

# Параметрическая генерация излучения в динамическом резонаторе с частотной дисперсией

Н.Н.Розанов, Э.Г.Федоров, А.А.Мацковский

*Выполнено численное моделирование параметрической генерации электромагнитного излучения в резонаторе с периодически смещающимися (осциллирующими) зеркалами и частотной дисперсией коэффициента отражения лоренцевского типа. Показана возможность преобразования исходно слабого затравочного излучения в интенсивные короткие импульсы, форма которых в установившемся режиме периодически меняется при отражениях от зеркал и, в зависимости от характеристик дисперсии, принимает форму униполярных или биполярных импульсов.*

**Ключевые слова:** динамический резонатор, частотная дисперсия, параметрический генератор.

Динамический эффект Казимира, заключающийся в рождении фотонов в резонаторе с движущимися (осциллирующими) зеркалами, был предсказан в 1970 г. [1], после чего его квантовая теория развивалась в большом числе работ (см. обзор [2]). Эффект был косвенно подтвержден экспериментально в единственной работе [3] для сверхпроводящих квантовых интерференционных устройств. Однако еще ранее в [4] в рамках классических уравнений Максвелла была показана возможность параметрической генерации электромагнитного излучения в резонаторе с осциллирующим зеркалом. Рост энергии поля обеспечивается перекачкой в нее кинетической энергии зеркал, а физика эффекта близка к имеющей место в параметрическом генераторе Мандельштама–Папалекси [5] – электрическом контуре с периодически механически меняющейся индуктивностью или емкостью, в котором исходные флуктуации тока могут «раскачиваться» до значительного уровня. Поэтому динамический эффект Казимира обладает существенной классической составляющей. Хотя классическая теория эффекта развивалась не столь интенсивно, как квантовая, и имеет, скорее, качественный характер (см. также [6]), в ее рамках удастся выявить ряд важных аспектов, учет которых в квантовой теории затруднителен. Задачей настоящей работы является численное исследование в рамках классической электродинамики влияния вида частотной дисперсии резонатора на параметрическую генерацию излучения, что необходимо для реализации новых, более эффективных схем данного типа.

**Н.Н.Розанов.** АО «ГОИ им. С.И.Вавилова», Россия, 199034 С.-Петербург, Кадетская л., 5, корп. 2; Университет ИТМО, Россия, 197101 С.-Петербург, Кронверский просп., 49; Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН, Россия, 194021 С.-Петербург, ул. Политехническая, 26; e-mail: nnrosanov@mail.ru  
**Э.Г.Федоров.** АО «ГОИ им. С.И.Вавилова», Россия, 199034 С.-Петербург, Кадетская л., 5, корп. 2; Университет ИТМО, Россия, 197101 С.-Петербург, Кронверский просп., 49  
**А.А.Мацковский.** АО «ГОИ им. С.И.Вавилова», Россия, 199034 С.-Петербург, Кадетская л., 5, корп. 2

Поступила в редакцию 11 октября 2015 г., после доработки – 2 декабря 2015 г.

Модель представляет собой двухзеркальный резонатор с двумя плоскопараллельными зеркалами (динамический резонатор со сферическими зеркалами рассматривался в [7]) с осью  $z$  (рис. 1, а). Излучение (плоские волны) распространяется вдоль оси  $z$  и обладает линейной поляризацией. Правое зеркало, расположенное при  $z = L(t)$ , где  $t$  – время, считаем идеальным. При небольших ускорениях на этом зеркале ставится такое граничное условие, чтобы в системе координат, движущейся вместе с зер-

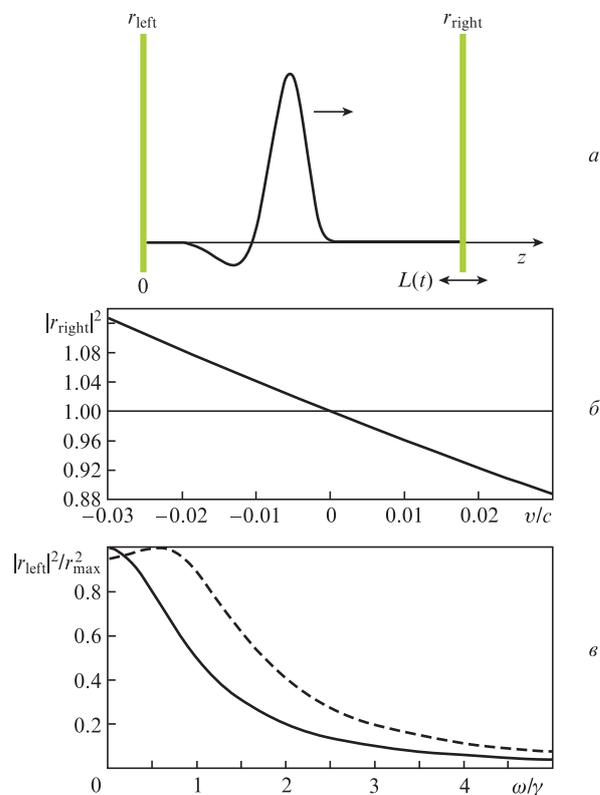


Рис.1. Схема динамического резонатора (а), зависимость энергетического коэффициента отражения правого зеркала от его мгновенной скорости (б) и зависимости коэффициента отражения диспергирующего зеркала от частоты при  $\omega_0/\gamma = 0$  (сплошная кривая) и 0.628 (штриховая кривая) (в).

калом, выполнялось обычное условие обращения в нуль тангенциальной составляющей напряженности электрического поля волны. В лабораторной системе отсчета это условие записывается в виде

$$\left(E + \frac{v}{c}H\right)\Big|_{z=L(t)} = 0, \tag{1}$$

где  $E$  и  $H$  – напряженности электрического и магнитного полей;  $v = dL/dt$  – мгновенная скорость зеркала;  $c$  – скорость света в вакууме. Тем самым мы пренебрегаем зависящими от микроструктуры зеркала эффектами инерционности носителей заряда типа эффекта Толмена и Стюарта [8], что оправданно при малых ускорениях. Амплитудный коэффициент отражения излучения от этого зеркала  $r_{\text{right}} = -(1 - v/c)/(1 + v/c)$  [9, 10] (рис. 1, б). Усиление волны возможно при отражении от зеркала, движущегося навстречу падающему излучению ( $v < 0$ ). Левое зеркало считаем неподвижным, расположенном в точке с координатой  $z = 0$  и обладающим частотной дисперсией коэффициента отражения. Соответственно амплитуды падающего ( $E_i$ ) и отраженного ( $E_r$ ) от этого зеркала электрического поля связаны соотношением

$$E_r(t) = \int_0^\infty K(\tau)E_i(t - \tau)d\tau.$$

Примем  $K(\tau) = K_0 \exp(-\gamma\tau)\cos(\omega_0\tau)$ . Тогда в случае монохроматического падающего излучения с частотой  $\omega$  получим коэффициент отражения зеркала

$$|r_{\text{left}}|^2 = \left(\frac{K_0}{2\gamma}\right)^2 \left[ \left[ \frac{1}{1 + (\omega - \omega_0)^2/\gamma^2} + \frac{1}{1 + (\omega + \omega_0)^2/\gamma^2} \right]^2 + \left[ \frac{(\omega - \omega_0)/\gamma}{1 + (\omega - \omega_0)^2/\gamma^2} + \frac{(\omega + \omega_0)/\gamma}{1 + (\omega + \omega_0)^2/\gamma^2} \right]^2 \right]. \tag{2}$$

Выражение (2) описывает лоренцевский спектральный контур; для идеально отражающего зеркала (без дисперсии)  $\gamma = \infty$ . При  $\omega_0/\gamma < \alpha = (\sqrt{5} - 2)^{1/2} = 0.486$  коэффициент отражения (2) максимален при  $\omega = 0$  и монотонно убывает с ростом  $\omega$ . При  $\omega_0/\gamma > \alpha$  частота  $\omega = 0$  отвечает локальному минимуму коэффициента отражения, а положение максимума сдвигается, постепенно приближаясь к  $\omega = \omega_0$  (рис. 1, в).

Распространение излучения в вакуумном промежутке между зеркалами описывается одномерными уравнениями Максвелла:

$$\frac{\partial H}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t}, \quad \frac{\partial E}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial H}{\partial t}. \tag{3}$$

Решение Даламбера представляет собой суперпозицию двух встречных волн:

$$E(z, t) = f_1\left(t - \frac{z}{c}\right) + f_2\left(t + \frac{z}{c}\right), \quad H(z, t) = f_1\left(t - \frac{z}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{z}{c}\right). \tag{4}$$

Соотношения (4) вместе с указанными выше граничными условиями на зеркалах позволяют проследить эволюцию начального распределения поля с ростом времени. Ниже приводятся результаты численных расчетов в случае, когда движение правого зеркала задается в виде  $L(t) = L_0[1 + \mu\cos(\Omega t + \varphi)]$ , где  $\mu \ll 1$  и  $\Omega$  – глубина и частота модуляции. Для наглядного представления эффек-

тов ниже используем фиксированные значения параметров:  $\mu = 0.03$ ,  $r_{\text{max}} = 0.99$ . В безразмерной форме нормируем координату  $z$  на среднюю длину резонатора  $L_0$ , а время  $t$  – на среднее время пробега света через резонатор  $L_0/c$ . Соответственно безразмерная частота низшей моды статического резонатора (при  $\mu = 0$ )  $\omega_s = \pi$ .

На рис. 2а, б показан результат отражения гауссова видеоимпульса от правого зеркала, колеблющегося с частотой  $\Omega = \omega_s$ . Начальные условия при  $t = 0$  таковы:

$$f_1 = E_0 \exp[-(z - 0.5)^2/w^2], \quad f_2 = 0, \quad w = 0.2. \tag{5}$$

Видно, что при фиксированном исходном расположении импульса результат существенно зависит от начальной фазы колебаний зеркала. Наибольшее усиление достигается для короткого импульса, падающего на зеркало в момент его прохождения через среднее положение с отрицательной и максимальной по модулю скоростью  $v = -\mu L_0 \omega$  (при  $\Omega t = \pi(2n + 1/2)$ ).

Отражение гауссова видеоимпульса от левого зеркала иллюстрирует рис. 2, в. В этом случае начальные условия при  $t = 0$  имеют следующий вид:

$$f_1 = 0, \quad f_2 = E_0 \exp[-(z - 0.5)^2/w^2], \quad w = 0.2. \tag{6}$$

Энергия излучения в вакууме постоянна, когда импульс далек от зеркала. Ее провал вызван временной перекачкой энергии в диспергирующее зеркало. Провал отсутствует для идеального зеркала ( $\gamma = \infty$ ) и выражен тем сильнее, чем меньше величина  $\gamma$ .

При многократных пробегах через резонатор форма и энергия импульса меняются при каждом отражении от

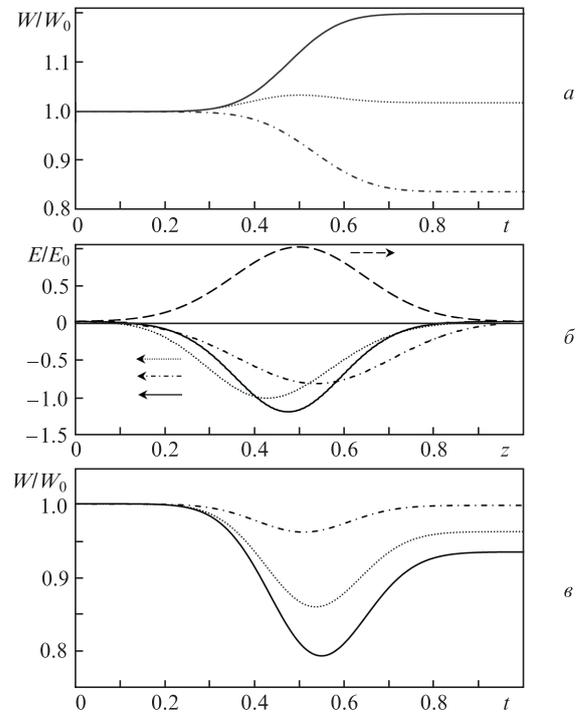


Рис. 2. Отражение гауссова видеоимпульса от осциллирующего (а, б) и неподвижного диспергирующего (в) зеркал – временная зависимость энергии поля  $W$  в резонаторе (а, в) и профиль напряженности электрического поля отраженного импульса при  $t = 1$  и  $\Omega = \omega_s$  для начальной фазы колебаний  $\varphi = 0$  (сплошная кривая),  $\pi/2$  (пунктир) и  $\pi$  (штрихпунктир); начальный профиль показан штриховой кривой, стрелки здесь и далее указывают направление движения импульса (б).

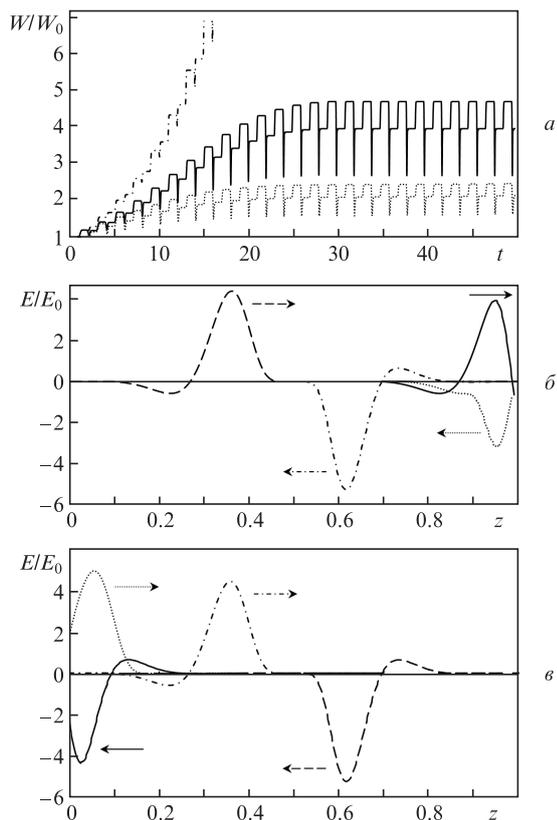


Рис.3. Временная зависимость энергии поля в резонаторе при  $\gamma = 100$ ,  $\omega_0 = 0$  (штрихпунктир),  $\gamma = 22$ ,  $\omega_0 = 4\omega_s$  (сплошная кривая) и  $\gamma = 25$ ,  $\omega_0 = 0$  (пунктир) (а), профили напряженности электрического поля при  $t = 30$  (штриховая кривая), 30.6 (сплошная кривая), 30.65 (пунктир) и 31 (штрихпунктир) (б); в – то же при  $t = 31$  (штриховая кривая), 31.6 (сплошная кривая), 31.7 (пунктир) и 32 (штрихпунктир),  $\gamma = 25$ ,  $\omega_0 = 4\omega_s$  (б, в);  $\Omega = \omega_s$ ,  $\varphi = 0$ .

зеркал, стабилизируясь вдали от них. Параметрический рост энергии импульса возможен, если частота осциллирующей зеркала приблизительно кратна частоте основной моды:  $\Omega \approx N\omega_s$ , где  $N$  – целое число.

На рис.3,а показано временное изменение энергии излучения в вакуумном промежутке резонатора в случае основного резонанса  $\Omega = \omega_s$  и  $\omega_0 = 0$ , когда излучение на низких частотах обладает меньшими потерями. Использовано начальное условие (5). При принятых параметрах усиление на осциллирующем зеркале компенсирует потери на левом зеркале, так что энергия поля в резонаторе в среднем растет. Квазипериодические подъемы энергии отвечают отражению импульса от движущегося зеркала, спады – отражению от неподвижного диспергирующего зеркала, участки с постоянной энергией – движению вдали от зеркал. В отсутствие дисперсии ( $\gamma = \infty$ ) рост энергии (в среднем) продолжается неограниченно при одновременном неограниченном уменьшении длительности импульса. При учете дисперсии систематический рост энергии приостанавливается тем раньше, чем меньше величина  $\gamma$ , поскольку для высоких частот, вес которых возрастает при укорочении импульса, потери увеличиваются. На больших временах устанавливается униполярный импульс, форма которого не зависит от начального профиля поля [6]. Однако при увеличении  $\omega_0$  исходный видеоимпульс (5) со временем преобразуется в биполярный. Это видно из рис.3,б,в, на которых показано изменение

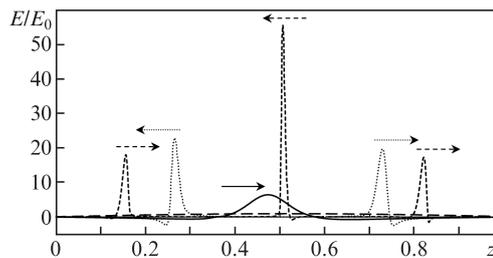


Рис.4. Профиль напряженности электрического поля при  $\gamma = 100$ ,  $\omega_0 = 16\omega_s$ ,  $\varphi = 0$  и  $t = 20$  для  $\Omega = \omega_s$  (сплошная кривая),  $2\omega_s$  (пунктир) и  $2\omega_s$  (штриховая кривая); начальный профиль показан линией из длинных штрихов.

формы импульса за полный проход через резонатор в установившемся режиме.

Наконец, при резонансах  $N$ -го порядка в резонаторе возникает не один, а  $N$  импульсов, каждый из которых сталкивается с осциллирующим зеркалом в момент времени, отвечающий наибольшему мгновенному коэффициенту отражения. Это показано на рис.4 при  $\gamma = 100$  (зеркало практически без дисперсии) и начальном условии  $f_1 = f_2 = E_0 \sin(\pi z)$  при  $t = 0$ . Ввиду линейности задачи соотношение энергий этих импульсов может быть произвольным, определяемым начальными условиями.

Таким образом, в рамках классической электродинамики в динамическом резонаторе возможна параметрическая генерация электромагнитного излучения, причем характеристики поля при больших временах существенно зависят от вида частотной дисперсии резонатора. Возникающее при раскраске малых флуктуаций или регулярных затравочных импульсов излучение представляет собой не только униполярные (видеоимпульсы), но и биполярные импульсы, причем степень биполярности возрастает при ослаблении дисперсионной дискриминации более высоких частот. Формы импульсов в установившемся режиме периодически меняются при отражениях от зеркал и стабилизируются, когда импульсы отдаляются от них; в этих условиях формы импульсов, движущихся как в направлении оси резонатора, так и в противоположном направлении, различаются ввиду асимметрии схемы. Экспериментально эффект может быть реализован при использовании схем наномеханики [11] или «плазменных зеркал», формирование и движение которых обеспечиваются интенсивным лазерным излучением [12].

Исследование поддержано грантом Российского научного фонда (проект № 14-12-00894).

1. Moore G.T. *J. Math. Phys.*, **11**, 2679 (1970).
2. Dodonov V.V. *Phys. Scr.*, **82**, 038105 (2010).
3. Wilson C.M., Johansson G., Pourkabirian A., Simoen M., Johansson J.R., Duty T., Nori F., Delsing P. *Nature*, **479**, 376 (2011).
4. Красильников В.Н., Панкратов А.М. В сб. *Проблемы дифракции и распространения волн* (Л.: ЛГУ, № 8, 1968, с. 59).
5. Мандельштам Л.И. *Полное собрание трудов*. Т. 2 (М.: Изд. АН СССР, 1947, с. 87).
6. Красильников В.Н. *Параметрические волновые явления в классической электродинамике* (С.-Петербург: изд.-е СПбГУ, 1996).
7. Розанов Н.Н. *Оптика и спектроскопия*, **119**, 129 (2015).
8. Тамм И.Е. *Основы теории электричества* (М.: Гос. изд. тех. теор. лит., 1956).
9. Эйнштейн А. *Собрание научных трудов*. Т. 1 (М.: Наука, 1965, с. 7).
10. Болотовский Б.М., Столяров С.Н. *УФН*, **159**, 155 (1989).
11. Гринберг Я.С., Пашкин Ю.А., Ильичев Е.В. *УФН*, **182**, 407 (2012).
12. Буланов С.В., Есиркепов Т.Ж., Кандо М., Пирожков А.С., Розанов Н.Н. *УФН*, **183**, 449 (2013).