

# Методы определения поляризуемости уровней тонкой структуры основного состояния атомов тулия

А.А.Головизин, Е.С.Калганова, Д.Д.Сукачев, Г.А.Вишнякова,  
Д.О.Трегубов, К.Ю.Хабарова, В.Н.Сорокин, Н.Н.Колачевский

*Представлены экспериментальные и теоретические методы, позволяющие определить скалярную и тензорную части поляризуемости уровней тонкой структуры основного состояния атома тулия  $J = 7/2$  и  $5/2$ . Проведено сравнение результатов расчета статической поляризуемости часовых уровней атома тулия  $J = 7/2$  и  $5/2$ , выполненного нашей группой, с результатами других работ. Представлены методы измерения динамической скалярной поляризуемости этих уровней на длине волны 532 нм; результаты измерений находятся в хорошем согласии с расчетными значениями. Описанные методы и результаты востребованы в задаче создания оптического стандарта частоты на лазерно-охлажденных атомах тулия.*

**Ключевые слова:** оптический стандарт частоты, лазерное охлаждение, динамическая поляризуемость, тулий.

## 1. Введение

Относительная точность современных оптических стандартов частоты на одиночных ионах и ансамблях нейтральных атомах достигла единиц в восемнадцатом знаке [1–4]. Значительный, а часто и основной вклад в погрешность этих стандартов вносит сдвиг частоты метрологического перехода вследствие взаимодействия атома или иона с тепловым излучением окружающих тел. Так, при комнатной температуре сдвиг излучением черного тела часового перехода в атоме стронция на длине волны 698 нм составляет 2 Гц, или  $5 \times 10^{-15}$  отн. ед. [3]. Для достижения погрешности частоты на уровне  $10^{-18}$  используются два подхода: высокоточное определение дифференциальной статической поляризуемости часовых уровней и температуры окружающей среды, что позволяет с высокой точностью вычислить сдвиг [5, 6], и помещение ансамбля атомов в криогенное окружение, что позволяет снизить сдвиг [7]. Оба подхода являются трудоемкими.

Важной задачей остается поиск атомных и ионных систем, в которых метрологический переход обладает минимальной чувствительностью к тепловому излучению [8, 9]. Перспективными, но пока экспериментально нереа-

лизованными подходами являются спектроскопия оптических переходов в многозарядных ионах [10] и возбуждение оптического изомерического ядерного перехода в тории [11]. Поляризуемость таких систем чрезвычайно мала, что обеспечивает слабую чувствительность к излучению черного тела.

Успехи в лазерном охлаждении лантаноидов [12–14] открыли новые интересные возможности для создания оптических стандартов частоты. У лантаноидов с незаполненной внутренней электронной 4f-оболочкой подуровни тонкой структуры основного состояния (рис.1.a) связаны магнитодипольным/электроквадрольным переходом, который экранируется от внешних электрических полей заполненными электронными 5s<sup>2</sup>-, 5p<sup>6</sup>- и 6s<sup>2</sup>-оболочками. Такие внутриоболочечные переходы хорошо изучены для ионов Er<sup>3+</sup>, Tm<sup>3+</sup> в твердотельных матрицах и широко используются для создания ИК лазеров [15, 16]. Помимо близких значений статических поляризуемостей подуровней тонкой структуры основного состояния, эти уровни имеют большое время жизни. Так, в тулии время жизни метастабильного состояния  $|4f^{13}6s^2(J = 5/2)\rangle$  составляет около 100 мс [17, 18], а в атоме эрбия уровень  $|4f^{12}6s^2(J = 4)\rangle$  распадается за 6 ч [19]. Совокупность эффекта экранировки и малой естественной спектральной ширины внутриоболочечных переходов обеспечивает возможность их применения в оптических стандартах частоты.

Внутриоболочечный магнитодипольный переход  $|4f^{13}6s^2(J = 7/2)\rangle \rightarrow |4f^{13}6s^2(J = 5/2)\rangle$  в атоме тулия был предложен нами ранее в качестве кандидата для оптических часов [18] и детально проанализирован в работе [17]. Известно, что одной из центральных задач при создании стандарта частоты является исследование статической и динамической поляризуемостей часовых уровней, что позволяет выполнить расчеты сдвига частоты часового перехода излучением черного тела и определить магическую длину волны [20]. Необходимо отметить, что для элементов с незаполненной внутренней оболочкой расчеты волновых функций и сил осцилляторов являются существенно более сложной задачей, чем для щелочных и

А.А.Головизин, Е.С.Калганова, Д.О.Трегубов, К.Ю.Хабарова, Н.Н.Колачевский. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия, Московская обл., 141701 Долгопрудный, Институтский пер., 9; Международный центр квантовых технологий, Россия, 143025 Москва, Сколково, ул. Новая, 100; e-mail: artem.golovizin@gmail.com  
Д.Д.Сукачев. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Международный центр квантовых технологий, Россия, 143025 Москва, Сколково, ул. Новая, 100; Harvard University, Physics Department, 17 Oxford str., Cambridge MA, 02138 USA

Г.А.Вишнякова, В.Н.Сорокин. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Международный центр квантовых технологий, Россия, 143025 Москва, Сколково, ул. Новая, 100

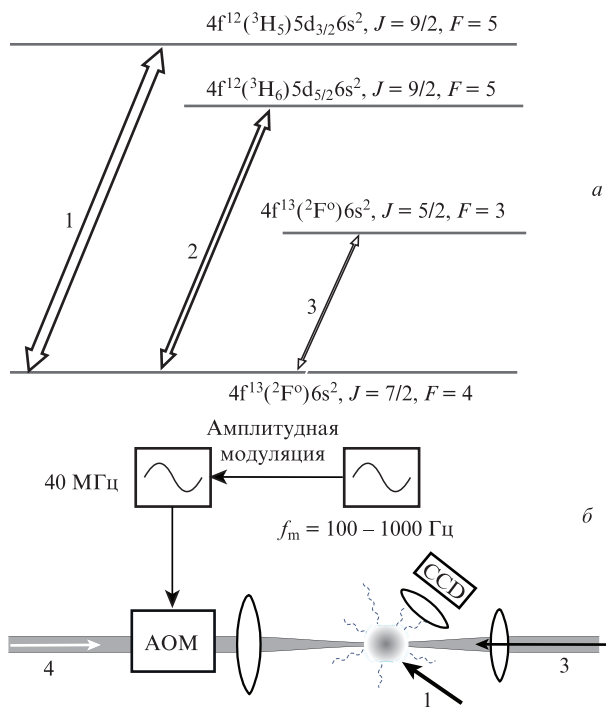


Рис.1. Схема уровней атома тулия, используемых в цикле лазерного охлаждения и при спектроскопии часового перехода (а). Цифрами указаны следующие переходы: 1 –  $\lambda = 410.6$  нм,  $\gamma = 10$  МГц (первичное охлаждение), 2 –  $\lambda = 530.7$  нм,  $\gamma = 350$  кГц (вторичное охлаждение) и 3 –  $\lambda = 1.14$  мкм,  $\gamma \sim 1$  Гц (часовой переход). Схема одномерной дипольной ловушки атомов тулия на длине волны 532 нм (пучок 4) с регистрацией люминесценции атомов в пробном лазерном пучке 410.6 нм (пучок 1) (б). Акустооптический модулятор (АОМ) возбуждается генератором на частоте 40 МГц, амплитуда которого замодулирована на частоте  $f_m = 100 - 1000$  Гц. Для возбуждения часового перехода используется излучение на длине волны 1.14 мкм (пучок 3); CCD – фотокамера.

щелочноземельных атомов. Проверить точность расчетов можно либо напрямую, путем сравнения с экспериментом, либо косвенно, путем сравнения с расчетными результатами, полученными другими методами [21–23].

В настоящей работе мы выполнили анализ существующих в литературе данных для статической поляризуемости часовых уровней в атоме тулия и сравнили с нашими результатами, полученными ранее [17]. Также нами были реализованы экспериментальные методы, позволяющие оценить динамическую поляризуемость нижнего ( $J = 7/2$ ) и верхнего ( $J = 5/2$ ) часовых уровней и сравнить с расчетными значениями. Это повышает достоверность прогноза значений магических длин волн, которые будут использоваться в дальнейших экспериментах, а также подтверждает оценку сдвига часового перехода излучением черного тела.

## 2. Анализ данных по статической поляризуемости часовых уровней $J = 7/2$ и $5/2$ атома тулия

Для вычисления положения магической длины волны оптической дипольной ловушки, а также сдвига частоты часового перехода вследствие взаимодействия с тепловым излучением, необходимо определить статическую и динамическую поляризуемости часовых уровней. Для решения этой задачи обычно используются современные вычислительные методы (см. [21, 23] и ссылки в них), которые сопоставляются с результатами прецизионных измерений статической поляризуемости (см., напр., эксперименты с атомами стронция и иттербия [24, 25]).

Для вычисления статической и динамической поляризуемостей атомов тулия мы провели расчеты вкладов дискретного и непрерывного спектров. Вклад дискретного спектра  $\alpha_{discr}$  в поляризуемость часовых уровней  $J = 7/2, 5/2$  рассчитан во втором порядке теории возмущений с использованием программного пакета COWAN [26], в основе которого лежит расчет одноэлектронных волновых функций методом Хартри–Фока в приближении центрального поля с последующим подбором свободных параметров для наилучшего согласования энергий атомных уровней с экспериментальными данными. На основе полученных конфигураций вычисляются матричные элементы переходов. Вклад непрерывного спектра  $\alpha_{cont}$  вычислялся на основе спектра и сечений фотоионизации часовых уровней атома тулия, рассчитанного в пакете FAC [27]. Поскольку вклад непрерывного спектра в скалярную поляризуемость оказался значительно меньше вклада дискретного спектра (табл. 1), в расчетах тензорной поляризуемости он не учитывался. Полученные значения статических поляризуемостей для нижнего,  $J = 7/2$ , и верхнего,  $J = 5/2$ , часовых уровней атома тулия приведены в табл. 1.

Методы, использованные в расчетах других групп, отличаются от наших. Так, расчет в работе [21] основывается на разделении вкладов в поляризуемость от заполненных внутренних оболочек (остова), электронов 4f-оболочки, вычисленных в приближении случайной фазы, а также от валентных  $6s^2$ -электронов, и осуществляется с использованием метода CI + MBPT (взаимодействие конфигураций + многочастичная теория возмущений). Авторы [21] показывают оправданность добавления электронов 4f-оболочки в остов, что фактически и было сделано в наших расчетах. В работе [28] использовался подход, основанный на теории линейного отклика поляризуемости атома в приближении самосогласованного поля с построением функций Грина. Расчеты [29] основаны на методе зависящего от времени функционала плотности. В статье [30] использовался метод взаимодействия конфи-

Табл. 1. Вклады дискретного ( $\alpha_{discr}$ ) и непрерывного ( $\alpha_{cont}$ ) спектров в статические скалярную ( $\alpha^s$ ) и тензорную ( $\alpha^t$ ) поляризуемости часовых уровней  $J = 5/2, 7/2$ , рассчитанные нашей группой, и данные из литературы. Значения приведены в атомных единицах, 1 а.е. =  $4\pi\epsilon_0\alpha_0^3 = 1.65 \times 10^{-41}$  Дж/(В/м)<sup>2</sup>.

Поляризуемость	Часовые уровни, $J$	$\alpha_{discr}$	$\alpha_{cont}$	$\alpha_{discr} + \alpha_{cont}$	Теория	Эксперимент
$\alpha^s$	7/2	138.06	8	146	144.3 [21], 147 [28]	–
	5/2	138.003	10	148	161 [29], 152 [30]	–
$\alpha^t$	7/2	–2.7	0	–2.7	–2.27 [29]	–2.7(2) [33]
	5/2	–2.3	0	–2.3		–

гураций в комбинации с несколькими различными методами учета атомных орбиталей.

Во всех теоретических работах, кроме нашей, не учитывалось тонкое взаимодействие, однако значение скалярной поляризуемости электронного термина  $\alpha_L^s$  в приближении LS-связи для рассматриваемого уровня совпадает с  $\alpha_J^s$  и не зависит от полного электронного момента  $J$  [31]. Как видно из полученных нами значений поляризуемостей уровней  $J = 7/2, 5/2$  (и аргументов в [19]), такое приближение оказывается вполне состоятельным для рассматриваемых подуровней тонкой структуры основного состояния. Это также подтверждается совпадением рассчитанной в приближении LS-связи скорости магнитодипольного перехода между этими уровнями [32] с более точными расчетами и измерениями [17]. Отметим также, что в работе [21] учитывался вклад только дискретного спектра, тогда как в работах [28–30] – вклады и дискретного и непрерывного спектров.

Видно, что результаты расчетов согласуются в пределах погрешности лучше 10%, что является хорошим результатом, учитывая сложность вычислений для атомов с незаполненными внутренними оболочками. Можно сделать вывод, что использованный нами в работе [17] метод позволяет вычислять статическую поляризуемость часовых уровней атома тулия с погрешностью не хуже 10%. Поскольку расчет динамической поляризуемости опирается на те же исходные параметры, что и при расчете статической поляризуемости, можно ожидать схожей погрешности и при вычислении динамической поляризуемости.

Несомненно, более весомым подтверждением результатов расчета служит его согласие с экспериментом. Насколько нам известно, на сегодня измерена только тензорная поляризуемость основного состояния атома тулия ( $J = 7/2$ ) [33], согласующаяся с результатами наших расчетов также в пределах 10%. В существующей конфигурации нашей экспериментальной установки измерить статическую поляризуемость основного состояния атома тулия не представляется возможным, т. к. для этого требуется установить прецизионный конденсатор в вакуумную камеру в область магнитооптической ловушки (МОЛ) [25, 34]. Однако существует возможность загрузки атомов в дипольную ловушку на длине волны 532 нм и возбуждения часового перехода между уровнями  $J = 7/2$  и  $J = 5/2$ , что позволяет провести измерение динамической поляризуемости этих уровней на данной длине волны и сопоставить полученные результаты с данными расчетов.

### 3. Метод измерения динамической поляризуемости в оптической дипольной ловушке

Перегрузка атомов тулия из МОЛ в одномерную оптическую дипольную ловушку на длине волны 532 нм [35] позволяет выполнить эксперименты по оценке динамической поляризуемости как нижнего,  $J = 7/2$ , так и верхнего,  $J = 5/2$ , часовых уровней. Поскольку на этом этапе эксперимента накачка атомов на определенные магнитные подуровни не предусматривалась, можно было измерять только скалярную поляризуемость атома  $\alpha^s$ .

Ниже приведены результаты экспериментов по измерению динамической поляризуемости часовых уровней  $J = 7/2, 5/2$  на длине волны 532 нм, проведенные с использо-

ванием двух различных методов. С помощью первого метода регистрируются параметрические резонансы в дипольной ловушке и определяются их частоты, тогда как с использованием второго метода измеряется сдвиг частоты магнитодипольного перехода на длине волны 1.14 мкм в зависимости от мощности излучения дипольной ловушки (см. рис.1,б).

В обоих экспериментах атомы тулия предварительно охлаждаются и захватываются сначала в первичную [15], а затем во вторичную [35] МОЛ, в результате чего формируется облако из  $\sim 10^6$  атомов при температуре 20 мК. В течение всего цикла охлаждения дипольная ловушка включена и на работу МОЛ не влияет. Дипольная ловушка формируется сфокусированным излучением одночастотного непрерывного лазера, генерирующего на длине волны 532 нм и обеспечивающего до 8 Вт мощности излучения. Радиус перетяжки в области МОЛ  $w_0 = 60 \pm 10$  мкм по уровню интенсивности  $1/e^2$ , погрешность включает в себя астигматизм, возникающий при вводе излучения в вакуумную камеру, а также ошибку, связанную с неточностью совмещения перетяжки пучка и облака атомов МОЛ. Именно эта погрешность измерения  $w_0$  является определяющей в дальнейших измерениях.

#### 3.1. Измерение динамической поляризуемости основного состояния $J = 7/2$ на длине волны 532 нм

Динамическая поляризуемость основного состояния  $J = 7/2$  атома тулия может быть найдена из измерений спектра колебательных резонансов в дипольной ловушке. Собственные частоты колебаний в радиальном и продольном направлениях в приближении гармонического потенциала [36] таковы:

$$f_r = \frac{2}{\pi w_0^2} \sqrt{\frac{a_0^3 \alpha_{J=7/2}^s P}{cm_0}}, \quad f_z = \frac{\lambda}{\sqrt{2} \pi w_0} f_r, \quad (1)$$

где  $P$  – мощность излучения;  $\alpha_{J=7/2}^s$  – поляризуемость основного уровня в атомных единицах;  $a_0$  – радиус Бора;  $c$  – скорость света в вакууме;  $w_0$  – радиус перетяжки пучка.

Согласно [37] при гармонической модуляции глубины потенциала ловушки на частоте  $2f/n$ , где  $f$  – одна из собственных колебательных частот, а  $n$  – целое число, будет происходить параметрическое возбуждение колебаний атомов, нагрев и уменьшение их числа в ловушке. В нашей дипольной ловушке нам удастся зарегистрировать только поперечные резонансы, поскольку для продольной моды потенциал оказывается слишком пологим и ему соответствуют частоты  $\sim 1$  Гц.

После перегрузки атомов в дипольную ловушку включается гармоническая модуляция глубины ловушки с целью параметрического возбуждения колебаний. Это делается посредством амплитудной модуляции на частоте  $f_m \approx 100$ – $1000$  Гц радиочастотного сигнала генератора, управляющего акустооптическим модулятором, через который проходит пучок из дипольной ловушки (рис.1,б). Спустя 50–100 мс происходит измерение числа атомов, оставшихся в ловушке, по сигналу люминесценции атомов в пучке пробного резонансного излучения на длине волны 410.6 нм длительностью 1 мс.

На рис.2 приведены измеренные зависимости числа атомов от частоты модуляции  $f_m$  при мощности излучения дипольной ловушки 2, 3 и 4 Вт и глубине модуляции 50%. На вставке рис.2 отложены положения резонансных

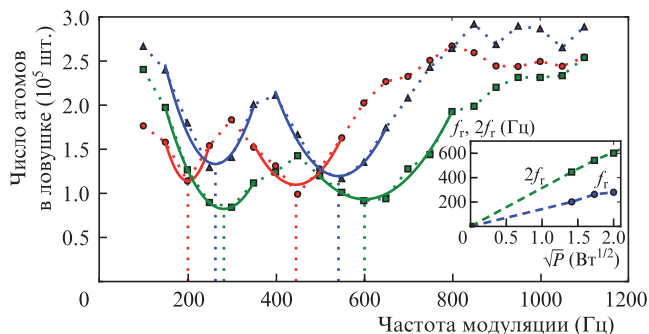


Рис.2. Число атомов, оставшихся в дипольной ловушке, в зависимости от частоты модуляции на длине волны 532 нм при мощности излучения  $P = 2$  Вт (кружки), 3 Вт (треугольники) и 4 Вт (квадраты). Ввиду сложной зависимости положение резонансов вычислялось с помощью подгонки параболических функций (сплошные кривые) к их центрам, что обеспечивает достаточную точность аппроксимации. На вставке – положение резонансов первой (кружки) и второй (квадраты) гармоник параметрических резонансов в зависимости от  $\sqrt{P}$ .

частот  $f_r$  и  $2f_r$  в зависимости от  $\sqrt{P}$ . Как и ожидалось из уравнения (1), зависимость близка к линейной. Таким образом, при  $w_0 = 60^{+10}_{-10}$  мкм динамическая поляризуемость  $\alpha_{J=7/2}^s = 420^{+400}_{-200}$  а.е. Вклад погрешности определения положения частоты параметрических резонансов в погрешность  $\alpha_{J=7/2}^s$  составляет 60 а.е. Несмотря на невысокую точность, полученный результат хорошо согласуется с результатом расчета  $\alpha_{J=7/2}^s = 580$  а.е. в [17].

### 3.2. Измерение динамической поляризуемости верхнего часового уровня $J = 5/2$ на длине волны 532 нм

Зная поляризуемость нижнего часового уровня  $J = 7/2$ , скалярную поляризуемость верхнего часового уровня  $J = 5/2$  можно найти из измерения смещения частоты  $\Delta f_{\text{trans}}$  часового перехода  $|J = 7/2, F = 4\rangle \rightarrow |J = 5/2, F = 3\rangle$  (1.14 мкм) в зависимости от мощности излучения дипольной ловушки согласно формуле

$$h\Delta f_{\text{trans}} = U_{J=5/2}^{\text{dip}} - U_{J=7/2}^{\text{dip}} \approx \frac{4(\alpha_{J=7/2}^s - \alpha_{J=5/2}^s)a_0^3 P}{c w_0^2}, \quad (2)$$

где  $\alpha_{J=7/2}^s$  и  $\alpha_{J=5/2}^s$  – динамические поляризуемости нижнего и верхнего часовых уровней на длине волны 532 нм.

Для реализации этого метода мы использовали следующую схему эксперимента. Спустя 20 мс после загрузки дипольной ловушки включается импульс пробного излучения лазера на длине волны 1.14 мкм, который возбуждает часть атомов на верхний часовой уровень. Длительность импульса составляет 50 мс, мощность – 30 мкВт. После возбуждения измеряется остаточная населенность уровня  $|J = 7/2, F = 4\rangle$ .

На рис.3 приведена зависимость положения центра линии часового перехода от мощности дипольной ловушки. Пример детектируемого спектрального контура магнитодипольного перехода, а также его аппроксимация функцией Гаусса (вследствие неоднородного уширения перехода) представлены на вставке. Из линейной аппроксимации полученной зависимости находим наклон кривой  $df_{\text{trans}}/dP = 0.28(2)$  МГц/Вт, который согласно уравнению (2) соответствует дифференциальной поляризуемости  $\alpha_{J=7/2}^s - \alpha_{J=5/2}^s = 85^{+30}_{-25}$  а.е. при  $w_0 = 60^{+10}_{-10}$  мкм. Воспользовавшись скалярной поляризуемостью нижнего

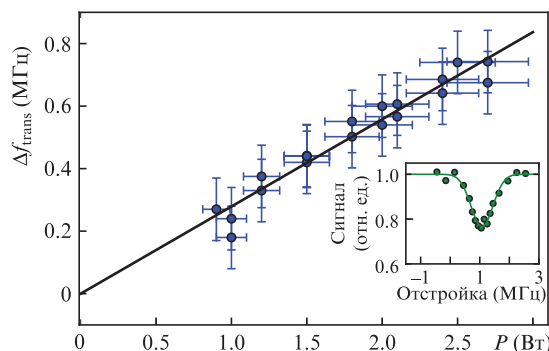


Рис.3. Зависимость положения центра линии магнитодипольного перехода на длине волны 1.14 мкм от мощности излучения оптической решетки  $P$ . На вставке – пример детектируемого контура (точки) и его аппроксимация функцией Гаусса (сплошная кривая).

часового уровня  $\alpha_{J=7/2}^s = 420^{+400}_{-200}$  а.е., получим скалярную поляризуемость верхнего часового уровня  $\alpha_{J=5/2}^s = 335^{+400}_{-200}$  а.е., согласующуюся с вычисленным ранее в нашей работе [17] значением  $\alpha_{J=5/2}^s = 215$  а.е. .

Предложенные методы позволяют определять динамические поляризуемости часовых уровней в атоме тулия, однако их точность ограничена, в основном, погрешностью определения радиуса перетяжки оптической дипольной ловушки. Тем не менее этого оказывается достаточно для качественного подтверждения расчетов, что важно для определения магической длины волны. Для грубой локализации магической длины волны и обоснования ее существования зачастую достаточно информации о том, поляризуемость какого уровня больше в данном спектральном диапазоне, на что однозначно отвечает зависимость, представленная на рис.3. Точное определение магической длины волны обычно производится экспериментальным поиском вблизи ожидаемого значения [38].

### 4. Заключение

В работе представлены методы определения динамической поляризуемости часовых уровней  $J = 7/2, 5/2$  в атоме тулия и приведены соответствующие результаты. Показано, что измерения на длине волны 532 нм приводят к значениям  $420^{+400}_{-200}$  а.е. и  $335^{+400}_{-200}$  а.е., что в пределах погрешности соответствует нашим теоретическим расчетам (580 а.е. и 215 а.е.) [17]. Большая погрешность обусловлена неточностью определения радиуса перетяжки светового пучка дипольной ловушки.

Выполнено сравнение расчетов статических поляризуемостей подуровней тонкой структуры атома тулия, полученных различными методами, в том числе нашей группой. Показано, что различие в результатах не превышает 10%, что является удовлетворительным, учитывая сложность расчетов элементов с незаполненными внутренними оболочками.

Работа поддержана РФФИ (гранты № 15-02-05324, 16-29-11723), а также программой Президиума РАН № 19.П «Электрофизика и электроника мощных импульсных систем».

1. Huntemann N., Sanner C., Lipphardt B., Tamm C., Peik E. *Phys. Rev. Lett.*, **116** (6), 063001 (2016).
2. Chou C.W., Hume D.B., Koelemeij J.C.J., Wineland D.J., Rosenband T. *Phys. Rev. Lett.*, **104** (7), 070802 (2010).

3. Nicholson T.L., Campbell S.L., Hutson R.B., Marti G.E., Bloom B.J., McNally R.L., Zhang W., Barrett M.D., Safronova M.S., Stroupe G.F., Tew W.L., Ye J. *Nature Comm.*, **6** (2015).
4. Schioppo M., Brown R.C., McGrew W.F., Hinkley N., Fasano R.J., Belyo K., Yoon T.H., Milani G., Nicolodi D., Sherman J.A., Phillips N.B., Oates C.W., Ludlow A.D. *Nature*, **11** (2017).
5. Belyo K., Hinkley N., Phillips N.B., Sherman J.A., Schioppo M., Lehman J., Feldman A., Hanssen L.M., Oates C.W., Ludlow A.D. *Phys. Rev. Lett.*, **113**, 260801 (2014).
6. Bloom B.J., Nicholson T.L., Williams J.R., Campbell S.L., Bishop M., Zhang X., Zhang W., Bromley S.L., Ye J. *Nature*, **506**, 71 (2014).
7. Ushijima I., Takamoto M., Das M., Ohkubo T., Katori H. *Nature Phot.*, **9** (3), 185 (2015).
8. Poli N., Oates C.W., Gill P., Tino G. M. arXiv:1401.2378 (2014).
9. Ludlow A.D., Boyd M.M., Ye J., Peik E., Schmidt P.O. *Rev. Mod. Phys.*, **87** (2), 637 (2015).
10. Yudin V.I., Taichenachev A.V., Derevianko A. *Phys. Rev. Lett.*, **113** (23), 233003 (2014).
11. Campbell C.J., Radnaev A.G., Kuzmich A., Dzuba V.A., Flambaum V.V., Derevianko A. *Phys. Rev. Lett.*, **108** (12), 120802 (2012).
12. Aikawa K., Frisch A., Mark M., Baier S., Rietzler A., Grimm R., Ferlaino F. *Phys. Rev. Lett.*, **108** (21), 210401 (2012).
13. Lu M., Burdick N.Q., Youn S.H., Lev B.L. *Phys. Rev. Lett.*, **107** (19), 190401 (2011).
14. Sukachev D., Sokolov A., Chebakov K., Akimov A., Kanorsky S., Kolachevsky N., Sorokin V. *Phys. Rev. A*, **82** (1), 011405 (2010).
15. Zharikov E.V., Zhekov V.I., Kulevskii L.A., Murina T.M., Osiko V.V., Prokhorov A.M., Savel'ev A.D., Smirnov V.V., Starikov B.P., Timoshechkin M.I. *Sov. J. Quantum Electron.*, **4** (8) 1039 (1975).
16. Barnes N.P., Filer E.D., Naranjo F.L., Rodriguez W.J., Kokta M.R. *Opt. Lett.*, **18** (9) (1993).
17. Sukachev D., Fedorov S., Tolstikhina I., Tregubov D., Kalganova E., Vishnyakova G., Golovizin A., Kolachevsky N., Khabarova K., Sorokin V. *Phys. Rev. A*, **94**, 022512 (2016).
18. Kolachevsky N., Akimov A., Tolstikhina I., Chebakov K., Sokolov A., Rodionov P., Kanorski S., Sorokin V. *Appl. Phys. B: Las. Opt.*, **89** (4), 589 (2007).
19. Kozlov A., Dzuba V.A., Flambaum V.V. *Phys. Rev. A*, **88** (3), 032509 (2013).
20. Katori H., Takamoto M., Pal'chikov V.G., Ovsianikov V.D. *Phys. Rev. Lett.*, **91** (17), 173005 (2003).
21. Dzuba V.A., Kozlov A., Flambaum V.V. *Phys. Rev. A*, **89** (4), 042507 (2014).
22. Kulosa A.P., Fim D., Zipfel K.H., Rühmann S., Sauer S., Jha N., Safronova U.I. *Phys. Rev. Lett.*, **115** (24), 240801 (2015).
23. Mitroy J.A., Safronova M.S., Clark C.W. *J. Phys. B: Atomic Molec. Opt. Phys.*, **43** (20), 202001 (2010).
24. Barber Z.W., Stalnaker J.E., Lemke N.D., Poli N., Oates C.W., Fortier T.M., Diddams S.A., Hollberg L., Hoyt C.W., Taichenachev A.V., Yudin V.I. *Phys. Rev. Lett.*, **100** (10), 103002 (2008).
25. Middelman T., Falke S., Lisdat C., Sterr U. *Phys. Rev. Lett.*, **109** (26), 263004 (2012).
26. Cowan R.D. *The Theory of Atomic Structure and Spectra* (USA); Univ. of California Press, 1981, No. 3).
27. Gu M.F. *Can. J. Phys.*, **86** (5), 675 (2008).
28. Miller T.M., in *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. Ed. by D.R.Lide (New York, CRC, 2002).
29. Chu X., Dalgarno A., Groenenboom G.C. *Phys. Rev. A*, **3** (75), 032723 (2007).
30. Buchachenko A.A., Szczęśniak M.M., Chałasiński G. *J. Chem. Phys.*, **124** (11), 114301 (2006).
31. Angel J.R.P., Sandars P.G.H. *Proc. Royal Soc. London A: Mathemat. Phys. Eng. Sci.*, **1480**, 305 (1968).
32. Головизин А.А., Калганова Е.С., Сукачев Д.Д., Вишнякова Г.А., Семериков И.А., Сошенко В.В., Трегулов Д.О., Акимов А.В., Колачевский Н.Н., Хабарова К.Ю., Сорокин В.Н. *Квантовая электроника*, **45** (5), 482 (2015) [*Quantum Electron.*, **45** (5), 482 (2015)].
33. Rinkleff R.H., Thorn F. *Zeitschrift für Phys. D. Atoms Molec. Clust.*, **32** (3), 173 (1994).
34. Snigirev S., Golovizin A., Tregubov D., Pyatchenkov S., Sukachev D., Akimov A., Sorokin V., Kolachevsky N. *Phys. Rev. A*, **89** (1), 012510 (2014).
35. Вишнякова Г.А., Головизин А.А., Калганова Е.С., Сорокин В.Н., Сукачев Д.Д., Трегулов Д.О., Хабарова К.Ю., Колачевский Н.Н. *УФН*, **186** (2), 176 (2016).
36. Friebe S., D'andrea C., Walz J., Weitz M., Hänsch T.W. *Phys. Rev. A*, **57** (1), R20 (1998).
37. Ландау Л., Лифшиц Е. *Теоретическая физика. Т. I. Механика* (М.: Наука, 1973).
38. Takamoto M., Katori H. *Phys. Rev. Lett.*, **91** (22), 223001 (2003).