

# Моделирование квантово-каскадного лазера эквивалентной схемой с учетом влияния горячих электронов и горячих фононов\*

Х.Р.Юсефванд

*Исследуется влияние динамики горячих электронов и фононов на выходные характеристики квантово-каскадного лазера (ККЛ) с помощью моделирования эквивалентной схемой. Модель построена на основе уравнения энергетического баланса, определяющего электронную температуру уровней в активной области, уравнения теплопереноса для учета температуры решетки, скорости образования неравновесных фононов, учитывающей динамику горячих фононов, и упрощенных двухуровневых скоростных уравнений динамики носителей заряда и фотонов в активной области. Данная методика упрощает описание электрон-фононного взаимодействия в ККЛ вдали от равновесия. С использованием представленной модели изучены и проанализированы стационарный и нестационарный отклики ККЛ в широком диапазоне температур теплового резервуара (от 80 до 320 К). Модель позволила объяснить полученные рабочие характеристики ККЛ. Ожидается, что данная предсказательная модель будет применима ко всем ККЛ-системам, работающим в импульсных и непрерывных режимах.*

**Ключевые слова:** квантово-каскадные лазеры (ККЛ), эквивалентная схема, горячий электрон, горячий фонон.

## 1. Введение

Квантово-каскадные лазеры (ККЛ) – это полупроводниковые лазеры с электрической накачкой на основе оптических электронных межподзонных переходов (МПП) между квантованными состояниями внутри зоны проводимости [1]. Возможность создания каскада активных областей – главное достоинство ККЛ, благодаря которому электроны «повторно используются» от периода к периоду структуры по мере их прохождения через каскадную лазерную структуру.

В обычных ККЛ среднего ИК диапазона и терагерцевого диапазона, соответствующего фоновому резонансу, используется электрон-фононное взаимодействие, способствующее быстрому обеднению нижнего лазерного уровня и помогающее достичь инверсии населенностей верхнего и нижнего лазерных состояний. В ККЛ испускание оптического фотона – главный процесс, управляющий транспортом электронов и ММП между уровнями активной области [2]. Транспорт в активной зоне определяется также сверхбыстрыми МПП и в наиболее распространенном случае требует напряжения смещения в несколько сотен милливольт на каждой ступени каскада вблизи порога лазерной генерации. Под действием сильного приложенного электрического поля электроны активной области ускоряются и приобретают большую кинетическую энергию, что приводит к формированию популяции горячих электронов со средней энергией, превышающей температуру теплового резервуара. Электроны расходуют эту избыточную кинетическую энергию,

возбуждая другие электроны и испуская фотоны или фононы. В типичном случае каждый инжектируемый электрон генерирует несколько (6–10) фононов за одну ступень каскада; дисбаланс между генерацией фононов и скоростями их распада приводит к накоплению оптических фононов и может создать неравновесное распределение этих фононов (горячие фононы) [3]. Поэтому описание взаимодействия носителей заряда и оптических фононов в ККЛ должно быть существенно модифицировано, чтобы корректно учесть электронную температуру и эффекты горячих фононов. При разработке конкретных конструкций ККЛ необходимым предварительным условием является создание предсказательной модели ККЛ на системном уровне, способной учитывать горячие электроны и горячие фононы.

В наших предыдущих статьях была разработана модель штарковского ролл-овера\* в ККЛ для получения ватт-амперных и вольт-амперных характеристик устройства [4, 5], однако эффекты горячих электронов и горячих фононов не учитывались. В настоящей работе описано моделирование ККЛ эквивалентной схемой, включающей в себя эффекты горячих электронов и горячих фононов. Полная эквивалентная схема состоит из нескольких интерактивных подсхем (блоков), включая входной блок для выбора соотношения между током и напряжением в устройстве, блок электронной температуры для вычисления температуры электронов в верхнем и нижнем лазерных состояниях, блок температуры решетки для учета эффектов самонагрева в устройстве, блок горячих фононов для моделирования их динамики и внутренний блок для моделирования динамики носителей заряда и фотонов в активной области устройства.

\* Перевод с англ. В.Л.Дербова.

**H.R.Yousefvand.** Department of Electrical Engineering, Islamshahr Branch, Islamic Azad University, Tehran 33147–67653, Iran; e-mail: hossein@iiu.ac.ir

Поступила в редакцию 13 апреля 2017 г.

\* В англоязычной литературе термин roll-over (переворот) применительно к полупроводниковым лазерам означает переход от роста выходной мощности к ее уменьшению при увеличении инжекционного тока. В русскоязычной литературе нам не удалось найти аналогичного краткого термина (прим. перев.).

## 2. Физические основы и теория

Упрощенная схема динамики тепловых процессов и движения носителей в ККЛ представлена на рис. 1. Видно, что электроны электрически инжектируются из основного состояния инжектора  $g$  в верхние лазерные состояния 3, после чего они могут совершить либо оптический переход в состояние 2, либо ряд последовательных безызлучательных переходов с испусканием фононов. В модели рассматриваются температуры электронов на уровнях активной области  $T_E$ , кристаллической решетки  $T_L$  и теплового резервуара  $T_S$ . Важно отметить, что электронная температура  $T_E$  сначала «создается» в активной сердцевине, а затем через кристаллическую решетку «передается» теплому резервуару.

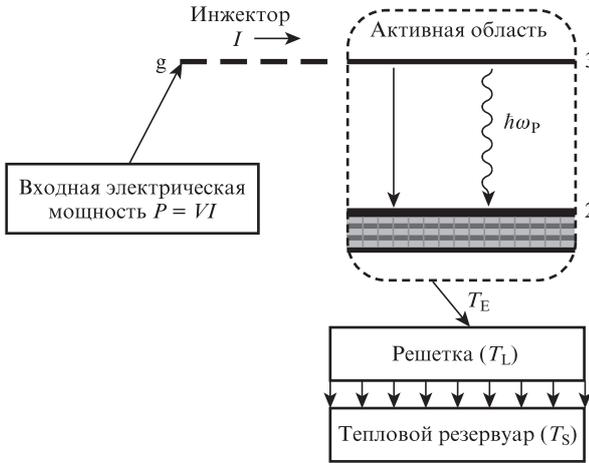


Рис. 1. Упрощенная схема динамики носителей заряда и тепловых процессов в ККЛ.

### 2.1. Генерация горячих электронов и горячих фононов в ККЛ

Известно, что к активной области ККЛ приложено большое электрическое напряжение, под действием которого электроны в этой области ускоряются и приобретают большую кинетическую энергию. Такие электроны с высокой энергией часто называют горячими, поскольку их характерные температуры намного выше, чем у окружающей кристаллической решетки [6, 7].

Кинетическая энергия электронов может характеризоваться эффективной температурой  $T_E$ , которая одинакова в верхнем и нижнем лазерных состояниях [8]. Стоит отметить, что нужно также согласованным образом учитывать зависимость скорости уменьшения температуры носителей из-за вынужденного испускания фотонов от эффективной температуры. Таким образом, приобретение или потерю полной энергии электронов в активной области можно моделировать простым уравнением баланса, как и в нашей предыдущей работе [9]:

$$n_{2D}k_B \frac{dT_E}{dt} = \frac{I_T}{eA} (\Delta E_{32} + 2\hbar\omega_{LO}) - n_{2D}k_B \frac{T_E - T_L}{\tau_E} - G\Delta N \frac{N_P \hbar\omega_P}{A}, \quad (1)$$

где  $I_T$  – полный ток, текущий через устройство;  $A$  – площадь устройства;  $e$  – заряд электрона;  $n_{2D}$  – поверхност-

ная концентрация примеси на одну ступень каскада;  $k_B$  – постоянная Больцмана;  $\Delta E_{32}$  – разность энергий верхнего и нижнего лазерных состояний;  $2\hbar\omega_{LO}$  – разность энергий нижнего лазерного состояния и основного состояния инжектора следующей ступени;  $\tau_E = 0.22-0.25$  пс – время жизни, связанное с потерями энергии за счет теплообмена электронов с решеткой [7];  $G$  – оптическое усиление;  $\Delta N = N_3 - N_2$  – разность населенностей лазерных уровней;  $N_P$  – число фотонов;  $\hbar\omega_P = \Delta E_{32}$  – энергия фотона.

С другой стороны, отвод тепла из ККЛ затруднен следующими факторами: значительной электрической мощностью  $P$ , рассеиваемой в активных областях устройства, плохим тепловым контактом между активной областью и тепловым резервуаром из-за конфигурации волновода и монтажа, а главное – низкой теплопроводностью в активных областях ККЛ из-за их сверхрешеточной природы [10]. Поэтому для моделирования тепловых переходных процессов, обусловленных самонагревом и изменениями температуры окружающей среды, служащей тепловым резервуаром, мы используем уравнение теплового баланса для решетки из нашей предыдущей работы [4]:

$$\tau_{TH} \frac{dT_L}{dt} = \sigma(I_T V - P_{out})R_{TH} - (T_E - T_S), \quad (2)$$

где  $R_{TH}$  – тепловое сопротивление, связывающее изменение температуры активной области с мощностью, рассеиваемой в виде тепла;  $\tau_{TH} = 1$  мкс – тепловая постоянная времени, определяющая скорость оттока тепла из активной области в оболочку волновода и изолирующие слои;  $P_{out}$  – выходная оптическая мощность;  $\sigma$  – коэффициент заполнения импульсов;  $V$  – напряжение на устройстве.

В дальнейшем нам потребуется корректное описание динамики фононов в активной зоне прибора. Как упоминалось выше, дисбаланс между температурами электронов и решетки обязательно приводит к тому, что электроны теряют часть своей кинетической энергии, передавая ее решетке и генерируя тем самым фононы. Из требований сохранения энергии и импульса в процессе релаксации горячих электронов следует, что созданные таким образом фононы имеют определенное распределение в импульсном пространстве. Следовательно, фононы с различными волновыми векторами могут характеризоваться различными числами заполнения; такие фононы не находятся в состоянии теплового равновесия и поэтому часто называются горячими, или неравновесными фононами [6]. Для ККЛ, где имеется множество тонких слоев материалов гетероструктуры, эволюция электронно-фононной системы может быть описана связанными уравнениями Больцмана [2, 11]. Однако численная реализация такого описания не представляется возможной. Описание переноса электронов в ККЛ, как правило, подразумевает их взаимодействие с недиспергирующими объемными фононами материала ямы, поскольку константы скорости рассеяния в этом приближении вычисляются достаточно просто [12–18]. Более того, Вильямс и Ху показали, что полные скорости фононного рассеяния с учетом ограничения в пределах одной ступени каскада с тремя квантовыми ямами для двух ККЛ на  $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  очень близки к полученным с использованием объемных фононов в  $\text{GaAs}$  [19]. Это разумное приближение для нашей модели. В таком случае динамику числа заполнения неравновесных фононов и скорость изменения числа из-

быточных оптических фононов с волновым вектором  $q$  ( $|q| = q \approx 0.1-0.3 \text{ нм}^{-1}$ ) можно определить из условия сохранения энергии [6]:

$$\frac{\partial N_q}{\partial t} = \frac{2\pi}{\hbar} (N_q + 1) \sum_k |M_q|^2 [f_k(1 - f_{k-q}) \delta(E_{k-q} - E_k + \hbar\omega_{LO})] - \frac{2\pi}{\hbar} N_q \sum_k |M_q|^2 [f_k(1 - f_{k+q}) \delta(E_{k+q} - E_k - \hbar\omega_{LO})], \quad (3)$$

где  $N_q$  – функция распределения фононов;  $f_k$  – функция распределения электронов с волновым вектором  $k$ ;  $\hbar\omega_{LO}$  – энергия продольного оптического фонона;  $\delta(x)$  – дельта-функция Дирака;

$$|M_q|^2 = \frac{2\pi e^2 \hbar\omega_{LO}}{V_L q^2} \left( \frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon_0} \right) \quad (4)$$

– квадрат модуля матричного элемента взаимодействия Фрёлеха между электроном и продольным оптическим фононом в объемном GaAs;  $V_L$  – объем одной ступени каскада;  $\varepsilon_\infty$  и  $\varepsilon_0$  – высокочастотная и статическая диэлектрические постоянные соответственно. Если предположить, что электроны находятся в квазиравновесном состоянии, подчиняющемся распределению Больцмана с температурой  $T_E$ , и что  $f_k$  много меньше единицы, то функция распределения избыточных продольных оптических фононов  $N_q$ , генерируемых в результате релаксации горячих электронов, упрощается и имеет вид [6]

$$\frac{dN_q}{dt} = \frac{2\hbar\omega_{LO} e^2}{\hbar^2 c V_L} \left( \frac{2\pi^2 m^* c^2}{k_B T_E} \right) \left( \frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon_0} \right) \times \frac{N_3}{q^3} \left( 1 - \frac{N_q}{N_q^0} \right) \exp\left( -\frac{E_{q^2}}{k_B T_E} \right), \quad (5)$$

где  $N_q^0 = \{ \exp[\hbar\omega_{LO}/(k_B T_L)] - 1 \}^{-1}$  – распределение Бозе–Эйнштейна для равновесных оптических фононов;  $c$  – скорость света в вакууме;  $m^*$  – эффективная масса электрона;

$$E_{q^2} = \frac{(E_q + \hbar\omega_{LO})^2}{4E_q}; \quad (6)$$

$E_q = \hbar^2 q^2 / (2m^*)$ . Окончательно функция распределения для чисел заполнения продольных оптических фононов, включающая в себя равновесный и неравновесный члены, может быть представлена в виде [20]

$$N_q^n = N_q^0 + \frac{dN_q}{dt} \tau_q, \quad (7)$$

где  $\tau_q$  ( $\sim 2-3$  пс) – время жизни оптического фонона.

## 2.2. Вольт-амперная характеристика ККЛ

Перенос электронов в ККЛ происходит за счет туннелирования между инжекторным основным состоянием и верхним состоянием лазерного перехода в смежных квантовых ямах. Аналитическое выражение для туннельного тока между этими двумя состояниями через инжекционный барьер было выведено при описании системы в приближении сильной связи с применением формализма матрицы плотности [21]:

$$I_0 = e A n_{2D} \frac{2 |\Omega|^2 \tau_\perp}{1 + \Delta^2 \tau_\perp^2 + 4 |\Omega|^2 \tau_3 \tau_\perp}, \quad (8)$$

где  $\hbar\Delta = E_g - E_3 \approx ed(F - F_r)$  – разность энергий инжекторного основного состояния  $g$  и верхнего состояния лазерного перехода  $3$ ;  $F_r$  – электрическое поле, приводящее состояния  $g$  и  $3$  в резонанс;  $F$  – среднее электрическое поле, приложенное к промежутку;  $d$  – длина одного периода структуры;  $\hbar\Omega = 2 \text{ мэВ}$  – энергия связи между состояниями  $g$  и  $3$ . Постоянная времени  $\tau_3$  представляет собой время жизни электрона в состоянии  $3$ , связанное с рассеянием на продольных оптических фононах, а  $\tau_\perp$  – время релаксации импульса в плоскости слоя, ответственной за потерю фазы между состояниями, участвующими в резонансном туннелировании, которое, по оценкам, составляет  $100-50$  фс для температур  $10-300$  К [21]. К сожалению, имеющийся в литературе оригинальный вывод зависимости тока инжекции от напряжения смещения, выражаемой формулой (8), не учитывает вынужденного излучения и в большей степени верен до достижения порога лазерной генерации. Поэтому данное выражение не может предсказать действительный ток прибора. Чтобы описать реальное соотношение между током и напряжением в условиях генерации, мы используем известную для обычных диодных лазеров с межзонными переходами линейную связь между приложенным к прибору напряжением и током, что является хорошей аппроксимацией для ККЛ [22]:

$$V = V_{th} + R_d I \text{ при } V \geq V_{th}, \quad (9)$$

где  $V_{th}$  – пороговое напряжение устройства;  $R_d$  – дифференциальное сопротивление. Используя дифференциальное последовательное сопротивление  $\partial V / \partial J = 0.00142N + 0.0675 \text{ мОм} \cdot \text{см}^2$ , падение напряжения на каждом периоде структуры  $\Delta V_p = e^{-1}(E_{32} + E_{21})$  и пороговую плотность тока  $J_{th}$ , можно оценить напряжение, соответствующее порогу лазерной генерации [23, 24]:

$$V_{th} = \left( \frac{E_{32} + E_{21}}{e} \right) N + V_S + \frac{\partial V}{\partial J} J_{th}, \quad (10)$$

где напряжение  $V_S = 0.33 \text{ В}$  обусловлено последовательным сопротивлением несплавных контактов, варизонных и неваризонных областей;  $E_{32} + E_{21}$  – снижение энергии на одной ступени каскада;  $N$  – число ступеней каскада. Тогда плотность порогового тока  $J_{th}$  можно выразить через коэффициент усиления  $g$ , полные потери (сумму потерь на зеркалах и в волноводе:  $\alpha_m + \alpha_w$ ) и фактор ограничения  $\Gamma = \Gamma_p N = 0.33$  ( $\Gamma_p$  – фактор перекрытия оптической моды и одного периода структуры) [24, 25]:

$$J_{th} = \frac{\alpha_m + \alpha_w}{\Gamma g}. \quad (11)$$

Зная времена жизни продольных оптических фононов  $\tau_3$ ,  $\tau_2$  и  $\tau_{32}$ , длину ступени каскада  $L_p$ , матричный элемент оптического перехода  $z_{32}$ , а также полную ширину спектра люминесценции на уровне половины максимума  $2\gamma_{32}$ , можно представить коэффициент усиления  $g$  в виде [25]

$$g = \tau_3 \left( 1 - \frac{\tau_2}{\tau_{32}} \right) \frac{4\pi e z_{32}^2}{\varepsilon_0 n_{\text{эфф}} \lambda L_p}, \quad (12)$$

где  $n_{\text{eff}}$  – эффективный показатель преломления для лазерной моды;  $\lambda$  – длина волны лазерного излучения;  $\epsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума. После подстановки  $d(F - F_i) \approx (V - V_{\text{th}})/N$  в (8) можно оценить полный ток, текущий через устройство:

$$I_T = I_0 + I. \quad (13)$$

Это приближение позволяет оценить ток через устройство в зависимости от приложенного напряжения как при наличии лазерной генерации, так и в ее отсутствие.

### 2.3. Динамика носителей заряда и фотонов в активной области ККЛ

Наша физическая модель для описания динамики носителей заряда и фотонов в активной области ККЛ основана на классической двухуровневой схеме с тремя уравнениями: двумя уравнениями для концентраций электронов на верхнем и нижнем уровнях, участвующих в лазерном переходе, и одним для фотонов в лазерном резонаторе. Для ККЛ с  $N$  ступенями каскада упрощенные скоростные уравнения для системы электрон–фотон имеют вид [4, 26]

$$\frac{dN_3}{dt} = \frac{I_T}{e} - \frac{N_3}{\tau_3} - G(N_3 - N_2)N_P, \quad (14)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_2} + G(N_3 - N_2)N_P, \quad (15)$$

$$\frac{dN_P}{dt} = NG(N_3 - N_2)N_P - \frac{N_P}{\tau_P} + N\beta \frac{N_3}{\tau_{SP}}, \quad (16)$$

где  $\beta$  и  $\tau_{SP}$  – коэффициент связи спонтанного испускания и время спонтанной релаксации между уровнями 3 и 2 соответственно;  $\tau_P$  – время жизни фотона;

$$G = \Gamma \frac{c}{V_a} \frac{4\pi e^2 z_{32}^2}{n_{\text{eff}}^2 \epsilon \lambda 2\gamma_{32}(T)}; \quad (17)$$

$V_a = NWLL_P$  – объем резонатора;  $W$  и  $L$  – ширина и длина резонатора соответственно. Температурная зависимость ширины линии может быть учтена как [27]

$$2\gamma_{32}(T) = 2\gamma_{32}(0)(2N_q^n + 1), \quad (18)$$

где  $2\gamma_{32}(0) = 10$  мэВ. В ККЛ среднего ИК диапазона разность энергий верхнего и нижнего лазерных состояний намного больше энергии продольных оптических фононов; рассеяние на таких фононах преобладает над электрон-электронными столкновениями и другими безызлучательными процессами рассеяния. Поэтому примем, что времена испускания и поглощения фотона электроном при переходе между верхним и нижним состояниями 3 и 2 сравнимы. В этом случае температурные зависимости  $\tau_3$  и  $\tau_{32}$  аппроксимируются выражениями [27, 28]

$$\tau_3^{-1}(T) = \tau_3^{-1}(0)(2N_q^n + 1), \quad (19)$$

$$\tau_{32}^{-1}(T) = \tau_{32}^{-1}(0)(2N_q^n + 1). \quad (20)$$

Стратегия разработки ККЛ среднего ИК диапазона, где разность энергий нижнего лазерного состояния и основного состояния в активной области выбирается равной

энергии продольного оптического фонона, такова, что процесс испускания преобладает над механизмом поглощения. В данном приближении имеем

$$\tau_2^{-1}(T) = \tau_2^{-1}(0)(N_q^n + 1). \quad (21)$$

### 3. Реализация на схемном уровне

Поскольку нашей целью является построение модели, в которой поведение устройства воспроизводится с помощью имитационного моделирования на схемном уровне, применимого для оптоэлектронных систем, мы постараемся реализовать данную модель в программной среде симулятора электронных схем типа SPICE, например в среде HSPICE. Эквивалентная схема состоит из нескольких основных подсхем (блоков). Как показано на рис.2, первый блок – это блок ввода, включающий в себя общий диод, источник тока с нелинейной зависимостью от напряжения, источник напряжения с зависимостью от тока и последовательное сопротивление. Этот блок реализует вольт-амперную характеристику ККЛ, определяемую уравнением (9). Блок ввода получает напряжение сме-

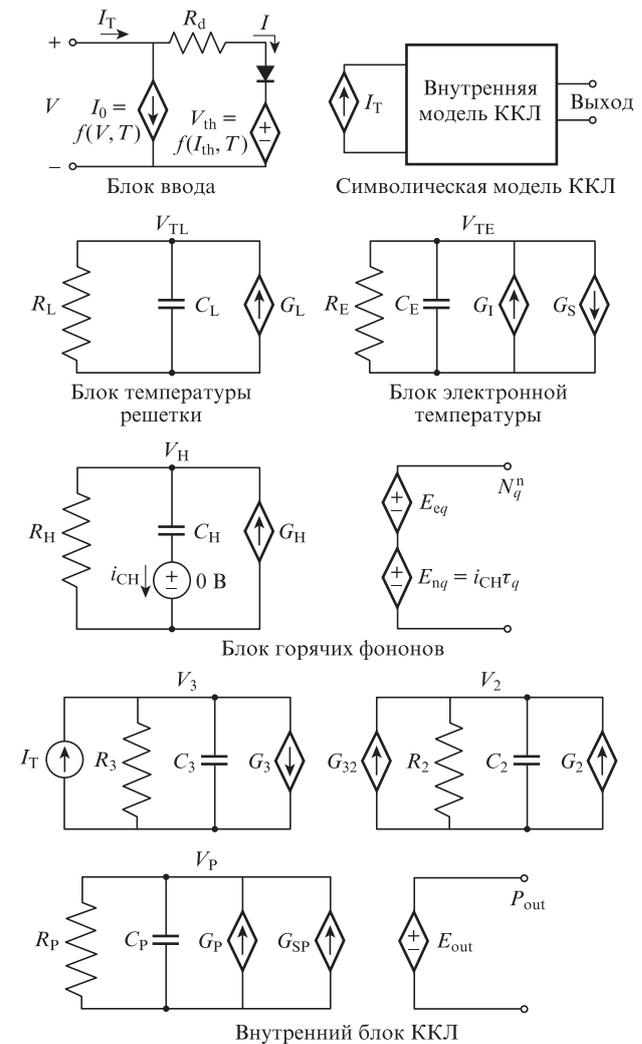


Рис.2. Полная эквивалентная схема ККЛ, включающая в себя элементы для моделирования вольт-амперных характеристик, температуры решетки, электронной температуры, эффектов горячих фононов и внутреннего поведения ККЛ.

щения в качестве входного сигнала и выдает значение тока  $I_T$ , текущего через устройство, на выходе.

Вторая часть схемы, связанная с уравнением теплопередачи (2), – это блок температуры решетки, который на входе получает температуру окружающей среды, а на выходе выдает температуру решетки. В этом блоке выходное напряжение  $V_{TL}$  моделирует уравнение теплопередачи посредством сопротивления  $R_L = R_{TH}$ , емкости  $C_L = \tau_{TH}/R_{TH}$  и нелинейного источника тока

$$G_L = \frac{T_S}{R_{TH}} + \sigma(I_T V - P_{out}). \quad (22)$$

В дальнейшем для улучшения сходимости модели мы преобразуем число фотонов  $N_P$  и число носителей  $N_i$  ( $i = 2, 3$ ) с помощью уравнений [29]

$$N_i = z_n V_i \Big|_{z_n \approx 10^{15}}, \quad (23)$$

$$N_P = \frac{(V_P + \delta)^2}{k} \Big|_{k \approx 1.5 \times 10^{-19}}, \quad \delta \geq 0, \quad (24)$$

где  $z_n$  и  $k$  – произвольные постоянные.

Третья часть схемы – блок электронной температуры – может быть построена путем подстановки (23), (24) в (1). В этом блоке узловое напряжение  $V_{TE}$  моделирует электронную температуру  $T_E$  с помощью емкости  $C_E = \tau_E$ , сопротивления  $R_E = 1$  и нелинейных источников тока  $G_I$  и  $G_S$ , определяемых выражениями

$$G_I = V_{TL} + \frac{\tau_E I_T}{e A n_{2D} k_B} (\Delta E_{32} + 2\hbar\omega_{LO}), \quad (25)$$

$$G_S = z_n G(V_3 - V_2) \hbar\omega_P \frac{(V_P + \delta)^2}{k} \frac{\tau_E}{A n_{2D} k_B}. \quad (26)$$

Четвертая часть схемы – блок горячих фононов, имитирующий балансное уравнение (5). В этом блоке узловое напряжение  $V_H$  моделирует динамику горячих фононов с помощью емкости  $C_H = 1$ , сопротивления  $R_H = N_q^0/G_H$  и нелинейного источника тока

$$G_H = \frac{2\hbar\omega_{LO}e^2}{\hbar^2 c} \left( \frac{2\pi^2 m^* c^2}{k_B V_{TE}} \right) \left( \frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon_0} \right) \times \frac{z_n V_3}{q^3} \exp\left(-\frac{E_q^2}{k_B V_{TE}}\right). \quad (27)$$

Поскольку нас в основном интересует функция распределения фононов, включающая в себя равновесное и неравновесное распределения, как это определено в (7), то для моделирования динамики фононов мы используем управляемый напряжением источник напряжения ( $E_{eq} = N_q^0 = \{\exp[\hbar\omega_{LO}/(k_B V_{TL})] - 1\}^{-1}$ ), а также управляемый током источник напряжения ( $E_{nq} = \tau_q i_{CH}$ ).

Пятая часть схемы – внутренний блок ККЛ, который имитирует скоростные уравнения для числа фононов и носителей заряда. Подстановка (23), (24) в (14)–(16) после соответствующих преобразований приводит к новым уравнениям, которые можно непосредственно имитировать во внутреннем блоке ККЛ на основе законов Кирхгофа для токов в узлах цепи.

Во внутреннем блоке ККЛ узловое выходное напряжение  $V_3$  моделирует число электронов  $N_3$  с помощью

емкости  $C_3 = ez_n$ , сопротивления  $R_3 = \tau_3/(ez_n)$  и нелинейного источника тока

$$G_3 = \frac{ez_n G(V_3 - V_2)(V_P + \delta)^2}{k}. \quad (28)$$

Таким же образом узловое напряжение  $V_2$  моделирует число электронов  $N_2$  посредством емкости  $C_2 = ez_n$ , сопротивления  $R_2 = \tau_2/(ez_n)$ , нелинейных источников тока  $G_2 = ez_n V_3/\tau_{32}$  и  $G_{32} = G_3$ . Аналогично, узловое напряжение  $V_P$  моделирует число фотонов  $N_P$  с помощью емкости  $C_P = 2\tau_P$ , сопротивления  $R_P = 1$  и нелинейных источников тока

$$G_P = z_n N G \tau_P (V_3 - V_2)(V_P + \delta) - \delta, \quad (29)$$

$$G_{SP} = k \tau_P \frac{z_n N \beta V_3}{V_P + \delta}. \quad (30)$$

Окончательно для вычисления выходной мощности  $P_{out}$  используем источник напряжения, управляемый напряжением:

$$P_{out} = E_{out} = \frac{\eta_{out} \hbar\omega_P (V_P + \delta)^2}{k \tau_P}, \quad (31)$$

где  $\eta_{out}$  – коэффициент передачи выходной оптической мощности.

## 4. Результаты и их обсуждение

Хотя предложенная нами модель системного уровня является общей и применима к различным каскадным структурам, при проведении моделирования мы рассматривали типичный ККЛ среднего ИК диапазона на основе InP со следующими геометрическими и материальными параметрами, выбранными для описания экспериментальных данных [30, 31]:  $W = 24$  мкм,  $L = 2$  мм,  $L_P = 45$  нм,  $N = 30$ ,  $R_{TH} = 15$  К/Вт,  $\Delta E_{32} = 150$  мэВ,  $\tau_P = 5$  пс,  $n_{eff} = 3.27$ ,  $\tau_3(0) = 1.5$  пс,  $\tau_2(0) = 0.2$  пс,  $\tau_{32}(0) = 2.5$  пс,  $z_{32} = 1.7$  нм.

### 4.1. Стационарный анализ

При коэффициенте заполнения 40% из ватт-амперной характеристики (рис.3) можно видеть, что модель точно предсказывает деградацию выходной мощности из-за теплового ролл-овера. Видно также, что на пороговый ток

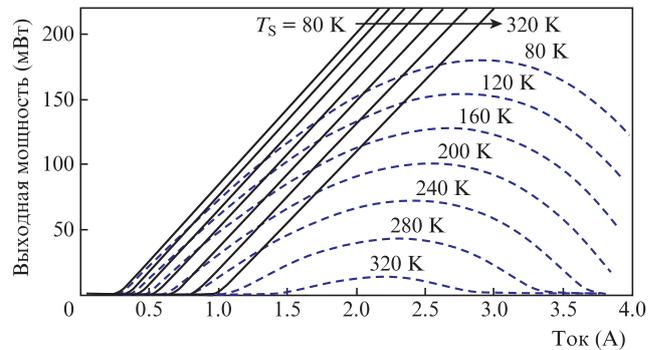


Рис.3. Рассчитанные значения выходной мощности излучения как функции полного тока инжекции  $I_T$  при коэффициенте заполнения 1% (сплошные прямые) и 40% (штриховые кривые) для различных температур теплового резервуара  $T_S$ .

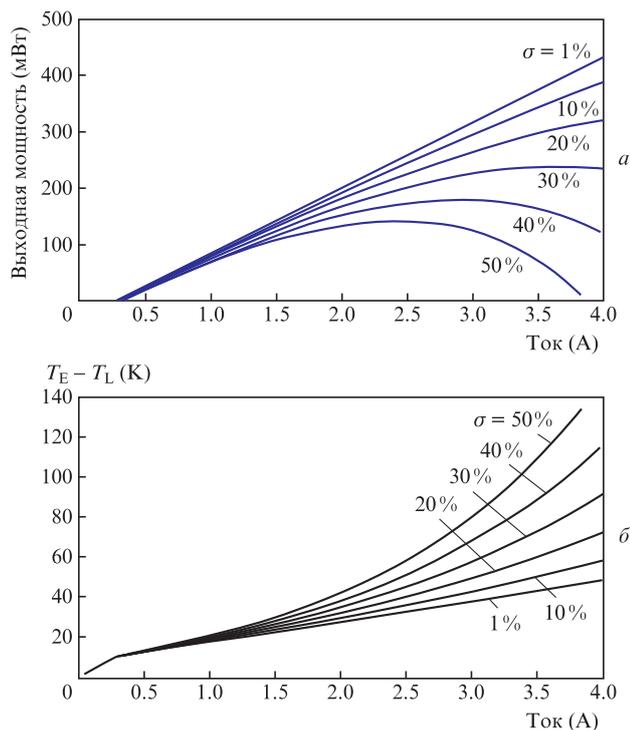


Рис.4. Рассчитанные выходная мощность (а) и разность электронной температуры активной области  $T_E$  и температуры решетки  $T_L$  (б) как функции полного тока инжекции при  $T_S = 80$  К и различных коэффициентах заполнения  $\sigma$ .

влияет как температура теплового резервуара, так и коэффициент заполнения импульсов. На рис.4,а показана зависимость выходной мощности от полного инжекционного тока для различных коэффициентов заполнения. Видно, что при малых (менее 20%) коэффициентах заполнения тепловой ролл-овер отсутствует в рассматриваемом диапазоне токов инжекции, поскольку электронная температура немного превышает температуру решетки, примерно равную температуре теплового резервуара. При увеличении коэффициента заполнения ( $\sigma > 20\%$ ) явно виден тепловой ролл-овер, потому что температура электронов в активной области намного выше температуры окружающей кристаллической решетки, которая не остается постоянной в интервале между моментом достижения порога генерации и моментом возникновения теплового ролл-овера. На рис.4,б показана разность электронной температуры в активной области  $T_E$  и температуры решетки  $T_L$  как функция полного инжекционного тока  $I_T$ . При увеличении тока инжекции разность температур также увеличивается в согласии с экспериментом [7].

На рис.5,а приведены зависимости разности электронной температуры  $T_E$  и температуры решетки  $T_L$  от приложенного напряжения при коэффициенте заполнения 40% в широком диапазоне температур теплового резервуара. Видно, что при напряжении смещения, меньшем 5.5 В – напряжения, порогового для генерации лазера, электронная температура почти равна температуре решетки при всех температурах теплового резервуара. При превышении приложенным напряжением порогового для лазерной генерации значения разность  $T_E - T_L$  увеличивается,  $T_E$  можно аппроксимировать линейной функцией:  $T_E \approx T_L + \beta_0 I_T$ , где  $I_T = V/R_d$ , а параметр  $\beta_0$  (в К/А) характеризует скорость нагрева электронов. Из рис.5,а

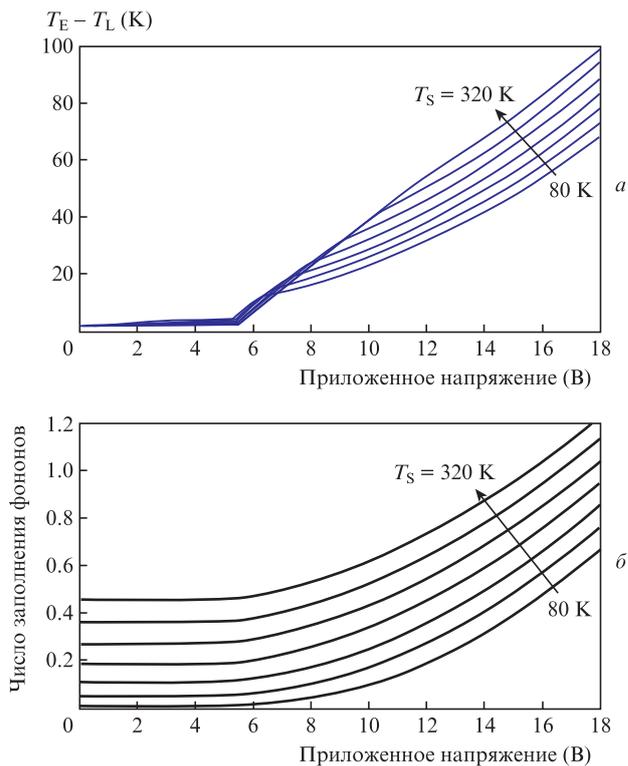


Рис.5. Рассчитанные разность электронной температуры  $T_E$  и температуры решетки  $T_L$  (а) и полное число заполнения фононов (б) в зависимости от приложенного напряжения при коэффициенте заполнения 40% и температурах теплового резервуара  $T_S = 80, 120, 160, 200, 240, 280$  и  $320$  К.

можно также видеть, что при повышении температуры теплового резервуара наклон  $d(T_E - T_L)/dV$  в надпороговой области напряжений постепенно увеличивается вследствие уменьшения эффективности охлаждения электронов, что согласуется с экспериментальными данными [7]. Следовательно, скорость нагрева электронов уменьшается, отражая тот факт, что испускание фотонов забирает значительную часть входной электрической мощности, эффективно охлаждая электроны. Данный факт отражается в уравнении (1) членом, описывающим вынужденное испускание, который увеличивается при понижении температуры теплового резервуара (см. рис.3). На рис.5,б полное число заполнения фононов (7) представлено как функция приложенного напряжения в широком диапазоне температур теплового резервуара. Видно, что число заполнения фононов резко возрастает с увеличением приложенного напряжения, в результате чего ухудшаются рабочие характеристики устройства.

#### 4.2. Динамический отклик

Для иллюстрации других возможностей модели эквивалентная схема исследовалась также в переходном режиме и при слабом сигнале. Для переходного режима выбиралась последовательность прямоугольных импульсов входного напряжения, которое менялось от 8 до 16 В. Длительности передних и задних фронтов импульсов длительностью 200 нс составляли 1 нс, а частота их следования равнялась 2 МГц. На рис.6,а показаны временные зависимости температуры электронов в активной области и температуры решетки в импульсном режиме. Видно, что в конце начального периода температура решет-

ки не возвращается к температуре теплового резервуара и продолжает расти (вместе с температурой электронов) в течение следующего периода. Этот процесс накопления тепла (обусловленный приложенным входным напряжением как для решетки, так и для активной зоны) вызывает постепенный рост температур активной области и окружающей кристаллической решетки с каждым последующим импульсом, вплоть до наступления насыщения. Указанные результаты находятся в согласии с имеющимися на сегодняшний день данными численных расчетов [32].

На рис.6,б показана временная эволюция числа заполнения фононов с учетом и без учета эффекта горячих фононов. Накопление числа фононов легко понять в свете увеличения температур электронов и решетки в результате действия импульсов входного напряжения. Результаты указывают на существенную роль испускания неравновесных фононов в динамике устройства, что согласуется с данными расчетов методом Монте-Карло [33].

Наконец, на рис.7 приведен нормированный модуляционный отклик выходной мощности как функция частоты модуляции при различных температурах теплового резервуара и приложенном напряжении 8 В. Видно, что ширина полосы излучения лазера подвержена сильнейшему влиянию самонагрева при коэффициенте заполнения 40%. Другим важным аспектом динамики ККЛ является нерезонансное поведение частотного отклика устройства [29], причина которого – сверхбыстрые МПП в

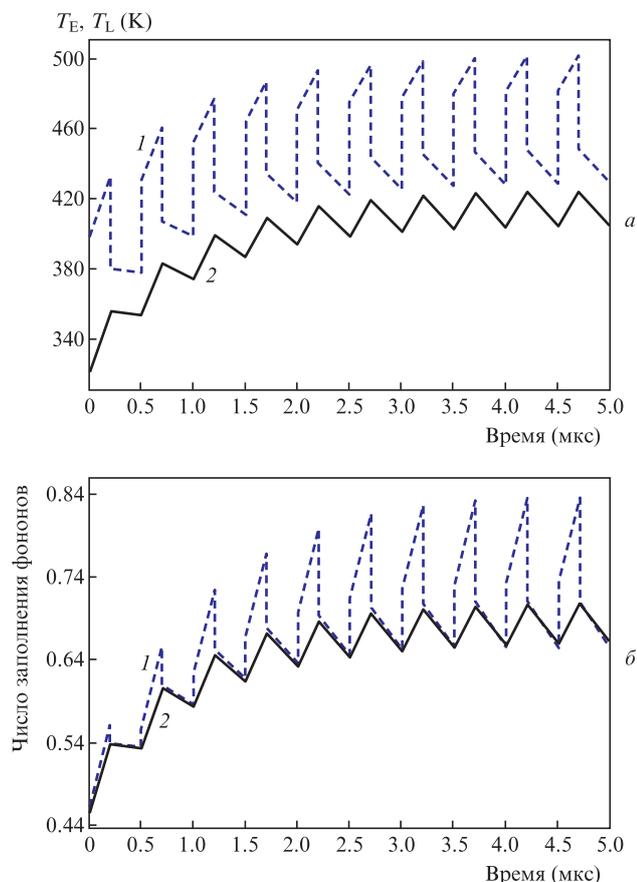


Рис.6. Временные зависимости температур электронов (1) и решетки (2) (а), а также полного числа заполнения фононов с учетом (1) и без учета (2) эффекта горячих фононов (б) при коэффициенте заполнения 40% и  $T_S = 320$  К. Частота следования импульсов напряжения длительностью 200 нс составляет 2 МГц.

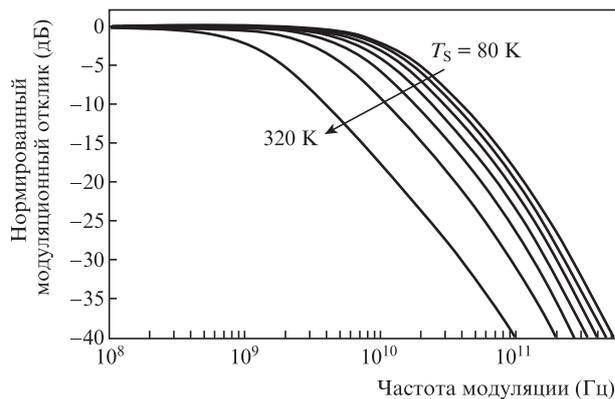


Рис.7. Нормированный модуляционный отклик выходной мощности в зависимости от частоты модуляции при приложенном напряжении 8 В, коэффициенте заполнения 40% и температурах теплового резервуара  $T_S = 80, 120, 160, 200, 240, 280$  и 320 К.

ККЛ. Предложенная модель с очевидностью предсказывает неколебательное поведение модуляционного отклика, что еще раз подтверждает ее правильность.

## 5. Заключение

С использованием простой модельной эквивалентной схемы мы провели детальное теоретическое исследование влияния горячих электронов и горячих фононов на выходные характеристики ККЛ. Для широкого диапазона температур теплового резервуара и при различных коэффициентах заполнения наша модель точно предсказывает стационарные и переходные рабочие характеристики ККЛ: электронную температуру, температуру решетки, тепловой эффект перехода от возрастания к убыванию выходной мощности с ростом тока накачки (ролл-овер) и нерезонансное частотное поведение модуляционного отклика. Результаты показывают, что данная модель может служить ценным инструментом для имитационного моделирования ККЛ в среде симулятора оптоэлектронных устройств. Более того, ожидается, что модель можно будет применять ко всем квантово-каскадным структурам при расчете рабочих характеристик в непрерывном и импульсном режимах.

Автор с благодарностью отмечает финансовую и иную поддержку данного исследования со стороны Отделения Исламского университета Азад в Исламшаре (Тегеран, Иран).

1. Faist J., Capasso F., Sivco D.L., Sirtori C., Hutchinson A.L., Cho A.Y. *Science*, **264**, 553 (1994).
2. Vitiello M.S., Lotti R.C., Rossi F., Mahler L., Tredicucci A., Beere H.E., Ritchie D.A., Hu Q., Scamarcio G. *Appl. Phys. Lett.*, **100**, 091101 (2012).
3. Scamarcio G., Vitiello M.S., Spagnolo V., Kumar S., Williams B.S., Hu Q. *Physica E*, **40**, 1780 (2008).
4. Yousefvand H.R. *J. Lightwave Technol.*, **34**, 1031 (2016).
5. Yousefvand H.R. *Opt. Commun.*, **395**, 61 (2017).
6. Su Z. *PhD Thesis* (University of Berkeley, 1996).
7. Vitiello M.S., Scamarcio G., Faist J., Scalari G., Walther C., Beere H.E., Ritchie D.A. *Appl. Phys. Lett.*, **94**, 021115 (2009).
8. Harisson P., Indjin D., Kelsall R.W. *J. Appl. Phys.*, **92**, 6921 (2002).
9. Yousefvand H.R. *Appl. Phys. B*, **123**, 137 (2017).
10. Evans C.V., Indjin D., Ikonik Z., Harrison P., Vitiello M.S., Spagnolo V., Scamarcio G. *IEEE J. Quantum Electron.*, **44**, 680 (2008).
11. Shi Y.B., Knezevic I. *J. Appl. Phys.*, **116**, 123105 (2014).

12. Lotti R.C., Rossi F. *Semicond. Sci. Technol.*, **19**, S323 (2004).
13. Callebaut H., Kumar S., Williams B.S., Hu Q., Reno J.L. *Appl. Phys. Lett.*, **84**, 645 (2004).
14. Bonno O., Thobel J.L., Dessenne F. *J. Appl. Phys.*, **97**, 043702 (2005).
15. Gao X., Botez D., Kenzevic I. *Appl. Phys. Lett.*, **89**, 191119 (2006).
16. Jovanovic V.D., Hofling S., Indjin D., Vukmirovic N., Ikonc Z., Harison P., Reithmaier J.P., Forchel A. *J. Appl. Phys.*, **99**, 103106 (2006).
17. Lee S.C., Banit F., Woemer M., Wacker A. *Phys. Rev. B*, **73**, 245320 (2006).
18. Gao X., Botez D., Kenzevic I. *J. Appl. Phys.*, **101**, 063101 (2007).
19. Williams B.S., Hu Q. *J. Appl. Phys.*, **90**, 5504 (2001).
20. Dommelen P.V., Muensit N. *Chin. J. Phys.*, **52**, 1825 (2014).
21. Sirtori C., Capasso F., Faist J. *IEEE J. Quantum Electron.*, **34**, 1722 (1998).
22. Razeghi M. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **15**, 941 (2009).
23. Gmachl C., Capasso F., Tredicucci A., Sivco D.L., Kohler R., Hutchinson A.L., Cho A.Y. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **5**, 808 (1999).
24. Gmachl C., Capasso F., Tredicucci A., Sivco D.L., Kohler R., Billargeon J.N., Hutchinson A.L., Cho A.Y. *Mater. Sci. Eng. B*, **75**, 93 (2000).
25. Gmachl C., Faist J., Capasso F., Sivco D.L., Hutchinson A.L., Cho A.Y. *IEEE J. Quantum Electron.*, **34**, 89 (1997).
26. Haldar M.K. *IEEE J. Quantum Electron.*, **41**, 1349 (2005).
27. Hamadou A., Thobel J.L., Lamari S. *Opt. Commun.*, **281**, 5385 (2008).
28. Sirtori C., Page H., Becker C., Ortiz V. *IEEE J. Quantum Electron.*, **38**, 547 (2002).
29. Yousefvand H.R., Ahmadi V., Saghafi K. *J. Lightwave Technol.*, **28**, 3142 (2010).
30. Gmachl C., Capasso F., Sivco D.L., Cho A.Y. *Rep. Prog. Phys.*, **64**, 1533 (2001).
31. Faugeras C., Forget S., Duchemin E.B., Page H., Bengloan J.Y., Parillaud O., Calligaro M., Sirtori C., Giovannini M., Faist J. *IEEE J. Quantum Electron.*, **41**, 1430 (2005).
32. Evans C.A., Jovanovic V.D., Indjin D., Ikonc Z., Harrison P. *IEEE J. Quantum Electron.*, **42**, 859 (2006).
33. Paulavicius G., Mitin V., Strosio M.A. *J. Appl. Phys.*, **84**, 3459 (1998).