

Акустооптические свойства метаматериалов

В.И.Пустовойт

Указано на возможность эффективного использования метаматериалов в акустооптике. Показано, что фотоупругие постоянные, определяющие изменение диэлектрической проницаемости (ДП) гетерогенной среды под действием звуковой волны, могут значительно превышать соответствующие постоянные для обычных кристаллов. Проанализированы механизмы изменения ДП в гетерогенной среде, состоящей из наночастиц в виде эллипсоидов, и найдены в явном виде значения фотоупругих постоянных. Показано, что механизм изменения ДП в продольной звуковой волне сводится к изменению локальной концентрации наночастиц в объеме, а в поперечной звуковой волне – к локальному повороту ориентированных в пространстве наноэллипсоидов. Показано также, что использование метасред с неоднородным распределением наночастиц открывает уникальные возможности создания качественно новых приборов и устройств, которые нельзя осуществить с обычными кристаллами. Отмечено, что метаматериалы открывают широкие возможности для создания устройств в инфракрасной области спектра, поскольку ограничений по размерам такой среды не существует.

Ключевые слова: акустооптика, метаматериал, эллипсоидальные наночастицы, фотоупругая постоянная.

Необходимое условие использования метаматериалов для акустооптики заключается в том, что под действием звуковой волны должна изменяться диэлектрическая проницаемость (ДП) среды. Исходно однородная среда, обладающая малым акустооптическим качеством, после введения малых металлических (или каких-либо других) наночастиц становится материалом с высоким значением фотоупругой постоянной.

Механизм такого изменения ДП под действием звуковой волны состоит в следующем. Если в среде распространяется продольная звуковая волна, в которой образуются области сжатия и разрежения среды, то очевидно, что из-за локального изменения концентрации наночастиц будет происходить изменение ДП и показателя преломления среды. Это довольно общий случай, который относится к любым включениям, как симметричным (например, наночастицы), так и несимметричным (например, эллипсоиды). Если же в среде распространяется поперечная звуковая волна, сопровождаемая деформацией сдвига и не меняющая объемную плотность наночастиц, то показатель преломления для хаотически расположенных наночастиц изменяться не будет. Однако для пространственно несимметричных наночастиц, например эллипсоидов, оси симметрии которых пространственно ориентированы, деформация сдвига будет приводить к некоторому повороту осей симметрии эллипсоидов, что, в конечном счете, вызовет изменения ДП и показателя преломления среды.

В настоящей работе в качестве гетерогенной среды рассмотрим среду, образованную оптически прозрачным

материалом с ДП ϵ_m , в которую внедрены металлические или диэлектрические включения в виде эллипсоидов вращения с комплексной ДП $\epsilon_p(\lambda) = \epsilon_p'(\lambda) + i\epsilon_p''(\lambda)$ (λ – длина волны света). Считается, что размер эллипсоидов вращения существенно меньше длины волны света, все они расположены хаотически, но их главные оси вращения направлены одинаково. В рамках модели Максвелла–Гарнетта такая среда описывается усредненной ДП среды ϵ , которая удовлетворяет соотношению [1–3]

$$\frac{\epsilon - \epsilon_m}{L(\epsilon - \epsilon_m) + \epsilon_m} - \eta \frac{\epsilon_p - \epsilon_m}{L(\epsilon_p - \epsilon_m) + \epsilon_m} = 0, \quad (1)$$

где η – объемная доля включений – металлических наноэллипсоидов вращения ($\eta(r, t) = \frac{4}{3}\pi ab^2 N(r, t)$); a – полярная ось сфероида; b – малая экваториальная полуось эллипсоида вращения (сфероида); $N(r, t)$ – локальное число сфероидов в единице объема среды; L – фактор деполаризации, который может быть выражен через отношение полуосей $\xi = a/b$ для различных направлений (вдоль и перпендикулярно оси вращения сфероида) внешнего поля:

$$L_{\parallel} = \frac{1}{1 - \xi^2} \left(1 - \xi \frac{\arcsin \sqrt{1 - \xi^2}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right), \quad L_{\perp} = \frac{1}{2}(1 - L_{\parallel}). \quad (2)$$

Случай $\xi < 1$ соответствует вытянутому эллипсоиду вращения, $\xi > 1$ – сплюсненному, а $\xi = 1$ – шару (в этом случае $L_{\parallel} = L_{\perp} = 1/3$). Решая уравнение (1) относительно ϵ , находим явный вид ДП метасреды:

$$\epsilon_{\parallel, \perp} = \frac{\epsilon_m [(-1 + L_{\parallel, \perp})(-1 + \eta)\epsilon_m + (L_{\parallel, \perp} + \eta - L_{\parallel, \perp}\eta)\epsilon_p(\lambda)]}{[1 + L_{\parallel, \perp}(-1 + \eta)]\epsilon_m + L_{\parallel, \perp}(1 - \eta)\epsilon_p(\lambda)} \quad (3)$$

для электрического поля вдоль и поперек полярной оси эллипсоида вращения соответственно. Из выражений (3)

В.И.Пустовойт. Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, Россия, 117342 Москва, ул. Бутлерова, 15; e-mail: vladpustovoi@gmail.com

видно, что ДП среды представляет собой диагональный тензор с компонентами $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_{\perp}$, $\epsilon_{33} = \epsilon_{\parallel}$ и остальными компонентами, равными нулю. Условие применимости модели Максвелла–Гарнетта предполагает, что фактор заполнения находится в интервале $1/3 < \eta < 2/3$ [4].

Выражения (3) позволяют найти изменение ДП среды под действием звуковой волны. Рассмотрим случаи продольной и поперечной звуковых волн раздельно, поскольку механизмы изменения ДП отличаются друг от друга.

1. Пусть продольная звуковая волна распространяется вдоль какой-либо оси симметрии, например оси x : $\mathbf{u}(x, t) = \frac{1}{2}\mathbf{u}_0 \exp(i\Omega t - iqx) + \text{компл. сопр.}$, где $\mathbf{u}(x, t)$ – амплитуда смещения среды в звуковой волне; Ω – частота; \mathbf{q} – волновой вектор звуковой волны. В продольной звуковой волне направления вектора смещения $\mathbf{u}(x, t)$ и волнового вектора \mathbf{q} совпадают. Акустические свойства среды считаются изотропными. Последнее означает, что модули упругости рассматриваемых несимметричных включений, в отличие от модулей матричной среды, таковы, что под действием упругой волны их деформации не происходит. В продольной звуковой волне среда сжимается (растягивается), и поэтому локальная концентрация наночастиц (шаров) изменяется по закону

$$\eta(x, t) = \eta_0 + \eta_{\perp}(x, t) = \frac{4\pi}{3}ab^2(N_0 + N_{\perp}(x, t)). \quad (4)$$

Здесь $N_{\perp}(x, t)$ – изменение концентрации под действием звуковой волны; N_0, η_0 – средние по объему значения. Из уравнения непрерывности для матричной среды можно получить

$$\eta_{\perp}(x, t) = \frac{i2\pi}{3}a^2bN_0\frac{u_0\Omega}{v_s}\exp(i\Omega t - iqx) + \text{компл. сопр.}, \quad (5)$$

где $v_s = \Omega/q$ – фазовая скорость звуковой волны в метасреде. Возможные дисперсионные свойства упругой среды, связанные с разными упругими свойствами матрицы и нановключений, здесь не рассматриваем, полагая, что поскольку размеры наночастиц много меньше длины волны звука, они не могут привести к значительной дисперсии. Обусловленные продольной звуковой волной соответствующие добавки к компонентам тензора ДП метасреды

$$\Delta\epsilon_{\parallel, \perp} = \frac{\epsilon_m[\epsilon_m - \epsilon_p(\lambda)][\epsilon_m(L_{\parallel, \perp} - 1) - L_{\parallel, \perp}\epsilon_p(\lambda)]}{\{\epsilon_m[1 + L_{\parallel, \perp}(\eta_0 - 1)] - L_{\parallel, \perp}\epsilon_p(\lambda)(\eta_0 - 1)\}^2}\eta_{\parallel}(x, t). \quad (6)$$

В выбранной системе координат ось z совпадает с направлением главной (полярной) оси сфероида, а оси x и y лежат в перпендикулярной плоскости. Используя общепринятое определение фотоупругих постоянных [5] как добавок к тензору непроницаемости среды, можно найти их явный вид для продольной звуковой волны для заданных направлений распространения света и звука:

$$p_{61} = [\epsilon_m - \epsilon_p(\lambda)][(-1 + L_{\parallel})\epsilon - L_{\parallel}\epsilon_p(\lambda)] \times \sqrt{\frac{\epsilon_m[(-1 + L_{\parallel})\epsilon_m(-1 + \eta_0) + \epsilon_p(\lambda)(L_{\parallel} + \eta_0 - L_{\parallel}\eta_0)]}{\epsilon_m - L_{\parallel}\epsilon_m + L_{\parallel}\epsilon_p + L_{\parallel}[\epsilon_m - \epsilon_p(\lambda)]\eta_0}} \times \{2\epsilon_m[(-1 + L_{\parallel})\epsilon_m(-1 + \eta_0) + \epsilon_p(\lambda)(L_{\parallel} + \eta_0 - L_{\parallel}\eta_0)]^2\}^{-1}. \quad (7)$$

Здесь $p_{16} = p_{61}$ – фотоупругая постоянная для продольной звуковой волны, распространяющейся вдоль малой оптической оси эллипсоида вращения в случае, когда световая волна распространяется в том же направлении с поляризацией вдоль оси z . Аналогично из (7) можно получить фотоупругую постоянную p_{16} с помощью формальной замены $L_{\parallel} \rightarrow L_{\perp}$. Рассматриваемая метасреда эквивалентна одноосному кристаллу, и поэтому имеются всего две независимые компоненты матрицы фотоупругих постоянных. (Обозначения p_{16}, p_{26} соответствуют общепринятым шестимерным представлениям.)

Выражение (7) показывает, что введение в матричную среду наночастиц с другим значением ДП изменяет оптические и акустооптические свойства среды. Видно, что сильнее всего они будут изменяться при введении наночастиц с отрицательным значением ДП, например металлов. Поскольку условия возникновения резонанса как для ДП, так и для фотоупругих постоянных совпадают, то результаты исследования резонансных оптических свойств гетерогенных сред могут быть полностью использованы в отношении свойств фотоупругости [1, 2, 6]. Однако резонансы для фотоупругих постоянных оказываются более острыми из-за квадрата в знаменателе.

2. Рассмотрим теперь случай поперечной акустической волны, в которой амплитуда вектора смещения $\mathbf{u}(x, t) = \frac{1}{2}\mathbf{u}_0 \exp(i\Omega t - iqx) + \text{компл. сопр.}$ перпендикулярна направлению распространения волны. Звуковая волна по-прежнему распространяется вдоль оси x , так что деформации сдвига направлены вдоль оси y . Легко видеть, что эти деформации приводят к небольшому повороту эллипсоидов вокруг направления, перпендикулярного вектору смещения. Это малое изменение угла поворота $\delta\alpha$ может быть выражено через компоненту тензора деформации: $\delta\alpha \approx \partial u_y / \partial x$. Для определения постоянных фотоупругости необходимо провести ряд операций с исходным тензором ДП композитной среды. Следует осуществить поворот на некоторый угол α вокруг оси x (выбор оси x продиктован заданным направлением распространения поперечной звуковой волны и ее поляризацией вдоль оси y). Поворот тензора производится с помощью известного преобразования (см. работу [7], гл.УІ). Предварительный поворот на некоторый угол необходим для того, чтобы сохранить возможность выбора оптимального направления распространения световой волны, для которого константы фотоупругого взаимодействия были бы наибольшими.

В результате операции поворота вокруг оси x тензор ДП изменится и появятся недиагональные компоненты, ответственные за взаимодействие распространяющихся вдоль оси x световых волн, векторы поляризации которых направлены вдоль осей z и y . Проведя формальную замену $\alpha \rightarrow \alpha + \partial u_y(x, t) / \partial x$, получим добавки к тензору ДП, пропорциональные деформации. Для явного определения компонент тензора фотоупругости необходимо найти обратный тензор ДП среды и выделить в нем компоненты, пропорциональные тензору деформации, которые, по определению, и будут компонентами тензора фотоупругих постоянных метасреды. В результате для поперечной звуковой волны получим:

$$p_{46} = \frac{\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}}{2\epsilon_{\perp}\epsilon_{\parallel}}\sin(2\alpha) - \frac{\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}}{2\epsilon_{\perp}\epsilon_{\parallel}}\cos(2\alpha),$$

$$p_{26} = \frac{\epsilon_{\perp} - \epsilon_{\parallel}}{\epsilon_{\perp}\epsilon_{\parallel}}\sin(2\alpha), \quad (8)$$

$$p_{36} = \frac{\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_{\parallel}}{\varepsilon_{\perp}\varepsilon_{\parallel}} \cos(2\alpha).$$

Для поперечной акустической волны, поляризованной вдоль оси z , отличными от нуля будут следующие фотоупругие постоянные: $p_{45} = p_{46}$, $p_{25} = p_{26}$, $p_{35} = p_{36}$. Полученные выражения для фотоупругих постоянных зависят от концентрации наночастиц (в данном случае – эллипсоидов вращения), от их геометрии и диэлектрических свойств материала, из которого они сделаны. Видно также, что формула (8) позволяет найти такой угол α , для которого константа будет иметь наибольшее значение. Например, для p_{46} это $\alpha = [(2k + 1)/4 - 1/8]\pi$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Для металлических наночастиц ДП ε_{\perp} – комплексная величина, поэтому константа фотоупругости также является комплексной величиной и, как и сама ДП композитной среды, допускает возможность появления резонансов на определенных длинах волн света [1]. (Такую важную для практики задачу целесообразно исследовать уже для конкретной композитной среды.)

В теорию дифракции света на звуковых волнах комплексность константы фотоупругости не вносит существенных изменений, поскольку в интенсивность продифрагировавшего излучения всегда входит квадрат модуля этой константы [6, 7]. Отметим также, что для обычных кристаллических сред константы фотоупругости, получаемые из опыта, всегда считаются чисто действительными величинами. Из выражения (8) также следует, что для симметричных наночастиц, например наночастиц, эта константа тождественно обращается в нуль, и поэтому дифракция на поперечных акустических волнах невозможна.

3. Рассмотрим случай продольной звуковой волны при наклонном положении эллипсоидов вращения. Осуществим поворот тензора (3) вокруг оси y на угол β и на угол γ вокруг оси z (отметим, что операции поворота не обладают свойствами коммутативности, и поэтому важна последовательность их осуществления). Затем найдем обратное значение полученного тензора ДП среды. Этими компонентами тензора непроницаемости будут

$$\begin{aligned} \vartheta_{xx} &= \left(\frac{\cos^2\beta}{\varepsilon_{\perp}} + \frac{\sin^2\beta}{\varepsilon_{\parallel}} \right) \cos^2\gamma + \frac{\sin^2\gamma}{\varepsilon_{\parallel}}, \\ \vartheta_{xy} = \vartheta_{yx} &= \frac{\sin(2\gamma)}{2\varepsilon_{\perp}} - \frac{1}{2} \left(\frac{\cos^2\beta}{\varepsilon_{\perp}} + \frac{\sin^2\beta}{\varepsilon_{\parallel}} \right) \sin(2\gamma), \\ \vartheta_{xz} = \vartheta_{zx} &= \frac{\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_{\parallel}}{\varepsilon_{\perp}\varepsilon_{\parallel}} \sin(2\beta) \cos\gamma, \\ \vartheta_{yy} &= \left(\frac{\cos^2\beta}{\varepsilon_{\perp}} + \frac{\sin^2\beta}{\varepsilon_{\parallel}} \right) \sin^2\gamma + \frac{\cos^2\gamma}{\varepsilon_{\perp}}, \\ \vartheta_{zz} &= \frac{\cos^2\beta}{\varepsilon_{\parallel}} + \frac{\sin^2\beta}{\varepsilon_{\perp}}, \end{aligned} \quad (9)$$

где x, y, z – новая, повернутая система координат. Используя полученные выражения (9), нетрудно найти явный вид всех компонент тензора фотоупругости для этой пространственной ориентации метасреды. Приведем только наиболее важную компоненту фотоупругости, ответственную за связь световых волн, распространяющихся в одном и том же направлении, т.е. компоненту, обеспечивающую коллинеарную дифракцию:

$$p_{14} = p_{41} = \frac{4\pi}{3} a^2 b N_0 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_{\parallel}}{\varepsilon_{\perp}\varepsilon_{\parallel}} \sin(2\beta) \cos\gamma \right) \Big|_{\eta = \eta_0}. \quad (10)$$

Далее могут быть найдены оптимальные условия, при которых взаимодействие коллинеарных световых волн наиболее сильное.

4. Отметим особенности дифракции световых волн на звуке в аподизованных композитных структурах. Анизотропные композитные структуры, в отличие от обычных кристаллов, допускают любое пространственное распределение наночастиц. Это открывает новые возможности при реализации особых режимов дифракции, которые запрещены в кристаллах с однородными свойствами. Анализ явления дифракции на неоднородной звуковой волне показывает, что в определенных случаях можно создать условия, когда интенсивности побочных максимумов дифракции будут существенно ослаблены или вообще отсутствовать. Известно, что причина возникновения побочных максимумов, например при коллинеарной дифракции света на звуковых волнах, заключается в наличии границ при распространении света, или, другими словами, в конечности звукового пучка вдоль направления распространения света.

Анализ условий дифракции на неоднородной звуковой волне, проведенный в работах [8–11], показал, что подходящей аподизацией звукового пучка можно достичь значительного подавления побочных максимумов дифракции. Условие необходимой аподизации сводится к тому, что амплитуда звуковой волны и ее производные на границах области взаимодействия должны быть малы или равны нулю (подробнее см. наши работы [8, 11]). Обеспечить эти условия с помощью вводимых извне звуковых волн достаточно сложно, поэтому такой режим дифракции пока не реализован на практике.

Совершенно иная ситуация возможна в композитных средах, когда путем изменения пространственного распределения введенных наночастиц можно получить любое наперед заданное распределение константы фотоупругости, ответственной за взаимодействие светового излучения со звуковой волной. В качестве примера рассмотрим отражение света от изотропной неоднородной композитной среды, когда добавка к тензору ДП (3) может быть представлена в наиболее простом виде:

$$\Delta\varepsilon(x) \equiv \left\{ \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{2} \right) \right] \left[2\pi \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{2} \right) \right]^{-1} \right\}^2$$

(l – размер, или длина композитной области вдоль направления распространения световой волны). Реализовать пространственное распределение, описываемое этой формулой, с помощью бегущей звуковой волны можно лишь на очень короткое время, когда аподизованная звуковая волна заполнит ту часть объема кристалла, в которой происходит взаимодействие между светом и звуком, и поэтому дифракция без побочных максимумов может существовать весьма недолго. Совершенно иная ситуация возникает в метаматериале, когда такое неоднородное распределение может быть реализовано с помощью соответствующего распределения наночастиц. Например, при выполнении условия точного синхронизма среда с указанным выше распределением становится полностью прозрачной [11]. Этот результат, разумеется, относится к волнам, удовлетворяющим точным условиям синхронизма. Неоднородное распределение наночастиц, конечно,

приводит к некоторому нарушению условий синхронизма, и поэтому такая структура не будет полностью прозрачной, однако подбором соответствующего распределения наночастиц и величины $\Delta\epsilon(x)$ прозрачность такой среды можно сделать контролируемо высокой. Необходимо отметить, что этот результат относится к средам без поглощения, т. е. при $\text{Im}\epsilon_m = \text{Im}\epsilon_p = 0$.

Введение наночастиц, плотность которых превышает плотность метасреды, очевидно, изменяет скорость акустических волн в ней. Если же распределение наночастиц является неоднородным, то условие синхронизма для дифракции световых волн будет зависеть от координат и, следовательно, будет выполняться для частотно-модулированного светового импульса в соответствии с пространственным условием выполнения синхронизма.

Полученное для тензора диэлектрической проницаемости выражение (3) относится только к одному сорту наночастиц сфероидов или шаров, однако ясно, что в рамках рассматриваемой модели Максвелла–Гарнетта допускается обобщение на случай двух и более различных включений. Для этого в формуле (1) под матричной средой необходимо понимать ДП, определяемую выражением (3), а под ϵ_p – ДП нового сорта частиц, концентрация которых в единице объема будет η_1 (η – прежняя концентрация частиц). Разумеется, теперь необходимо выполнить условие $\eta + \eta_1 \ll 1$.

Включение наночастиц в среду приводит к некоторому увеличению рассеяния и поглощения падающего излучения, т. е. к экстинкции, в такой гетерогенной среде. Однако при выполнении условия на размеры наночастиц: $a_{\text{lim}} \ll l/\sqrt{|\epsilon_{\parallel}|}$, $a_{\text{lim}} \ll l/\sqrt{|\epsilon_{\perp}|}$, где a_{lim} – характерный размер наночастицы (например, ее диаметр), экстинкция будет весьма малой (см. [12], где приведены сечения рассеяния, поглощения и экстинкции для золотых частиц различных размеров, а также [1]). Видно, что при $\alpha \sim 2\text{--}50$ нм для длины волны светового излучения ~ 800 нм сечения поглощения и рассеяния на одной частице не превысят $0.01\pi a_{\text{lim}}^2$ и будут уменьшаться с увеличением длины волны. Разумеется приведенное ограничение накладывает определенные условия на концентрацию частиц в едини-

це объема среды, однако с ростом длины волны, т. е. для ИК и терагерцевого диапазонов длин волн, эти ограничения резко уменьшаются.

Выше рассматривались метасреды с включениями, у которых магнитная проницаемость равна единице, однако ясно, что ситуация будет абсолютно аналогичной в случае как магнитных включений, так и включений более сложной геометрической формы. Использование включений наночастиц сложной формы (например, различных спиралей [12]) и с особыми магнитными, диэлектрическими и проводящими свойствами позволит создавать качественно новые акустооптические приборы с уникальными свойствами. В отличие от обычных кристаллов, для метасред не существует ограничений по размерам, что открывает широкие возможности при создании устройств для инфракрасной области спектра; как известно, при использовании обычных кристаллов это вызывает определенные трудности.

Явное определение констант фотоупругости для метаматериалов – это, по-видимому, единственный пример, когда значения фотоупругости можно найти теоретически, поскольку, как правило, их находят из эксперимента.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 15-08-08696 А и № 13-02-12210 ОФИ_М).

1. Ораевский А.Н. *Письма в ЖЭТФ*, **78**, 8 (2003).
2. Ораевский А.Н., Проценка И.Е. *Письма в ЖЭТФ*, **72**, 641 (2001).
3. Виноградов А.П. *Электродинамика композитных материалов* (М.: Эдиториал УРСС, 2001).
4. Головань Л.А., Тимошенко В.Ю., Кашкаров П.К. *УФН*, **177**, 619 (2007).
5. Ораевский А.А., Ораевский А.Н. *Квантовая электроника*, **32** (4), 79 (2002).
6. Pustovoi V.I. *Optical Memory and Neuron Networks*, **13**, 4 (2004).
7. Ярив А., Юх П. *Оптические волны в кристаллах* (М.: Мир, 1987).
8. Афанасьев А.М., Чуев М.А., Медведев П.Г., Пустовойт В.И. *Микросистемная техника*, № 4, 123 (2004).
9. Кравченко В.Ф., Пустовойт В.И. *Докл. РАН*, **391**, 749 (2003).
10. Афанасьев А.М., Пустовойт В.И. *Докл. РАН*, **392**, 332 (2003).
11. Афанасьев А.М., Гуляев Ю.В., Пустовойт В.И. *Радиотехника и электроника*, **49** (12), 1526 (2004).
12. Климов В.В. *Нанолазмоника* (М.: Физматлит, 2010).