НАНООПТИКА

О предельно острой фокусировке света на нановершине металлического микроострия

А.Б.Петрин

Исследована фокусировка электромагнитной волны оптического диапазона частот в наноразмерную пространственную область в окрестности нановершины металлического микроострия, возникающая при схождении к нему поверхностной плазмонной волны. Граница металла вблизи нановершины аппроксимируется параболоидом вращения. Доказано, что увеличение поглощения в металле при приближении к нановершине, связанное с увеличением частоты столкновений электронов с поверхностью, является существенным, но не ограничивающим фактором для этого способа нанофокусировки света. Показано, что минимально возможный размер области фокусировки может сосавлять примерно 1 нм.

Ключевые слова: *нанофокусировка, поверхностные плазмоны, плазмонный волновод.*

1. Введение

Нанофокусировка света является основной задачей современной нанофотоники. К сожалению, в однородном пространстве при обычной фокусировке нельзя добиться размера пятна фокусировки, меньшего дифракционного предела Рэлея для обычных оптических инструментов [1]. Тем не менее было показано, что, используя поверхностные электромагнитные волны на поверхности металла, можно получить необычно высокую интенсивность световых полей на геометрических сингулярностях поверхности и сфокусировать световую энергию в области с размерами, значительно меньшими длины волны плоской световой волны в вакууме [2–5].

Эксперименты демонстрируют, что наилучшая нанофокусировка наблюдается, когда к вершине острия сходится симметричная поверхностная плазмонная волна ТМ моды [6], поэтому в настоящей работе будет рассмотрено сфокусированное поле именно с таким видом симметрии. Считается [7], что именно ТМ волна «выживает» при нанофокусировке на вершине микроострия, даже при возбуждении поверхностных плазмонов с помощью дифракционных решеток, расположенных на одной стороне металлического микроострия. Проблемы, возникающие при нанофокусировке поверхностной плазмонной ТЕ волны, будут рассмотрены в последующих работах.

В работе [8] в квазистатическом приближении были определены сфокусированные поля в окрестности нановершины металлического микроострия, граница которого аппроксимируется осесимметричным параболоидом вращения. При этом считалось, что диэлектрическая проницаемость металла описывается формулой Друде в отсутствие потерь. Оказалось, что в этом приближении размеры фокального распределения электрического поля в окрестности нановершины микроострия в пространственных координатах, нормированных на радиус кривизны нановершины, определяются только отношением частоты фокусируемых плазмонов к плазменной частоте металла. В настоящей работе показано, что увеличение поглощения в металле при приближении к нановершине, связанное с увеличением частоты столкновений электронов с поверхностью, является ограничивающим фактором для рассматриваемого способа нанофокусировки на частотах, близких к критической частоте существования поверхностных плазмонов, но не на низких (по сравнению с плазменной частотой металла нановершины) частотах.

А.Б.Петрин. Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412 Москва, ул. Ижорская, 13, стр.2;
e-mail: a_petrin@mail.ru

Поступила в редакцию 15 мая 2015 г., после доработки – 26 октября 2015 г.

2. Распределение электрического поля вблизи нановершины металлического микроострия в квазистатическом приближении

Рассмотрим металлическое остриё, поверхность которого вблизи вершины представляется осесимметричным параболоидом вращения: $z = R/2 - (x^2 + y^2)/(2R)$ (рис.1). Комплексные диэлектрические проницаемости металла и внешней однородной среды обозначим ε_{m} и ε_{d} соответственно.

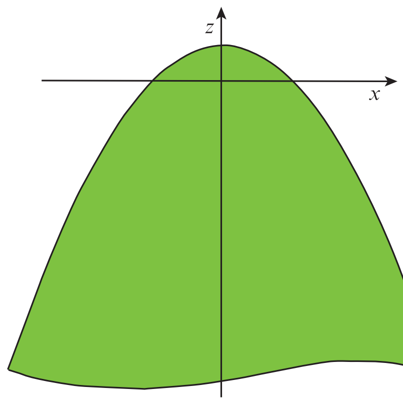

Рис.1. Геометрия задачи.

Выражение для электрического поля вблизи вершины острия в квазистатическом приближении было получено в работах [8, 9]. Предполагалось комплексное представление гармонических электромагнитных полей с зависимостью от времени вида $\exp(-i\omega t)$, где ω – циклическая частота изменения поля. В квазистатическом приближении потенциал электрического поля должен удовлетворять уравнению Лапласа, а нормальные и тангенциальные составляющие поля на поверхности острия должны соответствовать известным граничным условиям. Выделялось осесимметричное решение, имеющее максимум на вершине острия и соответствующее фокусировке на острие поверхностной плазмонной ТМ волны [8].

Для краткости опустим детали вычисления потенциала и приведем результат – распределение потенциала Φ в плоскости xy (рис.1):

$$\Phi(x,y) = J_0\Big(q_*\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2+\tilde{z}^2}-\tilde{z}}\Big) \times K_0\left(q_*\frac{|\tilde{x}|}{\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2+\tilde{z}^2}-\tilde{z}}}\right),\quad \frac{|\tilde{x}|}{\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2+\tilde{z}^2}-\tilde{z}}} \geqslant 1,$$

$$\Phi(x,y) = \left[\frac{K_0(q_*)}{I_0(q_*)}\right] J_0\Big(q_*\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2+\tilde{z}^2}-\tilde{z}}\Big) \times I_0\left(q_*\frac{|\tilde{x}|}{\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2+\tilde{z}^2}-\tilde{z}}}\right),\quad \frac{|\tilde{x}|}{\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2+\tilde{z}^2}-\tilde{z}}} \leqslant 1, \tag{1}$$

где $\tilde{x} = x/R$, $\tilde{z} = z/R$ – координаты, нормированные на радиус кривизны вершины R; J_0 – функция Бесселя первого рода нулевого порядка; I_0 и K_0 – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода нулевого порядка; q_* – решение уравнения [8]

$$\varepsilon_d I_0(q) K_1(q) + \varepsilon_m K_0(q) I_1(q) = 0, \tag{2}$$

где K_1 – модифицированная функция Бесселя второго рода первого порядка. Распределение (1) позволяет найти потенциал (а следовательно, и электрическое поле) в окрестности нановершины металлического острия с точностью до константы.

3. Фокальное распределение электрического поля вблизи вершины наноострия. Влияние потерь в металле

Диэлектрическая проницаемость металла приближенно описывается формулой Друде $\varepsilon_m = 1 - \omega_p^2/(\omega^2 + i\omega\Gamma)$, где ω_p – плазменная частота металла, а Γ – коэффициент, учитывающий потери. Например, для серебра [10] $\omega_p \approx 1.36 \times 10^{16}$ с$^{-1}$, $\Gamma \approx 2 \times 10^{14}$ с$^{-1}$. Тогда уравнение (2) можно переписать для металлического острия, граничащего с вакуумом, в следующем виде:

$$I_0(q) K_1(q) + \left(1 - \frac{1}{\tilde{\omega}^2 + i\tilde{\omega}\gamma}\right) K_0(q) I_1(q) = 0, \tag{3}$$

где $\tilde{\omega} = \omega/\omega_p$ – циклическая частота поля, нормированная на плазменную; $\gamma = \Gamma/\omega_p$ – коэффициент поглощения, нормированный на плазменную частоту. Отсутствию потерь соответствует $\gamma = 0$.

Вычисления показали, что на частотах $\omega < \omega_p/\sqrt{2}$ (где $\omega_p/\sqrt{2}$ – верхняя граничная частота существования поверхностных плазмонов) в отсутствие потерь ($\gamma = 0$) уравнение (3) имеет единственное и чисто действительное решение q. В этом случае специальные функции, входящие в (3), можно рассматривать как функции действительной переменной. При наличии потерь ($\gamma \neq 0$) решение также будет единственным, но уже комплексным. Для численного нахождения комплексного решения уравнения (3) входящие в него специальные функции необходимо аналитически продолжить на комплексную плоскость. Это было сделано с использованием следующих известных интегральных представлений для этих функций:

$$I_n(q) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cos(n\theta)\exp(q\cos\theta)\,d\theta,$$

$$K_n(q) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} \cosh(n\theta)\exp(-q\cosh\theta)\,d\theta.$$

Из уравнений (1), (3) видно, что для металла в отсутствие потерь ($\gamma = 0$) размер области максимума поля вблизи вершины наноострия (фокального пятна), выраженный в единицах радиуса кривизны нановершины, зависит только от нормированной частоты $\tilde{\omega}$. Чем ближе $\tilde{\omega}$ к $\tilde{\omega}_c = 1/\sqrt{2}$ – нормированной критической частоте существования поверхностных плазмонов на плоской поверхности металла, тем размер фокального пятна меньше. При наличии потерь ($\gamma \neq 0$) указанный нормированный размер области максимума поля вблизи вершины наноострия будет уже функцией двух параметров – $\tilde{\omega}$ и γ.

Из теории рассеяния света на малых металлических частицах сферической формы известно [11], что для заданного металла эффективный коэффициент Γ зависит от радиуса частицы. Это связано с тем, что постоянная затухания пропорциональна частоте столкновений электронов проводимости, приводящих к потере импульса направленного движения электронного газа и переходу энергии направленного движения в энергию теплового движения электронов. Вблизи поверхности к столкновениям с объемными рассеивателями добавляются столкновения с поверхностью. В предположении, что граница рассеивает диффузно, коэффициент Γ можно представить в виде $\Gamma = \Gamma_{bulk} + v_F/L$, где Γ_{bulk} – коэффициент потерь в объеме металла; v_F – скорость Ферми; L – некоторая эффективная длина.

Для оценки влияния этого эффекта на фокусировку света в окрестности нановершины микроострия в качестве эффективной длины L можно использовать радиус R закругления острия. На рис.2 показана зависимость величины $\Gamma/\Gamma_{bulk} = 1 + v_F/(R\Gamma_{bulk})$ от R для серебра ($v_F =$

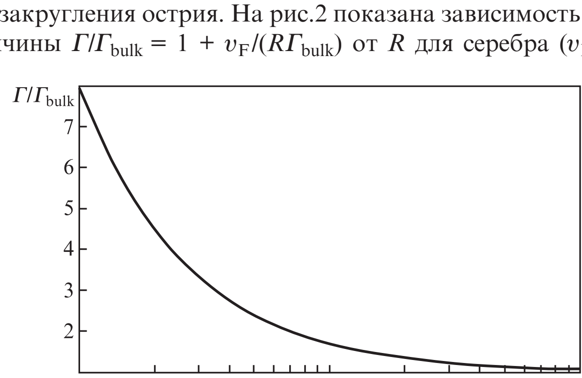

Рис.2. Зависимость величины $\Gamma/\Gamma_{bulk} = 1 + v_F/(R\Gamma_{bulk})$ от радиуса кривизны R для серебра ($v_F = 1.392 \times 10^6$ м/с).

1.392×10^6 м/с). Видно, что при уменьшении радиуса кривизны нановершины до 1 нм эффективный коэффициент потерь увеличится в восемь раз по сравнению со случаем $R \approx 1$ мкм.

Исследуем влияние параметра γ на распределение максимума модуля $E_{\rm a}$ вектора электрического поля в окрестности фокуса при некоторых фиксированных частотах $\tilde{\omega}$. Рассматривая распределения с увеличивающимся γ, мы сможем оценить, как меняется распределение с уменьшением радиуса кривизны нановершины.

Изложим подробно метод вычисления $E_{\rm a}$ в каждой пространственной точке плоскости $\tilde{x}\tilde{y}$. Сначала в рассматриваемой точке находились комплексные компоненты $E_{\tilde{x}} = -\partial\Phi/\partial\tilde{x}$ и $E_{\tilde{z}} = -\partial\Phi/\partial\tilde{z}$ комплексного вектора электрического поля $\boldsymbol{E} = -\nabla\Phi$. Заметим, что поскольку в (1) потенциал (и, следовательно, электрическое поле) определяется с точностью до константы, то мы можем дифференцировать по нормированным координатам $\tilde{x}$ и $\tilde{z}$. Затем находились действительные составляющие компонент $\mathrm{Re}[E_{\tilde{x}}\exp(-\mathrm{i}\omega t)]$ и $\mathrm{Re}[E_{\tilde{z}}\exp(-\mathrm{i}\omega t)]$ в некоторый момент времени t. И наконец, вычислялась длина мгновенного вектора электрического поля и определялось ее максимальное значение за период

$$E_{\rm a} = \max_{0\leqslant\omega t\leqslant 2\pi}\sqrt{\{\mathrm{Re}[E_{\tilde{x}}\exp(-\mathrm{i}\omega t)]\}^2 + \{\mathrm{Re}[E_{\tilde{z}}\exp(-\mathrm{i}\omega t)]\}^2}\,. \quad (4)$$

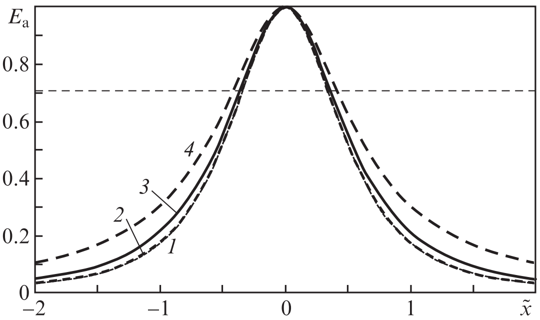

Рис.3. Зависимости от $\tilde{x}$ нормированного максимума модуля вектора электрического поля $E_{\rm a}$ на линии $\tilde{z} = 1/2$ для нормированной частоты $\tilde{\omega} = 0.62252$ и нормированного коэффициента поглощения $\gamma = 0$ (*1*), $\gamma = \gamma_{\rm Ag}$ (*2*), $\gamma = 4\gamma_{\rm Ag}$ (*3*) и $\gamma = 8\gamma_{\rm Ag}$ (*4*).

Отметим, что расчет по формуле $E_{\rm a} = \sqrt{|E_{\tilde{x}}|^2 + |E_{\tilde{z}}|^2}$ дал бы правильный результат только в том случае, когда комплексные величины $E_{\tilde{x}}$ и $E_{\tilde{z}}$ имели бы равные фазы. В общем случае это не так, поэтому вычисления в настоящей работе проводились по строгой формуле (4).

На рис.3 приведены рассчитанные зависимости $E_{\rm a}(\tilde{x})$ на линии $\tilde{z} = 1/2$, которая соответствует пересечению плоскости $\tilde{x}\tilde{y}$ и фокальной плоскости. Зависимости получены для $\tilde{\omega} = 0.62252$ и значений γ, соответствующих отсутствию потерь ($\gamma = 0$), потерям в серебре ($\gamma = \gamma_{\rm Ag} = 0.01471$), а также вчетверо большим потерям ($\gamma = 4\gamma_{\rm Ag}$) и еще вдвое большим потерям ($\gamma = 8\gamma_{\rm Ag}$). Частота $\tilde{\omega} = 0.62252$ выбрана такой, чтобы радиус фокального распределения был примерно равен радиусу кривизны нановершины [8]. Из рис.3 видно, что, хотя фокальное пятно и расширяется с ростом γ, тем не менее это расширение невелико. Следовательно, распределения электрического поля в фокальной плоскости на линии $\tilde{z} = 1/2$ слабо зависят от поглощения в металле на выбранной частоте $\tilde{\omega} = 0.6225$.

В дополнение к рис.3, на рис.4 показаны распределения $E_{\rm a}$ – максимума модуля вектора электрического поля в плоскости $\tilde{x}\tilde{z}$ вблизи вершины острия при тех же значениях постоянной затухания γ. Из полученных распределений можно сделать следующий вывод: хотя в фокальной плоскости распределения слабо изменяются с ростом γ, увеличение поглощения приводит к большему затуханию сходящейся к вершине волны и, очевидно, к уменьшению абсолютной величины $E_{\rm a}$ в максимуме фокального распределения (при одной и той же интенсивности сходящихся волн).

Аналогичная, но более резкая зависимость наблюдается для большей нормированной рабочей частоты ($\tilde{\omega} = 0.6742$), которая ближе к критической частоте существования поверхностных плазмонов $\tilde{\omega}_{\rm c} = 1/\sqrt{2}$ (рис.5). На этой, более высокой частоте, хотя длина волны пространственных осцилляций и размер фокального пятна меньше, влияние затухания волн при схождении к вершине усиливается. Так, уже при $\gamma = 4\gamma_{\rm Ag}$ амплитуда электрического поля значительно уменьшается в пределах закругления острия.

Таким образом, при приближении рабочей частоты $\tilde{\omega}$ к критической частоте $\tilde{\omega}_{\rm c} = 1/\sqrt{2}$ влияние затухания на

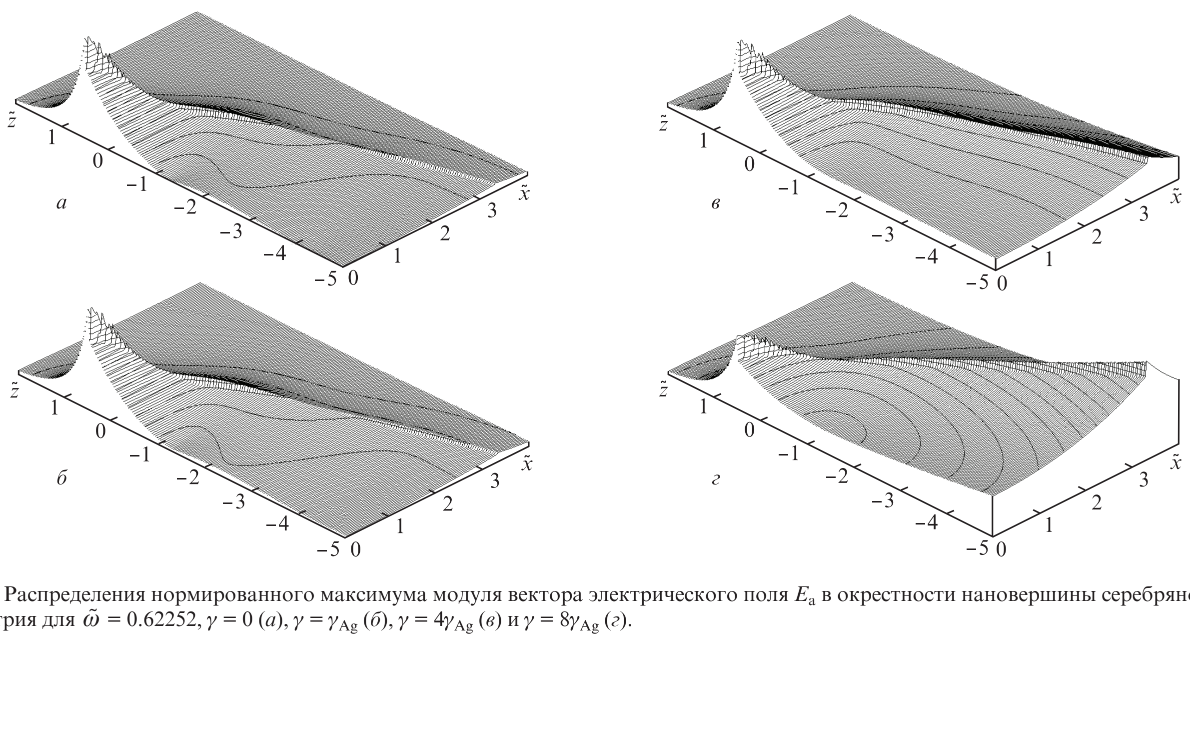

Рис.4. Распределения нормированного максимума модуля вектора электрического поля $E_{\rm a}$ в окрестности нановершины серебряного микроострия для $\tilde{\omega} = 0.62252$, $\gamma = 0$ (*а*), $\gamma = \gamma_{\rm Ag}$ (*б*), $\gamma = 4\gamma_{\rm Ag}$ (*в*) и $\gamma = 8\gamma_{\rm Ag}$ (*г*).

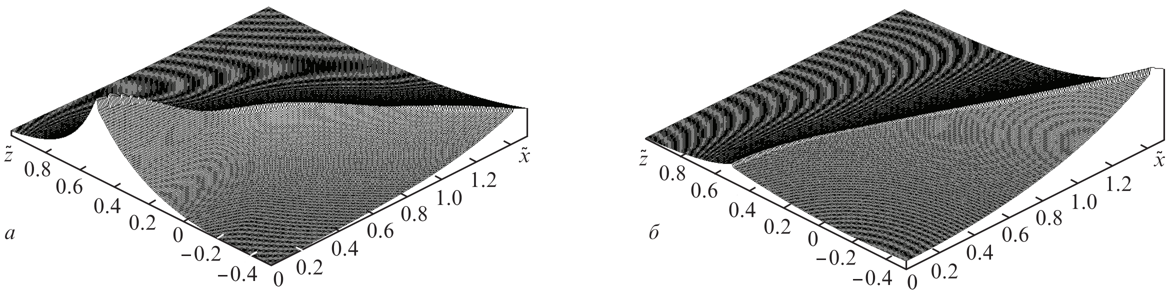

Рис.5. То же, что и на рис.4, но для $\tilde{\omega} = 0.6742$, $\gamma = \gamma_{Ag}$ (*а*) и $\gamma = 4\gamma_{Ag}$ (*б*).

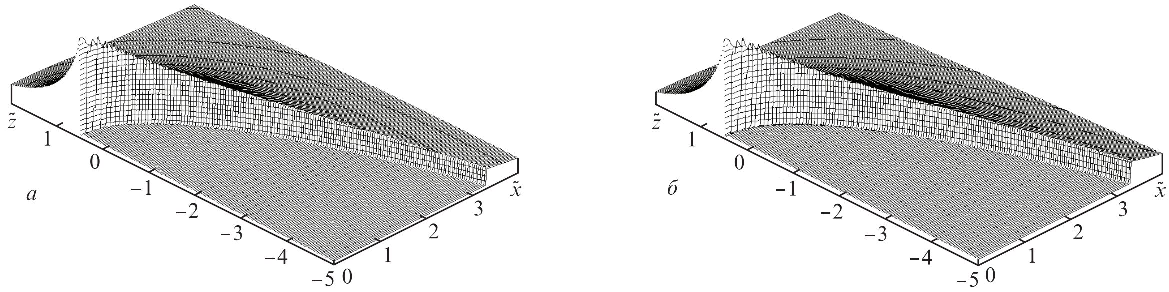

Рис.6. То же, что и на рис.4, но для $\tilde{\omega} = 0.26053$, $\gamma = \gamma_{Ag}$ (*а*) и $\gamma = 32\gamma_{Ag}$ (*б*).

абсолютную величину максимального электрического поля вблизи вершины наноострия возрастает. Хотя размер фокального пятна и уменьшается с ростом частоты, энергия сфокусированной поверхностной плазмонной волны на таких частотах будет сильно поглощаться на периферии наноострия.

В работе [2] использовалось излучение с длиной волны в свободном пространстве $\lambda = 532$ нм. Поверхностные плазмоны фокусировались на нановершине металлического микроострия. Для серебряного острия длина волны $\lambda = 532$ нм соответствует частоте $\tilde{\omega} = 0.26053$. Эта частота значительно меньше критической, поэтому можно ожидать слабого влияния поглощения на фокусировку. Расчеты показали, что это действительно так.

На рис.6 показано распределение E_a в окрестности нановершины для $\tilde{\omega} = 0.26053$ и двух значений γ. Несмотря на то что поглощение во втором случае (рис.6,*б*) значительно, в окрестности нановершины распределение электрического поля почти не меняется. Внутри металла поле практически однородно и мало, а снаружи распределение близко к статическому распределению электрического поля вблизи вершины металлического острия. Из этого можно сделать вывод о том, что на таких частотах поглощение в металле заметно не влияет на фокальное распределение в окрестности нановершины.

4. Заключение

Рассмотрена нанофокусировка поверхностной плазмонной волны на нановершине металлического микроострия, граница которого вблизи вершины аппроксимируется параболоидом вращения. Показано, что поглощение в хорошо проводящем металле микроострия с радиусом нановершины вплоть до 1 нм практически не влияет на размеры фокального распределения поля в окрестности нановершины вплоть до $\omega \approx 0.6\omega_p$. При приближении частоты к максимальной частоте существования поверхностных плазмонов $\omega_c = \omega_p/\sqrt{2}$ фокусирующие свойства микроострия уменьшаются из-за поглощения в металле. Для частот оптического диапазона (заметно меньших критической) и хорошо проводящих металлов с $\omega_p \sim 10^{16}$ с$^{-1}$ влиянием поглощения на нанофокусировку можно пренебречь. Размер фокального пятна в этом случае определяется только радиусом закругления нановершины микроострия и может составлять примерно 1 нм.

Очевидно, что обнаруженное явление чрезвычайно важно при разработке устройств нанооптики, в которых применяется нанофокусировка поверхностных плазмонов на нановершине микроострия. В частности, исследуемый метод нанофокусировки использовался при создании различных электрооптических градиентных тонкоплёночных структур как элементов управления тонкоплёночными интерференционными системами.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Министерства образования и науки РФ (научный проект «Создание электрооптических градиентных тонкоплёночных структур для прецизионной оптики и аналитического приборостроения»; соглашение о предоставлении субсидии с Министерством образования и науки РФ от 23.10.2014 г. № 14.579.21.0066, уникальный идентификатор RFMEFI 57914 X 0066).

1. Petrin A.B. *J. Nanoelectron. Optoelectron.*, **9** (1), 89 (2014).
2. De Angelis F. et al. *Nat. Nanotechnol.*, **5**, 67 (2010).
3. Frey H.G., Keilmann F., Kriele A., Guckenberger R. *Appl. Phys. Lett.*, **81**, 5030 (2002).
4. Stockman M.I. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 137404 (2004).
5. Petrin A., in *Wave Propagation* (Rijeka: InTech., 2011).
6. Giugni A., Allione M., Torre B., et al. *J. Opt.*, **16**, 114003 (2014).
7. Giugni A., Torre B., Toma A., et al. *Nat. Nanotechnol.*, **8** (11), 845 (2013).
8. Петрин А.Б. *Квантовая электроника*, **45** (7), 658 (2015).
9. Анго А. *Математика для электро- и радиоинженеров* (М.: Наука, 1967).
10. Fox M. *Optical Properties of Solids* (New York.: Oxford University Press, 2003).
11. Борен К., Хафмен Д. *Поглощение и рассеяние света малыми частицами* (М.: Мир, 1986).