

Поперечное ускорение электронов в поле терагерцевого излучения. Терагерцевый синхротрон

М.Ю.Романовский

Исследуется поперечное ускорение электрона, вводимого в терагерцевый импульс вдоль направления волнового вектора электромагнитного поля, в присутствии внешнего постоянного магнитного поля. Оцениваются возможное приращение энергии электрона, а также длина ускорения и угол поворота электрона на выходе из импульса. Предполагаемым применением развитой схемы ускорения (помимо самого ускорителя электронов) является терагерцевый синхротрон, возможные параметры которого также оцениваются.

Ключевые слова: поперечное ускорение электронов, терагерцевый импульс, терагерцевый синхротрон.

1. Введение

Ускорение электронов импульсами терагерцевого (ТГц) излучения является привлекательным «линейным» методом ускорения, в отличие от нелинейных методов, осуществляемых кильватерной волной лазерного импульса [1], и bubble-режима [2]. В настоящее время этим способом уже реализовано ускорение электронов до энергии в доли кэВ [3], ввод электронного пучка происходил перпендикулярно волновому вектору ТГц излучения. Время ускорения при этом было фактически ограничено одним полупериодом ТГц излучения, безусловно значительно большим характерных периодов волн оптического диапазона.

Если ускоряемый электрон изначально релятивистский, то время ускорения может быть намного увеличено при введении электрона (или сгустка электронов) вдоль направления волнового вектора электромагнитного излучения. При этом, соответственно, увеличивается и приращение энергии [4]. Подобная схема ускорения электронов была рассмотрена ранее в задаче о выходе импульса лазерного излучения на оптическую поверхность раздела «вакуум–прозрачная среда» [4–6]. Экспериментальная реализация этой схемы весьма сложна, в связи с чем она не осуществлена до сих пор. Однако эта схема по сравнению со схемой поперечного ускорения в ТГц поле имеет одно, но важное преимущество – фазовой скоростью неоднородной электромагнитной волны на такой поверхности раздела можно управлять в определенных, вплоть до нерелятивистских скоростей, пределах [4], что может значительно увеличить время и, следовательно, величину ускорения. Реализовать такую же схему в ТГц диапазоне пока невозможно ввиду отсутствия необходимых диэлектриков, но идея представляется перспективной, т. к. поперечная неоднородность электромагнитной волны здесь

имеет намного больший масштаб, поскольку длина волны ТГц излучения гораздо больше оптической. Потенциально это снимет большинство экспериментальных трудностей.

Очевидна возможность реализации предложенной схемы ускорения релятивистских электронов ТГц импульсом в открытом вакууме. В этих условиях фазовая скорость излучения не может быть меньше скорости света в вакууме. Возможна реализация ускорения электронов ТГц импульсом в сильно диспергирующих волноводе или резонаторе. При этом скорость распространения ТГц излучения может быть на определенном (небольшом) отрезке волновода меньше скорости света, это было осуществлено в экспериментах [7], где получено приращение энергии 5 кэВ для электронов с начальной энергией 60 кэВ.

Предлагаемая в настоящей работе схема обеспечивает значительные приращения энергии и без регулировки фазовой скорости ТГц излучения в открытом вакууме, поскольку ускоряемая частица теперь гораздо дольше удерживается в ускоряющей полуволне излучения просто благодаря ее большей длине. Ниже даны количественные оценки такого ускорения, а также рассмотрена схема ТГц синхротрона.

2. Движение заряженной частицы в поперечном электромагнитном поле в присутствии внешнего постоянного магнитного поля

Для количественных математических оценок эффекта воспользуемся моделью ускорения заряженной частицы (электрона) в скрещенных постоянных электрическом и магнитном полях, не предполагая изначально равенства их абсолютных значений. Экспериментально это достигается введением дополнительного постоянного магнитного поля вдоль оси вектора магнитного поля ТГц излучения; последнее предполагается линейно поляризованным. Система уравнений движения частиц в лабораторной системе координат может быть записана в следующем виде:

М.Ю.Романовский. Федеральное агентство научных организаций, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп, 32А; Московский технологический университет (МИРЭА), Россия, 119454 Москва, просп. Вернадского, 78; e-mail: slon@kapella.gpi.ru

$$\begin{aligned} \frac{dp_x}{dt} &= -eE_x + \frac{e}{c}v_zH_y, \\ \frac{dp_z}{dt} &= -\frac{e}{c}v_xH_y. \end{aligned} \quad (1)$$

Эта система проще, чем рассмотренная в [4], т. к. не имеет составляющей магнитного поля вдоль оси z . Движение происходит в плоскости xz . Здесь p_x и p_z – составляющие импульса электрона вдоль осей x и z ; v_x и v_z – составляющие скорости электрона вдоль осей x и z ; e – заряд электрона; c – скорость света в вакууме. Вектор электрического поля E_x направлен вдоль оси x , а вектор магнитного поля H_y – вдоль оси y (рис.1). Без ограничения общности в качестве начальных условий выберем $p_x = 0, p_z = p_{z0}, x = 0, y = 0, z = 0$ при $t = 0$.

Если $E = E_x$ и $H = H_y$ являются функциями координат и времени, как это имеет место в случае ускорения электрона в ТГц импульсе во внешнем магнитном поле, система (1) допускает только численное исследование, что будет сделано в нашей следующей работе. Мы ограничимся здесь случаем постоянных E и H , сделав необходимые оговорки для анализа возможной экспериментальной реализации ускорения в предлагаемой схеме. Будем анализировать случай $|E| \geq |H|$, в противном случае ускорения нет.

Система имеет интеграл движения, запишем его в виде

$$\gamma = \gamma_0 - \frac{eEx}{mc^2}. \quad (2)$$

Здесь $\gamma = 1/\sqrt{1 - (v_x^2 + v_z^2)/c^2}$ – релятивистский энергетический фактор; γ_0 – его начальное значение; x – текущее значение поперечной координаты; m – масса электрона. Составляющая импульса $p_{z0} = mc\sqrt{\gamma_0^2 - 1}$; кроме того, в (2) считается, что движение осуществляется в отрицательном направлении по x – в противном случае происходит торможение частицы.

Начальные условия к (1) сформулированы так, что в условном эксперименте релятивистский электрон вводится вдоль оси z параллельно волновому вектору ТГц им-

пульса. В принципе решить систему (1) можно и для ненулевого значения p_{x0} , т. е. для случая непараллельного введения электрона. При этом, однако, эффективная фазовая скорость электромагнитной волны вдоль оси z будет больше c , и время удержания электрона в ускоряющей полуволне будет меньше, чем при параллельном введении.

Система (1) имеет решения, записываемые в неявном виде для x и z :

$$\begin{aligned} ct\sqrt{1 - \frac{H^2}{E^2}} &= \sqrt{x^2 - 2xx_2} + (x_1 - x_2) \\ &\times \ln\left(1 - \frac{x}{x_2} + \sqrt{\frac{x^2 - 2xx_2}{x_2^2}}\right), \\ ct - \frac{H}{E}z &= \sqrt{1 - \frac{H^2}{E^2}}\sqrt{x^2 - 2xx_2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь введены обозначения

$$x_1 = \frac{\gamma_0 mc^2}{eE}, \quad x_2 = x_1(1 - \sqrt{1 - \gamma_0^{-2}}\frac{H}{E})\left(1 - \frac{H^2}{E^2}\right)^{-1}.$$

Для вырожденного случая $H = 0$ решение для z получается в следующем виде:

$$z = x_1\sqrt{1 - \gamma_0^{-2}}\ln\left[\frac{ct}{x_1} + \sqrt{1 + \left(\frac{ct}{x_1}\right)^2}\right]. \quad (3a)$$

При поперечном ускорении электрона его продольная скорость вдоль оси z уменьшается и он выпадает из ускоряющей полуволны ТГц излучения. По аналогии с [4] запишем условие удержания электрона в ускоряющей полуволне длиной Λ в виде

$$ct - z \leq \Lambda. \quad (4)$$

Решением трех уравнений (3), (4) или (3), (3a), (4) и будет искомое ускорение γ (в (4) при этом используем знак равенства, см. ниже).

Решения указанных алгебраических уравнений могут быть получены только численно. Приведем их для двух значений начальной энергии частиц, $\gamma_0 = 5$ и 30 , а также для трех значений напряженности электрического поля: $E = 10^6, 10^7$ и 10^8 В/см (рис.2).

Длина z , на которой происходит ускорение, изменяется от нескольких x_1 в левой части рисунков до величины $2\gamma_0^2\Lambda$ при $(H/E)^2 = 1 - \gamma_0^{-2}$, которая гораздо больше x_1 . При дальнейшем приближении отношения H/E к единице возможное ускорение продолжает возрастать, однако это достигается при очень больших, практически нереализуемых поперечных значениях x (см. ниже).

Если отношение $(H/E)^2 = 1 - \gamma_0^{-2}$, система (3), (4) допускает простой явный вид решения. Тогда $x_1 = x_2$, и электрон движется вдоль оси z равномерно со скоростью $c\sqrt{1 - \gamma_0^{-2}}$. При этом рост энергии

$$\gamma = \gamma_0\sqrt{1 + \left(\frac{2eE\Lambda}{mc^2}\right)^2}. \quad (5)$$

В свою очередь длина ускорения теперь равна $2\gamma_0^2\Lambda$, а поперечное отклонение (которое и определяет величину γ (5)) есть

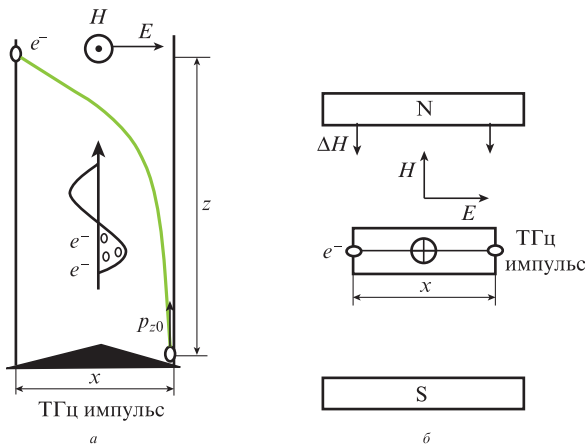


Рис.1. Схема предполагаемого эксперимента: а – вид сверху, поле H направлено на читателя, траектория ускоряемого электрона показана серой кривой, внутри изображена примерная форма ТГц импульса из двух полуциклов, ускоряемые электроны сосредоточены во втором полуцикле, в котором $E > H$; б – вид «вслед» ТГц импульсу, показаны постоянные магниты и направление дополнительного постоянного магнитного поля.

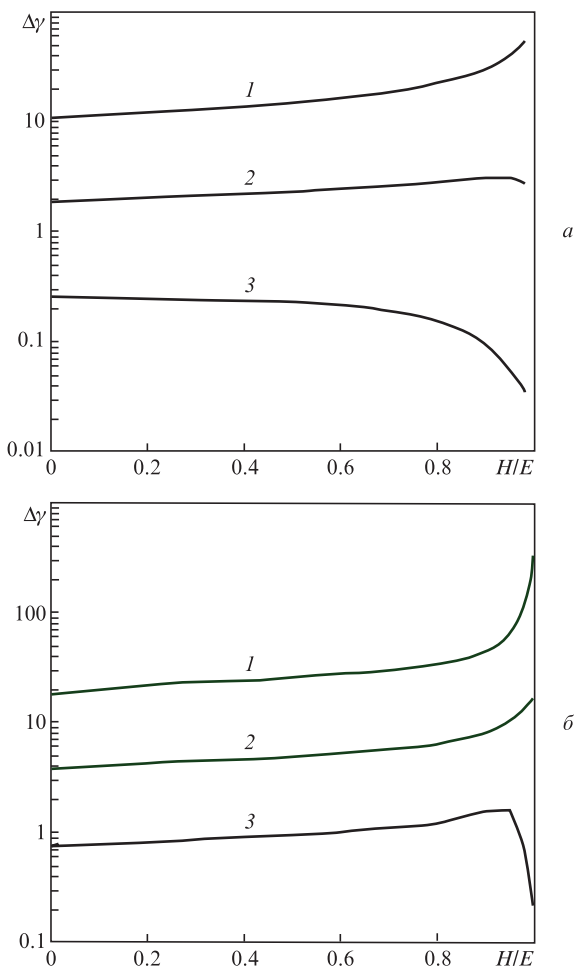


Рис.2. Зависимости изменения энергии электрона $\Delta\gamma = \gamma - \gamma_0$ при $\gamma_0 = 5$ (а) и 30 (б) для $E = 10^8$ (1), 10^7 (2) и 10^6 В/см (3).

$$x = x_1 - \sqrt{x_1^2 + (2\Delta\gamma_0)^2}. \tag{6}$$

Отношение (6) к (5) определяет величину угла поворота: при больших (по сравнению с x_1) значениях $\gamma_0 A$ угол равен $1/\gamma_0$.

Выражения (5) и (6) ценны тем, что они отвечают обычно правой части рис.2 (вблизи единицы по оси абсцисс). Поскольку кривые зависимости $\Delta\gamma$ от H/E на этих рисунках гладкие, можно заключить, что и при соседних значениях H/E мы получаем близкие значения $\Delta\gamma$. Эти соображения будут нужны при оценке потенциального эксперимента.

3. Возможный эксперимент

Схема возможного эксперимента приведена на рис.1. В «двухполосный» импульс ТГц излучения коробчатого пространственного сечения вводится группа релятивистских электронов. Внешнее магнитное поле должно быть направлено таким образом, чтобы в первой полуволне магнитное поле было больше электрического, тогда электроны, попавшие в первую полуволну, еще быстрее тормозятся и попадают во вторую, ускоряющую, полуволну. По-видимому, следует «работать» в правой части кривых на рис.2, где величина внешнего магнитного поля невелика ($H \sim E(1 - \sqrt{1 - \gamma_0^{-2}}) \approx E/(2\gamma_0^2)$). Для $\lambda/c \sim 1$ пс параметр $2eE\lambda/(mc^2) = 1$ при $E = 8.5 \times 10^6$ В/см; таким образом, при достигнутых в настоящее время полях $E \sim 10^8$ В/см и $\gamma_0 = 5$

изменение энергии $\Delta\gamma \approx 55$. Электроны с такими начальными энергиями γ_0 могут быть получены от стандартных бета-радиоактивных источников (например, $^{90}\text{Sr} + ^{90}\text{Y}$, энергия $\gamma_0 = 5.5$, или ^{60}Co , энергия $\gamma_0 = 4$). Длина ускорения при этом $z = 1.5$ см, отклонение $x = 0.3$ см. Чтобы ТГц излучение не разошлось на такой дистанции, достаточно иметь импульс с поперечными размерами 0.3×0.2 см, полной длительностью 2 пс и энергией ~ 1.5 Дж. Внешнее магнитное поле должно быть равно ~ 0.6 Тл, что обеспечивается постоянными магнитами.

При ускорении электронов с начальной энергией $\gamma_0 = 30$ поперечные размеры импульса должны составлять 2.0×1.5 см при указанных напряженности поля и длительности импульса. Необходимая энергия импульса достигнет 90 Дж, а ускорение $\Delta\gamma \approx 330$ произойдет на длине 45 см (внешнее постоянное магнитное поле здесь совсем невелико, $\sim 0,025$ Тл). Таким образом, ускорение на единицу длины в предлагаемых экспериментах более нескольких ГэВ/м достигается уже при $E \sim 10^8$ В/см, но падает с ростом γ_0 . При больших полях ТГц излучения темп ускорения еще выше.

Регистрировать электроны с $\gamma_0 = 5$ можно просто по углу поворота ускоренного сгустка электронов – он будет равен $\sim 12^\circ$, т.е. ускоренный сгусток отойдет от исходного пучка электронов уже на расстоянии нескольких сантиметров, или на двух-трех длинах ускорения. Неускоренных электронов в этом направлении быть не должно, поэтому регистрация сгустка несложна. При $\gamma_0 = 30$ угол поворота составит $\sim 2^\circ$, и отход сгустка от основного пучка произойдет уже на расстоянии ~ 1 м. Здесь, по-видимому, можно использовать обычную схему измерения энергии электронов.

В приведенных оценках использованы максимальные значения бокового отклонения x , при котором электрон еще находится в ускоряющей полуволне. Между тем, поперечные размеры ТГц импульса (обозначим их x_m) могут быть меньше этого отклонения. В данном случае $\Delta\gamma$ определится из (2) по простой формуле: $\Delta\gamma = eE|x_m|/(mc^2)$ (при этом в (4) используется знак «<»). Кроме того, ускорение может быть уменьшено за счет применения более сильного постоянного магнитного поля (на рис.2 – левая часть кривых). При этом, однако, значительно уменьшается длина ускорения, и возможная экспериментальная установка может быть весьма компактной. Таким образом, схема поперечного ускорения электронов ТГц импульсом позволяет значительно варьировать экспериментальные параметры, чего нет в [4–6].

4. Терагерцевый синхротрон

Описанное ускорение электрона сопровождается его излучением. При реализации нескольких последовательных циклов ускорения, в каждом из которых ускорение происходит в направлении, перпендикулярном направлению входной скорости электрона, электрон (или электронный сгусток) в конце концов повернется на 360° , что позволит «закольцевать» процесс. Такая схема эксперимента представляет собой схему синхротрона, причем по методу ускорения – терагерцевого. Оценим максимально возможную частоту синхротронного излучения, а также возможности принципиальной реализации прибора.

Потери энергии на излучение в одном цикле ускорения даются формулой из работы [8] (§73). Для движения электрона, описываемого выражением (3), задача реша-

ется точно. Используя второе уравнение (3), получим выражение для потерь энергии в одном цикле:

$$\varepsilon = \frac{2e^4 E^2}{3m^2 c^3} \left(1 - \frac{H}{E} \sqrt{1 - \gamma_0^{-2}}\right)^2 \gamma_0^2 t. \quad (7)$$

Здесь $t = L/c$; L – длина ускорения.

Поскольку свобода выбора экспериментальных параметров для схемы ТГц ускорителя больше, чем для схемы, приведенной в [4–6], ТГц синхротрон может быть рассчитан в разных режимах. Однако, например, при условии $(H/E)^2 = 1 - \gamma_0^{-2}$ радиус синхротрона будет равен $2\gamma_0^3 \Lambda$. Основная частота его составит $3\Lambda/c$, т.е. мы получим тот же ТГц излучатель, но размеры синхротрона будут при этом неприемлемо велики. К тому же потери энергии на излучение в одном цикле ускорения будут чрезвычайно малы. Таким образом, для реализации ТГц синхротрона область малых дополнительных постоянных магнитных полей малоприспособна, рабочий диапазон полей синхротрона должен соответствовать левой части кривых рис.2, т.е. должно существовать довольно большое внешнее магнитное поле. Как уже указывалось, длина ускорения при полях, соответствующих левой части кривых, определяется уравнениями (3а) и (4), длина $L \sim (2-4)x_1$.

Для определенности выберем $H = 0$. В одном цикле при этом ускорение $\gamma = \sqrt{\gamma_0^2 + [eEL/(mc^2)]^2}$. По смыслу задачи второй член под корнем превышает первый в два-четыре раза (возьмем для определенности $L = 3x_1$), поэтому $\Delta\gamma \approx 2.16\gamma_0$. Приравняв $mc^2\Delta\gamma$ выражению (7) при $H = 0$, получим критическое значение энергии γ_0 , при котором потери на излучение компенсируются приращением энергии в одном цикле, это и будет теоретическим пределом ускорения частиц в синхротроне:

$$\gamma_{0cr} \approx \frac{1.08mc^2}{\sqrt{e^3 E}}. \quad (8)$$

При $E = 10^6$ В/см $\gamma_{0cr} = 4.5 \times 10^6$, а при $E = 10^8$ В/см γ_{0cr} на порядок меньше. Соответственно для экспериментальной установки допустимы меньшие значения γ_0 . Угол поворота α ($\tan\alpha = x/z$) в одном цикле ускорения составит $\sim 40^\circ$, т.е. для замыкания круга необходимы девять циклов ускорения. Такой синхротрон окажется небольшим даже при значительных энергиях γ_0 : его диаметр D составит $27x_1/\pi \sim 4.8\gamma_0$ (в см) уже при $E = 10^6$ В/см (т.е. примерно 5 м для $\gamma_0 = 10^4$). Основная частота синхротрона при этом составит $3c\gamma_0^3/D \sim 0.66 \times 10^{20} \text{ с}^{-1}$, что соответствует энергии кванта 42 кэВ.

5. Заключение

Предложенная схема поперечного ускорения (и набора кинетической энергии) электроном в поле соосного ТГц импульса в присутствии постоянного магнитного поля представляется намного более простой, чем ранее

рассмотренная схема ускорения электронов лазерным импульсом при его выходе на оптическую поверхность раздела «вакуум–прозрачная среда». Необходимые параметры ТГц импульса, требующиеся уже для достижения достаточно большого ускорения, рутинно реализуются в современных экспериментах [9]. Даже при уже достигнутых полях скорость набора энергии электроном в ТГц импульсе превысит ГэВ/м, а при увеличении поля – намного превзойдет этот предел, существующий для нелинейных методов ускорения [1, 2]. Общий заряд частиц, который может быть одновременно ускорен, значительно превышает единицы и десятки пикокулонов, которыми оперируют в [1, 2]. Этот вопрос должен исследоваться отдельно с учетом случайных магнитных полей [10] (или токов [11]), генерируемых ускоряющимися частицами.

Оценки показывают, что ТГц ускоритель лучше реализовывать при сравнительно небольших внешних магнитных полях, создаваемых постоянными магнитами. При этом размеры одной секции ускорителя оказываются достаточно большими уже при $\gamma_0 \geq 100$. Соответственно требуются импульсы ТГц излучения больших поперечных размеров, т.е. довольно большой энергии. Напротив, ТГц синхротрон лучше реализовывать с помощью больших постоянных магнитных полей с напряженностью, сопоставимой с напряженностью поля в импульсе. Тогда устройство получится достаточно компактным (table-top).

В силу значительных пространственных размеров и довольно большой плотности [12] ускоряемого сгустка электронов, он может использоваться в ряде интересных применений, таких как релятивистское зеркало, сверхкоротковолновый (гамма) лазер [13, 14] и т.д.

Работа выполнена при поддержке Программы Президиума РАН «Экстремальное лазерное излучение: физика и фундаментальные приложения».

1. Leemans W.P., Gonsalves A.J., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **113**, 245002 (2014).
2. Pukhov A., Meyer-ter-Vehn J. *Appl. Phys. B*, **74**, 355 (2002).
3. W. Ronny Huang, Arya Fallahi, Xiaojun Wu., et al. *Optica*, **3**, 1209 (2016); <http://arxiv.org/abs/1605.06667>.
4. Романовский М.Ю. *Квантовая электроника*, **46** (5), 393 (2016).
5. Nagorsky H.A., Amatuni A.Ts., Harutiunian W.M. *Proc. 12th Int. Conf. on High Energy Accelerators* (Fermilab, 1983, p. 488).
6. Amatuni A.Ts., Laziev E.M., H.A.Nagorsky H.A., et al. *Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei*, **20** (5), 1249 (1989).
7. Nanni E.A., Huang W.R., Kyung-Han Hong, et al. *Nature Commun.*, **6**, 8486 (2015); <http://arxiv.org/abs/1411.4709v3>.
8. Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Pergamon Press, 1971).
9. Гарнов С.В., Щербаков И.А. *УФН*, **181** (1), 97 (2011).
10. Romanovsky M.Yu. *Phys. Lett. A*, **249**, 99 (1998).
11. Romanovsky M.Yu., Ebeling W. *Contrib. Plasma Phys.*, **47** (4-5), 1 (2007).
12. Korobkin V.V., Romanovskiy M.Yu., Trofimov V.A., et al. *Laser and Particle Beams*, **31**, 23 (2013).
13. Galkin A.L., Korobkin V.V., Romanovsky M.Yu., et al. *Contrib. Plasma Phys.*, **49**, 593 (2009).
14. Коробкин В.В., Романовский М.Ю., Трофимов В.А. и др. *Квантовая электроника*, **43**, 232 (2013).