ЛАЗЕРНО-ПЛАЗМЕННОЕ УСКОРЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ

Динамика прецессии спина релятивистского электрона при лазерно-плазменном ускорении

Д.В.Пугачёва, Н.Е.Андреев

Разработана модель, позволяющая исследовать динамику прецессии спина релятивистского электрона в лазерно-плазменном ускорителе в зависимости от начальной энергии электрона и фазы его инжекции. Определены оптимальные параметры, обеспечивающие минимальную деполяризацию электрона в процессе ускорения.

Ключевые слова: *лазерно-плазменное ускорение, прецессия спина, динамика поляризации электрона.*

1. Введение

Спин является фундаментальным свойством частицы наравне с ее массой и зарядом и существенным образом влияет на сечение взаимодействия пучков частиц в экспериментах по физике высоких энергий [1], которое зависит от поляризации, определяемой средним спином частиц пучка. В настоящее время на современных ускорителях исследования проводятся с использованием поляризованных пучков частиц, что позволяет, к примеру, проводить прецизионные тесты стандартной модели [1, 2]. Некоторые ускорители были для этого специальным образом модернизированы, другие изначально проектируются с учетом возможности использования источников поляризованных частиц. Была исследована динамика спина в ускорителях [3] и развиты методы управления степенью и направлением поляризации [4].

Максимальные градиенты ускорения, которые могут быть достигнуты в стандартных ускорителях и увеличение которых непосредственно влияет на размер и стоимость ускорителя, ограничиваются порогом пробоя материала стенки волновода. В 70-х годах прошлого века был предложен альтернативный способ ускорения электронов, основанный на использовании так называемого кильватерного поля, генерируемого в плазме под действием короткого и мощного лазерного импульса. Градиенты ускорения при таком способе на несколько порядков превышают градиенты полей в традиционных ускорителях [5]. Успешная экспериментальная демонстрация высокого градиента (100 ГэВ/м) [6] дала толчок к дальнейшему развитию данной области исследований. С усовершенствованием лазерных технологий и волноведущих структур различными группами достигаются все бóльшие энергии частиц. К настоящему времени рекорд составляет 4 ГэВ [7], а теоретически могут быть достигнуты энергии, превышающие полученные в традиционных высокочастотных линейных ускорителях. Поэтому исследование, которое дает возможность определить, в каких пределах изменяется поляризация пучка электронов при лазерно-плазменном ускорении, и понять, от каких факторов она зависит, является весьма актуальным.

Цель настоящей работы – исследование динамики поляризации электрона в лазерно-плазменном ускорителе. Для этого была разработана модель и реализован комплекс программ для расчета прецессии спина электрона при его ускорении в поле кильватерной волны, генерируемой лазерным импульсом в плазменном канале. Проведен анализ динамики прецессии спина одного электрона в зависимости от фазы инжекции и начальной энергии. Определены параметры, при которых спин электрона минимально отклоняется от начального значения в течение всего процесса ускорения. Результаты самосогласованного численного моделирования сопоставляются с теоретическими оценками ускорения в постоянных полях.

2. Основные уравнения

При взаимодействии лазерного импульса с разреженной плазмой электроны под действием силы высокочастотного давления смещаются относительно ионов. Возникающие таким образом колебания электронной плотности приводят к образованию кильватерной волны, в поле которой возможно ускорение электронов до высокой энергии. В данной работе рассматривается ускорение электронов в кильватерном поле, образованном при прохождении короткого высокоинтенсивного лазерного импульса вдоль оси z цилиндрически симметричного плазменного канала с нарастающей в радиальном направлении концентрацией плазмы. Численное моделирование нелинейных кильватерных волн проводилось с помощью кода LAPLAC [8], в основе которого лежит решение системы гидродинамических уравнений, описывающих динамику холодной, релятивистской, идеальной электронной жидкости, совместно с уравнениями Максвелла [9–11]:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla(n\boldsymbol{v}) = 0, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial t} = e\boldsymbol{E} - mc^2\nabla\gamma_p, \qquad (2)$$

Д.В.Пугачёва, Н.Е.Андреев. Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412 Москва, ул. Ижорская, 13, стр.2; e-mail: sedyakina.d@gmail.com

Поступила в редакцию 8 октября 2015 г., после доработки – 17 ноября 2015 г.

$$\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = -4\pi n e \boldsymbol{v} - \frac{c^2}{e}\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{p}, \tag{3}$$

$$\gamma_p = \sqrt{1+\frac{p^2}{m^2c^2}+\frac{|a|^2}{2}},\quad \boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{p}}{m\gamma_p}, \tag{4}$$

и уравнением, определяющим эволюцию нормированной комплексной огибающей лазерного импульса $a = eE_L/(mc\omega)$ [8, 12]:

$$\left(\frac{2\mathrm{i}\omega}{c^2}\frac{\partial}{\partial t} + 2\mathrm{i}k\frac{\partial}{\partial z} - \Delta_\perp\right)a = \frac{\omega_{\mathrm{p}0}}{c^2}\left(\frac{n}{N_0\gamma_p} - 1\right)a, \tag{5}$$

где c – скорость света; n, $\boldsymbol{p}$ и $\boldsymbol{v}$ – концентрация, удельный импульс и скорость электронов плазмы; e и m – их заряд и масса; N_0 – начальная концентрация электронов на оси плазменного канала; $\omega_{\mathrm{p}0} = \sqrt{4\pi e^2 N_0/m}$ – плазменная частота; ω и $k = \omega/c$ – частота и волновое число лазерного излучения; $\boldsymbol{E}$ – медленно меняющаяся на масштабах ω^{-1} и k^{-1} напряженность электрического поля в плазме; $\Delta_\perp$ – поперечная часть оператора Лапласа. Комплексная амплитуда лазерного поля E_{L} связана с высокочастотным электрическим полем лазерного импульса $\tilde{\boldsymbol{E}}$ соотношением

$$\tilde{\boldsymbol{E}} = \boldsymbol{e}_{\mathrm{L}}\mathrm{Re}\{E_{\mathrm{L}}\exp[-\mathrm{i}(\omega t - kz)]\}, \tag{6}$$

где $\boldsymbol{e}_{\mathrm{L}}$ – вектор поляризации лазерного импульса.

Используя безразмерные переменные

$$\xi = k_{\mathrm{p}0}(z-ct),\ \zeta = k_{\mathrm{p}0}z,\ \boldsymbol{\rho} = k_{\mathrm{p}0}\boldsymbol{r}_\perp, \tag{7}$$

где $k_{\mathrm{p}0} = \omega_{\mathrm{p}0}/c$, перепишем уравнение (5) с учетом цилиндрической симметрии в виде [8, 12]

$$\left[2\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial\zeta} + \frac{k_{\mathrm{p}0}}{k}\left(\Delta_{\perp\rho} + 2\frac{\partial^2}{\partial\zeta\partial\xi}\right)\right]a = \frac{k_{\mathrm{p}0}\nu}{k\gamma_p}a, \tag{8}$$

где $\nu = n/N_0$;

$$\Delta_{\perp\rho} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\rho\frac{\partial}{\partial\rho}.$$

Нелинейный релятивистский отклик плазмы ν/γ_p можно выразить через скалярную функцию (потенциал) $\Phi = \gamma_p - p_z/(mc)$ [8, 12]:

$$\frac{\nu}{\gamma_p} = \frac{\nu_0 + \Delta_\perp\Phi}{1+\Phi}, \tag{9}$$

где $\nu_0 = n_0/N_0$; $n_0 = n_0(\rho,\zeta)$ – начальное распределение электронов; кильватерный потенциал Φ нормирован на mc^2/e. В квазистатическом приближении [13] в случае «широкого» (по сравнению с длиной $1/k_{\mathrm{p}0}$) лазерного импульса из системы (1)–(4) можно получить уравнение для потенциала [12]

$$\left[(\Delta_{\perp\rho} - \nu_0)\frac{\partial^2}{\partial\xi^2} - \frac{\partial\ln\nu_0}{\partial\rho}\frac{\partial^3}{\partial\rho\partial\xi^2} + \nu_0\Delta_{\perp\rho}\right]\Phi$$
$$-\frac{\nu_0^2}{2}\left[1 - \frac{1+|a|^2/2}{(1+\Phi)^2}\right] = \nu_0\Delta_{\perp\rho}\frac{|a|^2}{4}. \tag{10}$$

В безразмерных переменных уравнения движения электрона могут быть записаны в виде [8, 14]

$$\frac{\mathrm{d}q_z}{\mathrm{d}\tau} = F_z(\xi,\rho), \tag{11}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{q}_\perp}{\mathrm{d}\tau} = \boldsymbol{F}_r(\xi,\boldsymbol{\rho}), \tag{12}$$

$$\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}\tau} = \frac{q_z}{\gamma} - 1, \tag{13}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\rho}}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\boldsymbol{q}_\perp}{\gamma}, \tag{14}$$

где силы, действующие на релятивистский электрон, движущийся вдоль оси z со скоростью, близкой к скорости света, выражаются через потенциал Φ следующим образом [12]:

$$F_z = E_z = \frac{\partial\Phi}{\partial\xi},\quad F_r = E_r - B_\phi = \frac{\partial\Phi}{\partial\rho}. \tag{15}$$

Здесь компоненты электрического ($\boldsymbol{E}$) и магнитного ($\boldsymbol{B}$) полей нормированы на $mc\omega_{\mathrm{p}0}/e$; $\boldsymbol{F}_r = \{F_x, F_y\} = F_r\{\cos\phi, \sin\phi\}$; q_z и $\boldsymbol{q}_\perp = \{q_x, q_y\}$ – продольная и поперечные компоненты безразмерного импульса электрона $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{p}_{\mathrm{e}}/(mc)$; $\phi = \arctan(y/x)$ – угол, характеризующий положение электрона в плоскости xy; $\tau = \omega_{\mathrm{p}0}t$ – безразмерное время; $\gamma = \sqrt{1+q_z^2+q_\perp^2}$ – релятивистский фактор электрона.

Уравнение, описывающее прецессию спина релятивистского электрона,

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{s}}{\mathrm{d}t} = -\frac{e}{mc}\left[\left(a_{\mathrm{m}} + \frac{1}{\gamma}\right)\boldsymbol{B} - \frac{a_{\mathrm{m}}\gamma}{\gamma+1}(\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\beta}\right.$$
$$\left. -\left(a_{\mathrm{m}} + \frac{1}{\gamma+1}\right)\boldsymbol{\beta}\times\boldsymbol{E}\right]\times\boldsymbol{s}, \tag{16}$$

было получено В.Баргманом, Л.Мишелем и В.Телегди в 1959 году [15] и в литературе упоминается как Thomas–BMT-уравнение. В этом уравнении $a_{\mathrm{m}} \approx 0.0011614$ – аномальный магнитный момент электрона, $\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{v}_{\mathrm{e}}/c$ – нормированная скорость электрона. Необходимо подчеркнуть, что в (16) спин $\boldsymbol{s}$ определен в системе покоя частицы, а все остальные величины, включая поля $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$, заданы в лабораторной системе отсчета. Кроме того, предполагается, что спин не влияет на траекторию частицы.

На основании уравнения (16), пользуясь тем, что магнитное поле в цилиндрически симметричном плазменном канале является азимутальным, $\boldsymbol{B} = B_\phi\boldsymbol{e}_\phi$, а электрическое поле содержит только продольную и поперечную компоненты, $\boldsymbol{E} = E_r\boldsymbol{e}_r + E_z\boldsymbol{e}_z$, запишем в безразмерных величинах (7) в декартовых координатах систему дифференциальных уравнений, описывающих прецессию спина электрона, скорость которого вдоль оси плазменного канала близка к скорости света, а поперечная составляющая скорости мала по сравнению со скоростью света:

$$\frac{\mathrm{d}s_x}{\mathrm{d}\tau} = s_z\left(a_{\mathrm{m}} + \frac{1}{\gamma}\right)F_r\cos\phi, \tag{17}$$

$$\frac{\mathrm{d}s_y}{\mathrm{d}\tau} = s_z\left(a_{\mathrm{m}} + \frac{1}{\gamma}\right)F_r\sin\phi, \tag{18}$$

$$\frac{\mathrm{d}s_z}{\mathrm{d}\tau} = -\left(a_\mathrm{m} + \frac{1}{\gamma}\right)F_r(s_x\cos\phi + s_y\sin\phi), \tag{19}$$

где с учетом $\beta_z \approx 1$ и $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} \gg 1$ предполагается, что $a_\mathrm{m} + 1/(\gamma + 1) \approx a_\mathrm{m} + 1/\gamma$. Таким образом, соотношения (8), (10)–(15), (17)–(19) представляют собой замкнутую систему уравнений, описывающую процесс ускорения поляризованного электрона в поле кильватерной волны, генерируемой лазерным импульсом в плазменном канале.

3. Динамика прецессии спина релятивистских электронов

В настоящей работе моделирование динамики электрона и прецессии его спина проводилось путем численного решения уравнений (11)–(14) и (17)–(19) в безразмерных координатах ζ, ξ, ρ:

$$\frac{\mathrm{d}q_z}{\mathrm{d}\zeta} = \frac{1}{\beta_z}\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}, \quad \frac{\mathrm{d}q_x}{\mathrm{d}\zeta} = \frac{1}{\beta_z}\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}\cos\phi,$$
$$\frac{\mathrm{d}q_y}{\mathrm{d}\zeta} = \frac{1}{\beta_z}\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}\sin\phi, \tag{20}$$

$$\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}\zeta} = 1 - \frac{1}{\beta_z}, \quad \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\zeta} = \frac{q_x}{q_z}, \quad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\zeta} = \frac{q_y}{q_z}, \tag{21}$$

$$\frac{\mathrm{d}s_x}{\mathrm{d}\zeta} = \frac{s_z}{\beta_z}\left(a_\mathrm{m} + \frac{1}{\gamma}\right)\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}\cos\phi, \tag{22}$$

$$\frac{\mathrm{d}s_y}{\mathrm{d}\zeta} = \frac{s_z}{\beta_z}\left(a_\mathrm{m} + \frac{1}{\gamma}\right)\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}\sin\phi, \tag{23}$$

$$\frac{\mathrm{d}s_z}{\mathrm{d}\zeta} = -\frac{1}{\beta_z}\left(a_\mathrm{m} + \frac{1}{\gamma}\right)\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}(s_x\cos\phi + s_y\sin\phi), \tag{24}$$

где $\beta_z = q_z/\gamma$. Силы, действующие на ускоряемый электрон, самосогласованно рассчитывались с помощью уравнений (8), (10) и (15) в коде LAPLAC [8], а в случае постоянных полей принимали заданные значения.

3.1. Результаты моделирования в постоянных полях

Для получения приближенных аналитических результатов, описывающих прецессию спина ускоряемого электрона, и тестирования численной реализации модели рассмотрим движение релятивистского электрона под действием постоянного ускоряющего поля $\boldsymbol{E}_\mathrm{ac}$ и линейной фокусирующей силы F_r:

$$F_z = E_\mathrm{ac}, \quad F_r = \alpha|\boldsymbol{x}_\perp|, \tag{25}$$

где вектор $\boldsymbol{x}_\perp = \{x, y\}$ определяет положение электрона в плоскости, перпендикулярной направлению его ускорения, и нормирован на $k_{\mathrm{p}0}$. В предположении, что поперечная компонента скорости электрона много меньше скорости света, гамма-фактор (т.е. энергия) ускоряемого электрона линейно растет со временем: $\gamma = \gamma_0 + E_\mathrm{ac}\tau$, где $\gamma_0 = \gamma(\tau = 0)$, а уравнение его осцилляций по поперечной координате $\boldsymbol{x}_\perp$ имеет вид [16]

$$(\gamma_0 + E_\mathrm{ac}\tau)\ddot{\boldsymbol{x}}_\perp(\tau) + \gamma_0\dot{\boldsymbol{x}}_\perp(\tau) + \alpha\boldsymbol{x}_\perp(\tau) = 0. \tag{26}$$

Аналитическое решение этого уравнения может быть получено в приближении $\sqrt{|\alpha|\gamma_0}/E_\mathrm{ac} \gg 1$ [17]:

$$\boldsymbol{x}_\perp(\tau) = \boldsymbol{x}_{\perp0}\left[\frac{\gamma_0}{\gamma(\tau)}\right]^{1/4}\cos\left[\frac{2\sqrt{|\alpha|}}{E_\mathrm{ac}}(\sqrt{\gamma} - \sqrt{\gamma_0})\right]$$
$$+\boldsymbol{q}_{\perp0}\frac{1}{(\alpha^2\gamma\gamma_0)^{1/4}}\sin\left[\frac{2\sqrt{|\alpha|}}{E_\mathrm{ac}}(\sqrt{\gamma} - \sqrt{\gamma_0})\right], \tag{27}$$

где $\boldsymbol{x}_{\perp0} = \{x_0, y_0\}$ и $\boldsymbol{q}_{\perp0}$ – начальные положение и импульс электрона соответственно.

Система уравнений (17)–(19) прецессии спина тестовой частицы в цилиндрической системе координат, привязанной к начальному положению электрона, выглядит следующим образом [17]:

$$\frac{\mathrm{d}s_r}{\mathrm{d}\tau} = s_z\left(a_\mathrm{m} + \frac{1}{\gamma}\right)F_r' + s_\phi\dot{\phi}, \tag{28}$$

$$\frac{\mathrm{d}s_z}{\mathrm{d}\tau} = -s_r\left(a_\mathrm{m} + \frac{1}{\gamma}\right)F_r', \tag{29}$$

$$\frac{\mathrm{d}s_\phi}{\mathrm{d}\tau} = -s_r\dot{\phi}, \tag{30}$$

где $\dot{\phi} \equiv \mathrm{d}\phi/\mathrm{d}\tau$; $F_r' = F_r(|x_0|\cos\phi + |y_0|\sin\phi)/\sqrt{x_0^2 + y_0^2}$; спин $\boldsymbol{s}$ нормирован на свою абсолютную величину, и поэтому любая его проекция может принимать значения от –1 до 1; $s_r^2 + s_\phi^2 + s_z^2 = 1$. При выполнении условия $|\boldsymbol{x}_{\perp0}|\sqrt{|\alpha|\gamma_0} \gg |\boldsymbol{q}_{\perp0}|$ траекторию электрона можно считать практически плоской, следовательно $\mathrm{d}s_\phi/\mathrm{d}\tau \ll 1$ и компонента спина s_ϕ сохраняется. В этом случае выражение, описывающее изменение s_z-компоненты спина и следующее из системы (28)–(30), может быть представлено в виде

$$s_z(\tau) = \sqrt{1 - s_{\phi0}^2}\sin\left[-\int_0^t\left(a_\mathrm{m} + \frac{1}{\gamma}\right)F_r'\,\mathrm{d}t + \arctan\left(\frac{s_{z0}}{s_{r0}}\right)\right]. \tag{31}$$

С использованием малого параметра

$$\frac{3E_\mathrm{ac}}{4a_\mathrm{m}\sqrt{\alpha}(\gamma\gamma_0^5)^{1/4}} \ll 1 \tag{32}$$

при вычислении интеграла в (31) можно получить аналитическую формулу для динамики компоненты спина $s_z(\tau)$ [17]

$$s_z(\gamma(\tau)) = \sqrt{1 - s_{\phi0}^2}\sin\left[-r_0\Omega(\tau) + \arctan\left(\frac{s_{z0}}{s_{r0}}\right)\right], \tag{33}$$

где $r_0 = (x_0|x_0| + y_0|y_0|)/\sqrt{x_0^2 + y_0^2}$;

$$\Omega(\tau) = (1 + a_\mathrm{m}\gamma)\left(\frac{\alpha^2\gamma_0}{\gamma^3}\right)^{1/4}\sin\left[\frac{2\sqrt{|\alpha|}}{E_\mathrm{ac}}(\sqrt{\gamma} - \sqrt{\gamma_0})\right].$$

Условие (32) при заданных постоянных ускоряющих и фокусирующих полях выполняется тем лучше, чем больше γ и γ_0. Для аналитической оценки прецессии при небольших γ_0 и γ, когда параметр (32) становится порядка единицы, необходимо учитывать дополнительные слагаемые в разложении интеграла (31), что приводит к выражению

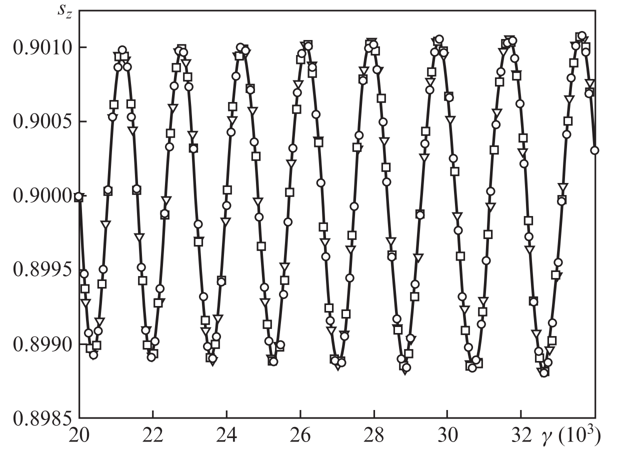

Рис.1. Динамика прецессии s_z-компоненты спина электрона, движущегося под действием сил (25) при $E_{ac} = 0.47492$, $\alpha = -0.07544$ и $\gamma_0 = 2\times10^4$, в зависимости от гамма-фактора электрона $\gamma \simeq \sqrt{1+q_z^2}$: результаты численного решения уравнений (20)–(24) (△), а также расчета по формулам (33) (○) и (34) (□) при тех же параметрах.

$$s_z(\gamma(\tau)) = \sqrt{1 - s_{\varphi 0}^2}\sin\left[\Lambda - \frac{3r_0E_{ac}}{4\gamma_0}\times\right.$$

$$\left.\times\left(1 - \left(\frac{\gamma_0}{\gamma}\right)^{5/4}\cos\left[\frac{2\sqrt{|\alpha|}}{E_{ac}}\,(\sqrt{\gamma} - \sqrt{\gamma_0})\right]\right) + \arctan\left(\frac{s_{z0}}{s_{r0}}\right)\right], \quad (34)$$

где

$$\Lambda = -r_0(1 + a_m\gamma)\left(\frac{\alpha^2\gamma_0}{\gamma^3}\right)^{1/4}\sin\left[\frac{2\sqrt{|\alpha|}}{E_{ac}}\,(\sqrt{\gamma} - \sqrt{\gamma_0})\right].$$

Для тестирования численной реализации модели (20)–(24) были проведены расчеты для ускоряющего поля $E_{ac} = 0.47492$ и линейной фокусирующей силы с $\alpha = -0.07544$. Начальные значения положения электрона $\boldsymbol{x}_{\perp 0} = \{0.15, 0.2\}$, а также его спина в декартовых координатах $\boldsymbol{s}_0 = \{0.27941, -0.33456, 0.9\}$ соответствуют радиальной компоненте спина $s_{r0} = 0.1$ в цилиндрической системе координат, привязанной к начальному положению электрона. На рис.1 представлены результаты численного решения уравнений (20)–(24) для электрона с $\gamma_0 = 2\times10^4$ по сравнению со значениями, полученными по формулам (33) и (34) при тех же параметрах. Видно, что для заданных начальных условий результаты моделирования практически совпадают с аналитическими значениями, что позволяет сделать вывод о корректности численной реализации уравнений (20)–(24).

Следует отметить, что формула (34) в пределе большого γ_0 переходит в (33) (рис.1). Различия между значениями, даваемыми этими аналитическими формулами, иллюстрирует рис.2 для электрона с $\gamma_0 = 132$. Заметим, что результаты моделирования при этих параметрах хорошо согласуются с результатами расчета по формуле (34).

3.2. Результаты самосогласованного численного моделирования прецессии спина электрона при лазерно-плазменном ускорении

Изучим динамику поляризации спина электрона, который ускоряется в кильватерной волне, генерируемой лазерным импульсом при его распространении вдоль оси z цилиндрически симметричного плазменного канала с параболическим профилем концентрации электронов в перпендикулярной оси z плоскости xy [10]:

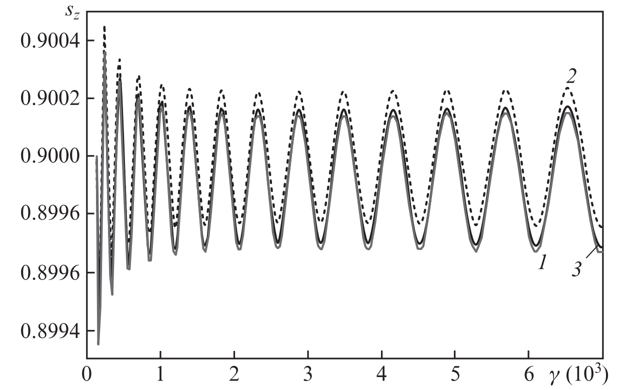

Рис.2. То же, что и на рис.1, но для $\gamma_0 = 132$: результаты численного решения уравнений (20)–(24) (*1*), а также расчета по формулам (33) (*2*) и (34) (*3*).

$$n_0 = N_0\left(1 + \frac{r^2}{R_{ch}^2}\right), \quad (35)$$

где R_{ch} — характерный радиальный размер канала; $N_0 = 10^{17}$ см$^{-3}$, что соответствует волновому числу плазменной волны $k_{p0} = 0.0595$ мкм$^{-1}$. Использование плазменного канала позволяет избежать дифракционного уширения лазерного импульса и обеспечивает его распространение на расстояние, многократно превышающее рэлеевскую длину. Эволюция лазерного импульса и генерация кильватерного поля были описаны с помощью численного решения уравнений (8) и (10) в коде LAPLAC [8] для канала с $R_{ch} = 305.1$ мкм ($k_{p0}R_{ch} \simeq 18 > \rho_m$, где $\rho_m = {}^1\!/_2(k_{p0}r_L)^2 \simeq 14$ – согласованный с импульсом в линейном приближении радиус канала) и гауссова импульса, имеющего на входе в канал огибающую

$$a(\xi,\rho,\zeta{=}0) = a_0\exp\left[-\frac{\rho^2}{\rho_L^2} - \left(\frac{\xi - \xi_{L0}}{\xi_L}\right)^2\right] \quad (36)$$

с $a_0 = 1.414$, $\rho_L = 5.303$, $\xi_L = 10$, $\xi_{L0} = 7$, что соответствует следующим размерным характеристикам лазерного импульса: радиус фокального пятна $r_L = \rho_L k_{p0}^{-1} = 89.13$ мкм, длительность $t_L = \xi_L\omega_{p0}^{-1} = 56$ фс, интенсивность $I_L = 4.28\times10^{18}$ Вт/см^2 и мощность 534 ТВт при длине волны лазерного излучения $\lambda = 0.8$ мкм.

Деполяризация электрона исследовалась в зависимости от его начальных энергии ε_0, положения $\boldsymbol{x}_{\perp 0}$ и фазы ξ_0 в момент инжекции. Рассматривались два предельных случая: 1) $\varepsilon_0 = \varepsilon_{res}$, где $\varepsilon_{res} = \gamma_{ph}mc^2$ – резонансная энергия, при которой скорость электрона в момент инжекции совпадает с фазовой скоростью кильватерной волны V_{ph}: $\gamma_{ph} = 1/\sqrt{1 - V_{ph}^2/c^2} \simeq \omega/\omega_{p0}$, и 2) $\varepsilon_0 \gg \varepsilon_{res}$. Длина ускорения L_{ac} составляла 50.42 см для всех случаев ($L_{ac} < L_{ph}$, где $L_{ph} = 2\pi\gamma_{ph}^2 k_{p0}^{-1} \simeq 184$ см – длина дефазировки электрона относительно кильватерной волны). На рис.3,*а* и *б* представлены огибающая лазерного импульса a, потенциал Φ и ускоряющая сила F_z в начале ($z = 0$) и в конце ($z = 50.42$ см) ускорения, а также схематично обозначено положение электрона с $\xi_0 = 3.2$ в момент инжекции. На рис.4 показаны изолинии фокусирующей силы F_r в плоскости $\rho\xi$ в начале и в конце ускорения, иллюстрирующие изменение сил, действующих на электрон в процессе ускорения. Из рис.3 и 4 видно, что силы, действующие на ускоряемый электрон, не являются постоянными вследствие как нелинейной эволюции лазерного импульса при его рас-

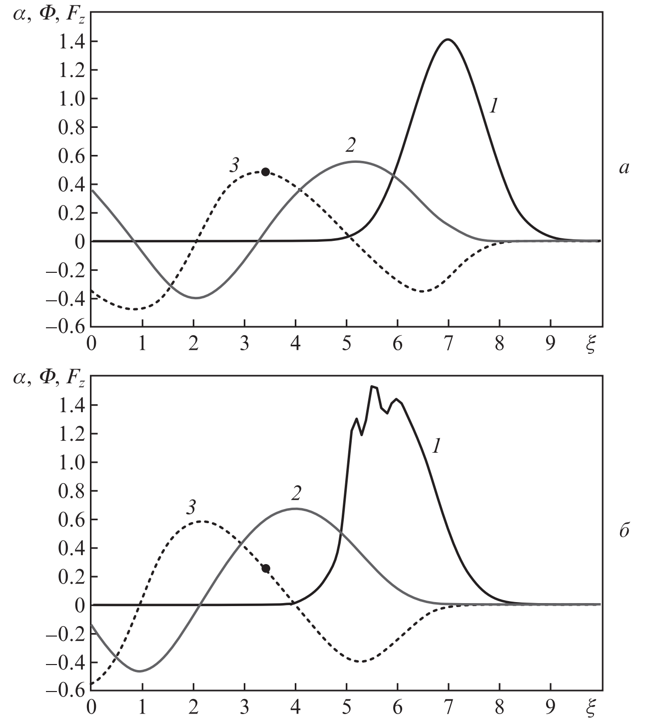

Рис.3. Распределение безразмерных огибающей лазерного импульса *a* (*1*), кильватерного потенциала Φ (*2*) и ускоряющей электрон силы F_z (*3*) на оси плазменного канала в зависимости от ξ в начале ($z = 0$) (*а*) и в конце ($z = 50.42$ см) (*б*) ускорения электрона. Черная точка соответствует положению электрона с $\xi_0 = 3.2$.

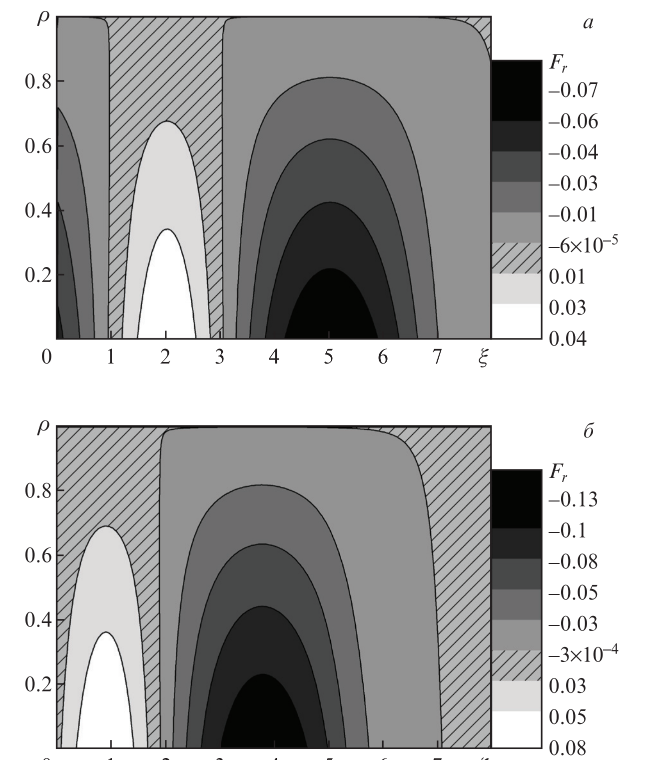

Рис.4. Двумерное распределение безразмерной фокусирующей силы $F_r(\rho,\xi)$ в начале (*а*) и в конце (*б*) ускорения электрона.

пространении в плазменном канале, так и смещения электрона относительно кильватерной волны.

Влияние непостоянства сил, действующих на ускоряемый электрон, на прецессию его спина рассмотрим в случае

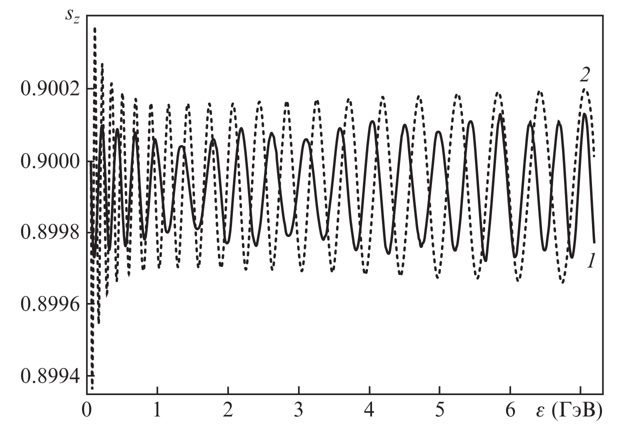

Рис.5. Эволюция продольной компоненты спина электрона с $\gamma_0 = \gamma_{\rm ph} = 132$, инжектированного в точку $\xi_0 = 3.2$, в зависимости от энергии электрона $\varepsilon = \gamma(\tau)mc^2$: результаты численного расчета для полей на рис.3 и 4 (*1*), и расчета по формуле (34) для средних значений полей, действующих на частицу в процессе ускорения (*2*).

инжекции электрона с резонансной энергией $\gamma_0 = \gamma_{\rm ph} = 132$ в точку $\xi_0 = 3.2$ на расстоянии $r_0 = 0.25$ от оси z с $\boldsymbol{x}_{\perp 0} = \{0.15, 0.2\}$ и соответствующим этому положению $\phi_0 = 0.927$ при начальной ориентации спина $\boldsymbol{s} = \{0.27941, -33456, 0.9\}$. Сравним в этом случае прецессию компоненты s_z, заданную аналитической формулой (34) для среднего значения сил, действующих на частицу в процессе ускорения, с результатами полномасштабного моделирования с учетом динамики лазерного импульса и возбуждаемых им кильватерных полей. Усреднение сил, действующих на электрон с координатами $r_{\perp\rm e}, z_{\rm e}$, было проведено по всей длине ускорения $L_{\rm ac} = 50.42$ см: для ускоряющей силы

$$F_z^{\rm av} = \frac{1}{L_{\rm ac}}\int_{z=0}^{L_{\rm ac}} F_z(r_{\perp\rm e}, z_{\rm e})\,{\rm d}z;$$

для фокусирующей силы $F_r^{\rm av} = \alpha^{\rm av}\rho_\perp$, где $\alpha^{\rm av}$ есть усредненное α, полученное путем линейной аппроксимации силы $F_r(r_\perp, z_{\rm e})$ вблизи оси канала. Данные рис.5 демонстрируют, что динамика прецессии продольной компоненты спина электрона в постоянных полях (формула (34)) существенно отличается от эволюции прецессии спина в динамических полях кильватерной волны (уравнения (8), (10), (15), (20)–(24)); это указывает на необходимость использования численных расчетов для исследования деполяризации электрона при лазерно-плазменном ускорении.

Приближенная аналитическая формула, описывающая изменение деполяризации электрона $\Delta\boldsymbol{s}(t) = \boldsymbol{s}(t) - \boldsymbol{s}_0$, движущегося под действием постоянных сил (25), может быть получена из формулы (33) с учетом равенства $s_z^2 + s_\phi^2 + s_r^2 = 1$. Поскольку при $\alpha^2\gamma_0\gamma \ll 10^{12}$ переменная $\Omega(\tau)$ много меньше единицы, выражение для продольной компоненты спина s_z можно представить в виде разложения по степеням $\Omega(\tau)$ и с точностью, например, до членов порядка Ω^2 записать

$$s_z(\tau) = s_{z0} + s_{r0}r_0\Omega(\tau) - \frac{s_{z0}r_0^2\,\Omega^2(\tau)}{2} + O(\Omega^3(\tau)). \qquad (37)$$

Это выражение позволяет получить следующее соотношение для огибающей деполяризации в зависимости от $\gamma(t) = \gamma_0 + E_{\rm ac}\tau$:

$$|\Delta\boldsymbol{s}(\tau)|_{\rm env} = a_{\rm m}r_0\sqrt{1 - s_{\phi 0}^2}\,[\alpha^2\gamma_0(\gamma_0 + E_{\rm ac}\tau)]^{1/4}. \qquad (38)$$

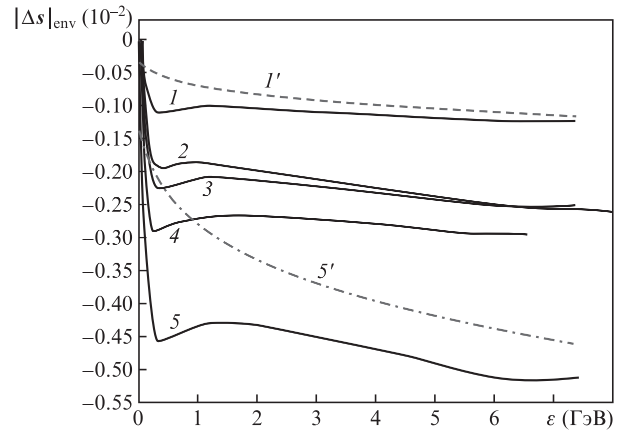

Рис.6. Огибающая деполяризации электрона с начальной энергией $\varepsilon_0 = 67.5$ МэВ как функция его энергии $\varepsilon = \gamma(\tau)mc^2$ при $r_0 = 0.125$, $\xi_0 = 3.2$ (*1*), $r_0 = 0.25$, $\xi_0 = 3.0$ (*2*), $r_0 = 0.25$, $\xi_0 = 3.2$ (*3*), $r_0 = 0.25$, $\xi_0 = 3.4$ (*4*) и $r_0 = 0.5$, $\xi_0 = 3.2$ (*5*). Кривые *1′* и *5′* – расчет по формуле (38) для параметров, отвечающих кривым *1* и *5* соответственно.

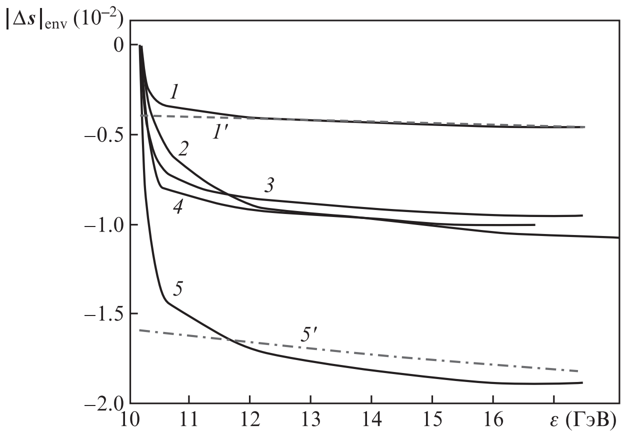

Рис.7. То же, что и на рис.6, но для $\varepsilon_0 = 10.2$ ГэВ.

Из (38) следует, что амплитуда деполяризации прямо пропорциональна начальному радиальному смещению электрона r_0, а в конце ускорения, когда $\tau \gg \gamma_0/E_{\mathrm{ac}}$, деполяризация электронов с равными γ_0 и r_0 тем меньше, чем меньше параметр $\alpha^2 E_{\mathrm{ac}}$.

Серия расчетов была проведена для двух энергий инжекции электрона. На рис.6 представлены огибающие деполяризации для электрона с начальной энергией 67.5 МэВ, которая соответствует $\gamma_0 = \gamma_{\mathrm{ph}} = 132$, при его различных исходных положениях r_0 и фазах ξ_0, а на рис.7 – огибающие деполяризации для электрона с начальной энергией 10.2 ГэВ при тех же значениях фазы и радиального положения инжектируемого электрона. Рост деполяризации электрона в зависимости от его начального смещения относительно оси ускоряющего канала r_0, отчетливо видимый при сравнении кривых *1* и *5* на рис.6 и 7, подтверждает справедливость приближенной аналитической зависимости (38) для усредненных сил, действующих на электрон на всей длине ускорения.

Особый интерес представляет конечная величина деполяризации электрона с различными фазами инжекции ξ_0. Данные рис.3 и 4 демонстрируют, что максимальная ускоряющая сила действует на электрон с $\xi_0 = 3.0$, а наибольшая фокусирующая сила – на электрон с $\xi_0 = 3.4$. Вследствие этого минимальная величина деполяризации (при одинаковом начальном радиальном смещении r_0) в конечном счете достигается для электрона с $\xi_0 = 3.2$, что и показывают результаты моделирования, приведенные на рис.6 и 7 (см. кривые *2–4*).

4. Заключение

Разработанная и протестированная в настоящей работе модель позволила проанализировать динамику прецессии спина электрона, который ускоряется в полях кильватерной волны, генерируемой мощным фемтосекундным лазерным импульсом в плазменном канале, в зависимости от начальных энергии электрона и фазы его инжекции. Показано, что величина деполяризации электрона прямо пропорциональна расстоянию между его положением при инжекции и осью плазменного канала, а минимальная деполяризация достигается при инжекции электрона в окрестность максимума ускоряющей силы со скоростью, равной фазовой скорости кильватерной волны. Данная модель также может быть использована для исследования динамики поляризации пучка электронов, если число частиц N_{e} в сгустке относительно мало: $N_{\mathrm{e}} \ll N_0(c/\omega_{\mathrm{p0}})^3$ [8, 14, 18]. При выполнении этого условия поле ускоряемого пучка электронов слабо влияет на структуру кильватерной волны, генерируемой лазерным импульсом (для обсуждаемой концентрации электронов плазмы $N_0 = 10^{17}$ см$^{-3}$ указанное выше ограничение на число ускоряемых электронов таково: $N_{\mathrm{e}} \ll 5\times10^8$).

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект №14-50-00124).

1. Moortgat-Pick G., Abe T., Alexander G., et al. *Phys. Rep.*, **460**, 131 (2008).
2. Ali Bagneid A. *Int. J. Mod. Phys. A*, **30**, 1550075 (2015).
3. Шатунов Ю.М. *Пучки поляризованных частиц в ускорителях и накопителях* (Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2015).
4. Mane S.R., Shatunov Yu.M., Yokoya K. *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, **31**, 151 (2005).
5. Tajima T., Dawson J.M. *Phys. Rev. Lett.*, **43**, 267 (1979).
6. Modena A., Najmudin Z., Dangor A.E., et al. *Nature (London)*, **377**, 606 (1995).
7. Leemans W.P., Gonsalves A.J., Mao H.-S., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **113**, 245002 (2014).
8. Andreev N.E., Kuznetsov S.V. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **36**, 1765 (2008).
9. Andreev N.E., Chizhonkov E.V., Gorbunov L.M. *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling*, **13** (1), 1 (1998).
10. Andreev N.E., Gorbunov L.M., Kirsanov V.I., Nakajima K., Ogata K. *Phys. Plasmas*, **4**, 1145 (1997).
11. Mora P., Antensen T.M. *Phys. Plasmas*, **4**, 217 (1997).
12. Andreev N.E., Nishida Y., Yugami N. *Phys. Rev. E*, **65**, 056407 (2002).
13. Sprangle P., Esarey E., Ting A. *Phys. Rev. Lett.*, **64**, 2011 (1990).
14. Andreev N.E., Kuznetsov S.V., Pogorelsky I.V. *Phys. Rev. Spec. Top. Accel. Beams*, **3**, 021301 (2000).
15. Bargmann V., Michel L., Telegdi V.L. *Phys. Rev. Lett.*, **2**, 435 (1959).
16. Glinec Y., Faure J., Lifschitz A., Vieira J.M. *Europhys. Lett.*, **81**, 64001 (2008).
17. Vieira J., Huang C.-K., Mori W.B., Silva L.O. *Phys. Rev. Spec. Top. Accel. Beams*, **14**, 071303 (2011).
18. Ferrario M., Katsouleas T.C., Serafini L., et al. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **28**, 1152 (2000).