

Особенности вихревых пучков, сформированных матрицей волоконных лазеров, и их распространение в турбулентной атмосфере

В.П.Аксенов, В.В.Дудоров, В.В.Колосов

Путем численного моделирования исследуется возможность формирования вихревых оптических пучков с изменяемым орбитальным угловым моментом на основе гексагональной матрицы волоконных лазеров при управлении фазой излучения отдельных субапертур матрицы. Определены требования к параметрам устройства для генерации вихревого пучка (число и размер субапертур, их взаиморасположение). Проведено сравнение динамики распространения синтезированного вихревого и классического лазер-гауссова пучков в свободном пространстве и в турбулентной атмосфере. Определены спектральные свойства синтезированного пучка, представленного как суперпозиция различных азимутальных мод, при его распространении в свободном пространстве. Показано, что энергетические и статистические характеристики синтезированных и лазер-гауссовых вихревых пучков при увеличении дистанции распространения в турбулентной среде сближаются.

Ключевые слова: вихревые оптические пучки, матрица волоконных лазеров, сложение пучков, орбитальный угловой момент.

1. Введение

В последние десятилетия лазерные пучки, обладающие орбитальным угловым моментом (ОУМ) [1–4], привлекают значительное внимание благодаря их особым свойствам, важным для многих практических приложений [5–10]. Из-за наличия поперечной циркуляционной составляющей вектора Пойнтинга [2] такого рода пучки получили название вихревых. В частности, интенсивно исследуются возможности применения оптических вихрей для кодирования и передачи информации [8, 9]. Генерация вихревых пучков стала одним из разделов нового направления оптической науки – сингулярной оптики [11].

Существует множество подходов к созданию вихревых пучков с управляемыми параметрами, часть из них проверена в эксперименте. Эти методы предусматривают получение вихревых пучков как когерентной комбинации безвихревых пучков [12–15], прямое формирование одиночных или множественных вихревых пучков на выходе из лазерного резонатора [16–20] либо посредством преобразования гауссова пучка в вихревой пучок вне лазерного резонатора. Преобразователем может служить спиральная фазовая пластинка [21, 22], дифракционная фазовая голограмма [23–25], пара цилиндрических линз [26], спиральные пластинки Дамманна [27] или Муара [28], фазовые наноструктуры [29] или одноосные кристаллы [30]. Существуют также методы генерации вихревых пучков света, основанные на использовании поляризации

онных свойств пучка [31–34], а также на микрорезонаторных технологиях [35–37].

Самые распространенные способы создания вихревых пучков связаны с пропусканием лазерного пучка через спиральные фазовые пластинки или с применением пространственных световых модуляторов (ПСМ). При этом конкретная спиральная фазовая пластинка функционирует только на единственной длине волны и не допускает перестройки топологического заряда вихря. Устройства на основе ПСМ могут обеспечивать произвольное распределение фазы, однако ПСМ с высоким разрешением имеют высокую стоимость и генерируют желаемое распределение фазы в отраженном свете, что не позволяет сделать экспериментальную установку компактной. Кроме того, жидкокристаллические ПСМ чувствительны к поляризации света, что снижает их эффективность и создает проблемы при работе со слабыми сигналами. Некоторые методы генерации вихревых пучков используют компьютерно-генерируемые голограммы или специальные дифракционные решетки. Однако они, в свою очередь, оказываются малоэффективными при генерации пучков с определенными топологическими зарядами. Микрорезонаторные технологии созданы для специализированных применений и пока не доступны для рутинного использования.

Развитие современных технологий оптической связи с мультиплексированием на основе ОУМа требует создания быстродействующих устройств для генерации вихревых пучков с перестраиваемым топологическим зарядом. Упомянутые выше методы генерации на основе ПСМ не являются достаточно быстродействующими и, как правило, малоэффективны при трансформации одного типа пучка в другой. Они способны переключать ОУМ пучка с частотой не более 1 кГц. Поэтому актуальной задачей является разработка новых высокоскоростных способов и устройств для генерации вихревых лазерных пучков. При этом устройства должны быть компактными и отно-

В.П.Аксенов, В.В.Дудоров. Институт оптики атмосферы им. В.Е.Зуева СО РАН, Россия, 634055 Томск, пл. Акад. Зуева, 1; e-mail: dvv@iao.ru

В.В.Колосов. Институт оптики атмосферы им. В.Е.Зуева СО РАН, Россия, 634055 Томск, пл. Акад. Зуева, 1; Томский научный центр СО РАН, Россия, 634055 Томск, просп. Академический, 10/4

Поступила в редакцию 29 марта 2016 г., после доработки – 17 мая 2016 г.

сительно недорогими, а в ряде приложений обеспечивать функционирование в условиях высокой интенсивности излучения.

В настоящей работе исследуются возможности формирования вихревых оптических пучков с изменяемым ОУМом на основе матрицы волоконных лазеров. Метод базируется на управлении фазой излучения отдельных субапертур матрицы с гексагональным расположением для создания набег фазы $2\pi l$ при обходе вокруг центра синтезированного пучка. В данном случае реализуется подход к формированию экзотических пучков на основе когерентного сложения излучений матрицы волоконных лазеров [38]. При этом стоит отметить, что формирование оптических пучков на основе когерентной матрицы пучков с радиальным расположением рассматривалось ранее [39]. Основным преимуществом предлагаемого метода синтеза вихревого пучка является возможность быстрого (с частотой более 10^9 Гц [40]) сдвига фазы субапертур, обеспечивающего изменение ОУМа.

Не рассматривая техническую реализацию предлагаемой системы формирования вихревых пучков, в настоящей работе на основе численного моделирования мы исследуем особенности формирования и распространения в турбулентной атмосфере вихревых пучков, синтезированных из разного числа субпучков.

2. Модель вихревого пучка

В связи с тем, что анализу классических лаггерр-гауссовых вихревых пучков посвящено множество работ, исследование особенностей распространения синтезированных вихревых пучков выполним преимущественно на основе сравнения с характеристиками поля лаггерр-гауссова пучка LG_m^l :

$$E(r, \varphi, z = 0) = (\sqrt{2} \frac{r}{a})^l L_m^l \left(\frac{2r^2}{a^2} \right) \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right) \exp(il\varphi), \quad (1)$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ и $\varphi = \arctan(y/x)$ – полярные координаты; a – радиус пучка; m – радиальный индекс моды (в данном исследовании принимается равным нулю); l – значение топологического заряда.

Поле синтезированного вихревого пучка представляет собой сумму полей на N_a субапертурах матрицы волоконных лазеров:

$$E(x, y, z = 0) = \sum_{sub=1}^{N_a} E_{sub}(x, y, z = 0), \quad (2)$$

где

$$E_{sub}(x, y, z = 0) = A_{sub}(x - x_{sub}^c, y - y_{sub}^c) \exp(il\varphi_{sub}^c); \quad (3)$$

$$A_{sub}(x, y) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{a_{sub}^2}\right), & x^2 + y^2 \leq a_{sub}^2, \\ 0, & x^2 + y^2 > a_{sub}^2; \end{cases} \quad (4)$$

$$\varphi_{sub}^c = \arctan\left(\frac{y_{sub}^c}{x_{sub}^c}\right); \quad (5)$$

x_{sub}^c и y_{sub}^c – координаты центра; a_{sub} – радиус субапертуры. При этом в случае гексагональной упаковки субпучков отсутствует центральный субпучок с координатами

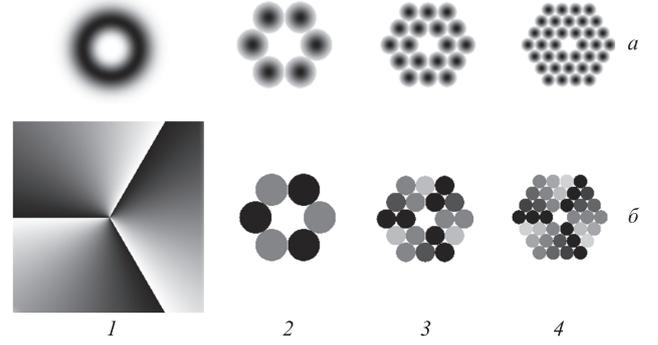


Рис.1. Распределения амплитуд (а) и фаз (б) полей лаггерр-гауссова (1) и синтезированного (2–4) вихревых пучков с топологическим зарядом $l = 3$.

$x^c = 0, y^c = 0$. Кроме того, при формировании синтезированного пучка из нескольких колец субпучков ($N_a = 18, 36, 60$ и т. д.) также могут отсутствовать внутренние кольца. Моделирование распространения синтезированного и лаггерр-гауссова пучков выполнено на основе решения параболического волнового уравнения [41]. Атмосферная турбулентность моделировалась набором фазовых экранов с учетом временных изменений показателя преломления [42].

Распределения амплитуды и фазы поля такого пучка для топологического заряда $l = 3$ представлены на рис.1. Видно, что число субапертур, составляющих синтезированный вихревой пучок, аналогичный непрерывному лаггерр-гауссову пучку, определяет радиус отдельной субапертуры. Кроме того, при таком способе формирования вихревого пучка очевидно, что число субапертур также определяет максимально возможное значение топологического заряда.

3. Характеристика синтезированного вихревого пучка

3.1. Распространение в свободном пространстве

На рис.2 приведены распределения амплитуды и фазы поля синтезированного вихревого пучка с топологическим зарядом $l = 3$ после распространения его в свободном пространстве на дистанцию, равную половине дифракционной длины $L_d = ka^2$ (k – волновое число излучения), соответствующей непрерывному лаггерр-гауссову пучку. Видно, что амплитуды и фазы полей вихревых

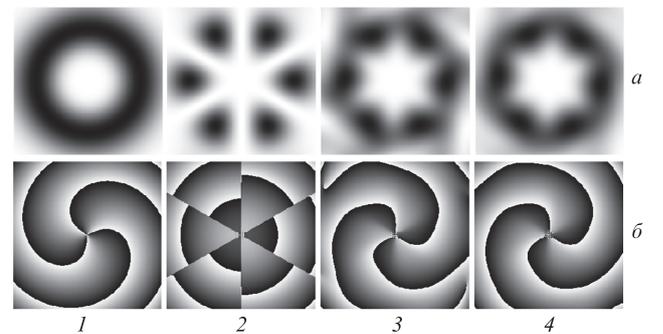


Рис.2. Распределения амплитуд (а) и фаз (б) полей лаггерр-гауссова и синтезированного вихревых пучков, представленных на рис.1, при распространении их в свободном пространстве на дистанцию $z = 0.5ka^2$.

пучков, синтезированных из 18 или 36 субапертур, при распространении ведут себя так же, как и в случае лаггер-гауссова пучка: наблюдаются кольцевое распределение амплитуды и винтовое распределение фазы с набегом 2π при обходе вокруг центра пучка. Однако при распространении пучка, синтезированного из шести субапертур, вихревой составляющей не наблюдается, а видна лишь интерференционная картина при взаимодействии излучений данных апертур. Это, очевидно, объясняется тем, что для создания поля с ненулевым орбитальным угловым моментом l необходимо наличие не менее $3l$ источников излучения. В данном случае для формирования вихревого пучка с топологическим зарядом $l = 3$ необходимо использовать минимум девять субапертур, расположенных по окружности.

При исследовании влияния структуры синтезированного пучка (числа колец субпучков) на формирование оптического вихря было установлено, что излучение субапертур, находящихся во внутренних кольцах матрицы волоконных лазеров, слабо влияет на формирование ОУМа синтезированного вихревого пучка. При этом максимум топологического заряда l_{max} определяется числом субапертур во внешнем кольце и не зависит от числа внутренних колец. Также надо отметить, что для значений топологического заряда, близких к l_{max} , формирование сглаженных распределений амплитуды и фазы поля происходит существенно быстрее (на меньших дистанциях) при наличии одного единственного кольца (когда внутренние кольца отсутствуют).

На рис.3 приведены распределения амплитуды и фазы поля вихревого пучка, синтезированного матрицей волоконных лазеров из трех, двух и одного кольца субапертур. Видно, что при распространении в свободном пространстве фазовая поверхность синтезированных пучков принимает характерный винтовой вид, а интеграл от фазы по кругу радиусом $r_{max} = \langle \arg \max[A(r, \varphi)] \rangle_\varphi$ ($A(r, \varphi)$ – амплитуда поля) равен 12π . Однако заметим, что такое до-

статочно гладкое распределение фазы поля вихревого пучка, синтезированного матрицей волоконных лазеров, наблюдается на некотором расстоянии от начальной плоскости $z = 0$. На начальном участке трассы наблюдается интерференция полей всех субапертур волоконных лазеров, не позволяющая правильно определить значение ОУМа синтезированного пучка.

На рис.4 представлена динамика распределений амплитуд и фаз полей лаггер-гауссова и синтезированных пучков при распространении их в свободном пространстве. Видно, что на начальном этапе распространения в распределении амплитуды поля присутствуют периодические структуры, которым соответствуют искажения винтовой фазовой поверхности. Далее за счет дифракции происходит сглаживание фазы синтезированного поля, распределение амплитуды которого принимает непрерывный кольцеобразный вид. Стоит отметить, что непрерывное (сглаженное) распределение фазы формируется гораздо раньше, чем однородное кольцеобразное распределение амплитуды поля. При этом на достаточно большом расстоянии от передающей системы (в данном случае для $z > 0.5ka^2$) распределения амплитуды и фазы поля синтезированного пучка практически совпадают с соответствующими распределениями для лаггер-гауссова пучка.

Отметим, что в случае гексагональной упаковки синтезированного вихревого пучка при значении топологического заряда l , кратном шести, наблюдается осевая симметрия в распределениях как амплитуды, так и фазы поля. Для значений l , не кратных шести, происходит искажение симметричности распределения фазы. На рис.5 показаны распределения амплитуды и фазы поля вихревого пучка, синтезированного из 36 субапертур, с различными значениями топологического заряда. Видно, что в распределении интенсивности излучения независимо от значения l всегда наблюдается гексагональная симметрия. В распределениях фазы поля для $l = 1-3$ формируется единственная точка дислокации на оптической оси. При этом набег фазы при интегрировании по контуру, проходящему через локальные максимумы интенсивности поля вокруг осевой точки, равен 2π . Для $l = 4, 5$ (не кратных шести), формируются шесть гексагонально (симметрично) расположенных точек дислокации волнового фронта, а также одна (для $l = 5$) или две (для $l = 4$) дополнительные точки дислокации «с обратным знаком» на оптической оси. Таким образом, в данном случае набег фазы при интегрировании по контуру, проходящему через локальные максимумы интенсивности поля вокруг осевой точки, тоже равен 2π . Для $l = 6$ формируются шесть гексагонально расположенных точек дислокации волнового фронта, которые при интегрировании по контуру, проходящему через локальные максимумы интенсивности поля, также обеспечивают значение набег фазы 2π .

Очевидно, что интерференционная структура поля синтезированного вихревого пучка на начальном участке трассы распространения будет вносить искажения в ОУМ. Оценку влияния неоднородной структуры поля синтезированного пучка на его характеристики можно выполнить на основе разложения поля по азимутальным модам вихревого пучка:

$$E(r, \varphi, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(r, z) \exp(in\varphi), \tag{6}$$

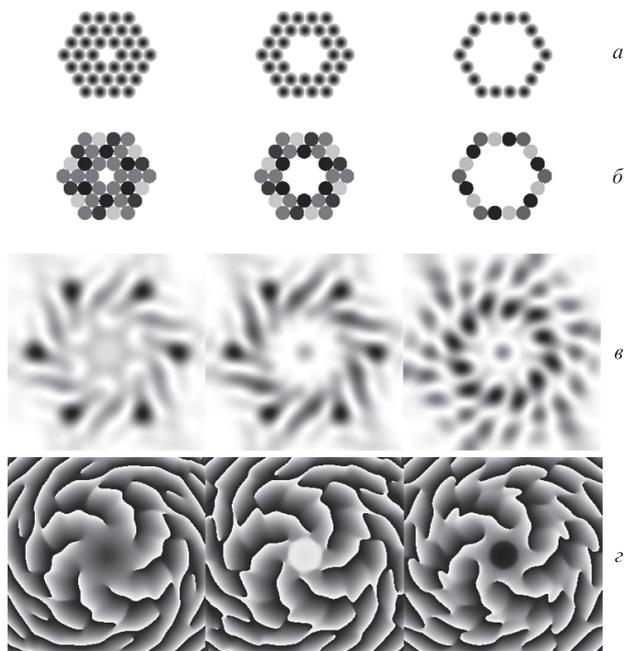


Рис.3. Распределения амплитуды (а, б) и фазы (б, z) поля синтезированного вихревого пучка с топологическим зарядом $l = 6$ в начальной плоскости (а, б) и на дистанции $z = 0.2ka^2$ (б, z).

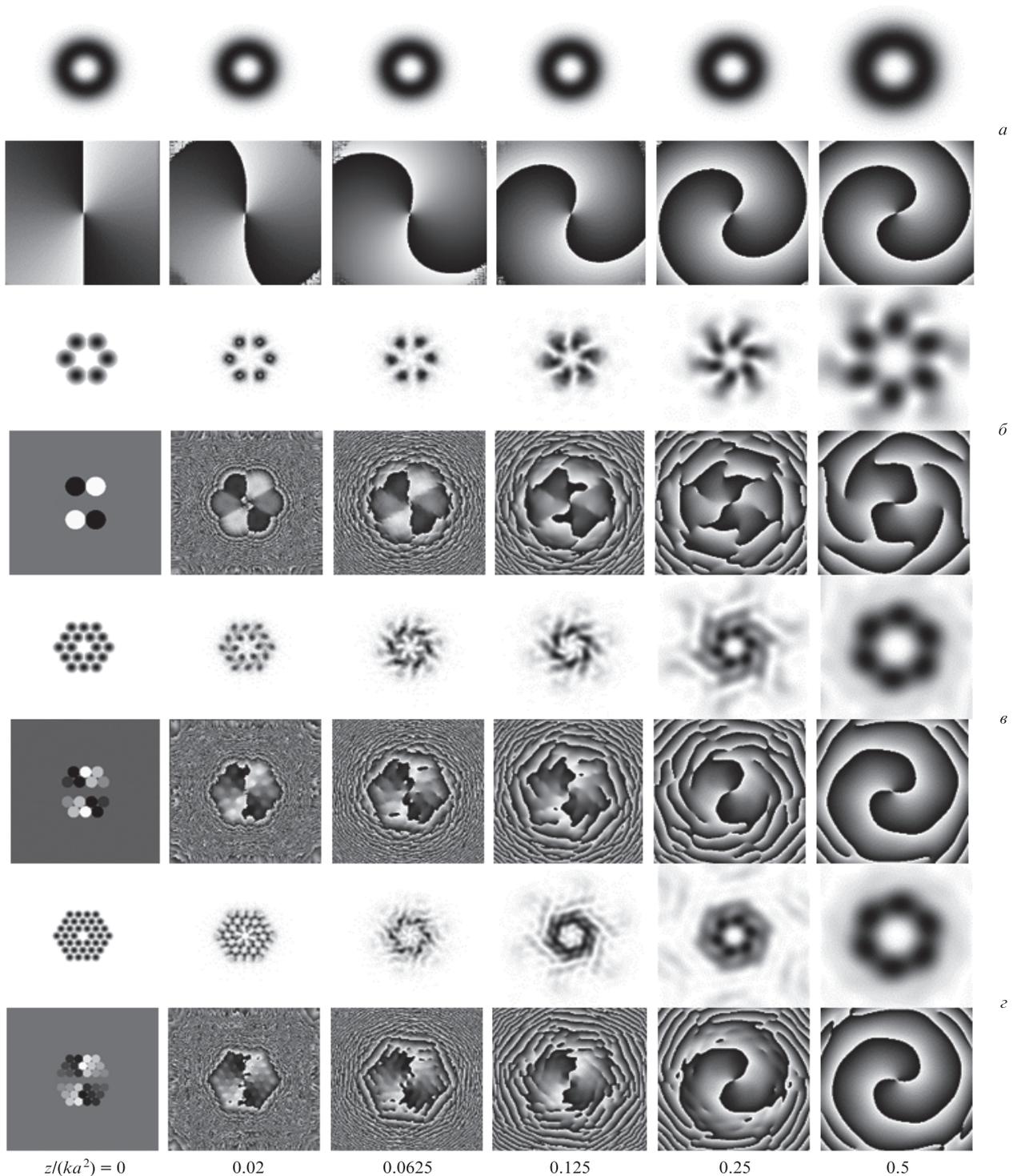


Рис.4. Динамика распределений амплитуд и фаз полей лазер-гауссова (а) и синтезированных (б-г) вихревых пучков ($l = 2$) при распространении их в вакууме.

$$a_n(r, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} d\varphi E(r, \varphi, z) \exp(-in\varphi). \quad (7)$$

где

$$c_n(z) = \int_0^\infty r dr |a_n(r, z)|^2. \quad (9)$$

Далее для идентификации топологического заряда синтезированного вихревого пучка необходимо вычислить долю энергии, соответствующую модам разного порядка n :

$$P_n(z) = \frac{c_n(z)}{\sum_{i=-\infty}^{\infty} c_i(z)}, \quad (8)$$

На рис.6 представлена динамика энергии мод P_n синтезированного вихревого пучка с топологическим зарядом $l = 1$. В силу ограничений, используемых при численном моделировании, разложение выполнено по десяти модам ($n = -3 \div +6$). Видно, что в отличие от традицион-

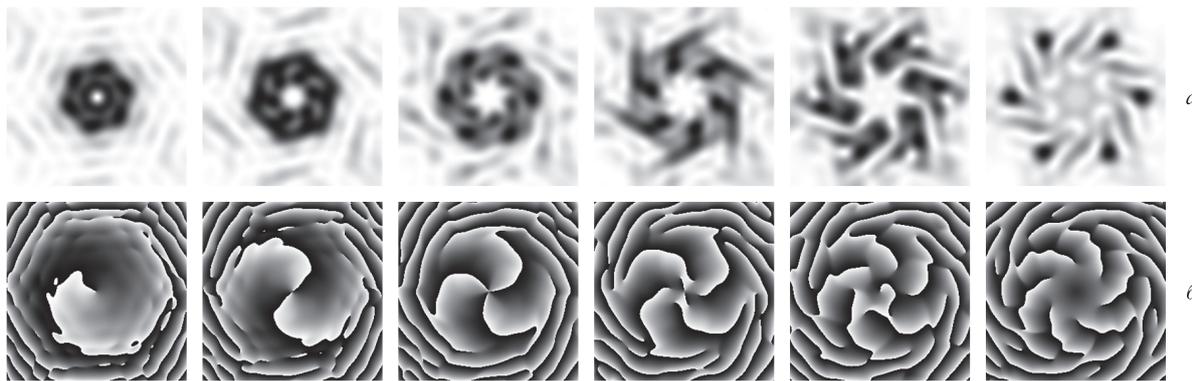


Рис.5. Распределения амплитуды (а) и фазы (б) поля вихревого пучка, синтезированного из 36 субапerture, на дистанции $z = 0.2ka^2$ для различных значений топологического заряда.

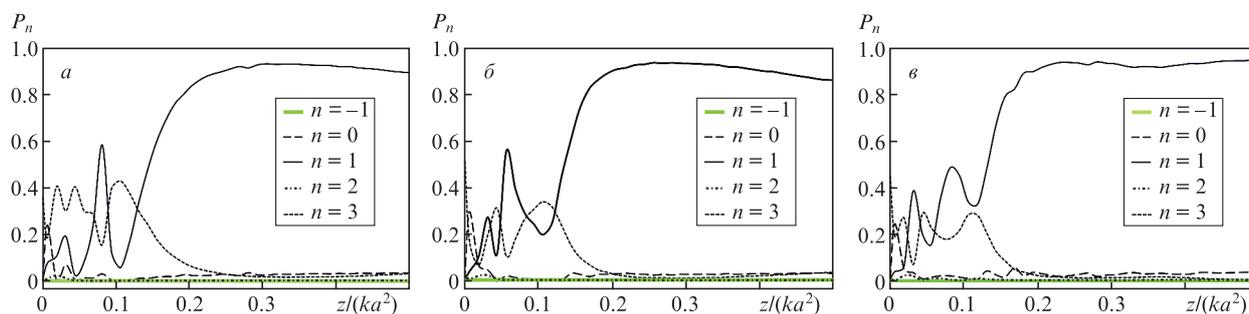


Рис.6. Динамика P_n при распространении в свободном пространстве синтезированного вихревого пучка с топологическим зарядом $l = 1$ при $N_a = 6$ (а), 18 (б) и 36 (в).

го вихревого пучка, для которого вся энергия сосредоточена в основной моде порядка l , при распространении синтезированного пучка на начальном участке трассы происходит перекачка энергии между модами с разными значениями n . При этом в начальной плоскости 50% энергии приходится на безвихревую моду нулевого порядка. Далее по мере распространения пучка энергия моды с $n = 1$, порядок которой равен заданному топологическому заряду $l = 1$, резко возрастает до 60%, после чего снова уменьшается до 10%–30% в точке $z = 0.125ka^2$, соответствующей минимуму эффективного размера синтезированного пучка. При дальнейшем распространении пучка энергия моды с $n = 1$ монотонно возрастает и насыщается на уровне 90%–95%. Аналогичное поведение модового состава синтезированного пучка наблюдается и для других значений топологического заряда. Таким об-

разом, при распространении синтезированного вихревого пучка на дистанцию $z > 0.2ka^2$ его свойства приближаются к свойствам лаггерр-гауссова пучка.

3.2. Распространение в турбулентной атмосфере

В приложениях, связанных с распространением вихревых пучков в атмосфере, важным вопросом в случае формирования пучков матрицей волоконных лазеров является рассмотрение распространения таких пучков через турбулентные неоднородности [43–45]. На рис.7 приведены результаты расчета интенсивностей излучения синтезированных вихревых пучков и классического лаггерр-гауссова пучка. Видно, что распределения средней интенсивности синтезированных пучков и лаггерр-гауссова пучка практически совпадают. При этом дисперсия флук-

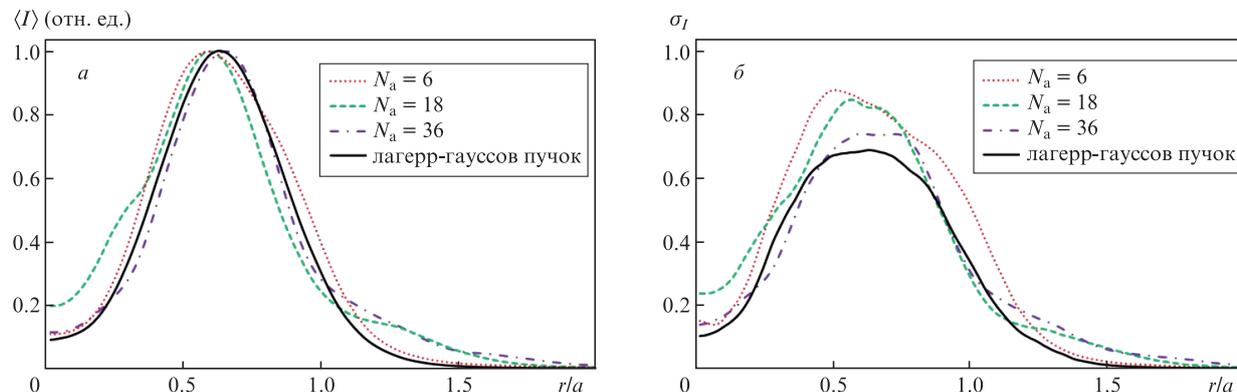


Рис.7. Распределения средней интенсивности $\langle I \rangle$ и среднеквадратичного отклонения σ_I при $l = 1, z = 0.1ka^2, D/r_0 = 4$ ($D = 2a$ – диаметр пучка, $r_0 = (0.423k^2 C_n^2 z)^{-3/5}$ – параметр Фрида, где C_n^2 – структурная характеристика показателя преломления турбулентной атмосферы).

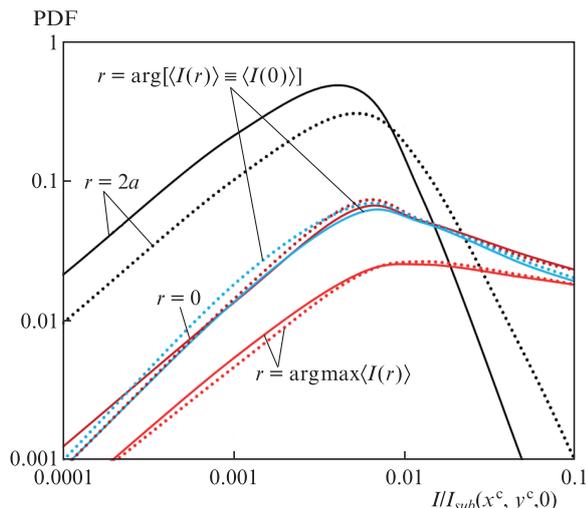


Рис.8. Плотности распределений вероятностей PDF интенсивности I излучения синтезированного (пунктирные кривые) и лаггерр-гауссова (сплошные кривые) вихревых пучков при $z = 0.5ka^2$, $D/r_0 = 4$. Цветной вариант рис.8 помещен на сайте нашего журнала <http://www.quantum-electron.ru>.

туаций интенсивности уменьшается с увеличением числа субапертур, из которых формируется вихревой пучок, также приближаясь к значениям, соответствующим лаггерр-гауссову пучку.

На рис.8 представлены плотности распределений вероятностей интенсивности излучения синтезированного вихревого пучка и лаггерр-гауссова пучка в нескольких точках по сечению пучка. Видно, что характер зависимости определяется главным образом средним значением интенсивности излучения в заданной точке и практически не зависит от того, где она находится (в центре пучка или на его периферии). Также можно отметить, что плотности распределений вероятностей для лаггерр-гауссова и синтезированного пучков при заданных параметрах задачи практически совпадают. Это позволяет сделать вывод, что распространение синтезированных вихревых пучков в турбулентной среде в условиях, когда энергия моды, порядок которой равен заданному топологическому заряду, становится максимальной, аналогично распространению традиционных вихревых пучков с непрерывным распределением поля.

4. Заключение

Таким образом, предложенный в настоящей работе метод позволяет формировать вихревые пучки с управляемым ОУМом. Показано, что максимальное значение топологического заряда l_{max} синтезированного пучка при гексагональной упаковке определяется числом субапертур во внешнем кольце и не зависит от числа внутренних колец субапертур. При этом для значений топологического заряда близких, к l_{max} , формирование сглаженных распределений амплитуды и фазы поля происходит существенно быстрее (на меньших дистанциях) при наличии одного единственного кольца (когда внутренние кольца отсутствуют).

При распространении синтезированного пучка на начальном участке трассы происходит перекачка энергии между азимутальными модами разного порядка. В начальной плоскости основная часть энергии приходится

на безвихревую моду нулевого порядка. Далее по мере распространения пучка энергия моды, порядок которой равен заданному топологическому заряду, возрастает (в большинстве случаев немонотонно) и насыщается на уровне 90%–95%.

Распространение таких пучков в турбулентной атмосфере аналогично распространению хорошо изученных вихревых пучков с непрерывным распределением поля. Показано, что статистические характеристики синтезированных вихревых пучков при распространении через турбулентные неоднородности практически совпадают с характеристиками лаггерр-гауссовых пучков. При этом стоит отметить, что плотность распределения вероятности интенсивности излучения синтезированного вихревого пучка на оси совпадает с плотностью распределения вероятности интенсивности излучения на периферии пучка с аналогичным средним значением.

Работа выполнена при финансовой поддержке прикладных научных исследований Министерством образования и науки РФ (соглашение № 14.613.21.0035 от 5 ноября 2015).

1. Джексон Дж. *Классическая электродинамика* (М.: Мир, 1965, с.703).
2. Allen L., Beijersbergen M.W., Spreeuw R.J.C., Woerdman J.P. *Phys. Rev. A*, **45**, 8185 (1992).
3. Franke-Arnold S., Allen L., Padgett M.J. *Laser Photonics Rev.*, **2**, 299 (2008).
4. Torres J.P., Torner L. *Twisted Photons* (Weinheim: Wiley-VCH, 2011).
5. Yao A.M., Padgett M.J. *Adv. Opt. Photon.*, **3**, 161 (2011).
6. Friese M.E.J., Enger J., Rubinsztein-Dunlop H., Heckenberg N.R. *Phys. Rev. A*, **54**, 1593 (1996).
7. Fickler R., Lapkiewicz R., Plick W.N., Krenn M., Schae C., Ramelow S., Zeilinger A. *Science*, **338**, 640 (2012).
8. Wang J., Yang J.Y., Fazal I.M., Ahmed N., Yan Y., Huang H., Ren Y., Yue Y., Dolinar S., Tur M., Willner A.E. *Nat. Photonics*, **6**, 488 (2012).
9. Willner A.E., Huang H., Yan Y., Ren Y., Ahmed N., Xie G., Bao C., Li L., Cao Y., Zhao Z., Wang J., Lavery M.P.J., Tur M., Ramachandran S., Molisch A.F., Ashrafi N., Ashrafi S. *Adv. Opt. Photon.*, **7**, 66 (2015).
10. Волостников В.Г., Котова С.П., Лосевский Н.Н., Рахматулин М.А. *Квантовая электроника*, **32**, 565 (2002).
11. Soskin M.S., Vasnetsov M.V., in *Progress in Optics* (Amsterdam: Elsevier, 2001).
12. Wang L.G., Wang L.Q., Zhu S.Y. *Opt. Commun.*, **282**, 1088 (2009).
13. Brignon A. *Coherent Laser Beam Combinin* (Weinheim: Wiley-VCH, 2013).
14. Vaity P., Aadhi A., Singh R.P. *Appl. Opt.*, **52**, 6652 (2013).
15. Zhang Z., Ye Z., Song D., Zhang P., Chen Z. *Appl. Opt.*, **52**, 8512 (2013).
16. Vaughan J.M., Willetts D.V. *J. Opt. Soc. Am.*, **73**, 1018 (1983).
17. Lee A.J., Zhang C., Omatsu T., Pask H.M. *Opt. Express*, **22**, 5400 (2014).
18. Kano K., Kozawa Y., Sato S. *Int. J. Opt.*, **2012**, 359141 (2012).
19. Senatsky Y., Bisson J.F., Li J., Shirakawa A., Thirugnanasambandam M., Ueda K.I. *Opt. Rev.*, **19**, 201 (2012).
20. Li H., Phillips D.B., Wang X., Ho Ying-Lung D., Chen L., Zhou X., Zhu J., Yu S., Cai X. *Optica*, **2**, 547 (2015).
21. Beijersbergen M.W., Coerwinkel R.P.C., Kristensen M., Woerdman J.P. *Opt. Commun.*, **112**, 321 (1994).
22. Starikov F.A., Kochemasov G.G., Kolytgin M.O., Kulikov S.M., Manachinsky A.N., Maslov N.V., Sukharev S.A., Aksenov V.P., Izmailov I.V., Kanev F.Yu., Atuchin V.V., Soldatenkov I.S. *Opt. Lett.*, **34**, 2264 (2009).
23. Баженов В.Ю., Васнецов М.В., Соскин М.С. *Письма в ЖЭТФ*, **52**, 1037 (1990).
24. Heckenberg N.R., McDuff R., Smith C.P., White A. *Opt. Lett.*, **17**, 221 (1992).
25. Mirhosseini M., Magaña-Loaiza O.S., Chen C., Rodenburg B., Malik M., Boyd R.W. *Opt. Express*, **21**, 30196 (2013).

26. Beijersbergen M.W., Allen L., van der Veen H., Woerdman J.P. *Opt. Commun.*, **96**, 123 (1993).
27. Yu J., Zhou C., Jia W., Hu A., Cao W., Wu J., Wang S. *Appl. Opt.*, **51**, 6799 (2012).
28. Harm W., Bernet S., Ritsch-Marte M., Harder I., Lindlein N. *Opt. Express*, **23**, 413 (2015).
29. Srimathi I.R., Li Y., Delaney W.F., Johnson E.G. *Opt. Express*, **23**, 19056 (2015).
30. Паранин В.Д., Карпеев С.В., Хонина С.Н. *Квантовая электроника*, **46**, 163 (2016).
31. Oemrawsingh S., van Houwelingen J., Eliel E., Woerdman J.P., Versteegen E., Kloosterboer J., Hooft G. *Appl. Opt.*, **43**, 688 (2004).
32. Marrucci L., Karimi E., Slussarenko S., Piccirillo B., Santamato E., Nagali E., Sciarrino F. *J. Opt.*, **13**, 064001 (2011).
33. Asano M., Takahashi T. *Opt. Express*, **23**, 27998 (2015).
34. Gecevičius M., Drevinskas R., Beresna M., Kazansky P.G. *Appl. Phys. Lett.*, **104**, 231110 (2014).
35. Cai X., Wang J., Strain M.J., Morris B.J., Zhu J., Sorel M., O'Brien J.L., Thompson M.G., Yu S. *Science*, **338**, 363 (2012).
36. Strain M.J., Cai X., Wang J., Zhu J., Phillips D.B., Chen L., Lopez-Garcia M., O'Brien J.L., Thompson M.G., Sorel M., Yu S. *Nat. Commun.*, **5**, 4856 (2014).
37. Wang Y., Feng X., Zhang D., Zhao P., Li X., Cui K., Liu F., Huang Y. *Scientific Reports*, **5**, 10958 (2015).
38. Lachinova S.L., Vorontsov M.A. *J. Opt.*, **15**, 105501 (2013).
39. Wang L.G., Wang L.Q., Zhu S.Y. *Opt. Commun.*, **282**, 1088 (2009).
40. Vorontsov M.A., Lachinova S.L. *J. Opt. Soc. Am. A*, **25**, 1949 (2008).
41. Рыгов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. *Введение в статистическую радиофизику. Часть II. Случайные поля* (М.: Наука, 1978).
42. Dudorov V.V., Kolosov V.V., Filimonov G.A. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **6160**, U170 (2005).
43. Аксенов В.П., Погуца Ч.Е. *Квантовая электроника*, **38**, 343 (2008).
44. Аксенов В.П., Погуца Ч.Е. *Оптика атмосферы и океана*, **25**, 561 (2012).
45. Фалиц А.В. *Оптика атмосферы и океана*, **28**, 763 (2015).