Эллиптически поляризованные нормальные моды при нестационарном режиме электромагнитноиндуцированной прозрачности

О.М.Паршков

Представлены результаты численного моделирования эволюции слабого эллиптически поляризованного входного пробного импульса при электромагнитно-индуцированной прозрачности в поле эллиптически поляризованного управляющего излучения. Показано, что напряженность электрического поля любого входного пробного импульса можно представить в виде суммы напряженностей электрических полей двух субимпульсов, эллипсы поляризации которых имеют одинаковые постоянные эксцентриситеты и взаимно перпендикулярные направления больших осей, причем одна из этих осей параллельна большой оси эллипса поляризации управляющего излучения. Направления вращения векторов напряженностей электрических полей субимпульсов взаимно противоположны. Субимпульсы движутся в среде с различными скоростями, что приводит к их пространственному разделению. При распространении субимпульсов их поляризационные характеристики (эксцентриситеты и направления больших осей эллипсов поляризации) остаются неизменными. На любом этапе эволюции, включая моменты существенного пространственного перекрывания субимпульсов, интенсивность пробного излучения в среде представима в виде суммы их интенсивностей. Следовательно, данные субимпульсы представляют собой нестационарные взаимно ортогональные эллиптически поляризованные нормальные моды пробного поля, существование которых связано с анизотропией среды, вызванной управляющим полем. Моделирование проведено для схемы вырожденных квантовых переходов между уровнями ${}^{3}P_{0}$, ${}^{3}P_{1}^{0}$ и ${}^{3}P_{2}$ изотопа ${}^{208}Pb$ при учете доплеровского уширения спектральных линий в предположении, что пробное поле имеет большую частоту, чем управляющее.

Ключевые слова: электромагнитно-индуцированная прозрачность, эллиптическая поляризация излучений, двойное лучепреломление, нормальные моды.

1. Введение

Оптическое управление электромагнитными полями и населенностями уровней энергии квантовых переходов, основанное на деструктивной интерференции амплитуд вероятностей при резонансном возбуждении лазерным излучением, представляет значительный интерес в связи с возможностями его практического применения. В зависимости от специфики постановки эксперимента такое управление лежит в основе ряда эффектов, наиболее значимыми из которых являются пленение населенностей [1,2] и электромагнитно-индуцированная прозрачность (ЭМИП) [3-5]. Ограничиваясь явлением ЭМИП, отметим, что его использование перспективно для создания систем оптической квантовой памяти [4], систем квантовых коммуникаций [4,6,7] и квантовой информации [3-5], устройств точных магнитных измерений [8] и хронометрии [9]. ЭМИП лежит в основе методов создания больших оптических нелинейностей [5, 10] и усиления излучения без инверсии населенностей [11, 12].

При наличии вырождения энергетических уровней квантовых переходов ЭМИП специфическим образом проявляется в эволюции поляризационных характеристик взаимодействующих излучений. Так, в работах [13,14]

Поступила в редакцию 2 июня 2017 г.

теоретически и экспериментально исследовалось сопровождающее ЭМИП вращение плоскости поляризации пробного поля при изменении напряженности управляющего излучения, а в [15,16] изучалось влияние постоянного магнитного поля на процесс эволюции круговых компонент пробного излучения. Линейное и круговое двойное лучепреломление пробного поля при ЭМИП исследовалось теоретически и экспериментально в [17]. В теоретической работе [18] предсказана возможность распространения пробного поля ЭМИП в виде двух мод с различными состояниями поляризации.

В отмеченных выше работах, посвященных изучению поляризационных эффектов при ЭМИП, амплитуды пробного и управляющего полей полагались не зависящими от времени. Такой подход справедлив для описания квазистационарного взаимодействия волн, когда длительности импульсов излучения значительно превышают времена необратимой релаксации квантовых переходов. Другая ситуация, именуемая нестационарным режимом ЭМИП, возникает, если длительность импульса пробного излучения меньше времен необратимой релаксации или сравнима с ними. Именно этот режим наиболее перспективен с точки зрения практического использования ЭМИП в системах квантовой коммуникации и информации. В работах [19, 20] проведено теоретическое исследование распространения импульсов поляризации пробного поля при ЭМИП в вырожденных двухуровневых квантовых системах. Установлено, что перенос энергии излучения происходит со скоростью света в вакууме, тогда как волна поляризации излучения распространяется в

О.М.Паршков. Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77; e-mail: oparshkov@mail.ru

среде с меньшей скоростью. В работах [21,22] теоретически изучался нестационарный режим ЭМИП в случаях линейной и круговой поляризаций входного управляющего поля в А-схеме вырожденных квантовых переходов. Было показано, что возникающее под действием управляющего излучения двойное лучепреломление в первом случае приводит к разбиению в среде входного пробного импульса, поляризованного по кругу, на линейно поляризованные субимпульсы, а во втором случае линейно поляризованный входной пробный импульс распадается на поляризованные по кругу компоненты.

В настоящей работе приведены результаты численного моделирования процесса эволюции слабого короткого эллиптически поляризованного пробного импульса в поле эллиптически поляризованного управляющего излучения. Рассматривается случай контринтуитивного наложения [3] взаимодействующих полей. Показано, что в такой ситуации на частоте пробного поля возникает двойное лучепреломление, приводящее к распаду входного пробного импульса на два эллиптически поляризованных субимпульса с одинаковыми эксцентриситетами эллипсов поляризации, но с разными направлениями вращения векторов напряженности электрического поля. Субимпульсы перемещаются в среде без изменения состояния поляризации, и любой пробный импульс можно представить как сумму таких субимпульсов, распространяющихся независимо друг от друга. Другими словами, эти субимпульсы представляют собой нестационарные нормальные моды пробного излучения при ЭМИП в поле эллиптически поляризованного управляющего излучения.

В нашей теории учитывается неоднородное уширение линий квантовых переходов и не используется приближение слабого пробного поля, хотя последнее предполагается достаточно слабым по сравнению с полем управляющего излучения. Расчеты проводились для схемы квантовых переходов между вырожденными энергетическими уровнями ³P₀, ³P₂, ³P₁⁰ изотопа ²⁰⁸Pb, в парах которого экспериментально наблюдалась ЭМИП поляризованных по кругу лазерных полей [23, 24].

2. Постановка задачи

А-схема, лежащая в основе дальнейшего анализа, состоит из невырожденного нижнего (³P₀), пятикратно вырожденного среднего (³P₂) и трехкратно вырожденного верхнего (³P₁⁰) уровней изотопа ²⁰⁸Pb. Пусть ϕ_{κ} (k = 1,2,...,9) - ортонормированный базис из общих собственных функций операторов энергии, квадрата и проекции момента импульса на ось z для изолированного атома, соответствующих нижнему (k = 1, M = 0), верхнему (k = 2, 3, 4, M = -1, 0, 1) и среднему (k = 5, 6, ..., 9, M =-2, -1, 0, 1, 2) уровням. Обозначим через D_1 и D_2 приведенные электродипольные моменты переходов ${}^{3}P_{0} \rightarrow {}^{3}P_{1}^{0}$ и ${}^{3}P_{2} \rightarrow {}^{3}P_{1}^{0}$ соответственно, а через ω_{1} и ω_{2} ($\omega_{1} > \omega_{2}$) – частоты этих переходов для покоящегося атома. Положим также $T_1 = 1/\Delta_1$, где Δ_1 – полуширина (по уровню е⁻¹ высоты) плотности распределения частот ω'_1 переходов $^{3}P_{0} \rightarrow ^{3}P_{1}^{0}$ ввиду эффекта Доплера.

Зададим электрическое поле двух лазерных импульсов, распространяющихся вдоль оси *z*, имеющих несущие частоты ω_1 и ω_2 (пробный и управляющий импульсы соответственно), в виде

$$\boldsymbol{E} = \sum_{l=1}^{2} \mu_{l} [\boldsymbol{i} E_{xl} \cos(\omega_{l} t - k_{l} z + \delta_{xl}) + \boldsymbol{j} E_{yl} \cos(\omega_{l} t - k_{l} z + \delta_{yl})], \qquad (1)$$

где $\mu_l = \hbar \sqrt{2l} + 1/(|D_l|T_l); i, j$ – орты осей x и y; E_{xl}, E_{yl} – неотрицательные действительные амплитуды; δ_{xl}, δ_{yl} – фазовые добавки x- и y-компонент пробного (l = 1) и управляющего (l = 2) полей; $k_l = \omega_l/c$. Величины $E_{xl}, E_{yl}, \delta_{xl}, \delta_{yl}$ являются функциями z и t.

Определим переменные f_l и g_l как

$$f_l = [E_{xl} \exp(i\delta_{xl}) - iE_{yl} \exp(i\delta_{yl})]/\sqrt{2},$$

$$g_l = [E_{xl} \exp(i\delta_{xl}) + iE_{yl} \exp(i\delta_{yl})]/\sqrt{2}.$$

Следуя [25], далее именуем f_l и g_l амплитудами правой и левой круговых компонент полей соответственно, хотя часто используется противоположная терминология (см. напр., [26]). Волновую функцию Ψ атома в электрическом поле (1) представим в виде разложения по базису ϕ_k (k = 1, 2, ..., 9):

$$\Psi = \bar{c}_1 \phi_1 + \left(\sum_{k=2}^4 \bar{c}_k \phi_k\right) \exp(-i\xi_1) + \left(\sum_{k=5}^9 \bar{c}_k \phi_k\right) \exp[-i(\xi_1 - \xi_2)],$$

где $\xi_l = \omega_l t - k_l z$, l = 1, 2. Введем величины

$$c_{1} = p_{1}^{*} \bar{c}_{1}, \ c_{2} = \bar{c}_{2}, \ c_{4} = \bar{c}_{4}, \ c_{5} = p_{2} \bar{c}_{5},$$

$$c_{7} = (1/\sqrt{6}) p_{2} \bar{c}_{7}, \ c_{9} = p_{2} \bar{c}_{9},$$
(2)

где $p_l = 2D_l/|D_l|$, l = 1, 2. Определим нормированные независимые переменные *s* и *w* как

$$s = z/z_0, \quad w = (t - z/c)/T_1,$$

где $z_0 = 3\hbar c/(2\pi N |D_1|^2 T_1 \omega_1)$, N – концентрация атомов. Используя уравнения Максвелла и Шредингера, получим в первом приближении медленных огибающих следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial f_{1}}{\partial s} = \frac{i}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} c_{1}c_{2}^{*} \exp(-\varepsilon_{1}^{2}) d\varepsilon_{1},$$

$$\frac{\partial f_{2}}{\partial s} = -\frac{i}{\sqrt{\pi}} \xi \int_{-\infty}^{+\infty} (c_{4}^{*}c_{9} + c_{2}^{*}c_{7}) \exp(-\varepsilon_{1}^{2}) d\varepsilon_{1},$$

$$\frac{\partial g_{1}}{\partial s} = -\frac{i}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} c_{1}c_{4}^{*} \exp(-\varepsilon_{1}^{2}) d\varepsilon_{1},$$

$$\frac{\partial g_{2}}{\partial s} = \frac{i}{\sqrt{\pi}} \xi \int_{-\infty}^{+\infty} (c_{2}^{*}c_{5} + c_{4}^{*}c_{7}) \exp(-\varepsilon_{1}^{2}) d\varepsilon_{1},$$

$$\frac{\partial c_{1}}{\partial w} = -i(f_{1}c_{2} - g_{1}c_{4}),$$

$$\frac{\partial c_{2}}{\partial w} + i\varepsilon_{1}c_{2} = -\frac{i}{4}(f_{1}^{*}c_{1} + g_{2}^{*}c_{5} - f_{2}^{*}c_{7}) - \gamma c_{2},$$

$$\frac{\partial c_{4}}{\partial w} + i\varepsilon_{1}c_{4} = \frac{i}{4}(g_{1}^{*}c_{1} - g_{2}^{*}c_{7} + f_{2}^{*}c_{9}) - \gamma c_{4},$$
(3)

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_5}{\partial w} + \mathbf{i}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)c_5 &= -\mathbf{i}g_2c_2, \\ \frac{\partial c_7}{\partial w} + \mathbf{i}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)c_7 &= \frac{\mathbf{i}}{6}(f_2c_2 - g_2c_4), \\ \frac{\partial c_9}{\partial w} + \mathbf{i}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)c_9 &= \mathbf{i}f_2c_4, \end{aligned}$$

где

$$\varepsilon_1 = (\omega_1' - \omega_1)/\Delta_1, \quad \varepsilon_2 = \beta \varepsilon_1,$$

$$\xi = 0.6\beta |D_2/D_1|^2, \quad \beta = \omega_2/\omega_1.$$
(4)

Система уравнений (3) не содержит амплитуд \bar{c}_3 , \bar{c}_6 и \bar{c}_8 , что согласуется с правилами отбора ($\Delta M = \pm 1$) для переходов под действием круговых компонент поля (1). В уравнения для c_2 и c_4 феноменологически введены слагаемые $-\gamma c_2$ и $-\gamma c_4$ для учета спонтанного распада состояний верхнего уровня рассматриваемой Λ -схемы. Здесь $\gamma = T_1/(2\tau)$, где τ – радиационное время жизни уровня 3 Р⁰. Учет доплеровского уширения линий квантовых переходов с помощью усреднения дипольных моментов атомов по параметру ε_1 , определенному в (4), привел к появлению интегралов в первых четырех уравнениях системы (3).

Для описания излучений используются параметры a_l , α_l , γ_l эллипсов поляризации пробного (l = 1) и управляющего (l = 2) излучений. Здесь a_l – большая полуось эллипса, измеренная в единицах μ_l ; α_l – угол ее наклона к оси xв радианах; γ_l – параметр сжатия $(0 \le \alpha_l < \pi, -1 \le \gamma_l \le +1)$ [25]. Величина $|\gamma_l|$ определяет отношение малой оси эллипса к его большой оси. Условие $\gamma_l = 1$ ($\gamma_l = -1$) означает $\sigma_-(\sigma_+)$ -поляризацию. Если $|\gamma_l| = 1$, то угол α_l не определен, и в расчетах мы формально полагаем его равным – 0.1 рад.

При проведении численного анализа граничные условия, описывающие пробное излучение на входной поверхности s = 0 резонансной среды, выбирались в виде

$$\alpha_1 = \alpha_{10}, \quad a_1 = a_{10}, \quad \gamma_1 = \gamma_{10}, \quad \delta_{x1} = \delta_{x10} \tag{5}$$

 $(w \ge 0)$, а входное управляющее излучение задавалось соотношениями

$$\alpha_2 = \alpha_{20}, \quad a_2 = a_{20}, \quad \gamma_2 = \gamma_{20}, \quad \delta_{x2} = \delta_{x20}, \tag{6}$$

где α_{l0} , γ_{l0} , δ_{xl0} (l = 1, 2) и a_{20} – некоторые постоянные величины. Напротив, a_{10} , представляющая собой большую полуось эллипса поляризации входного пробного поля, полагалась зависящей от времени *w*. В качестве начальных условий было принято, что до прихода пробного импульса (w < 0) заселен только нижний энергетический уровень, так что при w = 0 выполняется равенство $c_1 = 2$, а все остальные амплитуды вероятностей, заданные выражениями (2), равны нулю.

Вид зависимости величины a_{10} от *w* выбирался так, чтобы равенства (5) описывали колоколообразный импульс пробного излучения. Равенства (6) описывают входное управляющее излучение, интенсивность которого не изменяется в течение всего процесса взаимодействия волн. Такая модель соответствует схеме контринтуитивного наложения управляющего поля, обычно используемой при экспериментальном изучении явления ЭМИП [3]. Согласно [27], для выбранных переходов ²⁰⁸Pb в формулах (3), (4) $\omega_2/\omega_1 = 0.7$, $\xi = 2.11$ и (при T = 900-1000 K) $\gamma = 1.5 \times 10^{-2}$. В случае T = 950 К имеем $T_1 = 1.63 \times 10^{-10}$ с. Выбирая для оценок насыщенные пары ²⁰⁸Pb и используя данные [28], находим при той же температуре N = 3.4×10^{13} см⁻³ и $z_0 = 0.03$ см. Отметим, что величина z_0 сильно зависит от температуры. Так, $z_0 = 0.1$ см при 900 К, и $z_0 = 0.01$ см при 1000 К. Время T_1 зависит от температуры слабо, уменьшаясь при таком ее изменении примерно на 5%. Время τ радиационного распада уровня ³P₁⁰, играющее при низких плотностях паров роль времени необратимой релаксации квантовой системы, составляет около 6 нс [27].

Далее используются безразмерные интенсивности I_l – плотности потоков энергии пробного (l = 1) и управляющего (l = 2) полей, измеряемые в единицах $c\mu_1^2/(8\pi)$:

$$I_1 = a_1^2(1+\gamma_1^2), \quad I_2 = (\beta/\xi)a_2^2(1+\gamma_2^2).$$

Размерные интенсивности \bar{I}_l (в кВт/см²) пробного и управляющего полей в диапазоне температур 900–1000 К (именно этот диапазон используется при проведении размерных оценок) можно определить как $\bar{I}_l = 1.3I_l$. Отметим, что система уравнений (3) справедлива при любом соотношении интенсивностей управляющего и пробного полей. Однако ниже мы описываем ЭМИП при условии $I_{10} \ll I_{20}$, т.е. в режиме, когда входное пробное излучение значительно слабее управляющего поля.

3. Нормальные моды (результаты численного анализа)

Положим в (5) и (6)

$$\alpha_{10} = \pi/6, \ a_{10} = 0.2 \operatorname{sech}[(w - 20)/5],$$

 $\gamma_{10} = -0.5, \ \delta_{x10} = 0;$
(7)

$$\alpha_{20} = 0, \ a_{20} = 6.6516, \ \gamma_{20} = -0.3, \ \delta_{x20} = 0.$$
 (8)

Граничные условия (7) описывают входной импульс пробного излучения длительностью 1.5 нс с пиковой интенсивностью $\bar{I}_1 = 65 \text{ Br/cm}^2$. Это излучение поляризовано эллиптически с параметром сжатия, равным -0.5 (левая эллиптическая поляризация [25]), причем угол между главной осью его эллипса поляризации и осью х равен $\pi/6$. Постоянная интенсивность I_2 управляющего излучения согласно (8) составляет приблизительно 20 кВт/см² (интенсивность управляющего излучения в экспериментальных работах [23, 24] имела примерно такую же величину). Поскольку I_2 превышает I_1 более чем в 300 раз, описываемая формулами (7) и (8) ситуация относится к случаю слабого пробного излучения. Управляющее поле также имеет левую эллиптическую поляризацию с параметром сжатия, равным -0.3, и главной осью эллипса поляризации, совпадающей с осью х. Последнее предполагается для простоты во всех последующих расчетах и не ограничивает общности рассуждений, т.к. эволюция взаимодействующих полей зависит только от угла между главными осями их эллипсов поляризации. Отметим, что в приближении медленных огибающих большая разность между несущими частотами пробного и управляющего полей приводит к независимости характеристик эллипса поляризации управляющего излучения в среде от значений постоянных величин δ_{x10} и δ_{x20} .

Результаты расчета представлены на рис.1. Графики зависимости I₁ от w при различных фиксированных значениях дистанции s (жирные кривые на рис.1) показывают, что на достаточно малых расстояниях внутри среды входной импульс пробного излучения начинает разделяться на два отдельных субимпульса (импульсы 1 и 2 на рис.1, б, в). При этом вид штриховых и тонких кривых, описывающих эволюцию величин α₁ и γ₁ соответственно, свидетельствует о том, что по мере прохождения пробным полем данной точки пространства угол α_1 плавно изменяется от 0 примерно до $\pi/2$, тогда как γ_1 плавно уменьшается от значения, примерно равного 0.74, до значения, близкого к – 0.74. (штриховые и тонкие кривые здесь и ниже изображены только в тех временных интервалах, где величина I₁ заметно отличается от нуля). Таким образом, на малых расстояниях состояние поляризации пробного поля, определяемое значениями α_1 и γ_1 , изменяется по мере распространения импульса в среде.

При достаточно больших значениях *s* энергия пробного излучения оказывается сконцентрированной в двух субимпульсах (1 и 2 на рис.1,*г*). В области локализации каждого из этих импульсов поляризационные характеристики излучения остаются неизменными как в пространстве, так и во времени. Для импульса 1 расчет дает $\alpha_1 = 0$, $\gamma_1 = 0.7415$, а для импульса 2 имеем $\alpha_1 = \pi/2$, $\gamma_1 = -0.7415$. Данное обстоятельство позволяет предположить, что импульсы 1 и 2 представляют собой нормальные моды (волны) [26] пробного излучения. В анизотропной кристаллической среде нормальные моды поляризованы линейно, а в оптически активной среде они имеют круговую поляризацию. В нашем случае, когда оптическия изотропия газа снимается наложением эллиптически поляризованы

ванного управляющего излучения, нормальные моды в общем случае поляризованы эллиптически.

Кривые, описывающие эволюцию фазы δ_{x1} пробного поля в среде, не представлены на рис.1. В связи с этим отметим, что в области нахождения каждого из субимпульсов, в которых на больших расстояниях сосредотачивается энергия пробного поля, эта величина не зависит от *s* и *w*. При этом для субимпульса, соответствующего параллельной нормальной моде, $\delta_{x1} = -0.5001$, а для субимпульса, связанного с перпендикулярной нормальной модой, $\delta_{x1} = 0.2852$.

На рис.2 приведены результаты расчета, исходные условия которого отличаются от (7), (8) только тем, что $\gamma_{20} = 0.3$. Этот выбор означает правую эллиптическую поляризацию управляющего поля, тогда как в предыдущем расчете она была левой. Из рис.2, б, в следует, что на малых расстояниях, как и в случае левой поляризации, происходит разбиение пробного импульса на два субимпульса, и в течение этого процесса большая ось эллипса поляризации поворачивается на угол, примерно равный $\pi/2$ (штриховые кривые на рис.2, *б*, *в*). Однако направление изменения у1 противоположно тому, что было при $\gamma_{20} = -0.3$. Согласно графикам (тонкие кривые на рис.2, б, в) эта величина плавно изменяется примерно от -0.74 до 0.74. На больших расстояниях энергия пробного излучения сосредотачивается в двух импульсах (рис.2,г) с неизменными состояниями поляризации.



Рис.1. Эволюция характеристик пробного поля в среде при s = 0 (*a*), 100 (*б*), 180 (*в*) и 400 (*г*) (I_1 – жирные кривые, α_1 и γ_1 – штриховые и тонкие кривые соответственно); $\gamma_{20} = -0.3$.



Рис.2. Эволюция величин I_1 , α_1 , γ_1 в среде при s = 0 (*a*), 100 (*b*), 180 (*b*) и 400 (*c*) (обозначения те же, что и на рис.1); $\gamma_{20} = 0.3$.

В области импульса 1 $\alpha_1 = 0$, $\gamma_1 = -0.7415$, а в области импульса 2 $\alpha_1 = \pi/2$, $\gamma_1 = 0.7415$. Таким образом, импульс 1 является параллельной нормальной модой, а импульс 2 – перпендикулярной нормальной модой.

сов поляризации параллельной и перпендикулярной нормальных мод могут быть представлены соответственно в виде $\gamma_1 = -\text{sgn}(\gamma_2)\bar{\gamma_1}$ и $\gamma_1 = \text{sgn}(\gamma_2)\bar{\gamma_1}$, где $\bar{\gamma_1} \ge 0$ – модуль параметров сжатия, одинаковый для обеих мод, а sgn(x) – знаковая функция, равная –1 при x < 0, нулю при x = 0 и +1 при x > 0; $\bar{\gamma_1} = 0.7415$ (для рассмотренных ситуаций).

Используя приведенные выше результаты, можно сделать следующее предположение. Параметры сжатия эллип-



Рис.3. Эволюция величин I₁, α_1 , γ_1 в среде при s = 0 (*a*), 700 (*b*), 1400 (*b*) и 4000 (*c*) (обозначения те же, что и на рис.1); $\gamma_{20} = -0.3$.

Исходя из физических соображений, можно предположить, что величина $\bar{\gamma}_1$ зависит только от $|\gamma_2|$ – модуля параметра сжатия эллипса поляризации управляющего излучения. Это обстоятельство было подтверждено серией расчетов при различных значениях величин (в том числе и временной формы огибающей входного пробного поля), входящих в граничные условия (5), (6). На рис.3 представлены результаты расчета, выполненного при условиях

$$\alpha_{10} = \pi/3, \ a_{10} = \sqrt{0.08 \operatorname{sech}[(w - 200)/50]},$$

 $\gamma_{10} = 0, \ \delta_{x10} = 0;$
(9)

$$\alpha_{20} = 0, \ \alpha_{20} = 5.7606, \ \gamma_{20} = -0.3, \ \delta_{20} = 0.$$
 (10)

В этом случае входной пробный импульс линейно поляризован под углом $\pi/3$ к оси *x*, имеет в 10 раз большую длительность и в 1.6 раза большую пиковую интенсивность, чем пробные импульсы в предыдущих расчетах (см. рис.1,а и 2,а); интенсивность же управляющего поля составляет ~15 кВт/см², т.е. 75% от I_2 , соответствующей условиям (8). Качественная картина процесса распада входного пробного импульса на нормальные моды аналогична картине, изображенной на рис.1, хотя теперь такой распад требует значительно большей дистанции (скачок α_1 на рис. 3, г определяется выбором области изменения этой величины). На расстоянии s = 4000 (рис.3,*г*), как показал расчет, значение величины $\bar{\gamma}_1$ с погрешностью менее 0.1% совпадает со значением, полученным в первых двух расчетах. Наличие погрешности объясняется не только погрешностью численного метода решения системы (3), но и тем, что эта система уравнений учитывает влияние пробного поля на управляющее.

Зависимость $\bar{\gamma}_1$ от $|\gamma_2|$, построенная по результатам расчетов, аналогичных первому расчету данного раздела, изображена на рис.4. Видно, что нормальные моды пробного излучения имеют линейную поляризацию при линейной поляризации управляющего поля и круговую поляризацию в случае, если управляющее поле поляризовано по кругу. Это обстоятельство соответствует выводам работ [21, 22]. При изменении $|\gamma_2|$ вблизи нуля параметр $\bar{\gamma}_1$ изменяется быстрее, чем $|\gamma_2|$, а вблизи значения $|\gamma_2|$, равного единице, ситуация противоположная.

Отметим, что если в (8) положить $a_{20} = 0$, что соответствует случаю отсутствия управляющего излучения, то, как показывает расчет, энергия входного пробного импульса практически полностью поглощается средой на



Рис.4. Зависимость $\bar{\gamma}_1$ от $|\gamma_2|$.

расстоянии s = 3 от входной поверхности. Тот факт, что при наложении управляющего излучения эта энергия проникает в среду на расстояние s = 400 (см. напр., рис.1,*г*), свидетельствует о наличии явления ЭМИП.

4. Представление пробного поля суперпозицией нормальных мод

Пробное поле, выраженное формулой (1), можно представить как сумму нормальных мод. Используя стандартные определения параметров эллипса поляризации [25], получаем следующие соотношения между входящими в (1) переменными и параметрами эллипса поляризации пробной волны:

$$E_{x1} = a_{1}\varepsilon_{+}(\alpha_{1},\gamma_{1}), \quad E_{y1} = a_{1}\varepsilon_{-}(\alpha_{1},\gamma_{1}),$$

$$\varepsilon_{+}(\alpha_{1},\gamma_{1}) = \sqrt{[1 + \gamma_{1}^{2} + (1 - \gamma_{1}^{2})\cos 2\alpha_{1}]/2}, \quad (11)$$

$$\varepsilon_{-}(\alpha_{1},\gamma_{1}) = \sqrt{[1 + \gamma_{1}^{2} - (1 - \gamma_{1}^{2})\cos 2\alpha_{1}]/2} (11),$$

$$\delta_{y1} = \delta_{x1} + \delta_{1}, \quad \delta_{1} = \begin{cases} \arg p, \ p \neq 0, \\ 0, \ p = 0, \end{cases}$$

$$p = (1 - \gamma_{1}^{2})\sin 2\alpha_{1} + 2\gamma_{1}i. \qquad (12)$$

Выражения (11), (12) показывают, что значения α_1 , a_1 , γ_1 и δ_{x1} однозначно определяют пробное поле (так же, как и значения E_{x1} , E_{y1} , δ_{x1} , δ_{y1}).

Обозначим через J_x и J_y *x*- и *y*-компоненты вектора Джонса [26] пробной волны:

$$J_x = \mu_1 E_{x1} \exp(i\delta_{x1}), \quad J_y = \mu_1 E_{y1} \exp(i\delta_{y1}).$$
 (13)

Используем символы $\alpha_1^{(i)}$, $a_1^{(i)}$, $\gamma_1^{(i)}$, $\delta_{x1}^{(i)}$ и $\delta_{y1}^{(i)}$ для величин α_1 , a_1 , γ_1 , δ_{x1} и δ_{y1} , описывающих параллельную (i = 1) и перпендикулярную (i = 2) нормальные моды пробного поля. Согласно сказанному в предыдущем разделе, можно записать

$$\begin{aligned}
\alpha_1^{(1)} &= 0, \ a_1^{(1)}, \ \gamma_1^{(1)} = -\operatorname{sgn}(\gamma_2)\bar{\gamma}_1, \ \delta_{x1}^{(1)}, \\
\delta_{y1}^{(1)} &= \delta_{x1}^{(1)} - \operatorname{sgn}(\gamma_2)\pi/2,
\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} \alpha_1^{(2)} &= \pi/2, \ \alpha_1^{(2)}, \ \gamma_1^{(2)} = \operatorname{sgn}(\gamma_2)\bar{\gamma}_1, \ \delta_{x1}^{(2)}, \\ \delta_{y1}^{(2)} &= \delta_{x1}^{(2)} + \operatorname{sgn}(\gamma_2)\pi/2, \end{aligned}$$
(15)

где $a_1^{(i)}$ – зависящая от *s* и *w* большая полуось эллипса поляризации параллельной (*i* = 1) и перпендикулярной (*i* = 2) нормальных мод, тогда как все другие величины от *s* и *w* не зависят. Используя формулы (11), (12) и (13), находим выражения для компонент $J_x^{(i)}$ и $J_y^{(i)}$ векторов Джонса параллельной (*i* = 1) и перпендикулярной (*i* = 2) нормальных мод:

$$J_x^{(1)} = \mu_1 a_1^{(1)} \exp(i\delta_{x1}^{(1)}), \ J_y^{(1)} = \mu_1 \bar{\gamma}_1 a_1^{(1)} \exp(i\delta_{y1}^{(1)}),$$
(16)

$$J_x^{(2)} = \mu_1 \bar{\gamma}_1 a_1^{(2)} \exp(\mathrm{i}\delta_{x1}^{(2)}), \ J_y^{(2)} = \mu_1 a_1^{(2)} \exp(\mathrm{i}\delta_{y1}^{(2)}).$$
(17)

Используя (16) и (17) совместно с выражениями для $\delta_{y1}^{(l)}$ из формул (14),(15), нетрудно установить условие ортогональности векторов Джонса нормальных мод:

$$J_x^{(1)}J_x^{(2)*} + J_v^{(1)}J_v^{(2)*} = 0.$$

Таким образом, параллельная и перпендикулярная нормальные моды пробного поля образуют ортогональную пару, и любое пробное поле вида (1) можно представить как сумму таких мод [26]. Для этого достаточно выразить характеристики нормальных мод на входной поверхности s = 0 в (14), (15) через подобные характеристики входного пробного импульса; при этом $\gamma_1^{(1)}$ и $\gamma_1^{(2)}$ считаются известными на основе численного определения величины $\bar{\gamma}_1$ (см. рис.4). Таким образом, определению подлежат лишь $a_{10}^{(i)}$ й $\delta_{x10}^{(i)}$ (i = 1, 2) – значения величин $a_1^{(i)}$ и $\delta_{x1}^{(i)}$ на входной поверхности.

В рассматриваемых нами случаях отсутствия фазовой модуляции входного пробного поля δ_{x10} не зависит от w и без ущерба для общности рассуждений в дальнейшем полагается равным нулю. Приравнивая вектор Джонса пробной волны, падающей на входную поверхность, к сумме векторов Джонса нормальных мод на этой поверхности, приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} X + \bar{\gamma}_1 Z = A, \ Y + \bar{\gamma}_1 T = 0, \\ \bar{\gamma}_1 Y - T = B, \ \bar{\gamma}_1 X - Z = C, \end{cases}$$
(19)

где неизвестные величины X, Y, Z, T и известные величины А, В, С задаются формулами

$$X = (a_{10}^{(1)}/a_{10})\cos\delta_{x10}^{(1)}, \quad Y = (a_{10}^{(1)}/a_{10})\sin\delta_{x10}^{(1)},$$

$$Z = (a_{10}^{(2)}/a_{10})\cos\delta_{x10}^{(2)}, \quad T = (a_{10}^{(2)}/a_{10})\sin\delta_{x10}^{(2)};$$
(20)

$$A = \varepsilon_+(\alpha_{10}, \gamma_{10}), \quad B = \operatorname{sgn}(\gamma_2)\varepsilon_-(\alpha_{10}, \gamma_{10})\cos\delta_{10}, \tag{21}$$

 $C = -\operatorname{sgn}(\gamma_2)\varepsilon_{-}(\alpha_{10},\gamma_{10})\sin\delta_{10}.$

Дискриминант линейной системы уравнений (19)
$$-(1 + \gamma_{10}^2)^2 \neq 0$$
, и, следовательно, эта система имеет единственное решение. Входящие в (19) коэффициенты при неизвестных и правые части уравнений, описываемые формулами (21), не зависят от *w*, так что и компоненты *X*, *Y*, *Z*,

лами (21) T решения системы также от w не зависят. Недостающие значения характеристик нормальных мод определяются далее следующим образом:

$$a_{10}^{(1)} = a_{10}\sqrt{X^2 + Y^2}, \ a_{10}^{(2)} = a_{10}\sqrt{Z^2 + T^2},$$

 $\gamma_{10}^2)^2 \neq 0,$

ное реше

вестных и

а затем, исходя из формул (20), находятся значения $\delta_{x_{10}}^{(i)}$.

Используя указанную процедуру для нормальных мод, соответствующих входному пробному полю первого из представленных выше расчетов, можно получить следующие характеристики:

$$\alpha_{10}^{(1)} = 0, \ a_{10}^{(1)} = 0.0720 \operatorname{sech}[(w - 20)/5],$$

 $\gamma_{10}^{(1)} = 0.7415, \ \delta_{x10}^{(1)} = -0.4991,$
(22)

$$\alpha_{10}^{(2)} = \pi/2, \ a_{10}^{(2)} = 0.1646 \operatorname{sech}[(w - 20)/5],$$

 $\gamma_{10}^{(2)} = -0.7415, \ \delta_{x10}^{(2)} = 0.2865.$
(23)

Отметим практическое совпадение значений $\delta_{x10}^{(1)}$ и $\delta_{x10}^{(2)}$ со значениями, которые были получены для нормальных мод первого расчета. Результаты расчетов с использованием данных (22), (23) совместно с условиями (8) для входного управляющего излучения представлены на рис.5 и демонстрируют эволюцию обеих нормальных мод в среде.

Параллельность оси времени линий 2 и 3 и независящая от расстояния *s* высота их расположения на рис. 5, *a*-*г* свидетельствуют о неизменности поляризационных харак-



Рис.5. Рассчитанные характеристики I1 (I), α1 (2), γ1 (3) параллельной (сплошные кривые) и перпендикулярной (штриховые кривые) нормальных мод для расстояний *s* = 0 (*a*), 100 (*б*), 180 (*в*) и 400 (*г*).



Рис.6. Графики интенсивностей пробного поля (жирные кривые), параллельной (1) и перпендикулярной (2) нормальных мод при s = 50 (a) и 100 (δ).

теристик α_1 и γ_1 каждой нормальной моды при ее распространении в среде. Это свойство входит в стандартное определение нормальных мод. При этом сумма интенсивностей нормальных мод на каждом расстоянии *s* совпадает (с точностью около 0.2%) с интенсивностью пробного поля первого расчета. Данное обстоятельство проиллюстрировано на рис.6.

Процедура нахождения характеристик нормальных мод, использующая уравнения (20), применима при условии $\gamma_2 \neq 0$. При $\gamma_2 = 0$, как отмечалось ранее, $\bar{\gamma}_1 = 0$, т.е. нормальные моды представляют собой линейно поляризованные излучения. Можно показать, что в этом случае их характеристики на входной поверхности определяются как

$$\begin{aligned} \alpha_{10}^{(1)} &= 0, \ a_{10}^{(1)} = a_{10}\varepsilon_{+}(\alpha_{10},\gamma_{10}), \ \gamma_{10}^{(1)} = 0, \ \delta_{x10}^{(1)} = 0, \\ \alpha_{10}^{(1)} &= \pi/2, \ a_{10}^{(1)} = a_{10}\varepsilon_{-}(\alpha_{10},\gamma_{10}), \ \gamma_{10}^{(2)} = 0, \ \delta_{x10}^{(2)} = \delta_{10} \end{aligned}$$

где величина δ_1 задается (12) при $\alpha_1 = \alpha_{10}$ и $\gamma_1 = \gamma_{10}$.

5. Заключение

Результаты расчетов свидетельствуют о том, что при ЭМИП в поле эллиптически поляризованного управляющего излучения газообразная среда приобретает способность двойного лучепреломления с эллиптически поляризованными нормальными модами пробного поля. Отметим, что двойное лучепреломление с нормальными модами такого типа имеет место при распространении радиоволн в замагниченной космической плазме [29]. Большая ось эллипса поляризации одной из нормальных мод пробного поля параллельна большой оси эллипса поляризации управляющего излучения, тогда как большая ось эллипса поляризации другой нормальной моды перпендикулярна к ней. Отношение малой оси к большой одинаково для эллипсов поляризации обеих мод. Направление вращения вектора напряженности электрического поля первой из упомянутых мод противоположно направлению вращения вектора напряженности электрического поля управляющего излучения. Вектор напряженности электрического поля другой моды вращается в ту же сторону, что и соответствующий вектор управляющего поля. Импульс моды первого типа распространяется в среде медленнее, чем импульс моды второго типа. Поляризационные характеристики обеих мод определяются только поляризационными характеристиками управляющего поля.

Показано, что каждая нормальная мода пробного излучения распространяется в среде без изменения состояния поляризации и независимо от другой моды. Напряженность электрического поля произвольного пробного импульса в среде может быть представлена как сумма напряженностей полей нормальных мод, и таким же образом может быть представлена интенсивность произвольного импульса пробного излучения. Именно эти свойства излучения обычно подразумеваются при использовании термина «нормальная мода» [26].

Различие скоростей импульсов, связанных с нормальными модами, приводит к разбиению произвольного входного импульса в среде на два субимпульса, каждый из которых представляет одну нормальную моду. На начальном этапе распада пробного импульса «разбегание» составляющих его нормальных мод проявляется в значительной временной и пространственной зависимости его поляризационных характеристик.

В работе [18] теоретически изучался стационарный режим ЭМИП в такой же схеме квантовых переходов, как и в настоящей работе. Однако в [18] полагалось, что управляющее поле воздействует на коротковолновый переход, а пробное – на длинноволновый. Используемые нами граничные и начальные условия соответствуют противоположной ситуации. В нашем случае обе нормальные моды распространяются в среде практически без поглощения, тогда как в работе [18] поглощение одной из нормальных мод имело значительную величину.

В заключение отметим, что изучение сопровождающих ЭМИП нестационарных поляризационных эффектов с практической точки зрения перспективно для создания устройств, принцип действия которых основан на управлении состоянием поляризации когерентного оптического излучения.

- Агапьев Б.Д., Горный М.Б., Матисов Б.Г., Рождественский Ю.В. УФН, 163, 1 (1993).
- Vitanov N.V., Rangelov A.A., Shore B.W., Bergmann K. *Rev. Mod. Phys.*, **89**, 015006 (2017).
- 3. Harris S.E. Phys. Today, 50, 36 (1997).
- 4. Lukin M.D. Rev. Mod. Phys., 75, 457 (2003).
- Fleischhauer M., Imamoğlu A., Marangos J.P. Rev. Mod. Phys., 77, 633 (2005).
- Duan L.-M., Lukin M.D., Cirac J.I., Zoller P. Nature (London), 414, 413 (2001).
- 7. Sinatra A. Phys. Rev. Lett., 97, 253601 (2006).
- Martinalli M., Valente P., Failache H., Felinto D., Cruz L.S., Nussenzveig P., Lezama A. *Phys. Rev. A*, 69, 043809 (2004).
- 9. Godone A., Micallilizio S., Levi F. Phys. Rev. A, 66, 063807 (2002).
- 10. Lukin M.D., Imamoğlu A. Nature (London), 413, 273 (2001).

- 11. Kocharovskaya O., Mandel P. Phys. Rev. A, 42, 523 (1990).
- 12. Попов А.К. Изв. РАН. Сер. физич., 60, 99 (1996).
- 13. Wielandy S., Gaeta A.L. Phys Rev. Lett., 81, 3359 (1998).
- Bo Wang, Shujing Li, Jie Ma, Hai Wang, Peng K.C., Min Xiao. *Phys. Rev. A*, **73**, 051801(R) (2006).
- Agarwal G.S., Shubhrangshu Dosgupta. Phys. Rev. A, 67, 023814 (2003).
- Sautenkov V.A., Rostovtsev Y.V., Chen H., Hsu P., Agarwal G.S., Scully M.O. Phys. Rev. Lett., 94, 233601 (2005).
- Tai Hyun Yoon, Chang Yong Park, Sung Jong Park. *Phys. Rev. A*, 70, 061803(R) (2004).
- 18. Kis Z., Demeter G., Janszky J. J. Opt. Soc. Am. B, 30, 829 (2013).
- 19. Зеленский И.В., Миронов В.А. ЖЭТФ, **121**, 1068 (2002).
- Yudin V.I., Basalaev M.Yu., Brazhnikov D.V., Taichenachev A.V. *Phys. Rev. A*, 88, 023862 (2013).

- 21. Паршков О.М. Квантовая электроника, **41**, 1010 (2011) [Quantum Electron., **41**, 1010 (2011)].
- 22. Паршков О.М. Квантовая электроника, 45 (11), 1010 (2015) [Quantum Electron., 45 (11), 1010 (2015)].
- Kasapi A., Maneesh J., Yin G.Y., Harris S.E. Phys. Rev. Lett., 74, 2447 (1995).
- Maneesh J., Kasapi A., Yin G.Y., Harris S.E. Phys. Rev. Lett., 75, 4385 (1995).
- 25. Борн М., Вольф Э. Основы оптики (М.: Наука, 1970).
- 26. Салех Б., Тейх М. Оптика и фотоника. Принципы и применения (Долгопрудный: ИД «Интеллект», 2012, Т.1).
- 27. De Zafra R.L., Marshall A. Phys. Rev., 170, 28 (1968).
- 28. Физические величины. Справочник. Под ред. И.С.Григорьева, Е.З.Мейлихова (М.: Энергоатомиздат, 1991).
- 29. Лонгейр М. Астрофизика высоких энергий (М.: Мир, 1983).