Усиление излучения в иттербиевых лазерах с линейным резонатором

С.А.Ефремов, О.В.Штырина, С.Б.Медведев, И.А.Яруткина, А.С.Скидин, М.П.Федорук

На основе экспоненциального представления усиления сигнала вдоль активного волокна построено аналитическое приближение решения системы балансных уравнений, описывающих динамику средней мощности сигнала и накачки внутри линейного резонатора. Выведены оценки выходной мощности сигнала на концах линейного резонатора. Проведена оптимизация мощности выходного излучения для линейной лазерной конфигурации с иттербиевым усилителем.

Ключевые слова: *волоконный лазер, усиление сигнала, линейный резонатор.*

1. Введение

В настоящее время существует множество типов волоконных лазеров, и их дальнейшая разработка все чаще требует применения численных методов, нацеленных на многопараметрическую оптимизацию характеристик [1–3]. При такой оптимизации необходимы крайне затратные с вычислительной точки зрения расчёты, проведение которых в широком диапазоне параметров, несмотря на активное развитие численного моделирования, с практической точки зрения неосуществимо даже с использованием распределённых вычислительных систем [3].

Альтернативой численному моделированию лазерных систем является аналитическое описание эволюции излучения в лазерных резонаторах различных типов [4, 5]. В настоящей работе построено аналитическое приближение для выходной мощности оптического сигнала с целью нахождения оптимальных режимов генерации лазера с линейным резонатором.

В работе рассматривается CW-лазер с резонатором типа Фабри–Перо [6]. Обычно при решении задачи нахождения устойчивых режимов генерации в волоконном лазере используются различные методы решения нелинейного уравнения Шредингера совместно с двухуровневой моделью усиления сигнала внутри резонатора. Последняя представляет собой краевую задачу, состоящую из четырёх нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка,

$$\frac{\mathrm{d}S^{\pm}(z)}{\mathrm{d}z} = \pm\left[\alpha_{\mathrm{s}}\left(\frac{\mu P(z) + S(z)}{1 + P(z) + S(z)} - 1\right) - q_{\mathrm{s}}\right]S^{\pm}(z), \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}P^{\pm}(z)}{\mathrm{d}z} = \pm\left[\frac{\alpha_{\mathrm{p}}}{\mu}\left(\frac{\mu P(z) + S(z)}{1 + P(z) + S(z)} - \mu\right) - q_{\mathrm{p}}\right]P^{\pm}(z), \tag{2}$$

С.А.Ефремов, О.В.Штырина, С.Б.Медведев, И.А.Яруткина, А.С.Скидин, М.П.Федорук. Новосибирский государственный университет, Россия, 630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 2; Институт вычислительных технологий СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Лаврентьева, 6; e-mail: efremov.math@gmail.com, olya.shtyrina@gmail.com, medvedev@ict.nsc.ru, i.yarutkina@gmail.com

Поступила в редакцию 25 октября 2017 г.

с граничными условиями на краях расчётной области

$$P_0^+ = P^+(0), \quad P_L^- = P^-(L),$$
$$S_0^+ = S^+(0), \quad S_L^- = S^-(L), \tag{3}$$

где $S = S^+ + S^-$; $P = P^+ + P^-$; $P = P_{\mathrm{p}}/P_{\mathrm{p}}^{\mathrm{sat}}$ и $S = P_{\mathrm{s}}/P_{\mathrm{s}}^{\mathrm{sat}}$ – мощности накачки и сигнала соответственно; знаки «+» и «–» обозначают направление распространения излучения; $P_{\mathrm{s}}^{\mathrm{sat}}$ и $P_{\mathrm{p}}^{\mathrm{sat}}$ – мощности насыщения сигнала и накачки; L – длина активного волокна.

Система уравнений (1), (2) является альтернативной записью широко используемых уравнений, приведенных в работе [2]. В формулах (1), (2) учитываются зависимости населенностей энергетических уровней от мощностей накачки и сигнала в явном виде для иллюстрации развития процессов насыщения усиления сигнала и истощения накачки. Несмотря на то что данная запись не содержит в явном виде ряда параметров, наблюдаемых в экспериментах, она более удобна для разработки теоретических подходов. При этом подробное описание связи теоретических коэффициентов и коэффициентов, получаемых в экспериментальных исследованиях, приведено в работе [6].

Длина волны излучения на выходе $\lambda_{\mathrm{s}} = 1083$ нм, а длина волны накачки $\lambda_{\mathrm{p}} = 910$ нм, коэффициенты поглощения сигнала и накачки сечением волокна α_{s} и α_{p} выбраны равными 0.062 и 0.115 м$^{-1}$ соответственно [6]. Мощности насыщения сигнала и накачки $P_{\mathrm{s}}^{\mathrm{sat}}$ и $P_{\mathrm{p}}^{\mathrm{sat}}$ составляют 0.055 и 4.9 Вт соответственно, следовательно, безразмерный параметр

$$\mu = \frac{\lambda_{\mathrm{s}}}{\lambda_{\mathrm{p}}}\frac{\alpha_{\mathrm{s}}}{\alpha_{\mathrm{p}}}\frac{P_{\mathrm{s}}^{\mathrm{sat}}}{P_{\mathrm{p}}^{\mathrm{sat}}} = 7\times10^{-3}.$$

Несмотря на то что наличие ненасыщенных потерь q_{s} и q_{p} значительно усложняет рассматриваемую систему уравнений, они существенно влияют на результат, поэтому пренебречь данными величинами нельзя. Величины ненасыщенных потерь выбраны следующими: $q_{\mathrm{p}} = 0.8$ дБ/м [7], $q_{\mathrm{s}} = 0.25$ дБ/м [8, 9].

Для представленной краевой задачи целесообразно применение теоретического анализа динамики излучения и баланса энергии в активной среде с целью разработки приближенных аналитических решений, позволяющих отказаться от трудоемких вычислений.

2. Постановка краевой задачи для линейной конфигурации

Из системы (1), (2) можно получить следующие интегрируемые соотношения:

$$\frac{\mathrm{d}S^+(z)}{S^+(z)} = -\frac{\mathrm{d}S^-(z)}{S^-(z)},\quad \frac{\mathrm{d}P^+(z)}{P^+(z)} = -\frac{\mathrm{d}P^-(z)}{P^-(z)}, \tag{4}$$

$$\frac{\mathrm{d}S^+}{S^+} - \zeta\frac{\mathrm{d}P^+}{P^+} = \phi\mathrm{d}z, \tag{5}$$

где

$$\phi = \alpha_\mathrm{s}(\mu-1) + \zeta q_\mathrm{p} - q_\mathrm{s};\ \zeta = \mu\frac{\alpha_\mathrm{s}}{\alpha_\mathrm{p}};\ \mu = \frac{\lambda_\mathrm{s}}{\lambda_\mathrm{p}}\frac{\alpha_\mathrm{s}}{\alpha_\mathrm{p}}\frac{P_\mathrm{p}^\mathrm{sat}}{p_\mathrm{c}^\mathrm{sat}}.$$

Обозначим распределение усиления мощности сигнала вдоль волокна через функцию

$$G(z) = \frac{S^+(z)}{S^+(0)} = \frac{S^-(L)}{S^-(z)}.$$

Тогда коэффициент полного усиления сигнала за проход вдоль активного волокна будет определяться выражением $G_\mathrm{s} = G(L)$. Определим общий вид решения:

$$S^+(z) = S_0^+G(z),\ \ S^-(z) = S_L^-\frac{G_\mathrm{s}}{G(z)}, \tag{6}$$

$$P^+(z) = P_0^+G^{\zeta^{-1}}(z)\exp\Big(-\frac{\phi}{\zeta}z\Big),$$
$$P^-(z) = P_L^-\frac{G_s^{\zeta^{-1}}\exp\Big(-\dfrac{\phi}{\zeta}L\Big)}{G^{\zeta^{-1}}(z)\exp\Big(-\dfrac{\phi}{\zeta}z\Big)}. \tag{7}$$

Из всего сказанного выше следуют граничные условия

$$G(0) = 1,\ \ G(L) = G_\mathrm{s}.$$

С учетом всех введенных обозначений и полученных интегральных соотношений удается свести задачу (1), (2), состоящую из четырех нелинейных дифференциальных уравнений, к краевой задаче вида

$$\frac{\mathrm{d}G(z)}{\mathrm{d}z} = \Big[\alpha_\mathrm{s}\Big(\frac{\mu P(z)+S(z)}{1+P(z)+S(z)} - 1\Big) - q_\mathrm{s}\Big]G(z), \tag{8}$$

$$G(0) = 1,\ \ G(L) = G_\mathrm{s},$$

где

$$S(z) = S_0^+G(z) + S_L^-\frac{G_\mathrm{s}}{G(z)};$$

$$P(z) = P_0^+G^{\zeta^{-1}}(z)\exp\Big(-\frac{\phi}{\zeta}z\Big) + P_L^-\frac{G_\mathrm{s}^{\zeta^{-1}}\exp\Big(-\dfrac{\phi}{\zeta}L\Big)}{G^{\zeta^{-1}}(z)\exp\Big(-\dfrac{\phi}{\zeta}z\Big)}.$$

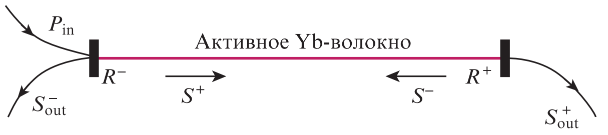

Рис.1. Схема линейного оптического резонатора.

Выше мы исследовали краевую задачу (1), (2) с граничными условиями (3). Однако на практике генерируемая мощность излучения неизвестна. Иными словами, неизвестны значения $S^+(0)$ и $S^-(L)$. С другой стороны, можно изначально определить усиление сигнала G_s за проход вдоль активного волокна, которое, вообще говоря, для разных конфигураций резонаторов различно.

Обозначим общие потери внутри резонатора через Σ; данная величина описывает общие потери мощности сигнала в устройстве: тепловые потери на различных элементах конструкции, оптические потери внутри волокна, потери на устройствах вывода (WDM-ответвители, линзы, оптические решетки) и т.д. Стоит отметить, что необходимым условием устойчивого режима генерации в оптическом резонаторе, вне зависимости от его типа, является компенсация потерь усилением.

В активной среде линейного резонатора сигнал распространяется в обоих направлениях, поэтому для конфигурации данного типа, согласно рис.1, справедливы соотношения $S^+(0) = S^+(0)G_\mathrm{s}^2\Sigma = S^+(0)G_\mathrm{s}^2R^+R^-$ и $S^-(L) = S^-(L)G_\mathrm{s}^2\Sigma = S^-(L)G_\mathrm{s}^2R^-R^+$; следовательно,

$$G_\mathrm{s} = \frac{1}{\sqrt{\Sigma}} = \frac{1}{\sqrt{R^-R^+}}. \tag{9}$$

В дальнейшем нам понадобится запись (8) в интегральной форме:

$$\ln(G(z)) + (\alpha_\mathrm{s}+q_\mathrm{s})z + \zeta\Big[P_0^+\Big(G_\mathrm{p}(z) - 1 + q_p\int_0^z G_\mathrm{p}(z)\mathrm{d}z\Big)$$
$$+ P_L^-G_\mathrm{p}(L)\Big(1 - \frac{1}{G_\mathrm{p}(z)} + q_\mathrm{p}\int_0^z\frac{1}{G_\mathrm{p}(z)}\mathrm{d}z\Big)\Big]$$
$$+ S^+(0)\Big(G(z) - 1 + q_\mathrm{s}\int_0^z G(z)\mathrm{d}z\Big)$$
$$+ S^-(L)\,G_\mathrm{s}\Big(1 - \frac{1}{G(z)} + q_\mathrm{s}\int_0^z\frac{1}{G(z)}\mathrm{d}z\Big) = 0, \tag{10}$$

где $G_\mathrm{p}(z) = G^{\zeta^-}(z)\exp(-\phi z/\zeta)$.

Далее определим граничные условия для линейной конфигурации на рис.1. С использованием (9) граничные условия для линейного резонатора запишутся следующим образом:

$$P_0^+ = P^+(0),\quad P_L^- = P^-(L),$$
$$S^+(0)\,G_\mathrm{s}R^+ = S^-(L),\quad S^-(L)\,G_\mathrm{s}R^- = S^+(0). \tag{11}$$

Из уравнения (10) и граничных условий (11) получим выражение

$$S^+(0) = -\Big\{(1+G_\mathrm{s}R^+)\Big[G_\mathrm{s} - 1) + q_\mathrm{s}\int_0^L G(z)\mathrm{d}z\Big]\Big\}^{-1}\times$$

$$\times\Big\{\ln G_s + (\alpha_s + q_s)L + \zeta(P_0^+ + P_L^-)$$

$$\times\Big[G_s^{\zeta-1}\exp\Big(-\frac{\phi}{\zeta}L\Big) - 1 + q_p\int_0^L G^{\zeta-1}(z)\exp\Big(-\frac{\phi}{\zeta}z\Big)dz\Big]\Big\}. \quad (12)$$

3. Построение аналитического приближения

В разд.2 были описаны две постановки краевой задачи для уравнения (8); на их основе могут быть построены численные методы, позволяющие находить решения этих задач за приемлемое время. Однако проводить оптимизацию по многим параметрам с помощью итерационных методов при большом количестве степеней свободы, которыми обладает данная модель, все же затруднительно. Хорошим решением данной проблемы является применение какого-либо подходящего аналитического приближения неизвестной функции $G(z)$, описываемой уравнением (8). В настоящей работе выбрано экспоненциальное приближение, и такой выбор связан с попыткой создания аналитического метода, позволяющего проводить оптимизацию параметров модели, значительно уменьшив время вычислений, с сохранением приемлемой точности.

Допустим, что функция $G(z)$ является экспоненциальной. С учетом условий из уравнения (8) получим $G(z) = \exp(z\ln G_s/L)$. Такой выбор функциональной зависимости позволяет аналитически получить более простые выражения для интегралов в уравнении (12), исключив необходимость численного интегрирования. Подставив данное приближение в (12), получим выражение для мощности сигнала в резонаторе:

$$S^+(0) = -\Big[\Big(1 + \frac{q_s L}{\ln G_s}\Big)(G_s - 1)(1 + G_s R^+)\Big]^{-1}$$

$$\times\Big\{\ln G_s + \zeta(P_0^+ + P_L^-)\Big[G_s^{\zeta-1}\exp\Big(-\frac{\phi}{\zeta}L\Big) - 1\Big]$$

$$\times\Big(1 + \frac{\zeta q_p L}{\ln G_s - \phi L}\Big) + (\alpha_s + q_s)L\Big\}. \quad (13)$$

В конечном счете данное аналитическое приближение позволяет быстро аппроксимировать решение задачи (8) для условий, соответствующих различным параметрам устройств лазерных резонаторов.

Для ответа на вопрос о точности построенного аналитического приближения мощности сигнала рассмотрим (12) в отсутствие ненасыщенных потерь, т.е. при $q_s = q_p = 0$. В таком случае система (8) имеет аналитическое решение [10, 11]:

$$S^+(0) =$$

$$-\frac{\ln G_s + \zeta(P_0^+ + P_L^-)\Big[G_s^{\zeta-1}\exp\Big(-\frac{\phi}{\zeta}L\Big) - 1\Big] + (\alpha_s + q_s)L}{(1 + G_s R^+)(G_s - 1)}.$$

Это решение в точности совпадает с построенным приближением (13) при нулевых линейных потерях ($q_s = q_p = 0$).

Ниже сравним полученное аналитическое выражение с результатами прямого численного моделирования исходной системы. Определим относительную погрешность мощности сигнала выражением

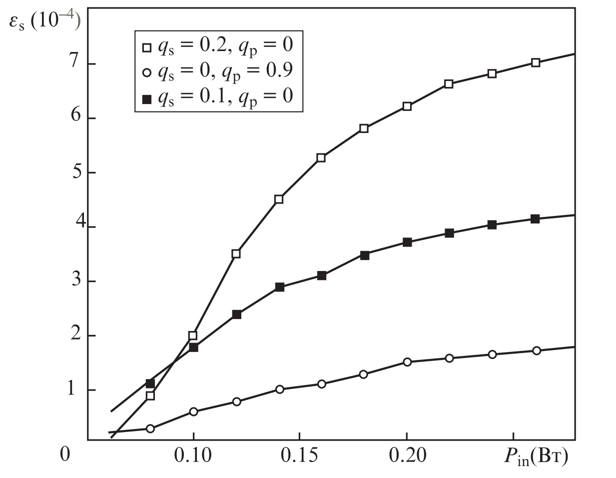

Рис.2. Погрешности аналитического приближения для резонатора линейного типа в зависимости от входной мощности накачки при различных значениях ненасыщенных потерь и $L = 2.5$ м.

$$\varepsilon_s = \frac{|S_{num} - S_{anal}|}{S_{num}},$$

где $S_{num} = S^+(0) + S^-(L)$ и $S_{anal} = S^+(0) + S^-(L)$ – суммы сигналов на границах, вычисленные при помощи численного алгоритма и аналитического приближения соответственно. На рис.2 приведены зависимости, характеризующие точность полученного приближения на примере линейного резонатора.

Видно, что величина погрешности зависит от ненасыщенных потерь, причем q_s более существенно влияет на погрешность, чем q_p. Данный факт объясняется различием значений аналитических выражений для интегралов, стоящих перед q_s и q_p, которые и вносят погрешность. Сравнение полученного аналитического выражения с прямым численным моделированием исходной системы показало соответствие результатов с точностью до 0.1%, что свидетельствует о возможности эффективного применения аналитических результатов при решении оптимизационных задач.

4. Оптимизация CW-лазера с резонатором типа Фабри – Перо

Целью оптимизации является максимизация мощности выходного излучения сигнала. Поэтому будем решать краевую задачу (8) с граничными условиями вида (11), соответствующими линейной конфигурации. При моделировании использовалось устройство накачки мощностью до 150 мВт [10]. Выходная мощность излучения для резонатора, схема которого представлена на рис.1, определяется выражениями

$$S_{out}^- = P_s^{sat} S^+(0) G_s^2 R^+(1 - R^-),$$

$$S_{out}^+ = P_s^{sat} S^+(0) G_s(1 - R^+).$$

Из рис.3,*а* видно, что при малой мощности накачки устойчивая генерация лазерного излучения возможна

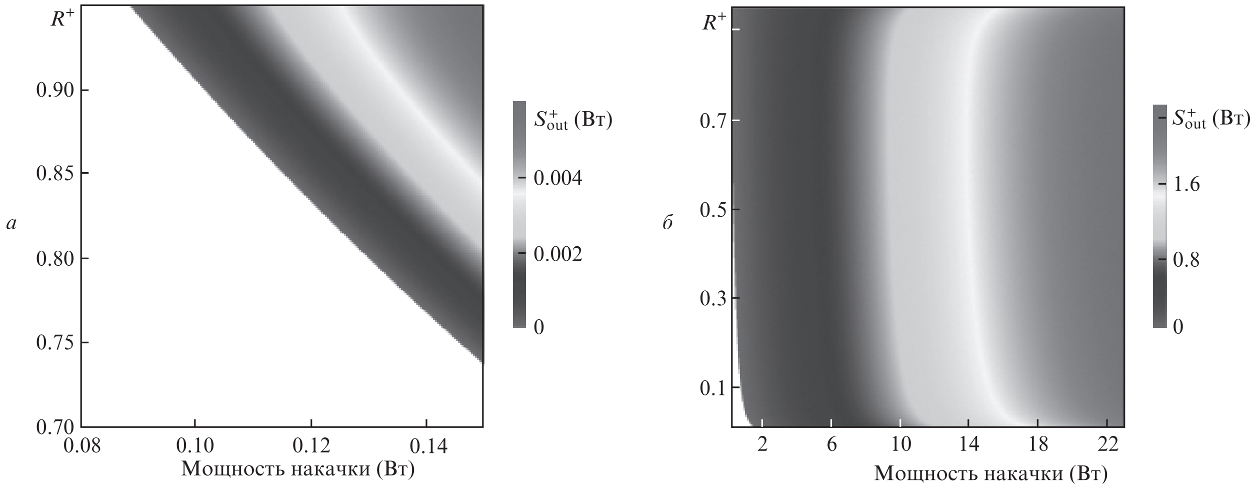

Рис.3. Зависимости выходной мощности $S^{+}_{\rm out}$ линейного резонатора на его правом торце от входной мощности излучения накачки $P_{\rm in} = P^{\rm sat}_{\rm p} P^{+}_{0}$ и коэффициента отражения излучения внутрь резонатора R^{+} на правом торце при $R^{-} = 0.99$ и $L = 2.5$ м.

только при малых потерях. Полученная максимальная мощность выходного излучения также невелика и в данном случае составляет 6.02 мВт на правом торце резонатора. Для моделируемого устройства накачки достаточно очевидно и положение оптимальной точки: она соответствует минимальным суммарным потерям и максимальной мощности накачки в резонаторе и находится в правом верхнем углу области генерации на рис.3,*а*.

При проведении второго этапа оптимизации было использовано устройство накачки из [6], максимальная мощность которого составляет 23 Вт. Из рис.3,*б* видно, что увеличение мощности накачки позволяет не только увеличить выходную мощность сигнала, но и значительно расширить область генерации, что дает возможность добиться устойчивой генерации при бóльших потерях, чем ранее. К тому же максимальная выходная мощность излучения сигнала возросла до 2.55 Вт. Оптимальная мощность излучения достигается при максимальной мощности накачки и коэффициенте отражения на правом торце $R^{+} = 0.7$.

На рис.4 представлены зависимости выходной мощности сигнала как функции длины участка активного иттербиевого волокна в линейном резонаторе. При оптимальном коэффициенте отражения $R^{+} = 0.7$ и мощности накачки 23 Вт достигается максимальная мощность излучения, которая превышает аналогичное экспериментальное значение из [6] в два раза.

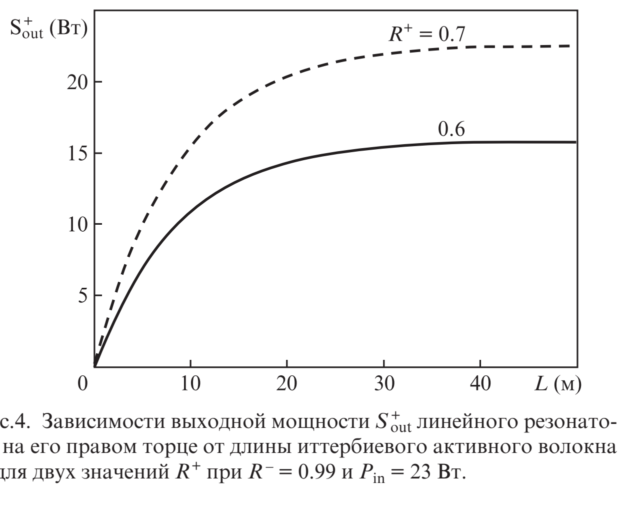

Рис.4. Зависимости выходной мощности $S^{+}_{\rm out}$ линейного резонатора на его правом торце от длины иттербиевого активного волокна L для двух значений R^{+} при $R^{-} = 0.99$ и $P_{\rm in} = 23$ Вт.

5. Заключение

В настоящей работе построено аналитическое приближение мощности выходного излучения сигнала. Проведена оценка точности данного приближения и показана его применимость при определении области генерации и оптимальных параметров излучения в резонаторах различной конфигурации. На его основе для линейной лазерной конфигурации определена область устойчивой генерации и проведена оптимизация потерь на ответвителе резонатора, мощности излучения накачки и длины активного волокна с целью достижения максимальной мощности выходного сигнала.

Полученные аналитические результаты могут быть успешно использованы для оптимизации лазерных систем, а также при построении различных численных алгоритмов с целью решения комплексных задач о нахождении динамики средней мощности накачки и сигнала в активной среде внутри лазерного резонатора.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ государственной поддержки ведущих научных школ РФ № НШ-9161.2016.9. Работа О.В.Штыриной, С.Б.Медведева и М.П.Федорука поддержана Российским научным фондом (проект № 17-72-30006).

1. Siegman A.E. *Lasers* (Sansalito, CA: University Science Books, 1986).
2. Курков А.С., Дианов Е.М. *Квантовая электроника*, **34** (10), 881 (2004) [*Quantum Electron*., **34** (10), 881 (2004)].
3. Bale B.G., Okhotnikov O.G., Turitsyn S.K., in *Fiber Lasers*, O.G.Okhotnikov (Ed.) (Weinheim: Wiley, 2012, ch. 5).
4. Turitsyn S.K. *Opt. Express*, **17** (14), 11898 (2009).
5. Yarutkina I.A., Shtyrina O.V., Skidin A., Fedoruk M.P., *Opt. Commun*., **342**, 26 (2015).
6. Turitsyn S.K., Bednyakova A.E., Fedoruk M.P., Latkin A.I., Fotiadi A.A., Kurkov A.S., Sholokhov E. *Opt. Express*, **19** (9), 8394 (2011).
7. Трикшев А.И., Камынин В.А., Цветков В.Б.,Егорова О.Н. *Квантовая электроника*, **46** (12), 1085 (2016) [*Quantum Electron*., **46** (12), 1085 (2016)].
8. Kurkov A.S. *Laser Phys. Lett*., **4** (2), 93 (2007).
9. Мелькумов М.А., Буфетов И.А., Кравцов К.С., Шубин А.В., Дианов Е.М. *Квантовая электроника*, **34** (9), 843 (2004) [*Quantum Electron*., **34** (9), 843 (2004)].
10. Barnard C., Myslinski P., Chrostowski J., Kavehrad M. *IEEE J. Quantum Electron*., **30**, 1817 (1994).
11. Pfeiffer T., Bullow H. *IEEE Photon. Technol. Lett*., **4**, 449 (1992).