

# Флуктуации выходной мощности и фазы оптического пучка диодного усилителя, обусловленные собственным спонтанным излучением

А.П.Богатов, А.Е.Дракин, Н.В.Дьячков, Т.И.Гущик

*В рамках классического подхода к описанию процесса распространения и усиления спонтанного излучения по активной области лазерного диода с усилением, насыщенным входным монохроматическим излучением, выполнен анализ флуктуаций интенсивности и фазы выходного оптического пучка. Найдены их спектральные плотности, а также дисперсии и коэффициент корреляции двумерной функции распределения вероятности этих флуктуаций.*

**Ключевые слова:** диодный усилитель, флуктуации интенсивности и фазы оптического пучка, усиленное спонтанное излучение.

## 1. Введение

Ранее в работах [1, 2] показано, что диодный усилитель, работающий в качестве усилителя мощности монохроматического сигнала, способен служить строительным элементом мощной энергетически высокоэффективной лазерной установки с когерентным сложением пучков. В нашей предыдущей работе [3] рассчитана амплитуда спектральной плотности спонтанного излучения, которое является источником «естественных» шумов в такой установке.

Наличие собственного спонтанного излучения в выходном пучке усилителя приводит к тому, что его полная выходная мощность и фаза флуктуируют случайным образом из-за биений амплитуды усиленного входного сигнала со случайными амплитудами компонент спонтанного излучения в спектральной окрестности частоты входного монохроматического излучения  $\omega_0$ . Может показаться, что проблему этих флуктуаций можно снять путем спектральной фильтрации выходного пучка усилителя достаточно узкополосным оптическим фильтром, настроенным на частоту  $\omega_0$ . Однако это не так. Во-первых, входной сигнал может быть не идеально монохроматическим, а иметь некоторую ширину спектра, например из-за его амплитудной и фазовой модуляции. Во-вторых, системы с когерентным сложением пучков обладают благоприятной возможностью «быстрого» управления пространственным положением выходного пучка, которую весьма желательно использовать. Для этого необходима «быстрая» взаимная подстройка фазы в каждом из каналов, что также требует определенной полосы пропускания  $\Omega_0$ . И наконец, работа такой системы даже в «статическом» режиме требует непрерывной автоподстройки фазы в каналах, компенсирующей технический уход фазы в них за счет изменения внешних условий. Чем быстрее происходят технические уходы фазы и чем больше число

каналов в системе, тем шире должна быть полоса пропускания  $\Omega_0$ .

В свете вышесказанного целью настоящей работы было нахождение спектральных плотностей флуктуаций мощности и фазы выходного оптического пучка усилителя в полосе частот  $\Omega_0$  вблизи оптической частоты  $\omega_0$ , вызванных собственным спонтанным излучением. Полученные данные позволяют найти параметры функции распределения вероятности этих флуктуаций, а также их коэффициент корреляции.

Поскольку причиной флуктуаций в нашем случае служит спонтанное излучение, выражение для спектральной амплитуды которого получено в нашей работе [3], то настоящая работа, по существу, является ее продолжением. В связи с этим мы используем не только физическую модель усилителя, развитую в [3], но и все введенные в ней обозначения, полученные выражения и использованные величины. Напомним только, что численные расчеты относятся к типичному поперечно-одномоновому диодному усилителю гребневого типа, работающему на длине волны 850 нм.

## 2. Расчет спектральных плотностей флуктуаций мощности и фазы выходного пучка

Условная схема установки с когерентным сложением пучков, используемая для анализа флуктуаций, представлена на рис.1. В соответствии с результатами работы [3] выражение для амплитуды напряженности электрического поля волны выходного излучения запишем в виде (выражение (13) в [3])

$$\mathcal{E}(L, t) = \frac{1}{2} \{ [E_0(L) \exp(ik_0 L - i\omega_0 t) + E_{sp}(L, t)] + \text{к.с.} \}, \quad (1)$$

где  $E_0(L)$  – детерминированная функция, соответствующая усиленной монохроматической волне;  $E_{sp}(L, t) = \exp(ik_0 L - i\omega_0 t) \tilde{E}_{sp}(L, t)$  – случайная функция, соответствующая амплитуде усиленного спонтанного излучения, прошедшего через оптический фильтр с полосой пропускания от  $\omega_0 + \Omega_0$  до  $\omega_0 - \Omega_0$  (определена выражениями

А.П.Богатов, А.Е.Дракин, Н.В.Дьячков, Т.И.Гущик. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: bogatov@sci.lebedev.ru

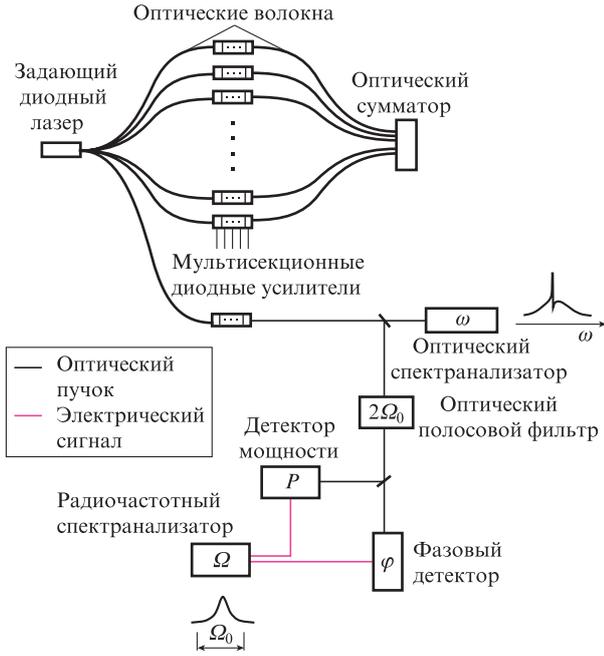


Рис. 1. Схема установки с когерентным сложением пучков, используемая для анализа флуктуаций.

(13), (14) в [3]). Медленной огибающей этой амплитуды соответствует функция  $\tilde{E}_{sp}(L, t)$ .

Оптическая мощность на выходе усилителя запишется в виде

$$P(t) = S \frac{cn}{4\pi} \overline{\mathcal{E}^2(L, t)} = P_0 + \delta P(t), \quad (2)$$

где

$$P_0 = S \frac{cn}{8\pi} |E_0(L)|^2 \quad (3)$$

– выходная мощность усиленной монохроматической волны;

$$\begin{aligned} \delta P(t) &= S \frac{cn}{8\pi} [E_0^*(L) \tilde{E}_{sp}(L, t) + \text{к.с.}] \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\Omega_0}^{\Omega_0} p(\Omega) \exp(-i\Omega t) d\Omega \end{aligned} \quad (4)$$

– случайная функция, соответствующая динамическим флуктуациям выходной мощности оптического пучка;

$$p(\Omega) = 2P_0 [a(\omega_0 + \Omega) + a^*(\omega_0 + \Omega)]. \quad (5)$$

Фурье-амплитуда  $a(\omega)$  определена равенством (14) в [3].

Таким образом, дисперсия флуктуаций выходной мощности

$$\sigma_P^2 = \langle \delta P^2(t) \rangle = \int_0^{\Omega_0} G(\Omega) d\Omega. \quad (6)$$

Здесь  $G(\Omega)$  – спектральная плотность (по положительным частотам) флуктуаций выходной мощности, которая удовлетворяет уравнению

$$\langle p(\Omega) p^*(\Omega') \rangle = 2G(\Omega) \delta(\Omega - \Omega'). \quad (7)$$

Используя равенство (5), получим

$$\begin{aligned} G(\Omega) &= 2P_0 S \beta \frac{\hbar \omega}{\Delta \omega \tau} \int_0^L \frac{u(L)}{u(z')} N(z') \\ &\times |K(L, z', \Omega)|^2 [H(\omega_0 + \Omega) + H(\omega_0 - \Omega)] dz'. \end{aligned} \quad (8)$$

Из представления амплитуды волны выходного пучка в виде (1) можно также найти и случайную функцию  $\delta\varphi(t)$ , представляющую собой флуктуацию фазы этой волны:

$$\delta\varphi(t) = \frac{1}{2} \int_{-\Omega_0}^{\Omega_0} \varphi(\Omega) \exp(-i\Omega t) d\Omega, \quad (9)$$

$$\delta\varphi(\Omega) = \frac{1}{i} [a(\omega_0 + \Omega) - a^*(\omega_0 - \Omega)].$$

Здесь и далее под  $\delta\varphi(t)$  будем понимать случайное отклонение фазы выходящего пучка от ее среднего значения  $\varphi_0 = \varphi(L)$ , задаваемого в работе [1] соотношением (4):  $\delta\varphi(t) = \varphi(t) - \varphi_0$ .

Для дисперсии фазы, в свою очередь, получим

$$\sigma_\varphi^2 = \langle \delta\varphi(t)^2 \rangle = \int_0^{\Omega_0} Q(\Omega) d\Omega, \quad (10)$$

где спектральная плотность флуктуации фазы  $Q(\Omega)$  удовлетворяет соотношению, аналогичному (7):

$$\langle \delta\varphi(\Omega) \delta\varphi^*(\Omega') \rangle = 2Q(\Omega) \delta(\Omega - \Omega'). \quad (11)$$

Используя уравнения (9), а также выражения (14) из работы [3], получим

$$\begin{aligned} Q(\Omega) &= S \beta \frac{\hbar \omega}{2P_0 \Delta \omega \tau} \int_0^L \left| \frac{E_0(L)}{E_0(z')} \right|^2 N(z') \\ &\times \{ H(\omega_0 + \Omega) |1 + iR[1 - K(L, z', \Omega)]|^2 \\ &+ H(\omega_0 - \Omega) |1 - iR[1 - K(L, z', \Omega)]|^2 \} dz'. \end{aligned} \quad (12)$$

Поскольку флуктуации мощности и фазы возникают за счет излучения одного и того же источника, то можно ввести их коэффициент взаимной корреляции  $\mu(\tau)$ :

$$\mu(\tau) = \frac{\langle \delta P(t) \delta\varphi(t + \tau) \rangle}{\sigma_P \sigma_\varphi}. \quad (13)$$

Используя для  $\delta P(t)$  и  $\varphi(t + \tau)$  их спектральные разложения в виде равенств (5) и (9), получаем

$$\mu(\tau) = \int_0^{\Omega_0} \text{Re}[U(\Omega) \exp(i\Omega\tau)] d\Omega, \quad (14)$$

где комплексная функция имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} U(\Omega) &= \frac{1}{\sigma_P \sigma_\varphi} \frac{S \beta \hbar \omega}{\Delta \omega \tau} \int_0^L \left| \frac{E_0(L)}{E_0(z')} \right|^2 N(z') \\ &\times \{ H(\omega_0 + \Omega) [RK(L, z', \Omega) - R|K(L, z', \Omega)|^2 + iK(L, z', \Omega)] \\ &+ H(\omega_0 - \Omega) [RK(L, z', \Omega) - R|K(L, z', \Omega)|^2 \\ &- iK(L, z', \Omega)] \} dz'. \end{aligned} \quad (15)$$

Найденные выше величины  $\sigma_P$ ,  $\sigma_\varphi$  и  $\mu(\tau)$  являются параметрами двумерной функции нормального распределения  $M[P(t), \varphi(t + \tau)]$  выходной мощности  $P(t)$  и фазы  $\varphi(t + \tau)$ . Вероятность того, что выходная мощность  $P(t)$  находится в интервале  $dP$  в момент времени  $t$ , а фаза  $\varphi$  – в интервале  $d\varphi$  в момент времени  $t + \tau$ , будет равна  $M[P(t), \varphi(t + \tau)]dPd\varphi$ , где согласно [4]

$$M[P(t), \varphi(t + \tau)] = \exp\left\{-\frac{1}{2[1 - \mu(\tau)]}\right. \\ \times \left[\frac{[P(t) - P_0]^2}{2\sigma_P^2} + \frac{[\varphi(t + \tau) - \varphi_0]^2}{2\sigma_\varphi^2}\right. \\ \left. - \frac{2\mu(\tau)[P(t) - P_0][\varphi(t + \tau) - \varphi_0]}{\sigma_P\sigma_\varphi}\right] \left[2\pi\sigma_P\sigma_\varphi\sqrt{1 - \mu(\tau)}\right]^{-1}.$$
(16)

### 3. Результаты расчета

На рис.2 представлены спектральные плотности флуктуаций выходной мощности для разных значений тока накачки усилителя (для разной выходной мощности  $P_0$ ). При этом входная мощность была постоянной ( $P_{in} = 0.28$  мВт), что составляло 0.1 от мощности насыщения ( $P_s \approx 2.8$  мВт). Нижняя кривая соответствует току порога инверсии  $J_{tr}$ . Видно, что при малых токах (малой выходной мощности) спектральная плотность монотонно растет и ее зависимость имеет «плоский» вид. Дальнейшее увеличение выходной мощности усилителя сопровождается деформацией кривых в области низких частот, где нелинейное взаимодействие оптических волн происходит наиболее эффективно. В наших расчетах динамическое нелинейное взаимодействие оптических гармоник количественно характеризуется отклонением  $K(L, z', \Omega)$  от 1. При  $K(L, z', \Omega) = 1$ , например для высоких частот, когда  $\Omega\tau$  неограниченно возрастает, динамическое взаимодействие отсутствует и имеет место только эффект статического насыщения усиления. Именно поэтому взаимодействие гармоник наиболее эффективно в низкочастотной области спектра.

Поведение спектральной плотности флуктуаций фазы показано на рис.3. Как следует из рисунка, это поведение носит немонотонный характер в области как низких, так и высоких частот. Можно отметить, что в пределе высоких частот спектральная плотность флуктуаций падает. Это связано с тем, что из-за насыщения инверсии рост ам-

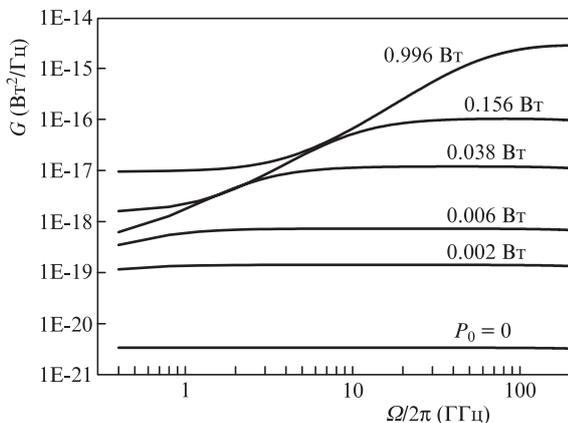


Рис.2. Спектральные плотности флуктуаций выходной мощности  $G(\Omega)$  при разных токах накачки усилителя, соответствующих  $P_0 = 0 - 0.996$  Вт. Для всех кривых  $P_{in} = 0.28$  мВт (0.1  $P_s$ ).

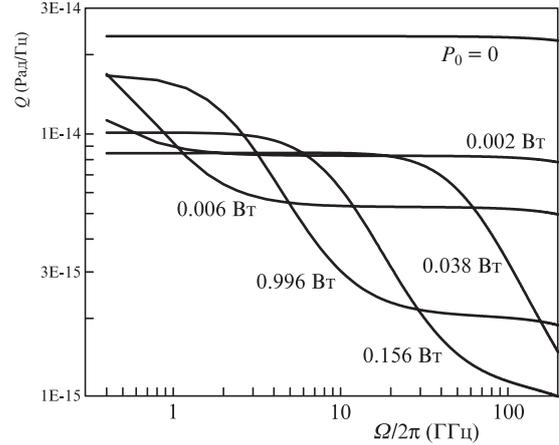


Рис.3. Спектральные плотности флуктуаций фазы выходного пучка  $Q(\Omega)$  для тех же параметров, что и на рис.2.

плитуд волн спонтанного излучения замедляется или вообще прекращается, тогда как амплитуда волны монохроматического поля растет линейно. Поэтому их отношение, которое и определяет флуктуацию фазы, падает. В области низких частот фазовые флуктуации вначале увеличиваются с ростом мощности, что является следствием трансформации амплитудных флуктуаций (см. [1]), затем их рост останавливается, а спектральная плотность и вовсе падает до некоторого уровня, поскольку взаимодействие насыщается; выходная мощность при этом растет, сохраняя уровень фазовых флуктуаций почти постоянным.

На рис.4 показаны зависимости среднеквадратичной флуктуации мощности  $\sigma_P$  от уровня входного сигнала при токе накачки 0.9 А, соответствующем выходной мощности 1 Вт. Расчет выполнен для граничных частот  $\Omega_0/2\pi$ , равных 50 и 200 ГГц. На рис.5 представлены такие же зависимости для среднеквадратичной флуктуации фазы  $\sigma_\varphi$ . Как и следовало ожидать, они монотонны и дают представление о количественных значениях флуктуирующих величин. Из сравнения данных рис.4 и 5 видно, что если для флуктуаций мощности величина амплитудно-фазовой связи (для  $R$  от 0 до 6) почти незначительна, то при увеличении  $R$  флуктуации фазы значительно возрастут.

Корреляция флуктуаций выходной мощности и фазы оптического пучка характеризуются величиной  $\mu(\tau)$ , расчетные значения которой приведены на рис.6. Видно, что

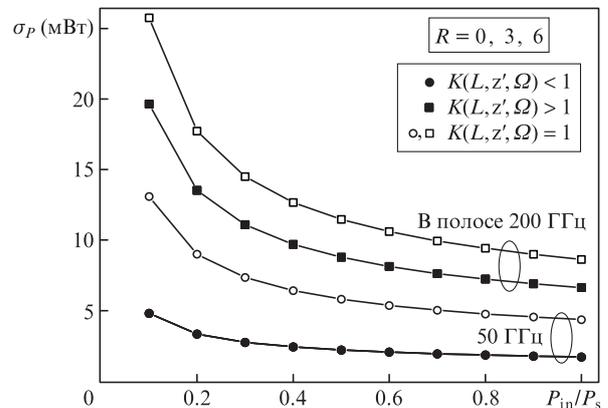


Рис.4. Зависимости  $\sigma_P$  от уровня входного сигнала при токе накачки 0.9 А, соответствующем  $P_0 = 1$  Вт. Расчет выполнен для граничных частот  $\Omega_0/2\pi = 50$  и 200 ГГц и для  $R = 0, 3$  и 6 при наличии ( $K(L, z', \Omega) \neq 1$ ) и в отсутствие ( $K(L, z', \Omega) \equiv 1$ ) взаимодействия мод.

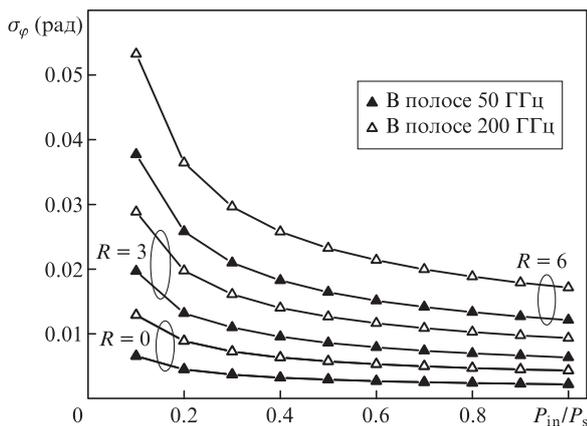


Рис.5. Зависимости  $\sigma_\varphi$  от уровня входного сигнала для тех же параметров, что и на рис.4, при наличии взаимодействия мод ( $K(L, z', \Omega) \neq 1$ ).

$\mu(\tau)$  имеет максимум при определенных положительных  $\tau$ , поскольку флуктуации фазы несколько запаздывают относительно флуктуаций выходной мощности. Это является следствием запаздывания колебаний инверсии (показателя преломления, а значит и фазы) относительно колебаний выходной мощности усилителя. Данные рис.6 свидетельствуют о том, что корреляция между флуктуациями существует только при отличном от нуля коэффициенте  $R$ , и это является дополнительным аргументом, позволяющим называть коэффициент  $R$  коэффициентом амплитудно-фазовой связи. Из рис.6 можно также сделать вывод, что эта корреляция существенна только при достаточно высокой мощности, когда процесс нелинейного взаимодействия оптических полей сказывается на усилении спонтанного излучения.

На рис.7 показана зависимость  $\mu(\tau)$  от полосы пропускания оптического фильтра, т.е. от спектрального диапазона гармоник спонтанного излучения, участвующих в биениях с монохроматической волной. Осцилляции на кривых представляют собой следствие обрезания спектральной плотности вблизи частот  $\pm\Omega_0$ .

В результате три параметра,  $\sigma_P, \sigma_\varphi$  и  $\mu(\tau)$ , согласно (16) полностью задают функцию распределения вероятности  $M[P(t), \varphi(t + \tau)]$ .

Таким образом, представленная в настоящей работе теория, наряду с результатами предшествующей работы [3], позволяет определить связанные со спонтанным излучением флуктуации параметров выходного оптического

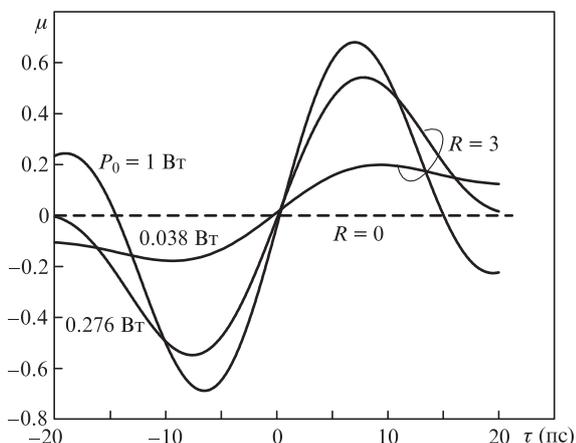


Рис.6. Зависимости  $\mu(\tau)$  при различных значениях  $P_0$  (тока накачки) и  $R$ . Граничная частота  $\Omega_0/2\pi = 50$  ГГц.

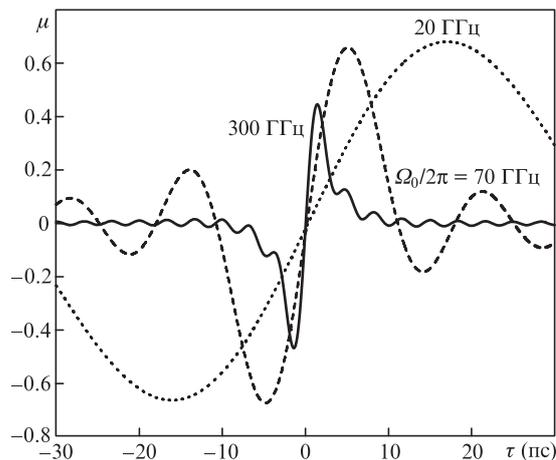


Рис.7. Зависимости функции взаимной корреляции мощности и фазы выходного пучка  $\mu(\tau)$  при различных значениях граничной частоты  $\Omega_0/2\pi, P_0 = 1$  Вт и  $R = 3$ .

пучка диодного усилителя. При этом используются только те параметры усилителя, которые могут быть определены из независимых измерений или известны заранее с хорошей точностью.

Найденная выше функция распределения  $M(P, \varphi)$ , наряду со средними значениями  $P_0$  и  $\varphi_0(L)$ , приведенными в работах [1, 3], полностью задает статистические свойства стационарного случайного процесса с нормальным распределением, каковым является динамика флуктуаций интенсивности и фазы выходного оптического пучка. Это позволяет моделировать качество оптического пучка и скорость генерации ошибки в заданной лазерной системе в достаточно широком диапазоне ее параметров. Хотя все расчеты выполнены для одного отдельного канала усиления, они, очевидно, тривиальным образом могут быть перенесены на всю большую систему. Это обусловлено тем, что флуктуации в каждом отдельном канале статистически независимы от флуктуаций в других каналах, поскольку они связаны с независимыми источниками спонтанного излучения. Таким образом, отталкиваясь от требуемого качества оптического пучка (или допустимой скорости генерации ошибки в системах связи), можно выполнять оптимизацию всей лазерной системы, например по передающей мощности или по допустимому числу пучков для когерентного сложения.

В заключение отметим, что приведенные численные расчеты были выполнены при симметричном расположении полосы пропускания оптического фильтра относительно оптической частоты несущей  $\omega_0$ . В каких-то частных случаях возможно использование несимметричного фильтра, и тогда поведение параметров  $\sigma_P, \sigma_\varphi$  и  $\mu(t)$  может несколько отличаться от описанного выше. Однако изложенная теория позволяет это легко учесть, поскольку все соотношения записаны в аналитическом виде.

Работа выполнена в рамках темы Госзадания № 0023-2014-0171

1. Дьячков Н.В., Богатов А.П., Дракин А.Е., Гущик Т.И. *Квантовая электроника*, **44**, 997 (2014).
2. Дьячков Н.В., Богатов А.П., Гущик Т.И., Дракин А.Е. *Квантовая электроника*, **44**, 1005 (2014).
3. Богатов А.П., Дракин А.Е., Дьячков Н.В., Гущик Т.И. *Квантовая электроника*, **46**, 693 (2016).
4. Рытов С.М. *Введение в статистическую радиофизику* (М.: Наука, 1976, т. 1, с. 43).