

ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ ПАМЯТЬ

Выявление коррелированных фрагментов в последовательности образов наложенными голограммами Фурье

А.В.Павлов

Рассмотрена задача выявления коррелированных фрагментов в последовательности образов, записанных методом наложенных голограмм по схеме голографии Фурье с угловым мультиплицированием пространственно-модулированного опорного пучка. Подход к решению задачи основан на свойствах дисперсии суммы образов. Показано, что решение задачи возможно при постоянстве расстояния между сигнальными и опорными образами в процессе записи наложенных голограмм и при частичной взаимной коррелированности опорных образов. Дан анализ эффективности выявления в связи с оценками информационной ёмкости образов, степенью взаимной коррелированности опорных образов и условиями записи голограмм. Приведены подтверждающие теоретические выводы результаты численного эксперимента для наиболее сложных условий – представления образов реализациями однородных случайных полей.

Ключевые слова: наложенные голограммы, мультиплексная голограмма, голографическая память, голография Фурье, обработка информации, корреляция, последовательность образов, выявление коррелированных фрагментов.

1. Введение

Наложённые голограммы (НГ), т. е. голограммы, последовательно или одновременно записанные на одном участке голографической регистрирующей среды (ГРС), используются при построении голографической памяти [1–7]. Метод НГ основан на разбиении динамического диапазона экспозиционной характеристики ГРС на субдиапазоны, каждый из которых предназначен для записи одной НГ посредством оптимизации условий экспозиции этой голограммы под размер субдиапазона. НГ, записанные на данном участке ГРС, формируют в итоге мультиплексную голограмму.

Одна из актуальных практических задач как при создании оптической памяти, так и при обработке оптической информации в целом – запись и воспроизведение не отдельных образов, но их последовательностей, включая временные [8–12]. Термин «образ» мы используем в статье как синоним понятий «изображение» и «поле комплексных амплитуд». Термин «последовательность» в настоящем контексте предполагает связность, т. е. частичную коррелированность, образующих её образов, как минимум соседних. В этом случае предъявление одного произвольно взятого образа из запомненного ряда позволяет последовательно восстановить все связанные с ним образы – как в прямом, так и в обратном направлениях.

Запись и восстановление последовательности образов часто рассматривается как способ повышения ёмкости и быстродействия памяти. Вместе с тем, запоминание последовательностей образов позволяет реализовать не только их восстановление, но и более сложные модели ассоциативной обработки информации. В частности, живые системы используют этот метод для поиска законо-

мерностей и обнаружения причинно-следственных связей в цепочках событий [13]. Эти задачи, актуальные и для искусственных информационных систем, в свою очередь, предполагают в качестве ключевого этапа их решения поиск и выявление связанных, т. е. коррелированных, фрагментов образов в рамках последовательности.

В связи с этим в плане развития оптических информационных технологий представляет интерес анализ возможностей метода НГ по выявлению коррелированных фрагментов образов при записи и восстановлении их последовательностей. Отметим, что формулировка задачи в терминах коррелированности предполагает отсутствие иных, кроме частоты появления, априорных критериев отнесения фрагментов к общим для всей последовательности или к индивидуальным. Такая постановка усложняет задачу, т. к. исключает из рассмотрения методы её решения, основанные на различии иных характеристик общих и различающихся фрагментов.

Подход к решению задачи методом НГ Фурье предложен и предварительно промоделирован в [14]. В настоящей статье, в развитие подхода [14], рассмотрена схема голографии Фурье с записью НГ методом углового мультиплицирования пространственно-модулированного опорного пучка. Введена оценка эффективности выявления фрагментов через отношение дисперсий соответствующих фрагментов образов в восстановленном мультиплексной голограммой поле. Дан анализ её зависимости от оценок информационной ёмкости фрагментов образов, взаимной коррелированности опорных образов и условий записи голограмм при описании образов как реализаций однородных случайных полей. Приведены результаты численного эксперимента, подтверждающие теоретические выводы.

2. Оптическая схема и модель

2.1. Оптическая схема и постановка задачи

Рассмотрим $4f$ -схему голографии Фурье с записью НГ методом углового мультиплицирования пространствен-

А.В.Павлов. Университет ИТМО, Россия 197101 С.-Петербург, Кронверкский просп., 49; e-mail: pavlov@phoi.ifmo.ru

Поступила в редакцию 25 февраля 2016 г., после доработки – 13 июня 2016 г.

но-модулированного опорного пучка, приведенную на рис. 1. Для упрощения аналитических выражений рассмотрение, где это возможно, проведём при описании образов и, соответственно, голограмм как функций одной переменной.

В схеме на рис. 1 записывается мультиплексная голограмма Фурье

$$H(v_x) = \sum_{k=1}^n H_k(v_x), \tag{1}$$

образованная (в предположении записи в пределах линейного участка динамического диапазона экспозиционной характеристики ГРС) наложением n НГ пар образов $S_k(x) \leftrightarrow R_k(x)$, где

$$H_k(v_x) = F(S_k(x))F^*(R_k(x))\exp[-j\omega(x_k^{(R)} + x_k^{(S)})]; \tag{2}$$

$S_k(x)$ и $R_k(x)$ – сигнальный и опорный образы; F – символ преобразования Фурье; v_x – пространственная частота; $\omega_x = 2\pi v_x$; $x_k^{(R)}$ и $x_k^{(S)}$ – координаты, описывающие пространственное положение соответствующих образов (их смещение) относительно главной оптической оси во входной плоскости; j – мнимая единица. Последовательности сигнальных и опорных образов обозначим $\{S_k\}_{k=1}^n$ и $\{R_k\}_{k=1}^n$ соответственно.

Если записанной мультиплексной голограмме (1) во входной плоскости предъявляется k -й образ $R_k(x)$, то сразу за голограммой, в $+1$ -м порядке дифракции, соответствующем направлению распространения сигнального пучка $F(S_k(x))\exp(-j\omega x_k^{(S)})$ при записи голограммы, получим поле комплексных амплитуд

$$F(R_k(x))H(v_x) = F(R_k(x))F(S_k(x))F^*(R_k)\exp[-j\omega(x_k^{(S)})] + \sum_{k \neq l} F(R_k(x))F(S_l(x))F^*(R_l(x)) \times \exp[-j\omega(x_k^{(R)} - x_l^{(R)} + x_l^{(S)})]. \tag{3}$$

В задней фокальной плоскости второй фурье-преобразующей линзы Л2, учитывая при выборе знаков инвер-

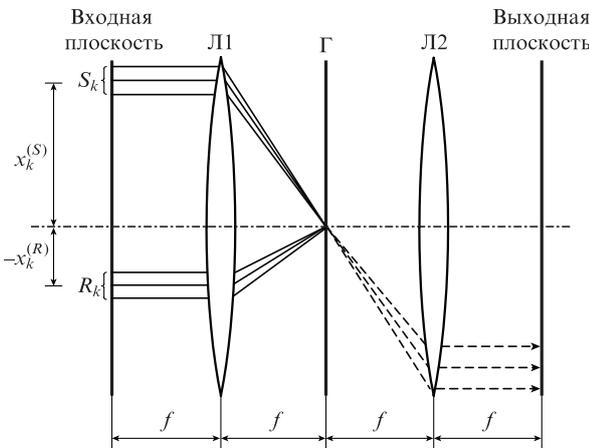


Рис. 1. 4f-схема голографии Фурье: R_k, S_k – пара записываемых на голограмме Г образов; $x_k^{(R)}$ и $x_k^{(S)}$ – их сдвиги относительно главной оптической оси; Л1, Л2 – фурье-преобразующие линзы с фокусными расстояниями f . Штриховыми линиями показан ход лучей, восстанавливающих в выходной плоскости образ S_k при предъявлении голограмме Г образа R_k .

сию координат из-за нереализуемости обратного преобразования Фурье, получаем поле комплексных амплитуд

$$E_{out}(x) = F(F(R_k(x))H(v_x))_i = S_k(x + x_k^{(S)})*[R_k(x) \otimes R_k(x)] + \sum_{k \neq l} S_l(x + x_k^{(R)} - x_l^{(R)} + x_l^{(S)})*[R_k(x) \otimes R_l(x)], \tag{4}$$

где $*$ и \otimes – символы операций свертки и корреляции соответственно, а члены в квадратных скобках – импульсные отклики, описывающие дифракционное размытие точек.

Если голограмма (1) записана на тонкой по критерию угловой инвариантности ГРС и при записи выполнено условие

$$\forall k, l \in [0, n]: x_k^{(R)} - x_l^{(R)} = x_k^{(S)} - x_l^{(S)}, \tag{5}$$

т. е. расстояние между сигнальными и опорными образами во входной плоскости при записи всех НГ одинаково, то все восстановленные отдельными НГ поля, описываемые слагаемыми в правой части выражения (4), в выходной плоскости на рис. 1 пространственно совпадают, т. е. накладываются друг на друга.

С учётом сформулированного во Введении требования отсутствия иных, кроме частоты появления в последовательности образов, критериев отнесения их фрагментов к общим примем, что все образы описываются как реализации однородного случайного поля в предположении правомочности гипотезы эргодичности [15].

Рассмотрим задачу выявления коррелированных фрагментов в последовательности сигнальных образов $\{S_k\}_{k=1}^n$. Представим сигнальные образы в виде

$$S_k(x) = S_k^c(x) + S_k^u(x),$$

где $S_k^c(x)$ – фрагмент, коррелированный с другими образами, а $S_k^u(x)$ – фрагмент, с другими образами не коррелированный. Фрагменты $S_k^c(x)$ и $S_k^u(x)$ могут пространственно совпадать, т. е. полностью или частично налагаться друг на друга. Тогда выражение (4) примет вид

$$E_{out}(x) = \sum_n [E_{out}^c(x) + E_{out}^u(x)] = \sum_n S_k^c(x + x_k^{(S)})*[R_k(x) \otimes R_k(x)] + \left\{ S_k^u(x + x_k^{(S)})*[R_k(x) \otimes R_k(x)] + \sum_{k \neq l} S_l(x + x_k^{(S)})*[R_k(x) \otimes R_l(x)] \right\}. \tag{6}$$

Для решения задачи выявления коррелированных фрагментов необходимы критерий, позволяющий отличить первое слагаемое в (6) от члена в фигурных скобках, и физический механизм, этот критерий реализующий. Далее покажем, что в качестве такого реального критерия применима дисперсия как интегральная оценка модулированности (контрастности) фрагментов, и дадим оценку зависимости отношения дисперсий общих и частных

фрагментов от числа НГ и коэффициента корреляции опорных образов.

2.2. Модель выявления коррелированных фрагментов

Один из возможных инструментальных (и визуальных) методов различения фрагментов изображений основан на различии интегральных по фрагменту оценок модулированности (контрастности). Для оценки модулированности образов используем их второй центральный момент – дисперсию. Необходимо найти зависимость дисперсии восстановленного фрагмента от числа НГ, характеристик записанных образов и условий записи мультиплексной голограммы. Имея в виду возможность голографической регистрации восстановленных образов, дадим оценки дисперсий для амплитуд. Переход к оценкам дисперсий интенсивностей образов при их регистрации квадратичным приёмником в этом случае принципиальных проблем не представляет.

Используем известное свойство функции корреляции суммы случайных процессов [16], применяя его к случайным полям:

$$\begin{aligned} K\left(\sum_{k=1}^n X_k(x, y)\right) &= \sum_{k=1}^n K_{kk}(X_k(x, y)) + \sum_{k \neq l}^n K_{kl}(X_k(x, y))X_l(x, y) \\ &= nK_{kk}(X_k(x, y)) + \sum_{k \neq l}^n K_{kl}(X_k(x, y))X_l(x, y), \end{aligned} \quad (7)$$

где $X_k(x, y)$ – k -й образ как k -я реализация однородного случайного поля; K_{kl} – функция взаимной корреляции k -го и l -го образов. Значение автокорреляционной функции в начале отсчёта $K_{kk}(0, 0)$, нормированное на площадь образа $L_x L_y$, где L_x и L_y – геометрические размеры образа (апертура) по соответствующим координатам в предположении его прямоугольной формы, даёт дисперсию восстановленного голограммой образа $D_{\text{out}} = K_{kk}(0, 0)/(L_x L_y)$.

Задача выявления коррелированных фрагментов разрешима инструментально и визуально, если дисперсия первого слагаемого в (6) существенно отличается от дисперсии второго.

Восстановленное поле коррелированных фрагментов (первое слагаемое в (6)) представим в виде

$$\begin{aligned} E_{\text{out}}^c(x) &= S_k^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \\ &+ \sum_{k \neq l} S_l^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_l(x)], \end{aligned} \quad (8)$$

а восстановленное поле некоррелированных фрагментов – в виде

$$\begin{aligned} E_{\text{out}}^u(x) &= S_k^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \\ &+ \sum_{k \neq l} S_l^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_l(x)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Примем, что опорные образы в пределах последовательности $\{R_k\}_{k=1}^n$ частично коррелированы, т.е. могут быть представлены в виде

$$R_k(x) = R_k^c(x) + R_k^u(x),$$

$$R_k^c(x) = mR_k(x), \quad (10)$$

$$R_k^u(x) = (1 - m)R_k(x),$$

где коэффициент $m \in [0, 1]$ описывает удельный вес коррелированного фрагмента в образе – как по площади, так и по амплитуде. Соответственно коэффициент взаимной корреляции опорных образов $\rho_{kl}^{(R)} = m^2$ [16]. Тогда, при предъявлении мультиплексной голограмме (1) k -го опорного образа R_k , выражение, описывающее восстановленное поле коррелированных фрагментов (8), примет вид

$$\begin{aligned} E_{\text{out}}^c(x) &= S_k^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \\ &+ \sum_{k \neq l} S_l^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k^c(x) \otimes R_l^c(x)] \\ &+ \sum_{k \neq l} S_l^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k^u(x) \otimes R_l^u(x)] \\ &= \left\{ S_k^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \right. \\ &+ m^2 \sum_{k \neq l} S_l^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \left. \right\} \\ &+ \sum_{k \neq l} S_l^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k^u(x) \otimes R_l^u(x)] \\ &= [1 + m^2(n - 1)] \{ S_k^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \} \\ &+ \sum_{k \neq l} S_l^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k^u(x) \otimes R_l^u(x)]. \end{aligned} \quad (11)$$

В целом все восстановленное поле, включающее как коррелированные, так и некоррелированные фрагменты, будет описываться выражением

$$\begin{aligned} E_{\text{out}}(x) &= [1 + \rho_{kl}^{(R)}(n - 1)] \{ S_k^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \} \\ &+ \sum_{k \neq l} S_l^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k^u(x) \otimes R_l^u(x)] \\ &+ S_k^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \\ &+ \sum_{k \neq l} S_l^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_l(x)] \\ &= [1 + \rho_{kl}^{(R)}(n - 1)] \{ S_k^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \} \\ &+ \sum_{k \neq l} S_l^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k^u(x) \otimes R_l^u(x)] \\ &+ S_k^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \\ &+ m^2 \sum_{k \neq l} S_l^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{k \neq l} S_l^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k^u(x) \otimes R_l^u(x)] \\
 & = [1 + \rho_{kl}^{(R)}(n - 1)] \{ S_k^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \} \\
 & + S_k^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \\
 & + m^2 \sum_{k \neq l} S_l^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \\
 & + \sum_{k \neq l} S_l(x + x_k^{(S)}) * [R_k^u(x) \otimes R_l^u(x)]. \tag{12}
 \end{aligned}$$

Первое слагаемое в (12) представляет собой требуемый для решения задачи образ – восстановленный мультиплексной голограммой (1) коррелированный фрагмент сигнальных образов $\{S_k\}_{k=1}^n$. Второе слагаемое

$$S_k^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)]$$

описывает восстановленный некоррелированный фрагмент, т. е. играет роль помехи, не зависящей от числа НГ. Покажем, что третье и четвёртое слагаемые, зависящие от числа НГ, влияние этой помехи уменьшают. Для этого используем выражение (7) для оценки зависимости дисперсий первого и всех остальных слагаемых в (12) от числа НГ n .

Дисперсия требуемого для решения задачи образа, описываемого первым слагаемым в (12), согласно (7) будет зависеть от числа НГ n и коэффициента корреляции опорных образов $\rho_{kl}^{(R)}$ [16]:

$$\begin{aligned}
 D_\Sigma^c & = D([1 + \rho_{kl}^{(R)}(n - 1)] \{ S_k^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \}) \\
 & = [1 + \rho_{kl}^{(R)}(n - 1)]^2 D(S_k^c(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)]) \\
 & = [1 + \rho_{kl}^{(R)}(n - 1)]^2 D_{kout}^c, \tag{13}
 \end{aligned}$$

где D_{kout}^c – дисперсия восстановленного одной НГ фрагмента, т. е. с учётом её изменения относительно дисперсии эталонного фрагмента S_k^c в результате фильтрации на голограмме, описываемой импульсным откликом схемы $[R_k(x) \otimes R_k(x)]$. При $\rho_{kl}^{(R)} = 1$, т. е. при полной коррелированности опорных образов, D_Σ^c зависит от числа НГ n квадратично.

Выражение для дисперсии помехи – поля, описываемого остальными слагаемыми в (12), будет иметь вид

$$\begin{aligned}
 D_\Sigma^u & = D(S_k^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \\
 & + m^2 \sum_{k \neq l} S_l^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \\
 & + \sum_{k \neq l} S_l(x + x_k^{(S)}) * [R_k^u(x) \otimes R_l^u(x)]). \tag{14}
 \end{aligned}$$

Детальный анализ (14) сопряжен с появлением большого числа ковариационных членов, существенно загромождающих итоговое выражение. Поэтому оставим его за рамками статьи и ограничимся анализом двух крайних

случаев: полной коррелированности и, напротив, некоррелированности опорных образов.

При полной коррелированности опорных образов (14) принимает вид

$$\begin{aligned}
 D_\Sigma^n & = D(S_k^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] \\
 & + \sum_{k \neq l} S_l^u(x + x_l^{(S)}) * [R_l(x) \otimes R_l(x)]) \\
 & = D(\sum_k S_k^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)]) \\
 & = n D_{kout}^u \left[1 + (n - 1) \frac{D_{klout}^u}{D_{kout}^u} \right], \tag{15}
 \end{aligned}$$

где $D(S_k^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)]) = D_{kout}^u$, а D_{klout}^u – ковариация k -го и l -го сигнальных образов.

Для оценки отношения D_{klout}^u/D_{kout}^u воспользуемся результатами, представленными в [17]. Введём корреляционную оценку информационной ёмкости фрагментов:

$$\Omega^u = \frac{L_x^u L_y^u}{\pi r_{out}^2}, \tag{16}$$

где L_x^u и L_y^u – размеры некоррелированного фрагмента в предположении о его прямоугольной форме; r_{out} – радиус корреляции восстановленного голограммой поля в предположении о его изотропности. Тогда это отношение согласно [17] может быть оценено по формуле

$$\frac{D_{klout}^u}{D_{kout}^u} \approx \sqrt{\frac{\Omega^u}{2\kappa}},$$

где κ – коэффициент, зависящий от функции корреляции поля. Отсюда выражение (15) принимает вид

$$D_\Sigma^n = n D_{kout}^u \left(1 + (n - 1) \sqrt{\frac{2\kappa}{\Omega^u}} \right). \tag{17}$$

Таким образом, эффективность выделения коррелированных фрагментов может быть представлена в виде отношения дисперсий восстановленных фрагментов, зависящего от информационной ёмкости некоррелированных фрагментов:

$$V(n) = \frac{D_\Sigma^c}{D_\Sigma^u} = \frac{D_{kout}^c}{D_{kout}^u} \frac{[1 + (n - 1)]^2}{n [1 + (n - 1) \sqrt{\frac{2\kappa}{\Omega^u}}]}. \tag{18}$$

Видно, что зависимость (18) эффективности выделения коррелированных фрагментов на фоне некоррелированных от числа НГ n с ростом оценки информационной ёмкости некоррелированных фрагментов Ω^u приближается к линейной.

При полной некоррелированности опорных образов D_Σ^c (13) перестаёт зависеть от числа НГ:

$$D_\Sigma^c = D_{kout}^c,$$

а D_Σ^u (14), напротив, эту зависимость сохраняет, т. к. (14) принимает вид

$$D_{\Sigma}^u = D\left(S_k^u(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_k(x)] + \sum_{k \neq l} S_l(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_l(x)]\right) = D_{k_{out}}^u + D\left(\sum_{k \neq l} S_l(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_l(x)]\right) + 2D_{13}, \quad (19)$$

где D_{13} – ковариация первого и второго слагаемых, а нижний индекс 13 взят с учётом позиции слагаемых в исходном выражении (14). Поскольку число локальных максимумов кросс-корреляционной функции, участвующих в формировании величины $S_k(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_l(x)]$, равно Ω^u , то в первом приближении можно принять, что

$$D(S_k(x + x_k^{(S)}) * [R_k(x) \otimes R_l(x)]) \approx D_{k_{out}}^u.$$

Отсюда видно, что если при $n = 1$ оценка эффективности выделения

$$V(n) = \frac{D_{\Sigma}^c}{D_{\Sigma}^u} = \frac{D_{k_{out}}^c}{D_{k_{out}}^u},$$

то при $n = 2$, даже без учёта ковариационного члена $2D_{13}$,

$$V(n) \approx \frac{D_{k_{out}}^c}{2D_{k_{out}}^u},$$

т.е. оценка снижается. Дальнейшее увеличение числа НГ n в силу свойства (7) должно приводить к некоторому росту этого отношения, но при любом n оно будет меньше единицы. Таким образом, при некоррелированности опорных образов задача выделения коррелированных фрагментов сигнальных образов методом НГ в рамках исследуемой схемы не решается.

3. Численное моделирование

Моделировались запись объемных голограмм и формирование изображения в выходной плоскости схемы на рис.1 применительно к образам, описываемым как функции только одной координаты. Образы моделировались реализациями одного стационарного случайного процесса с экспоненциальным спектром амплитуд и случайным спектром фаз с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной 2π , а также с различными радиусами корреляции; длины всех реализаций, как сигнальных, так и опорных, составляли 1024 отсчёта (пикселя). Сигнальные образы S_l моделировались для двух случаев:

1) пространственного разнесения фрагментов S_k^c и S_k^u в образе S_k с длинами обоих фрагментов, равными 512 отсчётам;

2) пространственного наложения фрагментов S_k^c и S_k^u с длинами 512 и 1024 отсчётов соответственно.

Фрагмент S_k^c всегда занимал боковые области сигнального образа S_k (от нулевого до 255-го и от 768-го до 1024-го отсчёта), а фрагмент S_k^u в отсутствие наложения – центральную область (от 256-го до 767-го отсчёта).

Моделировалась запись линейной и с разбеливанием спектров образов голограмм:

$$\begin{aligned} F(R_k)F^*(S_k) &= \text{const}, \\ F(R_k)F^*(R_k) &= \text{const}. \end{aligned} \quad (20)$$

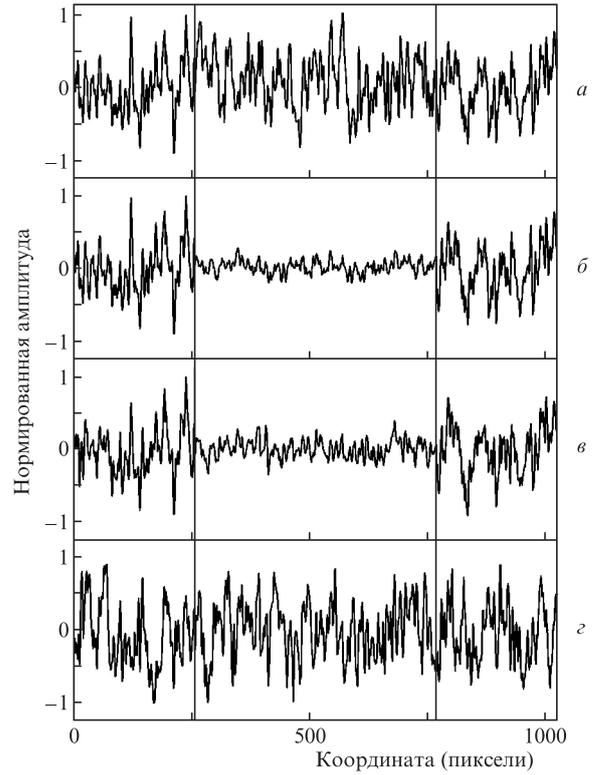


Рис.2. Примеры образов, использованных в численном эксперименте: сигнальный образ S_1 (первая НГ при записи мультиплексной голограммы) в случае пространственного разнесения фрагментов S_k^c и S_k^u при оценке информационной ёмкости $\Omega^c = \Omega^u \approx 95$ (а), образы E_{out}^c , восстановленные при полной ($\rho_{kl}^{(R)} = 1$) (б) и частичной ($\rho_{kl}^{(R)} = 0.25$) (в) коррелированности опорных образов, а также при полной некоррелированности опорных образов ($\rho_{kl}^{(R)} = 0$) (г). Границы фрагментов обозначены вертикальными линиями.

Разбеливание (20) использовалось для минимизации влияния импульсного отклика системы приведением его к дельта-функции: $[R_k(x) \otimes R_k(x)] = \delta(x)$.

На рис.2 для иллюстрации приведены примеры образов, подтверждающие выводы, сделанные в предыдущем разделе: первый эталонный образ S_1 и образы, полученные при ряде условий записи и восстановления мультиплексной голограммы, образованной пятнадцатью НГ. Мультиплексная голограмма восстанавливалась первым опорным образом R_1 . Амплитуды как эталонных, так и восстановленных образов нормировались на максимальное значение в области S_k^c (и E_{out}^c соответственно), при этом в некоторых реализациях амплитуды в области S_k^u (E_{out}^u) могли превышать амплитуды в области S_k^c (E_{out}^c), т.е. выходить за границы диапазона $[1, -1]$.

Работоспособность метода наглядно иллюстрирует рис.2, а именно:

– при полной коррелированности опорных образов (рис.2,б) в области коррелированных фрагментов восстановленного образа E_{out}^c (от нулевого до 255-го и от 768-го до 1024-го отсчёта) как модулированность, так и форма реализации сохраняются практически постоянными, т.е. образ E_{out}^c – неискаженный эталонный образ $E_{out}^c = S_1^c$; в области некоррелированных фрагментов E_{out}^u (от 256-го до 767-го отсчёта) модулированность существенно уменьшилась, максимальные и минимальные значения амплитуды приблизились к среднему значению, при этом восстановленный образ E_{out}^u ни на один из эталонных образов набора $\{S_k^u\}_{k=1}^n$ не похож;

– аналогичные результаты были получены при пространственном наложении фрагментов S_k^c и S_k^u с тем отличием, что восстановленный фрагмент E_{out}^c не в точности совпадал с эталонным S_1^c , но, чтобы не загромождать статью, эти результаты не приводятся;

– при частичной коррелированности опорных образов (рис.2,б) метод работает с несколько меньшей эффективностью: можно заметить как снижение отношения дисперсий (17), так и искажения фрагмента E_{out}^c относительно эталонного S_1^c ;

– при полной некоррелированности опорных образов (рис.2,з) метод, как это и следует из теоретического анализа, не работает.

Зависимости измеренных дисперсий от числа НГ n в отсутствие пространственного наложения фрагментов S_k^c и S_k^u могут быть аппроксимированы по формулам

$$D_{\Sigma}^c = -0.56 + 0.29n + 25.157n^2,$$

$$D_{\Sigma}^u = 14.77n + 0.25n^2,$$

т. е. для E_{out}^c зависимость является фактически квадратичной согласно (13), а для области некоррелированных фрагментов E_{out}^u – практически линейной, что также соответствует теоретической оценке (17). Для случая с наложением S_k^c и S_k^u зависимость дисперсий от n сохраняет существенно квадратичный характер для области коррелированных фрагментов E_{out}^c и преимущественно линейный для E_{out}^u :

$$D_{\Sigma}^c = -80.37 + 85.22n + 22.99n^2,$$

$$D_{\Sigma}^u = -4.26 + 22.13n - 0.44n^2.$$

На рис.3 приведены зависимости измеренных дисперсий восстановленных образов при нормировке их амплитуд на максимальное значение от числа НГ n для фрагментов E_{out}^c и E_{out}^u при пространственном разнесении и наложении фрагментов S_k^c и S_k^u в сигнальных образах. Зависимости получены для полностью коррелированных опорных образов ($\rho_{kl}^{(R)} = 1$).

Из рис.3 видно, что в отсутствие наложения дисперсия в области коррелированных фрагментов E_{out}^c , т.е.

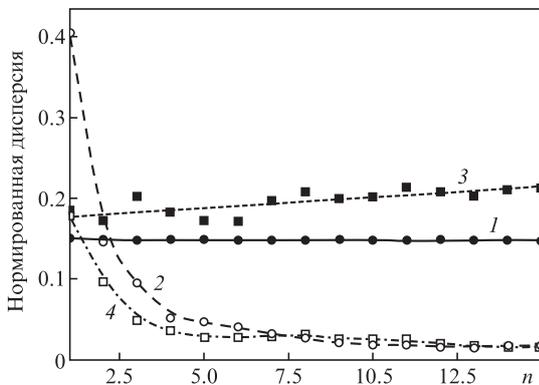


Рис.3. Зависимости дисперсий нормированных восстановленных образов в диапазон [-1, 1] от числа НГ, образующих мультиплексную голограмму, для фрагментов E_{out}^c (1) и E_{out}^u (2) при пространственном разнесении S_k^c и S_k^u в примерах, а также для фрагментов E_{out}^c (3) и E_{out}^u (4) при пространственном наложении S_k^c и S_k^u в сигнальных образах.

оценка модулированности восстановленного образа, сохраняется постоянной. Это же подтверждает и рис.2,б. При пространственном наложении коррелированных (S_k^c) и некоррелированных (S_k^u) фрагментов образов дисперсия немного изменяется с ростом числа НГ за счёт наложения ослабленных некоррелированных фрагментов. Дисперсия в области некоррелированных фрагментов E_{out}^u , напротив, с ростом числа НГ уменьшается в обоих случаях.

Таким образом, описанный механизм выявления коррелированных фрагментов работает и в случае пространственного наложения фрагментов S_k^c и S_k^u . Эффективность выделения коррелированных фрагментов возрастает с ростом числа НГ, составляющих мультиплексную голограмму.

На рис.4 приведены экспериментальные зависимости отношения дисперсий от числа НГ n для ряда значений коэффициентов корреляции опорных образов $\rho_{kl}^{(R)}$, а также их линейные аппроксимации для одной реализации случайного процесса. Видно, что зависимость оценки эффективности выделения коррелированных фрагментов через отношение их дисперсий (18) от числа НГ в этих случаях практически линейная, т.е. соответствует теоретическим выводам. Разброс экспериментальных точек относительно аппроксимирующих прямых обусловлен слабостью принятой гипотезы эргодичности при данных размерах образов.

Для иллюстрации этого на рис.5,а для 20 реализаций представлены зависимости математического ожидания тангенса угла наклона прямых, аппроксимирующих экспериментальные данные, приведенные на рис.4, от коэффициента корреляции опорных образов $\rho_{kl}^{(R)}$ для ряда оценок информационной ёмкости образов, а на рис.5,б – его среднеквадратичные отклонения. Тангенс угла наклона зависимости отношения дисперсий от числа НГ даёт оценку чувствительности метода к коэффициенту корреляции опорных образов.

Почти полное отсутствие зависимости чувствительности метода к коэффициенту корреляции опорных образов от информационной ёмкости образов демонстрирует рис.5,а. С практической точки зрения важно, что рис.5,б подтверждает работоспособность метода даже при невыполнении свойства эргодичности – снижение оценки информационной ёмкости ведёт к увеличению среднеква-

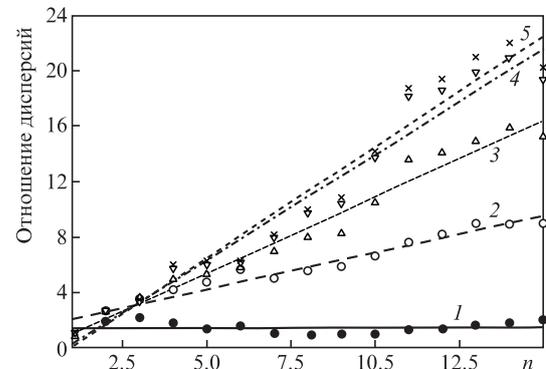


Рис.4. Экспериментальные (точки) зависимости отношения дисперсий восстановленных коррелированных (E_{out}^c) и некоррелированных (E_{out}^u) фрагментов от числа НГ и их аппроксимации (кривые) для коэффициентов корреляции опорных образов $\rho_{kl}^{(R)} = 1$ (●, 1), 0.25 (○, 2), 0.49 (△, 3), 0.81 (▽, 4) и 1 (×, 5) при оценке информационной ёмкости фрагментов для всех зависимостей $\Omega^c = \Omega^u \approx 22$.

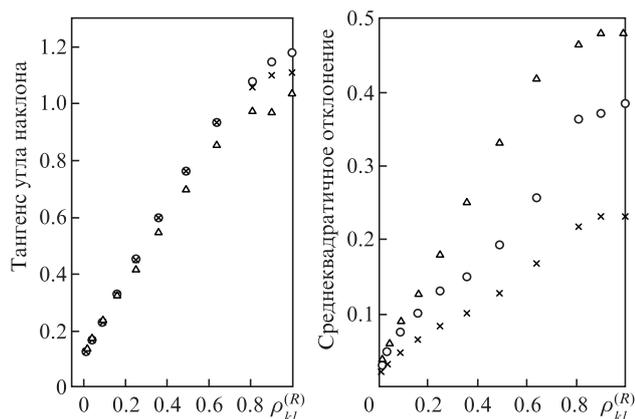


Рис.5. Зависимости математического ожидания (а) и среднеквадратичного отклонения (б) тангенса угла наклона линейной аппроксимации зависимостей от n отношения дисперсий восстановленных коррелированных (E_{out}^c) и некоррелированных (E_{out}^u) фрагментов от коэффициента корреляции опорных образов для ансамбля из 20 реализаций при оценках информационной ёмкости $\Omega^c = \Omega^u \approx 22$ (Δ), $\Omega^c = \Omega^u \approx 46$ (\circ) и $\Omega^c = \Omega^u \approx 93$ (\times).

дратичного отклонения от математического ожидания для зависимости чувствительности метода к коэффициенту корреляции, но не изменяет сам характер этой зависимости.

4. Заключение

Таким образом, схема голографии Фурье с угловым мультиплицированием опорного пучка и НГ, записанными для последовательности пар образов, позволяет решить задачу выявления коррелированных фрагментов сигнальных образов. Условие решения задачи – частичная коррелированность опорных образов. Тем самым продемонстрированы новые возможности этой схемы в рамках развития оптических информационных технологий, в частности для систем оперативного анализа пополняемых архивных баз данных [5–7]. Применение единой элементной базы, физических принципов и схемных решений совместно с системами собственно памяти акту-

ально и практически значимо в плане унификации памяти и процессора на аппаратном уровне.

Описанный метод свободен от требований к пространственным или спектральным различиям общих и частных признаков записанных образов. Вместе с тем, он ограничен требованием сохранения как пространственной локализации коррелированных фрагментов, так и взаимного расположения сигнальных и опорных образов во всей запомненной последовательности образов.

Автор считает приятным долгом выразить благодарность О.П.Кузнецову, И.Б.Фоминых и П.В.Кочеткову за обсуждения и критические замечания, способствовавшие формированию развиваемого подхода.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 15-01-04111-а).

1. Van Heerden P.J. *Appl. Opt.*, **2**, 387 (1963).
2. Микаэлян А.Л., Бобринев В.И. *ДАН СССР*, **191**, 799 (1970).
3. Микаэлян А.Л., Бобринев В.И. *Радиотехника*, **29**, 7 (1974).
4. Лявшук И.А., Ляликов А.М. *Квантовая электроника*, **36**, 154 (2006).
5. Бетин А.Ю., Бобринев В.И., Евтихийев Н.Н., Жердев А.Ю., Злоказов Е.Ю., Лушников Д.С., Маркин В.В., Одинокоев С.Б., Стариков С.Н., Стариков Р.С. *Квантовая электроника*, **43**, 87 (2013).
6. Betin A.Yu., Bobrinev V.I., Odnokov S.B., Evtikhiev N.N., Starikov R.S., Starikov S.N., Zlokazov E.Yu. *Appl. Opt.*, **52**, 8142 (2013).
7. Бетин А.Ю., Бобринев В.И., Вереникина Н.М., Донченко С.С., Евтихийев Н.Н., Злоказов Е.Ю., Одинокоев С.Б., Стариков С.Н., Стариков Р.С. *Квантовая электроника*, **45**, 771 (2015).
8. Longuet-Higgins H.C. *Nature*, **217**, 104 (1968).
9. Gabor D. *Nature*, **217**, 584 (1968).
10. Mager H.J., Wess O., Waidehch W. *Opt. Commun.*, **9**, 156 (1973).
11. Боркова В.Н., Зубов В.А., Крайский А.В. *Оптика и спектроскопия*, **63**, 384 (1987).
12. Крайский А.В., Миронова Т.В. *Квантовая электроника*, **45**, 759 (2015).
13. Foster D.J., Wilson M.A. *Nature*, **440**, 680 (2006).
14. Павлов А.В. *Изв. вузов. Сер. Физика*, **58**, 80 (2015).
15. Яглом А.М. *Корреляционная теория стационарных случайных функций* (Л.: Гидрометеиздат, 1981).
16. Вентцель Е.С. *Теория вероятностей: учебник для вузов* (М.: Высшая школа, 1999).
17. Шубников Е.И. *Оптика и спектроскопия*, **62**, 450 (1987).