

Генерация квантово-электродинамических каскадов сталкивающимися лазерными импульсами

Е.Г.Гельфер

Квантово-электродинамические каскады в сверхсильных электромагнитных полях возникают в том случае, когда собственное ускорение электрона χ , выраженное в комптоновских единицах, может достигать значений больше или порядка единицы. Для времен $t \ll 1/\omega$, где ω – несущая частота поля, получена общая формула для χ первоначально покоящегося электрона в произвольном электромагнитном поле. С ее помощью определена оптимальная конфигурация сталкивающихся лазерных импульсов, которая обеспечивает существенное снижение пороговой интенсивности возникновения каскадов до уровня $\sim 10^{23}$ Вт/см².

Ключевые слова: квантово-электродинамические каскады, сильное электромагнитное поле, сталкивающиеся лазерные импульсы, ультррелятивистские электроны.

1. Введение

Квантово-электродинамические (КЭД) каскады [1 – 15] привлекают в последнее время все возрастающее внимание исследователей, связанное с невероятным прогрессом лазерной техники. Уже сейчас максимальная лазерная интенсивность составляет 2×10^{22} Вт/см² [16], и в мире строится несколько установок [17, 18], интенсивность излучения которых превысит 10^{23} Вт/см². Кроме того, существует проект XCELS [19] по достижению интенсивности $10^{25} - 10^{26}$ Вт/см².

Согласно численным расчетам [1, 2, 7, 11, 14], КЭД каскады будут развиваться при интенсивности лазерного поля $\sim 10^{24}$ Вт/см². Таким образом, вероятно уже в ближайшие несколько лет станет возможным экспериментальное исследование этого явления.

КЭД каскады можно описать следующим образом. Пусть в области сильного электромагнитного поля имеется заряженная частица. Она будет ускоряться полем и сможет излучить жесткий фотон, который, взаимодействуя с полем, способен образовать электрон-позитронную пару. Новые частицы снова будут ускоряться полем, излучать жесткие фотоны и так далее. Этот лавинообразный процесс завершится тогда, когда все частицы покинут область сильного поля.

Отметим, что возможны и несколько отличные схемы получения КЭД каскадов. Например, источником первых электронов и позитронов в области сильного поля может быть пучок высокоэнергетических фотонов [11]. Кроме того, каскады могут образовываться при столкновении пучков быстрых электронов с лазерными импульсами [4, 5, 9, 12]. В такой постановке для развития каскада требуется даже меньшая лазерная интенсивность из-за увеличения напряженности поля в системе отсчета, свя-

занной с электронным пучком. В работе [12] показано, что можно подобрать параметры электронного пучка и лазерного импульса таким образом, чтобы были реализованы две схемы получения КЭД каскадов в одном эксперименте. На первом этапе каскад будет развиваться за счет торможения электронов при столкновении с лазерным импульсом, при этом электроны проникнут в область сильного поля, после чего каскад продолжится вследствие ускорения электронов полем в поперечном направлении.

В настоящей работе мы сосредоточимся на исследовании каскадов от первоначально покоящихся заряженных частиц. В [14] было показано, что пороговая интенсивность поля, необходимая для зарождения каскада, может быть существенно понижена, если при заданной полной мощности лазерного излучения использовать несколько сталкивающихся импульсов. Это связано с тем, что при когерентном сложении импульсов с правильно подобранной поляризацией быстрее растет со временем собственное ускорение электрона, выраженное в комптоновских единицах:

$$\chi = \frac{e\hbar}{m^3 c^5} \mathcal{E} F_{\perp}, \quad (1)$$

где m , e – масса и заряд электрона; c – скорость света; \mathcal{E} – энергия частицы; $e\mathbf{F}_{\perp}$ – компонента силы Лоренца $e\mathbf{F} = e(\mathbf{E} + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}])$, перпендикулярная скорости частицы \mathbf{v} . В приближении локально-постоянного поля χ определяет вероятности излучения фотона заряженной частицей (W_{γ}) и рождения пары фотоном (W_e) [20, 21]:

$$W_{e,\gamma}(\chi_{\gamma,e} \gg 1) \sim \frac{e^2 m^2 c^4}{\hbar^2 c^2 \mathcal{E}_{e,\gamma}} \chi_{\gamma,e}^{2/3}, \quad W_e(\chi_{\gamma} \lesssim 1) \sim \exp\left(-\frac{8}{3\chi_{\gamma}}\right). \quad (2)$$

Здесь индексами e обозначены величины, относящиеся к электронам и позитронам, индексами γ – величины, относящиеся к фотонам. Поскольку при $\chi_{\gamma} \lesssim 1$ вероятность рождения пары экспоненциально подавлена, а частица с $\chi_e \lesssim 1$ не может излучить фотон с $\chi_{\gamma} \gtrsim 1$ в силу законов сохранения, задача состоит в том, чтобы найти такую

Е.Г.Гельфер. Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail: egelfer@gmail.com

Поступила в редакцию 24 февраля 2016 г.

конфигурацию лазерного поля, которая обеспечивает самый быстрый рост $\chi_c(t)$. В дальнейшем вместо χ_c будем использовать обозначение χ .

В настоящей работе результаты, полученные в [13, 14], обобщены в двух направлениях. Во-первых, в работах [13, 14] рассматривалось четное число сталкивающихся импульсов, а мы исследуем зависимость $\chi(t)$ в произвольном электромагнитном поле (в частности, для одиночного импульса). Во-вторых, в [13, 14] предполагалось, что все импульсы расположены в одной плоскости. Мы покажем, что отказ от этого ограничения позволяет еще сильнее понизить порог возникновения КЭД каскадов.

2. Параметр $\chi(t)$ в произвольном электромагнитном поле

Поскольку вероятности КЭД процессов в каскаде определяются величиной (1), для понижения порога интенсивности поля, необходимой для возникновения каскада, требуется найти такую конфигурацию поля, которая обеспечивает максимальную скорость роста $\chi(t)$ [14]. Рассмотрим заряженную частицу, покоящуюся в момент $t = 0$ в фокусе произвольного электромагнитного поля, и вычислим $\chi(t)$ при движении частицы вблизи фокуса, т.е. предполагая, что $t \ll 1/\omega$, где ω – частота поля. Кроме того, будем считать, что поле является сильным, и частица становится ультрарелятивистской вскоре после начала ускорения ($eEt_{acc} \gg mc$, где $t_{acc} \ll 1/\omega$ – время ускорения), однако оно все же значительно слабее, чем критическое поле КЭД ($E \ll E_{cr} = m^2 c^3 / e \hbar = 1.3 \times 10^{16}$ В/см). Около фокуса электрическое и магнитное поля могут быть разложены в ряд Тейлора по координатам и времени $x^k = \{ct, \mathbf{x}\}$:

$$\mathbf{E}(x) \approx \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_{,k}(0)x^k, \quad \mathbf{B}(x) \approx \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_{,k}(0)x^k. \quad (3)$$

Будем искать решение уравнения движения частицы

$$\dot{\mathbf{p}} = e\mathbf{F} \quad (4)$$

в виде ряда $\mathbf{p} = \mathbf{p}^{(0)} + \mathbf{p}^{(1)} + \dots$, где $\mathbf{p}^{(k)} = O((\omega t)^k)$.

Предположим сначала, что электрическое и магнитное поля в фокусе в начальный момент времени параллельны друг другу, т.е. $\mathbf{E}_0 \parallel \mathbf{B}_0$. В этом случае в нулевом порядке по ωt импульс, энергия и радиус-вектор частицы имеют вид

$$\mathbf{p}^{(0)} = e\mathbf{E}_0 t, \quad \mathcal{E}^{(0)} = eE_0 t, \quad \mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{v}^{(0)} t = \frac{\mathbf{E}_0}{E_0} t, \quad (5)$$

где учтено, что $t \gg m/eE_0$ (здесь и далее используется система единиц $\hbar = c = 1$). Выражения для полей с точностью до первого порядка по ωt принимают вид $\mathbf{E}(x) = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'t$, $\mathbf{B}(x) = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'t$, где

$$\mathbf{E}' = \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}^{(0)} \nabla \right\} \mathbf{E}(0), \quad \mathbf{B}' = \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}^{(0)} \nabla \right\} \mathbf{B}(0). \quad (6)$$

Тогда для $\mathbf{p}^{(1)}$ получаем уравнение

$$\dot{\mathbf{p}}^{(1)} = e \left[\mathbf{f}^{(1)} t + \frac{[\mathbf{p}^{(1)} \times \mathbf{B}_0]}{\mathcal{E}^{(0)}} \right], \quad (7)$$

где

$$\mathbf{f}^{(1)} = \mathbf{E}' + [\mathbf{v}^{(0)} \times \mathbf{B}']. \quad (8)$$

Решение уравнения (7) имеет вид

$$\mathbf{p}^{(1)} = et^2 \left(\frac{\mathbf{f}_{\parallel}^{(1)}}{2} + \frac{2E_0^2 \mathbf{f}_{\perp}^{(1)} + E_0 [\mathbf{f}^{(1)} \times \mathbf{B}_0]}{4E_0^2 + B_0^2} \right). \quad (9)$$

Здесь $\mathbf{f}_{\parallel}^{(1)}$ и $\mathbf{f}_{\perp}^{(1)}$ – параллельная и перпендикулярная к начальному направлению электрического и магнитного полей \mathbf{E}_0 и \mathbf{B}_0 компоненты $\mathbf{f}^{(1)}$.

Модуль компоненты силы Лоренца, перпендикулярной скорости частицы,

$$eF_{\perp} = |[e\mathbf{F} \times \mathbf{v}]| = eE_0 f_{\perp}^{(1)} t / \sqrt{4E_0^2 + B_0^2},$$

и для $\chi(t)$ получаем выражение

$$\chi(t) = \frac{e^2 E_0^2 f_{\perp}^{(1)}}{m^3 \sqrt{4E_0^2 + B_0^2}} t^2, \quad (10)$$

которое совпадает с результатом [14] в пределе $B_0 = 0$.

Если электрическое и магнитное поля в начальный момент времени не параллельны, то, как известно, существует система отсчета \tilde{K} , в которой эти поля параллельны или одно из них равно нулю. Исключением является случай, когда электрическое и магнитное поля перпендикулярны и равны по величине; такая ситуация реализуется, в частности, в плоской волне, где каскады возникать не будут. Таким образом, используя лоренц-инвариантность величины χ , можно вычислить ее в системе отсчета \tilde{K} с помощью формулы (10). Отметим, что в системе \tilde{K} начальный импульс частицы $p_i = \gamma m V$ (здесь V – скорость \tilde{K} относительно лабораторной системы отсчета, $\gamma = 1/\sqrt{1 - V^2}$) уже не будет равен нулю, и использовать формулу (10) можно в том случае, если $p_i \ll p_{\perp}$, где p_{\perp} – импульс в поперечном начальном электрическом полю направлении, который приобретает частица в результате взаимодействия с полем. Из (9) и (10) следует, что $p_{\perp} \sim \chi m^3 / e \tilde{E}_0$, где \tilde{E}_0 – напряженность электрического поля в начальной точке в \tilde{K} . Учитывая, что $E_0 \sim \gamma \tilde{E}_0$, получаем условие применимости нашего подхода для вычисления $\chi(t)$ в произвольном электромагнитном поле:

$$E_0 \ll \chi E_{cr}. \quad (11)$$

3. Параметр $\chi(t)$ в фокусированном поле

Рассмотрим реалистичную модель фокусированного лазерного поля, предложенную в [22] (см. также [13]):

$$A = i \frac{\sqrt{P} f(\xi) \exp(-i\omega t)}{\omega^3 |\boldsymbol{\varepsilon}|} [\hat{\mathbf{n}} \times \nabla_{\perp}] [(\boldsymbol{\varepsilon} \times \hat{\mathbf{n}}) \cdot \nabla_{\perp}] \frac{\sin(\omega \mathcal{R})}{\mathcal{R}}, \quad (12)$$

которая является точным решением уравнений Максвелла (для удобства мы ввели дополнительный множитель i по сравнению с [13, 22]). Здесь $\mathcal{R} = (r_{\parallel} - ib)\sqrt{1 + r_{\perp}^2/(r_{\parallel} - ib)^2}$; $\hat{\mathbf{n}}$ – единичный вектор вдоль оси лазерного пучка; r_{\parallel} и r_{\perp} – параллельная и перпендикулярна к $\hat{\mathbf{n}}$ компоненты радиус-вектора; $\boldsymbol{\varepsilon}$ – вектор поляризации; P – мощность пучка; b – рэлеевская длина; $\xi = b\omega$;

$$f(\xi) = \frac{8\sqrt{\pi} \xi^{5/2} \exp \xi}{\sqrt{\exp(4\xi)(4\xi^2 - 6\xi + 3) - 4\xi^2 - 6\xi - 3}}. \quad (13)$$

В начальный момент времени в фокусе электрическое и магнитное поля в модели (12) взаимно перпендикулярны, причем $E_0 > B_0$. Следовательно, в системе отсчета, движущейся со скоростью $V = [E_0 \times B_0]/B_0$, магнитное поле равно нулю, и параметр χ может быть вычислен с помощью (10). Перейдя обратно в исходную систему отсчета, получим

$$\chi_1(t) = \frac{e^2 P \omega^3}{m^3} \frac{|\epsilon_1 \epsilon_2|}{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2} g_1(\xi) t^2, \tag{14}$$

где ϵ_1, ϵ_2 – компоненты вектора поляризации; $\epsilon = \epsilon_1 - i\epsilon_2$, $\epsilon_1 \perp \epsilon_2$, а

$$g_1(t) = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2\xi^4 - 4\xi^2 + 2(2\xi^2 + 9)\xi \sinh(2\xi) - (14\xi^2 + 9)\cosh(2\xi) + 9}}{\xi^6 (\sinh \xi - \xi \cosh \xi)^2 ((4\xi^2 + 3)\sinh 2\xi - 6\xi \cosh 2\xi)} \times [\xi(-3\xi(72\xi^2 + 281)\sinh 3\xi + \xi(28\xi^4 + 36\xi^2 - 63)\sinh \xi + (34\xi^4 + 585\xi^2 + 648)\cosh 3\xi + (4\xi^6 - 118\xi^4 + 279\xi^2 - 648)\cosh \xi) - 864 \sinh^3 \xi]. \tag{15}$$

Зависимости $g(\xi)$ для одного (g_1) и двух (g_2) фокусированных лазерных пучков изображены на рис. 1. Из (14) следует, что круговая поляризация ($\epsilon_1 = \epsilon_2$) обеспечивает самый быстрый рост $\chi(t)$ при заданной фокусировке поля и поэтому является оптимальной для развития каскада от частицы, начинающей свое движение из фокуса лазерного импульса. Это утверждение верно и в случае каскадов, возникающих в результате столкновения интенсивного лазерного импульса с пучком жестких фотонов [11].

Рассмотрим теперь два одинаковых сталкивающихся в лоб пучка, описываемых моделью (12) (см. также [13, 14]). Будем считать полную мощность P лазерного поля фиксированной и заменим в (12) P на $P/2$. Магнитное поле в фокусе двух одинаковых сталкивающихся пучков равно нулю, и для χ получаем выражение

$$\chi_2(t) = \frac{e^2 P \omega^3}{m^3} \frac{|\epsilon_1 \epsilon_2|}{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2} g_2(\xi) t^2, \tag{16}$$

где

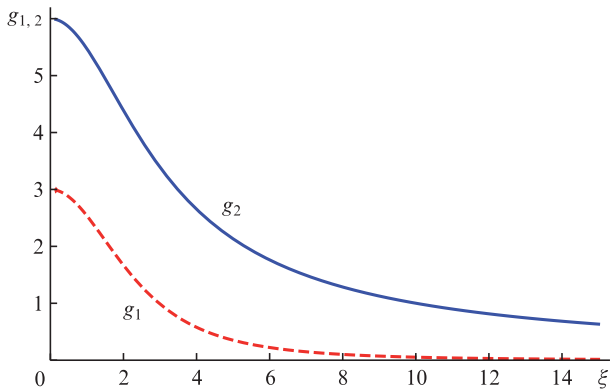


Рис.1. Функции $g_1(\xi)$ и $g_2(\xi)$, описывающие зависимость параметра χ от фокусировки для одного и двух лазерных пучков соответственно.

$$g_2(\xi) = 128 \exp(2\xi)$$

$$\times \frac{(\xi \cosh \xi - \sinh \xi)[3(\xi^2 + 4)\sinh \xi + \xi(\xi^2 - 12)\cosh \xi]}{\xi^3 [-4\xi^2 + \exp(4\xi)(4\xi^2 - 6\xi + 3) - 6\xi - 3]}. \tag{17}$$

Отметим, что в случае слабо фокусированного поля ($\xi \gg 1$), $g_2(\xi) \sim \xi^{-1}$, а $g_1(\xi) \sim \xi^{-7/2}$; отсюда $g_2(\xi) \gg g_1(\xi)$. Это является одной из причин того, что схема с двумя сталкивающимися импульсами гораздо эффективнее для наблюдения каскадов, чем схема с одним импульсом суммарной мощности [1, 2].

4. Порог возникновения КЭД каскадов от изначально покоившейся частицы

В работах [13, 14] было показано, что скорость роста параметра может быть увеличена (а порог возникновения каскада соответственно понижен), если при фиксированной полной мощности лазерного поля использовать несколько пар сталкивающихся пучков (вместо одной). При этом существует оптимальная поляризация полей пучков

$$\epsilon_j = \{i\sqrt{2} \sin \varphi_j \cos \varphi_j, -i\sqrt{2} \cos^2 \varphi_j, 1\}, \tag{18}$$

где $\varphi_j = 2\pi(j-1)/n$ – угол между осью j -го пучка и осью x , при которой параметр χ растет быстрее всего и пропорционален числу пучков n :

$$\chi_n^{(\text{plane})}(t) = \frac{e^2 \omega^3 P g_2(\xi)}{2\sqrt{2} m^3} n t^2. \tag{19}$$

Предполагается, что оси всех пучков лежат в одной плоскости (рис.2,а). Из формулы (19) и рис.1 следует, что $\chi(t)$ растет быстрее с увеличением степени фокусировки пучков. В современных лазерных системах [16] степень фокусировки такова, что в фокальной плоскости через сечение с диаметром, равным длине волны, проходит половина мощности лазера; в этом случае параметр $\xi \approx 8$ [13, 14]. Апертура такого пучка составляет $0.216\pi > \pi/5$, поэтому в плоскости может быть расположено не более восьми пучков (число пучков n должно быть четным).

Если же не ограничиваться одной плоскостью, то число сталкивающихся лазерных пучков может быть увеличено до 16 (рис.2,б) и к восьми пучкам в плоскости xu добавлено еще восемь, оси которых наклонены к xu под углами $\pm \arcsin(16/25)$. Для этой конфигурации зависимость χ от поляризации пучков становится значительно

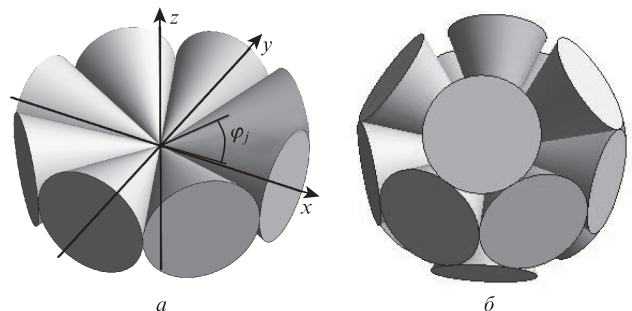


Рис.2. Расположение лазерных пучков, сталкивающихся в одной плоскости (а), и конфигурация 16 сталкивающихся лазерных пучков (б); угол $\varphi_j = 2\pi(j-1)/n$.

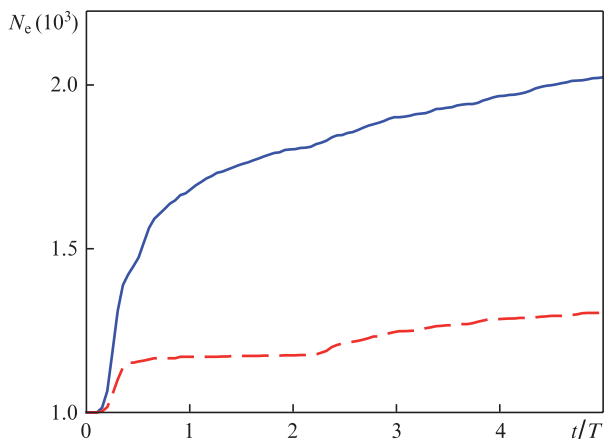


Рис.3. Зависимости числа электронов от времени для восьми импульсов оптимальной поляризации, сталкивающихся в одной плоскости (штриховая линия), и оптимальной конфигурации 16 импульсов (сплошная линия). В обоих случаях полная мощность лазерного поля $P = 6.2$ ПВт, $\xi = 8$, $\omega = 1$ эВ; T – период волны лазера.

более сложной, чем при плоском расположении, однако можно численно определить оптимальную поляризацию, которая обеспечит самый быстрый рост $\chi(t)$. Детали этой оптимальной конфигурации приведены в Приложении. При этом $\chi_{16}(t)/\chi_8^{(plane)}(t) \approx 1.8$, что при заданной мощности приводит к более интенсивному развитию каскада в случае 16 пучков (см. ниже).

Порог возникновения КЭД каскадов может быть найден с помощью численного расчета. Мы использовали такую же численную схему, как и в работах [12 – 14], где предполагается, что электроны и позитроны между актами излучения фотонов движутся по классическим траекториям, а излучение и рождение пар моделируются генератором событий, аналогичным описанным в [6, 23]. Кроме того, мы выбрали (12) в качестве модели поля, ограничив время расчета пятью лазерными периодами, что соответствует характерной длительности лазерных импульсов для современных установок (см. напр., [16]). Параметр фокусировки $\xi = 8$ выбран согласно соображениям, приведенным выше, длина волны $\lambda = 1.24$ мкм отвечает энергии фотона 1 эВ. В качестве затравочных частиц мы использовали $N_0 = 1000$ электронов, находившихся в начальный момент времени в фокусе поля $r = 0$.

В качестве условия возникновения каскада принято, что каждая затравочная частица за время прохода импульсов в среднем рождает одну электрон-позитронную пару. В наших расчетах для оптимальной конфигурации из 16 лазерных импульсов пороговая суммарная мощность возникновения каскада $P = 6.2$ ПВт, что соответствует суммарной интенсивности $I = 4.4 \times 10^{23}$ Вт/см². Эти значения оказались ниже, чем $P = 7.9$ ПВт и $I = 5.6 \times 10^{23}$ Вт/см², которые были получены в [13, 14] для восьми импульсов, сталкивающихся в одной плоскости. На рис.3 представлены графики зависимости числа электронов от времени для восьми импульсов, сталкивающихся в плоскости [13, 14], и 16 импульсов при одинаковой полной мощности $P = 6.2$ ПВт.

5. Заключение

В настоящей работе исследованы оптимальные для наблюдения КЭД каскадов конфигурации лазерного

поля. Для этого была выведена аналитическая формула для вычисления КЭД параметра χ , определяющего вероятности излучения фотона частицей и рождения электрон-позитронной пары фотоном, в произвольном внешнем электромагнитном поле. Применяв эту формулу в случае фокусированного лазерного пучка, мы показали, что для электрона в поле двух сталкивающихся пучков $\chi(t)$ растет значительно быстрее, чем в поле одного пучка суммарной мощности. Это приводит к большей эффективности использования полей типа стоячей волны для наблюдения каскадов.

Использование нескольких пар сталкивающихся импульсов позволяет понизить порог интенсивности, необходимой для возникновения каскада [13, 14]. Однако фокусировка ограничивает количество импульсов, которые могут поместиться в пространстве без перекрытия вдали от фокальной области. Для фокусировки, используемой на современных установках, это количество не может превышать 16. С помощью аналитической формулы для параметра χ была найдена оптимальная для развития каскадов конфигурация поля из 16 сталкивающихся импульсов. Получено, что при одинаковой общей мощности в случае 16 импульсов рождается примерно втрое больше пар, чем при восьми импульсах (см. рис.3). Это связано с тем, что перераспределение поля заданной мощности в фокальной области в результате интерференции позволяет наиболее эффективно ускорять частицы, находящиеся вблизи фокуса. В свою очередь, это приводит к увеличению скорости роста параметра χ и, следовательно, увеличению вероятностей испускания жесткого фотона и рождения фотоном электрон-позитронной пары.

Для описанной выше оптимальной конфигурации из 16 сталкивающихся импульсов пороговые для каскадов мощность и интенсивность лазерного поля составили 6.2 ПВт и 4.4×10^{23} Вт/см² соответственно. Можно ожидать, что такие значения будут получены на строящихся лазерных установках [17, 18] в недалеком будущем.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №16-02-00963 и 16-32-00863).

Приложение. Оптимальная конфигурация поля для 16 сталкивающихся импульсов

Рассмотрим восемь пар лазерных пучков (12), оси \hat{n}^j которых расположены следующим образом: в плоскости xu под углами $0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$ к оси x при $1 \leq j \leq 4$ и под углом $\arcsin(16/25)$ к плоскости xu с проекциями на эту плоскость под углами $\pi/8, 5\pi/8, 9\pi/8, 13\pi/8$ к оси x при $5 \leq j \leq 8$ (см. рис.2,б). Обозначим векторы поляризации пучков как $\epsilon^j = \epsilon_1^j - i\epsilon_2^j$, $\epsilon^j \perp \hat{n}^j$, $\epsilon_1^j \perp \epsilon_2^j$. Чтобы зафиксировать полную мощность всех пучков заменим в (12) P на $P/(2\epsilon^2)$, где $\epsilon^2 = \sum_j [(\epsilon_1^j)^2 + (\epsilon_2^j)^2]$. Воспользовавшись формулой (10) и положив $\xi = 8$, можно численно найти векторы поляризации ϵ^j , которые максимизируют $\chi(t)$ при заданной мощности. В результате получим

$$\begin{aligned} \epsilon^1 &= \{0, -0.87i, -0.84\}, \epsilon^2 = \{0.22i, -0.22i, -0.84\}, \\ \epsilon^3 &= \{0.43i, 0, -0.84\}, \epsilon^4 = \{0.65i, 0.65i, -0.84\}, \\ \epsilon^5 &= \{0.51 + 0.21i, 0.09 - 0.66i, -0.61 + 0.08i\}, \\ \epsilon^6 &= \{0.37 - 0.11i, 0.37 + 0.04i, -0.24 - 0.1i\}, \end{aligned} \quad (П1)$$

$$\varepsilon^7 = \{-0.18 - 0.29i, 0.18 - 0.69i, -0.11 - 0.64i\},$$

$$\varepsilon^8 = \{0.43 - 0.68i, -0.54 - 0.29i, -0.46 - 0.34i\}.$$

Для этой конфигурации параметр χ электрона, начинающего свое движение из фокуса в момент $t = 0$, имеет вид

$$\chi(t) \approx 6.4 \frac{e^2 \omega^3 P}{m^3} t^2. \quad (\text{П2})$$

1. Bell A.R., Kirk J.G. *Phys. Rev. Lett.*, **101**, 200403 (2008).
2. Kirk J.G., Bell A.R., Arka I. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **51**, 085008 (2009).
3. Fedotov A.M., Narozhny N.B., Mourou G., Korn G. *Phys. Rev. Lett.*, **105**, 080402 (2010).
4. Hu H., Müller C., Keitel C.H. *Phys. Rev. Lett.*, **105**, 080401 (2010).
5. Sokolov I.V., Naumova N.M., Nees J.A., Mourou G.A. *Phys. Rev. Lett.*, **105**, 195005 (2010).
6. Elkina N.V., Fedotov A.M., Kostyukov I.Yu., Legkov M.V., Narozhny N.B., Nerush E.N., Ruhl H. *Phys. Rev. STAB*, **14**, 054401 (2011).
7. Nerush E.N., Kostyukov I.Yu., Fedotov A.M., Narozhny N.B., Elkina N.V., Ruhl H. *Phys. Rev. Lett.*, **106**, 035001 (2011).
8. King B., Elkina N., Ruhl H. *Phys. Rev. A*, **87**, 042117, (2013).
9. Bulanov S.S., Schroeder C.B., Esarey E., Leemans W. P. *Phys. Rev. A*, **87**, 1 (2013).
10. Gonoskov A., Bashinov A., Harvey C., Kim A., Marklund M., Mourou G., Gonoskov I., Sergeev A., Ilderton A. *Phys. Rev. Lett.*, **113**, 014801 (2013).
11. Bashmakov V.F., Nerush E.N., Kostyukov I.Yu., Fedotov A.M., Narozhny N.B. *Phys. Plasmas*, **21**, 013105 (2014).
12. Mironov A., Narozhny N., Fedotov A. *Phys. Lett. A*, **378**, 3254 (2014).
13. Gelfer E.G., Mironov A.A., Fedotov A.M., Bashmakov V.F., Kostyukov I.Yu., Narozhny N.B. *J. Phys. Conf. Ser.*, **594**, 012054 (2015).
14. Gelfer E.G., Mironov A.A., Fedotov A.M., Bashmakov V.F., Nerush E.N., Kostyukov I.Yu., Narozhny N.B. *Phys. Rev. A*, **92**, 022113 (2015).
15. Narozhny N.B., Fedotov A.M. *Contemp. Phys.*, **56**, 1 (2015).
16. Yanovsky V., Chvykov V. *Opt. Express*, **16**, 2109 (2008).
17. <http://www.eli-beams.eu/>.
18. <http://www.stfc.ac.uk/clf/New+Initiatives/The+Vulcan+10+Petawatt+Project/14684.aspx>
19. <http://www.xcels.iapras.ru/>.
20. Никишов А.И., Ритус В.И. *ЖЭТФ*, **52**, 1707 (1967).
21. Baier V.N., Katkov V.M. *Phys. Lett. A*, **25**, 492 (1967).
22. Fedotov A.M. *Laser Phys.*, **19**, 214 (2009).
23. Ducloux R., Kirk J.G., Bell A.R. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **53**, 015009 (2011).