

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПЛАЗМОНЫ**Многоволновая теория возбуждения плазмонов на границе металла с фотонным кристаллом****Т.И.Кузнецова, Н.А.Распопов**

Исследовано возбуждение поверхностных плазмонов на границе металл–фотонный кристалл с учетом многократного рассеяния исходной световой волны на периодической структуре кристалла. Анализ основан на расчете характеристик собственных волн в одномерном кристалле, содержащих набор гармоник с волновыми векторами, которые отстоят друг от друга на волновой вектор решетки кристалла. Отражение от границы кристалла с металлом устанавливает связь амплитуд распространяющихся и эванесцентных мод. Расчеты показывают, что для диэлектрических характеристик синтетического опала и подложки из реального металла при использовании в качестве задающей волны излучения лазера на рубине выполнение условия плазмонного резонанса приводит к локальному превышению амплитуды поверхностного плазмона в 6.4–9 раз над средней амплитудой задающей волны. Эффект, как правило, может быть получен только для одной из поверхностных мод, прочие моды оказываются значительно слабее основного плазмона. Особый случай имеет место, когда резонансное условие выполняется сразу для двух мод. При этом на границе возникают два противоположно направленных потока излучения одинаковой интенсивности. Нарушение резонансного условия становится существенным уже при малом отклонении угла падения θ исходной волны от нормали ($|\theta| \geq 10^{-4}$ рад), при этом картина оказывается асимметричной: для углов $|\theta| \geq 5 \times 10^{-3}$ рад интенсивным остается лишь один плазмон. Локальная плотность электромагнитной энергии на границе кристалл–металл может превышать в 40–80 раз соответствующую величину в исходной волне.

Ключевые слова: фотонный кристалл, эванесцентные моды, интенсивность поверхностного плазмона.

1. Введение

В литературе имеется целый ряд работ, в которых сообщается о принципиальной возможности получения поверхностных плазмонов в самых различных оптических схемах [1–16]. В отличие от классических вариантов [17] (с использованием призмы полного внутреннего отражения либо гофрированной металлической поверхности) рассматривались иные схемы. Обсуждалось возникновение плазмонов на отверстиях в металлическом экране, на системе отверстий в экране, на стенках цилиндрического или планарного волновода, на выходном фланце волновода. В последнее десятилетие возник интерес к возбуждению плазмонов на гранях фотонных кристаллов. Экспериментально наблюдавшееся изменение коэффициентов отражения и пропускания кристалла, возникавшее в присутствии металлической пластины или металлической пленки вблизи поверхности кристалла, рассматривалось как проявление влияния плазмонов [18–24]. Процесс возбуждения плазмонов в этих работах не обсуждался.

Мы установили [25, 26], что для описания преобразования исходной волны в плазмон требуется детальное изучение структуры оптических мод кристалла. В [25, 26] было начато теоретическое изучение волн в таких системах и сделаны оценки эффективности преобразования первоначальных волн, падающих на входную поверхность

кристалла, в плазмон на выходной поверхности. Рассматривался одномерный фотонный кристалл, причем в качестве затравочных волн выбирались волны, распространяющиеся либо параллельно слоям кристалла, либо под малым углом к ним (рис.1,б). Были взяты глубины модуляции диэлектрической функции, соответствующие широко используемым глобулярным кристаллам – синтетическим опалам, т.е. величины, много меньшие единицы. Оценки этих величин были сделаны в [26]. В таких условиях исходная плоская волна приобретает, как правило, слабую составляющую, обусловленную рассеянием на неоднородностях среды и имеющую увеличенное значение волнового вектора. Существует также вторая собственная волна, в которой преобладает составляющая с большим значением волнового вектора, а малая ее составляющая имеет поперечную структуру исходной волны. Первая из этих собственных волн (мод) является распространяющейся волной, а вторая – эванесцентной.

Анализ граничных условий для волн на границе кристалл–металл, учитывающий оба собственных решения, позволил найти амплитуды отраженной от границы волны, а также бегущей вдоль границы поверхностной волны. Расчеты показали, что в оптимальных условиях амплитуда поверхностной волны на границе может превышать амплитуду исходной распространяющейся волны в пять–шесть раз. Это достигается [25, 26] при значениях диэлектрических характеристик двух сред и угла падения первоначальной волны, близких к значениям, обеспечивающим условия плазмонного резонанса [17]. Требования, налагаемые на эти характеристики, являются весьма жесткими: так, например, отклонение от оптимального угла падения исходной волны на 5×10^{-3} рад приводит к уменьшению амплитуды плазмонной волны на порядок. Таким

Т.И.Кузнецова, Н.А.Распопов. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: tkuzn@sci.lebedev.ru, rna@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 19 июня 2017 г., после доработки – 25 августа 2017 г.

образом, резонансы в системе оказываются очень узкими. В связи с чрезвычайно сильной чувствительностью результатов расчета к вариациям параметров задачи возникает вопрос о зависимости величины эффекта от числа взаимодействующих волн, включенных в рассмотрение. В работах [25, 26] за основу был взят хорошо известный двухволновой подход [27, 28]. Остается неясным, могут ли оценки, полученные в рамках двухволнового приближения, дать исчерпывающий ответ на вопрос о достижимом коэффициенте трансформации исходной распространяющейся волны в поверхностный плазмон.

В настоящей работе построена многоволновая теория прохождения излучения через фотонный кристалл и возникновения плазмонов при отражении излучения от границы кристалл–металл. Расчеты, основанные на предлагаемой теории, должны подтвердить высокую эффективность схемы с фотонным кристаллом для генерации поверхностных плазмонов.

2. Постановка задачи. Оптические моды среды

Рассмотрим фотонный кристалл, не ограниченный по направлениям координатных осей x и y . Вдоль плоскости $z = 0$ кристалл граничит с металлической подложкой. Зависимость диэлектрической проницаемости кристалла от координаты x имеет вид $\varepsilon(x) = \varepsilon_0 + \tilde{\varepsilon}[\exp(iGx) + \exp(-iGx)]$, т.е. период кристаллической решетки $L = 2\pi/G$. Зависимость свойств среды от координат y и z отсутствует. На кристалл падает световая волна. Следует подчеркнуть, что при теоретических исследованиях волн в одномерных фотонных кристаллах обычно рассматриваются волны, движущиеся в направлении, перпендикулярном слоям кристалла, т.е. по градиенту ε (рис.1,*a*). Впрочем, можно указать работы, в которых ставились двумерные задачи. Например, в [29] исследовалось нелинейное взаимодействие излучения с фотонным кристаллом при наклонном падении исходной волны на одномерный кристалл. Проблема требовала рассмотрения двумерной задачи. Необходимость решения двумерной задачи возникает и в настоя-

щей работе. Мы же обращаемся к случаю, когда первоначальная волна идет под малым углом к слоям (рис.1,*б*) или даже вдоль слоев, т.е. перпендикулярно градиенту ε . Кроме того, в литературе, как правило, исследуется взаимодействие в кристалле только двух волн [27, 28]. Такому подходу следовали и наши работы [25, 26]. В настоящей работе в рассмотрение включены пять парциальных волн с x -компонентами волновых векторов $\{k_x - 2G, k_x - G, k_x, k_x + G, k_x + 2G\}$, а также с подлежащими определению компонентами k_z и амплитудами магнитного поля $\{H_{-2}, H_{-1}, H_0, H_1, H_2\}$.

На основе известного волнового уравнения для ТМ волн в неоднородной среде [30] получаем для y -компоненты магнитного поля H уравнение

$$\Delta H + \frac{\omega^2}{c^2} \{ \varepsilon_0 + \tilde{\varepsilon}[\exp(iGx) + \exp(-iGx)] \} H - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} = 0. \tag{1}$$

Учитывая малость отношения глубины модуляции к среднему значению диэлектрической проницаемости $\tilde{\varepsilon}/\varepsilon_0 \equiv \xi$, получаем из (1) уравнения для амплитуд пяти парциальных волн:

$$\begin{aligned} & \left[\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - (k_x - 2G)^2 - k_z^2 \right] H_{-2} \\ & + \xi \left[\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - G(k_x - G) \right] H_{-1} = 0, \\ & \xi \left[\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} + G(k_x - 2G) \right] H_{-2} + \left[\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - (k_x - G)^2 - k_z^2 \right] H_{-1} \\ & + \xi \left(\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - Gk_x \right) H_0 = 0, \\ & \xi \left[\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} + G(k_x - G) \right] H_{-1} + \left(\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_z^2 \right) H_0 \\ & + \xi \left[\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - G(k_x + G) \right] H_1 = 0, \\ & \xi \left(\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} + Gk_x \right) H_0 + \left[\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - (k_x + G)^2 - k_z^2 \right] H_1 \\ & + \xi \left[\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - G(k_x + 2G) \right] H_2 = 0, \\ & \xi \left[\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} + G(k_x + G) \right] H_1 \\ & + \left[\varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - (k_x + 2G)^2 - k_z^2 \right] H_2 = 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Компонента волнового числа k_z , единая для компонент с разными k_x , подлежит определению. Для упрощения записи поделим уравнения системы (2) на ω^2/c^2 и перейдем к безразмерным волновым векторам $\mathbf{g} = \mathbf{G}c/\omega$, $\mathbf{v} = \mathbf{k}_x c/\omega$, $\mathbf{u} = \mathbf{k}_z c/\omega$. При этом очевидным образом перенормируются координаты x и z . После этого матрица системы уравнений (2) для компонент магнитного поля $\{H_{-2}, H_{-1}, H_0, H_1, H_2\}$ примет вид

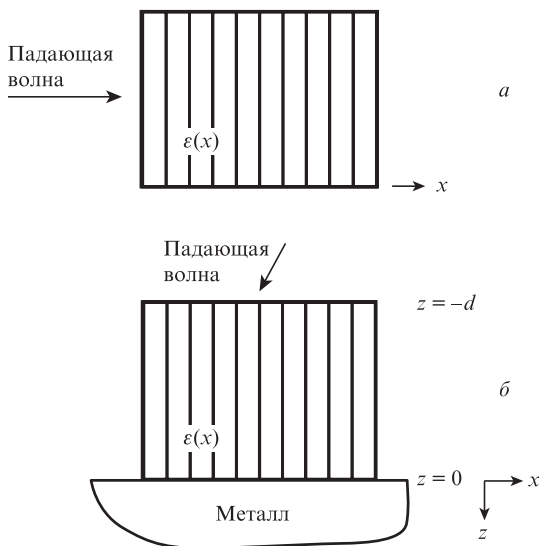


Рис.1. Направление распространения световой волны, падающей на фотонный кристалл. Стандартная схема (*a*) и схема, используемая в настоящей работе (*б*).

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_0 - (v - 2g)^2 - u^2 & \xi[\varepsilon_0 - g(v - g)] & 0 & 0 & 0 \\ \xi[\varepsilon_0 + g(v - 2g)] & \varepsilon_0 - (v - g)^2 - u^2 & \xi(\varepsilon_0 - gv) & 0 & 0 \\ 0 & \xi[\varepsilon_0 + g(v - g)] & \varepsilon_0 - v^2 - u^2 & \xi[\varepsilon_0 - g(v + g)] & 0 \\ 0 & 0 & \xi(\varepsilon_0 + gu) & \varepsilon_0 - (v + g)^2 - u^2 & \xi[\varepsilon_0 - g(v + 2g)] \\ 0 & 0 & 0 & \xi[\varepsilon_0 + g(v + g)] & \varepsilon_0 - (v + 2g)^2 - u^2 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Далее должны быть найдены собственные значения $U_j = u_j^2$ и собственные векторы матрицы (3). В соответствии с рангом матрицы имеем пять собственных векторов – $\{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$. Функции f_j представляют собой линейные комбинации простых волн: $f_j = \sum \mu_{jn} h_n$, где h_n относится к упомянутым выше парциальным волнам. Запишем функции h_n , используя для нумерации положительные индексы:

$$\{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5\} = \{\exp[i(v - 2g)x], \exp[i(v - g)x], \exp(ivx), \exp[i(v + g)x], \exp[i(v + 2g)x]\}.$$

Новые функции f_j – это моды неоднородной среды рассматриваемого кристалла. Возьмем характеристики среды, типичные для синтетического опала в видимой области спектра: $\varepsilon_0 = 1.851$, $\xi = 0.035$. Пусть модуль безразмерного волнового вектора решетки g находится в пределах $0.5 - 1.5$, а модуль безразмерной x -компоненты волнового вектора исходной волны – в интервале $-0.7 \leq v \leq 0.7$. При этом вид матрицы таков, что все недиагональные элементы существенно меньше диагональных, поэтому в каждой из функций f_j одна из простых волн является преобладающей, коэффициенты при остальных волнах оказываются значительно меньше. Более подробно особенности мод, полученных для среды с приведенными выше характеристиками диэлектрической функции, будут рассмотрены в разд.4 (рис.2). Подчеркнем, что слабые волны, входящие в состав мод, не могут быть отброшены; только их учет позволяет описать преобразование исходной распространяющейся волны в эванесцентные волны.

3. Граничные условия. Основная система уравнений

Используя собственные функции, введенные в разд.2, переходим к описанию полуограниченной среды ($z \leq 0$). Магнитное поле в кристалле представим в виде

$$H(x, z) = \sum_{j=1}^5 F_j f_j(x) \exp(w_j z) + H_{\text{refl}}(x, z), \quad (4)$$

где $w_j = \sqrt{-U_j}$;

$$f_j(x) = \sum_{n=1}^5 \mu_{jn} h_n(x); \quad (5)$$

F_j – константы; H_{refl} – сумма отраженных мод; при вычислении квадратного корня для $U_j > 0$ берется произведение положительного числа на мнимую единицу, а для $U_j < 0$ – положительное число. Таким образом, распространяющиеся волны идут из $-\infty$ в положительном направлении оси z , а эванесцентные волны затухают в отрицательном направлении оси z . Распространяющиеся волны могут порождать на границе отраженные волны с инвертированной зависимостью от z , а для затухающих волн инвертированные по z волны не возникают. В расчетах рассматриваются такие наборы параметров, когда лишь

одно из решений для матрицы (3) дает распространяющуюся моду, а остальные решения описывают эванесцентные моды. Обозначая индекс единственной распространяющейся моды буквой m , а амплитуду соответствующей ей отраженной волны через F_{refl} , запишем выражение (4) для поля в кристалле в виде

$$H(x, z) \Big|_{z \leq 0} = \sum_{j=1}^5 [F_j \exp(w_j z) + \delta_{jm} F_{\text{refl}} \exp(-w_j z)] f_j(x). \quad (6)$$

Из (6) и (5) следует, что

$$H(x, z) \Big|_{z \leq 0} = \sum_{j=1}^5 [F_j \exp(w_j z) + \delta_{jm} F_{\text{refl}} \exp(-w_j z)] \times \sum_{n=1}^5 \mu_{jn} h_n(x). \quad (7)$$

Перейдем к области $z > 0$. В этом случае среда однородна (металл), и поле H в ней можно представить в виде однократной суммы:

$$H(x, z) \Big|_{z \geq 0} = \sum_{n=1}^5 \sigma_n h_n(x) \exp(-\gamma_n z), \quad (8)$$

где σ_n – амплитуды волн, а

$$\gamma_n = \sqrt{(v + ng - 3g)^2 - \varepsilon_{\text{мет}}} \quad (9)$$

– константы затухания в металле.

В выражении (9), в отличие от (4), выбор знака квадратного корня очевиден. Приравнивая при $z = 0$ выражения (7) и (8) для y -компоненты магнитного поля, получаем

$$\sum_{j=1}^5 (F_j + \delta_{jm} F_{\text{refl}}) \sum_{n=1}^5 \mu_{jn} h_n(x) = \sum_{n=1}^5 \sigma_n h_n(x). \quad (10)$$

Из равенства (10) следует, что необходимо приравнять коэффициенты при каждой из функций $h_n(x)$. В результате получаем первое граничное условие – условие непрерывности $H(x, z)$ в виде пяти уравнений:

$$\sum_{j=1}^5 (F_j + \delta_{jm} F_{\text{refl}}) \mu_{jn} = \sigma_n, \quad 1 \leq n < 5. \quad (11)$$

Переходим ко второму граничному условию. Найдем выражения для величин, которым пропорциональны тангенциальные компоненты электрического поля, в двух областях, а именно для величин $\varepsilon^{-1} \partial H / \partial z$ при $z = 0$. Рассматривая область $z < 0$, применяем разложение для ε и указанное произведение приводим к виду

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial z} H(x, z) \Big|_{z \leq 0} \approx \frac{1}{\varepsilon_0} \left\{ 1 - \frac{\xi[\exp(igx) + \exp(-igx)]}{\varepsilon_0} \right\} \frac{\partial}{\partial z} H \Big|_{z \leq 0}. \quad (12)$$

Используя (7) и (12), получаем

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial z} H \Big|_{z=-0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{j=1}^5 w_j (F_j - \delta_{jm} F_{\text{refl}}) \times \sum_{n=1}^5 \left(\mu_{jn} - \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \mu_{jn+1} - \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \mu_{jn-1} \right) h_n(x). \quad (13)$$

В эту формулу входят коэффициенты μ_{jn} , часть из которых относится к гармоникам, не учитываемым при наших вычислениях. Соответствующие этим гармоникам коэффициенты в дальнейших расчетах полагаем равными нулю: $\mu_{j0} = \mu_{j6} = 0$. Остальные коэффициенты μ_{jn} находятся по методике, представленной в разд.2.

Для области $z > 0$ подобных проблем не возникает, здесь из выражения (8) получаем

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial z} H \Big|_{z=+0} = -\frac{1}{\varepsilon_{\text{met}}} \sum_{n=1}^5 \gamma_n \sigma_n h_n(x). \quad (14)$$

Приравняв (13) и (14), находим

$$-\frac{1}{\varepsilon_{\text{met}}} \sum_{n=1}^5 \gamma_n \sigma_n h_n(x) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{j=1}^5 w_j (F_j - \delta_{jm} F_{\text{refl}}) \times \sum_{n=1}^5 \left(\mu_{jn} - \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \mu_{jn+1} - \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \mu_{jn-1} \right) h_n(x). \quad (15)$$

Из уравнения (15) следует, что коэффициенты при каждой из волн $h_n(x)$ ($1 \leq n \leq 5$) в обеих частях равенства должны совпадать, таким образом, второе граничное условие принимает окончательный вид

$$-\frac{1}{\varepsilon_{\text{met}}} \gamma_n \sigma_n = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{j=1}^5 w_j (F_j - \delta_{jm} F_{\text{refl}}) \times \left(\mu_{jn} - \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \mu_{jn+1} - \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \mu_{jn-1} \right). \quad (16)$$

Объединяя оба граничных условия, (11) и (16), исключаем неизвестные амплитуды σ_n и получаем следующую систему уравнений:

$$\sum_{j=1}^5 w_j (F_j - \delta_{jm} F_{\text{refl}}) \left(\mu_{jn} - \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \mu_{jn+1} - \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \mu_{jn-1} \right) + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{\text{met}}} \gamma_n \sum_{j=1}^5 (F_j + \delta_{jm} F_{\text{refl}}) \mu_{jn} = 0. \quad (17)$$

Полученная система (17) составляет основу для численных расчетов.

4. Результаты расчетов

По изложенному алгоритму были проведены численные расчеты для ряда конкретных примеров. Пусть среднее значение диэлектрической проницаемости кристалла $\varepsilon_0 = 1.851$, относительная глубина модуляции $\xi = 0.035$, в качестве возбуждающей волны используется излучение лазера на рубине с длиной волны $\lambda = 694$ нм, при этом период решетки кристалла $L = 0.6\lambda$, модуль волнового вектора решетки $G = 1.6698\omega/c$. Кристалл граничит с серебряной подложкой, на указанной длине волны диэлектрическая проницаемость серебра $\varepsilon_{\text{met}} = -22.6367 + 0.4013i$ [31].

Выбираем для угла падения исходной волны величину $\theta = \arcsin(-0.25)$, для x -компоненты рассеянной волны имеем $v = -0.25$. Отметим, что эти значения параметров удовлетворяют равенству

$$v + g = \text{Re} \left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{\text{met}}}{\varepsilon_0 + \varepsilon_{\text{met}}} \right) = 1.4198 \equiv \text{Re} \left(K_{\text{spp}} \frac{c}{\omega} \right), \quad (18)$$

где K_{spp} – волновое число резонансного плазмона [17]. Равенство (18) при взятых параметрах обеспечивает максимальную близость к условию плазмонного резонанса, которое в литературе выведено для поверхностных волн на границе двух однородных сред [17]. В наших работах [25, 26], где используется двухволновое приближение, именно при таком условии достигалась наибольшая интенсивность плазмона. Нетрудно записать условие, аналогичное (18), сделав замену $v \rightarrow -v$, $K_{\text{spp}} \rightarrow -K_{\text{spp}}$ и $g \rightarrow -g$. Это будет резонансное условие для положительного угла θ , которое, в отличие от (18), относится к плазмону, бегущему не в положительном, а в отрицательном направлении оси x . Таким образом, ясно, что симметрия задачи при расчетах не нарушается, и результаты, полученные для отрицательных значений угла θ , можно, с учетом направления, распространять и на случай положительных значений θ .

Предполагаем, что в многоволновой схеме, как и прежде, максимум амплитуды плазмона следует искать вблизи значения угла, удовлетворяющего равенству (18). Подставляем указанные выше значения параметров в матрицу (3). Вычисление детерминанта матрицы (3) приводит к многочлену пятой степени относительно квадрата z -компоненты волнового вектора $u^2 \equiv U$. Находим пять корней – пять значений U_j , обращающих определитель в нуль:

$$\{U_1, U_2, U_3, U_4, U_5\} = \{1.787, -0.1666, -1.836, -7.692, -11.031\}.$$

Далее нумерация решений ведется в соответствии с убыванием величин U_j . Этим величинам U_j отвечают следующие значения величин w_j :

$$w_j = \{1.337i, 0.408, 1.355, 2.774, 3.211\}.$$

В этом ряду первая из волн является распространяющейся по оси z , остальные волны – эванесцентные. Каждому из значений U_j соответствует набор амплитуд парциальных волн, представляющий собой собственное решение, иными словами, структуру моды в неоднородной среде. На рис.2 показаны рассчитанные нормированные амплитуды парциальных волн, входящих в ту или иную моду. Данные, представленные на рис.2,а, относятся к единственной моде, которая распространяется в направлении оси z . Все остальные моды имеют в кристалле мнимые z -компоненты волновых векторов и затухают при удалении от границы раздела кристалл–металл; рис.2,б, в, г и д относятся к этим модам. Приведенные результаты показывают, что в этом примере в каждой моде есть выделенная парциальная волна, коэффициент при которой существенно больше коэффициентов при остальных волнах. После того как найдены собственные функции для неограниченного кристалла, можно переходить к описанию полуограниченной среды и к сопряжению полей на границе, т. е. к решению системы уравнений (17). Коэффици-

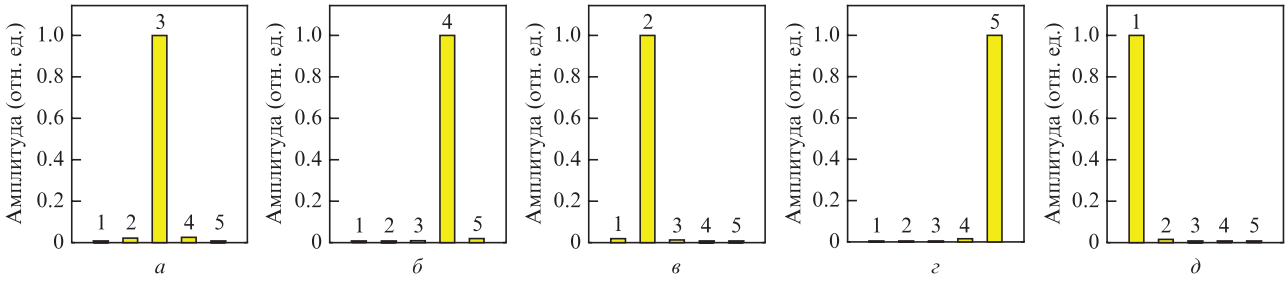


Рис.2. Нормированные амплитуды парциальных волн, входящих в различные моды фотонного кристалла. Угол между направлением распространения исходной волны и нормалью к поверхности кристалла $\theta = \arcsin(-0.25)$; параметры среды даны в тексте. Номера парциальных волн {1, 2, 3, 4, 5} отвечают волновым числам $\{k_x - 2G, k_x - G, k_x, k_x + G, k_x + 2G\}$. Порядок расположения рисунков для различных мод соответствует убыванию собственных чисел U_j : $U_1 = 1.787$ (а), $U_2 = -0.1666$ (б), $U_3 = -1.836$ (в), $U_4 = -7.692$ (г), $U_5 = -11.031$ (д).

енты затухания парциальных волн в однородной среде металла вычисляются с помощью выражения (9), и затем можно переходить к решению основной системы уравнений (17). Амплитуду падающей волны принимаем за единицу и находим пять остальных амплитуд. В результате решения получаем модули амплитуд четырех плазмонов и отраженной моды: $\{F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_{refl}\} = \{1.0, 6.373, 0.0291, 0.0426, 0.0005, 0.934\}$ (на первом месте в списке стоит единичная амплитуда исходной волны). Полученное значение модуля амплитуды наиболее интенсивного плазмона 6.37 весьма близко к значению 6.50, найденному нами ранее в работе [26]. Остальные эванесцентные волны оказываются значительно слабее «главного» плазмона.

Следует выяснить, является ли полученная амплитуда плазмона истинным максимумом для выбранных характеристик кристалла и действительно ли условие плазмонного резонанса приводит к оптимальному режиму в данной системе. Проведем вычисления, аналогичные выполненным выше, варьируя угол наклона исходной волны и оставляя при этом неизменным период модуляции среды $L = 0.6\lambda$. Диэлектрические функции двух сред остаются такими же, как и в рассмотренном выше примере. Результаты расчета зависимости модуля амплитуды главного плазмона от угла падения приведены на рис.3. Видно, что зависимость является резкой, причем положение максимума с точностью до 10^{-4} рад совпадает с выбранным ранее резонансным значением угла. Плазмон, бегущий в отрицательном направлении оси x , имеет в максимуме амплитуду 6.7, для более слабого плазмона, движущегося в положительном направлении оси x , расчеты дают 0.043, а для амплитуды отраженной распространяющейся волны – 0.93. Ширина на полувысоте максимума составляет 4×10^{-3} рад. Таким образом, как и в расчетах [25, 26], сохраняется определяющая роль плазмонного резонанса.

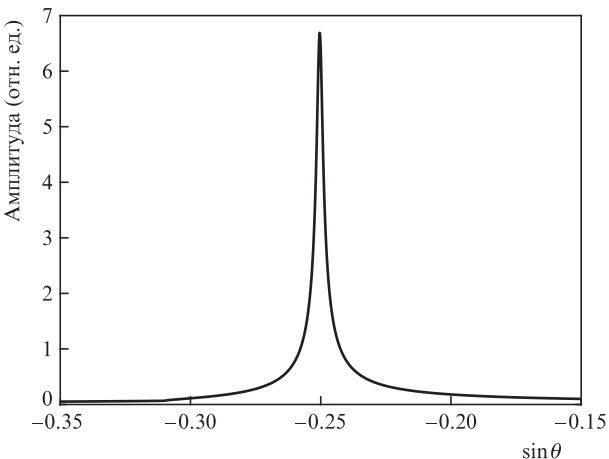


Рис.3. Зависимость модуля амплитуды главной плазмонной волны от синуса угла падения возбуждающей волны $\sin \theta$ при $g = 1.6698$.

Обратимся теперь к рассмотрению случая, когда исходная волна падает по нормали к поверхности $z = -d$. Это означает, что x -компонента волнового числа исходной волны $v = 0$. При этом, в отличие от предыдущего случая, для обеспечения плазмонного резонанса вместо условия (18) должно выполняться равенство

$$g = \text{Re}\left(\frac{\epsilon_0 \epsilon_{\text{мет}}}{\epsilon_0 + \epsilon_{\text{мет}}}\right) \equiv 1.4198. \tag{19}$$

Полагая в матрице (3) для мод модулированной среды $v = 0$, получаем матрицу следующего вида:

$$\begin{pmatrix} \epsilon_0 - 4g^2 - u^2 & \xi(\epsilon_0 + g^2) & 0 & 0 & 0 \\ \xi(\epsilon_0 - 2g^2) & \epsilon_0 - g^2 - u^2 & \xi\epsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & \xi(\epsilon_0 - g^2) & \epsilon_0 - u^2 & \xi(\epsilon_0 - g^2) & 0 \\ 0 & 0 & \xi\epsilon_0 & \epsilon_0 - g^2 - u^2 & \xi(\epsilon_0 - 2g^2) \\ 0 & 0 & 0 & \xi(\epsilon_0 + g^2) & \epsilon_0 - 4g^2 - u^2 \end{pmatrix}. \tag{20}$$

Элементы симметрии этой матрицы, обусловленные в случае нормального падения излучения симметрией направлений $\pm x$, позволяют привести ее к квазидиагональному виду:

$$\begin{pmatrix} \epsilon_0 - 4g^2 - u^2 & \xi(\epsilon_0 + g^2) & 0 & 0 & 0 \\ \xi(\epsilon_0 - 2g^2) & \epsilon_0 - g^2 - u^2 & \sqrt{2}\xi\epsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}\xi(\epsilon_0 - g^2) & \epsilon_0 - u^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \epsilon_0 - g^2 - u^2 & \xi(\epsilon_0 - 2g^2) \\ 0 & 0 & 0 & \xi(\epsilon_0 + g^2) & \epsilon_0 - 4g^2 - u^2 \end{pmatrix}. \tag{21}$$

Не останавливаясь на деталях, приведем собственные числа и структуру мод, выраженную через прежние парциальные волны. Для собственных чисел имеем соотношение

$$U_j = \{1.8506, -0.1661, -0.1665, -6.2104, -6.2104\}.$$

Этим собственным числам отвечают следующие величины w_j :

$$w_j = \{1.3604i, 0.4076, 0.4080, 2.4921, 2.4921\}.$$

Модовая структура для этого случая представлена на рис.4. Видно, что в каждой моде имеются парциальные

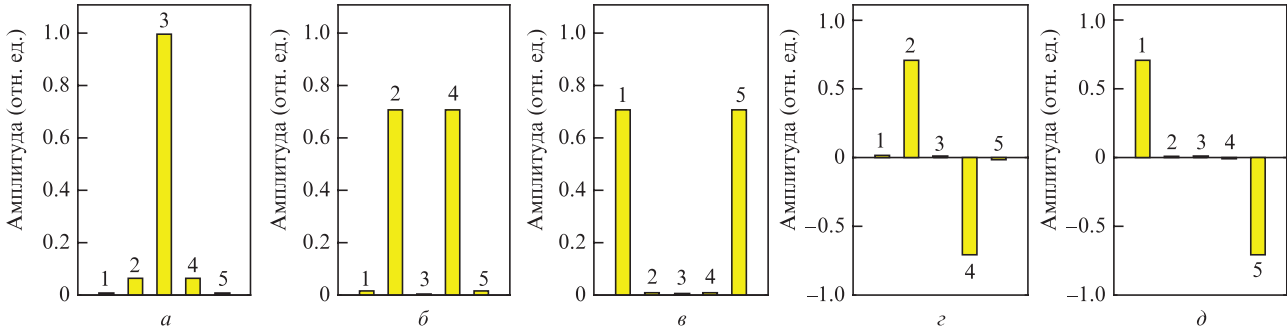


Рис.4. Нормированные амплитуды парциальных волн, входящих в симметричные (а, б, в) и антисимметричные (г, д) моды фотонного кристалла, при нормальном падении исходной волны на кристалл.

волны либо с одинаковыми амплитудами, либо с амплитудами, имеющими равные модули и противоположные знаки. Эти моды являются симметричными или антисимметричными решениями уравнений (2) для полей в модулированной среде неограниченного кристалла. Отметим, что исходная возбуждающая волна симметрична по оси x , поэтому антисимметричные моды с ней не взаимодействуют и ею не раскачиваются.

Перейдем к решению основной системы уравнений (17). При вычислениях принимаем амплитуду падающей волны за единицу и находим амплитуды отраженной волны и четырех попарно симметричных бегущих плазмонов; каждая пара симметричных плазмонов образует стоячую волну. Антисимметричные моды при нормальном падении возбуждающей волны не возникают. Расчет дает следующие величины: модули амплитуд каждого из двух разнонаправленных главных плазмонов составляют 3.24, двух слабых плазмонов – 0.021, отраженной волны – 0.931 (цифры – величины, отнесенные к амплитуде исходной волны). Плотность потока электромагнитной энергии, нормированная на плотность исходного потока, равна 10 для каждого из разнонаправленных потоков. Относительная плотность электромагнитной энергии осциллирует от нуля в узлах до 40 в пучностях, период осцилляций совпадает с половиной периода решетки кристалла.

Подчеркнем, что для случаев нормального падения исходной волны и падения под углом $\theta = \arcsin(-0.25)$ картины возбуждаемых полей сильно различаются. Чтобы проследить, как происходит этот переход при изменении угла падения, были проведены детальные расчеты для всей промежуточной области углов. При расчетах для каждого угла падения исходной волны подбирались такие волновые числа решетки, которые обеспечивают резонансное условие (18). Вычисления показали, что при приближении к нормали вплоть до значений $\theta = \arcsin(-0.01)$ амплитуда главного плазмона практически не меняется, а другие плазмоны не становятся заметно интенсивнее. При дальнейшем уменьшении θ картина существенно модифицируется: амплитуда основного плазмона сильно возрастает. Из рис.5 видно, что она достигает 9.1 при угле $\theta = -10^{-5}$ рад. Также на рис.5 виден подъем амплитуды более слабого плазмона до значения 4.7. Дальнейшее приближение угла θ к нулю и соответствующее дробление шага при численном счете приводят к нерегулярным скачкам вычисляемых величин. Это свидетельствует о неустойчивости решения вблизи $\theta = 0$ и указывает на необходимость применения другого алгоритма для расчетов модовой структуры. Практическое использование особенностей поведения волн при очень малых углах представ-

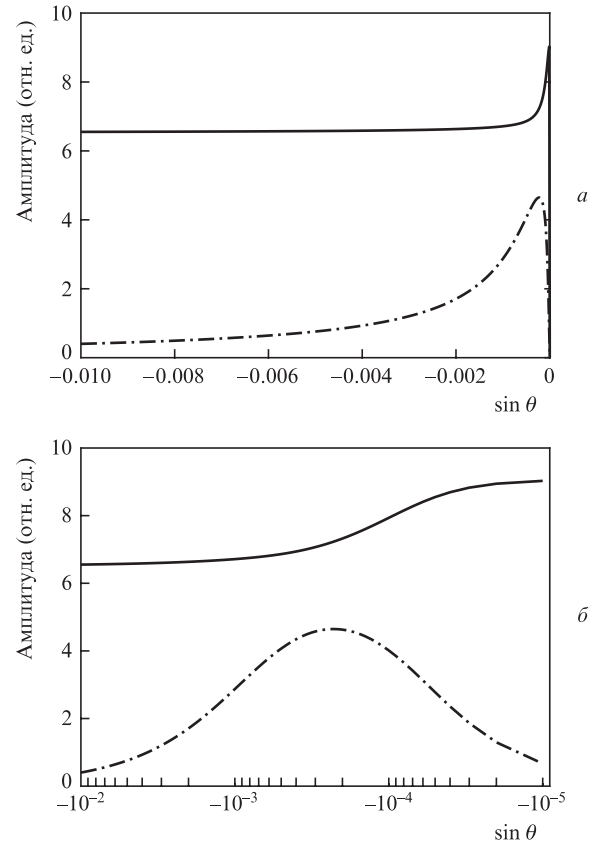


Рис.5. Модули амплитуд двух основных эванесцентных мод, которые возникают на границе фотонного кристалла с металлом ($z = 0$) при падении на нее распространяющейся моды с единичной амплитудой, в зависимости от синуса угла падения исходной волны $\sin \theta$ в линейном (а) и логарифмическом (б) масштабах по оси абсцисс. Сплошные кривые – в моде преобладает волна с волновым числом $k_x + G$, штрих-пунктирные кривые – в моде преобладает волна с волновым числом $k_x - G$.

ляется весьма привлекательным. Однако полученные вблизи нулевого угла значения амплитуд плазмонов необходимо усреднить по угловой ширине возбуждающего пучка, которую трудно сделать меньше, чем 5×10^{-5} рад, из-за реальных поперечных размеров кристаллов. С уверенностью можно говорить лишь о плазмонах с амплитудой около 9.

5. Заключение

В настоящей работе выполнен расчет эффективности возбуждения поверхностных плазмонов в синтетическом

опале в видимой области спектра. Развита метод исследования оптических мод в кристалле, учитывающий многократное рассеяние излучения на периодических неоднородностях среды. Анализ позволил провести сопряжение многокомпонентных мод на границе кристалла с металлом. Были найдены те случаи, для которых необходимость применения многоволнового подхода оказывается особенно существенной. Это происходит при таких параметрах системы, когда волновые векторы двух волн, участвующих в процессе генерации плазмона (включая исходную и возбуждаемые волны), имеют одинаковые или близкие по величине модули. В рассматриваемых задачах это осуществляется, если волны в кристалле испытывают сильное брэгговское отражение. Одним из таких вариантов является нормальное падение исходной волны на кристалл (направление распространения волны параллельно слоям). В этом случае возникает симметричная картина: два противоположно направленных потока электромагнитной энергии одинаковы. Показано, что при малом отклонении направления распространения возбуждающей волны от нормали картина становится несимметричной. При отклонении от нормального падения на угол $|\theta| \geq 5 \times 10^{-3}$ рад остается интенсивным только один плазмон. Вместе с тем, в интервале углов $|\theta| \geq 10^{-4} - 10^{-5}$ рад, близких к углу нормального падения, трансформация распространяющейся моды в главный поверхностный плазмон происходит особенно эффективно. Амплитуда поля в максимуме плазмонной волны, отнесенная к амплитуде исходной волны, может достигать 6.4–9, локальная плотность электромагнитной энергии на границе кристалла с металлом возрастает соответственно в 40–80 раз по сравнению с таковой для исходной волны.

Результаты настоящей работы свидетельствуют о возможности использования рассмотренной здесь схемы для эффективной генерации плазмонов.

Авторы выражают благодарность В.С.Лебедеву за плодотворные дискуссии.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-02-07777-а).

1. Ebbesen T.W., Lezec H.J., Chaemi H.F., Thio T., Wolff P.A. *Nature*, **391**, 667 (1998).
2. Laluet J.Y., Drezet A., Genet C., Ebbesen T.W. *New J. Phys.*, **10**, 105014 (2008).
3. Baudrion A.L., de Leon-Perez F., Mahbaub O., Hohenau A., Ditzbacher H., Garcia-Vidal F.J., Dintinger J., Ebbesen T.W., Martin-Moreno L., Krenn J.R. *Opt. Express*, **16**, 3420 (2008).
4. Kihm H.W., Lee K.G., Kim D.S., Ahn K.J. *Opt. Commun.*, **282**, 2442 (2009).
5. Dai W., Soukoulis C.M. *Phys. Rev. B*, **80**, 155407 (2009).
6. Nikitin A.Y., Rodrigo S.G., Garcia-Vidal F.J., Martin-Moreno L. *New J. Phys.*, **11**, 123020 (2009).
7. Nikitin A.Y., Garcia-Vidal F.J., Martin-Moreno L. *Phys. Status Solidi RRL*, **4**, 250 (2010).
8. Han Z., Bozhevolnyi S.I. *Rep. Prog. Phys.*, **76**, 016402 (2013).
9. Chang S.H., Gray S.K., Shatz G.C. *Opt. Express*, **13**, 3150 (2005).
10. De Abajo G.F.J., Sáenz J.J., Dolado J.S. *Opt. Lett.*, **14**, 7 (2006).
11. Ebbesen T.W., Degiron A. *Pure Appl. Opt.*, **7**, S90 (2005).
12. Kuznetsova T.I., Lebedev V.S. *Phys. Rev. E*, **78**, 016607 (2008).
13. Kuznetsova T.I., Lebedev V.S. *Phys. Rev. B*, **70**, 035107 (2004).
14. Кузнецова Т.И., Лебедев В.С. *Письма в ЖЭТФ*, **79**, 70 (2004) [*JETP Lett.*, **79**, 62 (2004)].
15. Кузнецова Т.И., Лебедев В.С. *Квантовая электроника*, **32**, 727 (2002) [*Quantum Electron.*, **32**, 727 (2002)].
16. Кузнецова Т.И., Распопов Н.А. *Квантовая электроника*, **42**, 87 (2012) [*Quantum Electron.*, **42**, 87 (2012)].
17. Raether H. *Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings* (Berlin: Springer, 1988).
18. Romanov S.G., Korovin A.V., Regensburger A., Peschel U. *Adv. Mater.*, **23**, 2515 (2011).
19. Romanov S.G., Vogel N., Bley K., Landfester K., Weiss C.K., Orlov S., Korovin A.V., Chuiko G.P., Regensburger A., Romanova A.S., Kriesch A., Peschel U. *Phys. Rev. B*, **86**, 195145 (2012).
20. Romanov S.G., Regensburger A., Korovin A.V., Romanova A.S., Peschel U. *Phys. Rev. B*, **88**, 125418 (2013).
21. Konopsky V.N., Alieva E.V. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 253904 (2006).
22. Konopsky V.N., Alieva E.V. *Opt. Lett.*, **34**, 479 (2009).
23. Melentiev P.N., Afanasiev A.E., Kuzin A.A., Zablotkiy A.V., Baturin A.S., Balykin V.I. *Opt. Express*, **19**, 22743 (2011).
24. Treshin I.V., Klimov V.V., Melentiev P.N., Balykin V.I. *Phys. Rev. A*, **88**, 023832 (2013).
25. Кузнецова Т.И., Распопов Н.А. *ЖЭТФ*, **145**, 455 (2014) [*JETP*, **118**, 395 (2014)].
26. Кузнецова Т.И., Распопов Н.А. *Квантовая электроника*, **45**, 1055 (2015) [*Quantum Electron.*, **45**, 1055 (2015)].
27. Займан Дж. *Принципы теории твердого тела* (М.: Мир, 1974).
28. Ярив А., Юх П. *Оптические волны в кристаллах* (М.: Мир, 1987).
29. Mantsyzov V.I. *Opt. Commun.*, **189**, 275 (2001).
30. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982, т. 8).
31. [http://refractiveindex/info/](http://refractiveindex.info/).