz C.H., Fragnito H.L. *Opt. Lett.*, **18**, 699 (1993).
25. Зограбян А.В., Мурадян Л.Х. *Квантовая электроника*, **22**, 1111 (1995).
26. Зограбян А.В., Ниноян В.Ж., Кутузян А.А., Мурадян Л.Х. *Изв. НАН Армении. Физика*, **33**, 225 (1998).
27. Oberthaler M., Hopfel R.A. *Appl. Phys. Lett.*, **63**, 1017 (1993).
28. Washburn B.R., Buck J.A., Ralph J.A. *Opt. Lett.*, **25**, 445 (2000).
29. Guo L., Zhou Ch. *Opt. Commun.*, **260**, 140 (2006).