

Нелинейно-оптические эффекты высшего порядка в оптических решеточных часах

В.Д.Овсянников, С.И.Мармо, С.Н.Мохненко, В.Г.Пальчиков

Разработка оптических стандартов частоты с относительной неопределенностью воспроизведения единиц времени и частоты 10^{-17} – 10^{-18} требует беспрецедентной точности при оценке роли высших порядков оптической нелинейности, обусловленных влиянием оптической решетки на сдвиг частоты «часового перехода». В настоящей статье проведен систематический расчет вкладов мультипольных нелинейных ангармонических эффектов в погрешность часов на основе оптических решеток для щелочно-земельно-подобных атомов Sr, Yb и Hg.

Ключевые слова: оптические стандарты частоты, «магические» длины волн, эффект Штарка, поляризуемости, отстройки частоты.

1. Введение

В настоящее время общепринятыми международными стандартами времени и частоты являются так называемые цезиевые часы, т.е. стандарты, воспроизводящие единицы времени и частоты на основе электронного перехода между компонентами сверхтонкой структуры атома цезия ^{133}Cs в основном состоянии. Принятое на сегодняшний день определение единицы времени – секунды – в системе единиц СИ привязано к периоду излучения, соответствующему переходу между указанными электронными уровнями в атоме цезия ^{133}Cs .

Следующим важным шагом для повышения точности и стабильности атомных часов является увеличение частоты используемых атомных переходов, т.е. переход к оптическим стандартам времени и частоты, частота которых на несколько порядков выше частоты цезиевых микроволновых стандартов. Оптические часы могут быть реализованы с использованием переходов в долгоживущие электронные состояния в одиночных атомах или ионах, захваченных в магнитооптическую ловушку и лазерно охлажденных в ней до температуры в несколько микрокельвинов. В настоящее время наилучшие результаты по созданию оптических часов на холодных атомах и ионах достигнуты на лабораторных установках в США (NIST), Германии (PTB), Великобритании (NPL), Франции и Японии. Получены относительные точности $\sim 10^{-18}$ для оптических часов на электронных переходах в ионах Al^+ в электромагнитной ловушке Пауля [1] и 2×10^{-18} для часов на электронных переходах в нейтральных атомах Sr в оптической решетке [2]. Такая точность соответствует

отставанию (опережению) в доли секунды за все время существования Вселенной (13.7 млрд. лет).

Несмотря на то что достижения современной лазерной и спектроскопической техники уже позволяют говорить о возможности дальнейшего увеличения точности оптических стандартов частоты и времени, это увеличение наталкивается на ряд фундаментальных физических проблем и ограничений, связанных, в частности, с излучением абсолютно черного тела, что приводит к существованию предела воспроизводимости и стабильности частоты измеряемых переходов. С другой стороны, достижение в оптических стандартах частоты относительной погрешности воспроизведения единиц времени и частоты 10^{-17} – 10^{-18} требует беспрецедентной точности в оценке роли высших порядков оптической нелинейности, обусловленных влиянием оптической решетки на сдвиг частоты «часового перехода». Одним из наиболее успешных подходов к решению этой важной проблемы является использование так называемой магической длины волны (МДВ) лазерного поля, формирующего оптическую решетку в стандарте частоты.

Магическая длина волны оптической решетки, с помощью которой осуществляется захват холодных щелочно-земельно-подобных атомов в ловушку в режиме Дика–Лэмба, делает возможным наблюдение часовых переходов между основным (индекс g) $6s^2(^1S_0)$ - и возбужденным (индекс e) метастабильным $6s6p(^3P_0)$ -состояниями атомов, свободных от доплеровских и штарковских сдвигов частоты. Экспериментально измеренные МДВ для атомов стронция, иттербия и ртути были следующими: $\lambda_{\text{mag}} = 813.42727$ нм для атомов Sr [3], $\lambda_{\text{mag}} = 759.3537$ нм для атомов Yb [4] и $\lambda_{\text{mag}} = 362.53$ нм для атомов Hg [5]. Для МДВ динамический эффект Штарка для основного и возбужденного состояний атомов приводит к одинаковым поправкам для этих состояний, что, в свою очередь, обуславливает их полную взаимную компенсацию в часовом переходе оптического стандарта частоты. Однако эквивалентность линейных по интенсивности I поля решетки штарковских сдвигов частоты, определяемых динамическими поляризуемостями $\alpha_e(\omega_{\text{mag}}) = \alpha_g(\omega_{\text{mag}})$ при МДВ $\lambda_{\text{mag}} = 2\pi c/\omega_{\text{mag}}$, вовсе не гарантирует эквивалент-

В.Д.Овсянников, С.И.Мармо, С.Н.Мохненко. Воронежский государственный университет, Россия, 394006 Воронеж, Университетская пл., 1; e-mail: ovd@phys.vsu.ru

В.Г.Пальчиков. ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений», Россия, Московская обл., 141570 Менделеево; Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail: vitpal@mail.ru

Поступила в редакцию 9 марта 2017 г.

ность вклада нелинейностей высших порядков, прежде всего поправок, квадратичных по интенсивности I , определяемых гиперполяризуемостями $\beta_c(\omega_{\text{mag}})$ и $\beta_g(\omega_{\text{mag}})$.

Кроме того, наряду с дипольными поляризуемостями $\alpha_{c(g)}^{E1}(\omega_{\text{mag}})$ (E1) существуют еще и мультипольные поляризуемости высшего порядка, в первую очередь магнитно-дипольная, $\alpha_{c(g)}^{M1}(\omega_{\text{mag}})$ (M1), и электрическая квадрупольная, $\alpha_{c(g)}^{E2}(\omega_{\text{mag}})$ (E2), поляризуемости атомных состояний, которые вносят ненулевой вклад в линейный по интенсивности I динамический эффект Штарка. Поправка на мультипольные взаимодействия, хотя и имеет порядок малости $\sim 10^{-6} - 10^{-7}$ по отношению к электрическому дипольному приближению (E1), приводит к специфическому пространственному распределению поля в решетке, существенно отличающемуся от E1-приближения, и, следовательно, должна быть корректно учтена в прецизионных измерениях частоты. В частности, поправки для E2- и M1-приближений могут влиять на МДВ в зависимости от конкретных условий эксперимента. Так, в бегущей волне, для которой пространственное распределение интенсивности поля вдоль оси лазерного пучка является однородным, линейный по интенсивности I штарковский сдвиг определяется суммой поляризуемостей

$$\alpha_{c(g)}^{\Sigma}(\omega_{\text{mag}}^t) = \alpha_{c(g)}^{E1}(\omega_{\text{mag}}^t) + \alpha_{c(g)}^{\text{qm}}(\omega_{\text{mag}}^t),$$

где $\alpha_{c(g)}^{\text{qm}}(\omega_{\text{mag}}^t) = \alpha_{c(g)}^{E2}(\omega_{\text{mag}}^t) + \alpha_{c(g)}^{M1}(\omega_{\text{mag}}^t)$ – сумма E2- и M1-поляризуемостей. Между тем в стоячей волне оптической решетки E2- и M1-поляризуемости отстают по фазе на четверть волны от E1-поляризуемости и, следовательно, их нужно вычесть из E1-поляризуемости, т.е. $\alpha_{c(g)}^{\text{dqm}}(\omega_{\text{mag}}^s) = \alpha_{c(g)}^{E1}(\omega_{\text{mag}}^s) - \alpha_{c(g)}^{\text{qm}}(\omega_{\text{mag}}^s)$ и МДВ $\lambda_{\text{mag}}^{t(s)} = 2\pi c/\omega_{\text{mag}}^{t(s)}$ определяется по-разному для бегущей и стоячей волн оптической решетки:

$$\alpha_c^{\Sigma}(\omega_{\text{mag}}^t) = \alpha_g^{\Sigma}(\omega_{\text{mag}}^t) \quad (1)$$

для бегущей волны и

$$\alpha_c^{\text{dqm}}(\omega_{\text{mag}}^s) = \alpha_g^{\text{dqm}}(\omega_{\text{mag}}^s) \quad (2)$$

для стоячей волны [6]. Важно подчеркнуть, что измеряемая разность двух МДВ, λ_{mag}^t и λ_{mag}^s , в принципе, находится в пределах возможностей современного эксперимента, основанного на использовании лазерных решеток. Тем не менее, как будет описано в настоящей статье, даже минимальная отстройка МДВ может быть использована для контроля вклада эффектов высшего порядка в погрешность оптических стандартов частоты и времени. Такой анализ в метрологической практике вплоть до недавнего времени не проводился.

Существуют два основных типа МДВ, соответствующих выбору способа захвата холодных атомов в ловушку: 1) притягивающий потенциал в ловушке, для которого потенциальная энергия атомов имеет минимум и захваченные атомы локализованы в окрестностях пучностей лазерной решетки (МДВ с «красной» отстройкой); 2) отталкивающий потенциал в ловушке, в котором атомы локализованы в окрестностях узлов лазерной решетки с $I = 0$ (МДВ с «голубой» отстройкой). Очевидно, что в последнем случае роль эффектов высшего порядка можно существенно снизить по сравнению со случаем красной отстройки. Однако для голубой отстройки МДВ необходима трехмерная модификация конструкции оптической

решетки, поскольку в силу свойств отталкивающего потенциала ее одномерная модификация практически невозможна. В настоящей работе мы рассмотрим оба варианта оптической решетки для одномерного случая с целью анализа и оценки роли «немагических» эффектов, а также выработки возможных стратегий при разработке оптических стандартов частоты, основанных на использовании оптических решеток.

Наиболее исследованный вариант оптических часов на основе атомов Sr детально описан нами в недавней статье [6] в базе модельного потенциала Фьюса (МПФ) применительно к расчету атомных поляризуемостей и гиперполяризуемостей [7]. В настоящей работе мы провели новые расчеты атомных характеристик, приведенных в [6], на основе переопределения параметров МПФ. Критерием качества при выборе параметров МПФ служила степень соответствия теоретически рассчитанных и экспериментально измеренных МДВ для щелочно-земельно-подобных атомов Sr, Yb и Hg.

Три различные стратегии для определений МДВ рассмотрены в статье для каждого из атомов Sr, Yb и Hg. В дополнение к определениям МДВ, представленным формулами (1) и (2), рассмотрен также промежуточный случай эквивалентности только дипольных поляризуемостей для основных и возбужденных состояний:

$$\alpha_c^{E1}(\omega_{\text{mag}}^d) = \alpha_g^{E1}(\omega_{\text{mag}}^d). \quad (3)$$

Определение (3) для МДВ наиболее часто используется в современной литературе. Как было впервые отмечено в [6], влияние мультипольных эффектов может обусловить появление дополнительных вкладов в погрешность оптических стандартов времени и частоты даже без учета эффектов пространственного распределения для электрического дипольного и мультипольного взаимодействий в поле оптической решетки.

В настоящей работе детально исследовано различие пространственных распределений для электрического дипольного (E1) и мультипольного (M1 и E2) взаимодействий применительно к двум конфигурациям оптических решеток с красной и голубой отстройками для МДВ. Для краткости рассмотрен только частный случай одномерной оптической решетки. Представлены результаты теоретических расчетов для сдвигов частоты переходов в атомах Sr, Yb и Hg в оптической решетке. Выполнены прецизионные оценки вкладов нелинейно-оптических эффектов высшего порядка, которые не могут быть скомпенсированы выбором МДВ и, следовательно, должны быть корректно учтены при анализе результатов измерений частоты часового перехода в оптических стандартах частоты. В статье использовалась атомная система единиц, в которой выполняется условие $e = m = \hbar = 1$.

2. Оптические решетки при красной отстройке МДВ

Индукцированный лазерным полем решетки сдвиг частоты возникает как разность штарковских энергий для основного и возбужденного состояний часового перехода. Штарковские энергии определяются на основе взаимодействия захваченного в ловушку атома с векторным электрическим полем

$$E(X, t) = 2E_0 \cos(kX) \cos(\omega t), \quad (4)$$

осциллирующим во времени с частотой ω и распространяющимся в пространстве с волновым вектором $\mathbf{k} = k\mathbf{e}_x$ ($k = \omega/c$); X – смещение атома от положения равновесия в лазерной решетке. Взаимодействие атома с решеткой описывается оператором $\hat{V}(X, t) = \text{Re}[\hat{V}(X)\exp(-i\omega t)]$, при этом пространственный фактор определяется выражением

$$\hat{V}(X) = \hat{V}_{E1}\cos(kX) + (\hat{V}_{E2} + \hat{V}_{M1})\sin(kX) \quad (5)$$

и операторы E1-, E2- и M1-взаимодействий имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{V}_{E1} &= \mathbf{rE}_0, \quad \hat{V}_{E2} = \frac{\alpha\omega}{\sqrt{6}} r^2 (\{\mathbf{E}_0 \otimes \mathbf{n}\}_2 C_2(\theta, \varphi)), \\ \hat{V}_{M1} &= \frac{\alpha}{2} \{[\mathbf{n} \times \mathbf{E}_0](\hat{\mathbf{J}} + \hat{\mathbf{S}})\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\mathbf{r} = r\mathbf{n}$ – радиус-вектор валентного электрона; $C_2(\theta, \varphi)$ – модифицированная сферическая гармоника единичного вектора \mathbf{n} для угловых переменных θ и φ ; $\hat{\mathbf{J}}$ и $\hat{\mathbf{S}}$ – полный и спиновый моменты атома. С учетом членов второго и четвертого порядков по взаимодействию атомов с полем решетки (линейных и квадратичных по интенсивности поля решетки I [8]) формулы (6) определяют потенциальный барьер U решетки [6] в основном или возбужденном состоянии:

$$U_{g(e)}^{\text{latt}}(X, I) \approx -D_{g(e)}(I) + U_{g(e)}^{\text{harm}}(I)X^2 - U_{g(e)}^{\text{anh}}(I)X^4 + \dots, \quad (7)$$

где потенциальная энергия отсчитывается от ее наименьшего значения $U_{g(e)}^{\text{latt}}(0, I) = -D_{g(e)}(I)$; глубина барьера

$$D_{g(e)}(I) = \alpha_{g(e)}^{E1}(\omega)I + \beta_{g(e)}(\omega)I^2 \quad (8)$$

определяется электрическими дипольными поляризуемостями $\alpha_{g(e)}^{E1}(\omega)$ и гиперполяризуемостями $\beta_{g(e)}(\omega)$ атомов в основном или возбужденном состоянии. Коэффициент перед квадратом смещения

$$U_{g(e)}^{\text{harm}}(I) = [\alpha_{g(e)}^{\text{dqm}}(\omega)I + 2\beta_{g(e)}(\omega)I^2]k^2 = \frac{M\Omega_{g(e)}^2(I)}{2}, \quad (9)$$

где M – масса атома, определяется зависящей от интенсивности собственной частотой осцилляций $\Omega_{g(e)}(I)$ для основного и возбужденного состояний атома в потенциальном барьере (7). Коэффициент перед четвертой степенью X зависит от ангармонической поправки низшего порядка к штарковскому потенциалу в стоячей волне решетки, а также от комбинаций E1-, E2- и M1-поляризуемостей $\alpha_{g(e)}^{\text{dqm}}(\omega) = \alpha_{g(e)}^{E1}(\omega) - \alpha_{g(e)}^{\text{qm}}(\omega)$ и гиперполяризуемостей в соответствии с формулой

$$U_{g(e)}^{\text{anh}}(I) = [\alpha_{g(e)}^{\text{dqm}}(\omega)I + 5\beta_{g(e)}(\omega)I^2] \frac{k^4}{3}. \quad (10)$$

Уравнение (7) описывает потенциал решетки в пространственной области $|X| \ll \lambda/4$, где λ отвечает длине волны лазерного поля решетки; атомы в решетке локализованы с пространственной периодичностью $\lambda/2$. Атом, захваченный в лазерную решетку, осуществляет колебательное движение в стационарном состоянии с энергией

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{g(e)}^{\text{vib}}(I, n) &= -D_{g(e)}(I) + \Omega_{g(e)}(I)\left(n + \frac{1}{2}\right) \\ &- \mathcal{E}_{g(e)}^{\text{anh}}(I)\left(n^2 + n + \frac{1}{2}\right), \end{aligned} \quad (11)$$

где второй член является энергией гармонического осциллятора в состоянии с главным колебательным квантовым числом n , а третий учитывает ангармонические поправки, обусловленные последним членом в выражении для потенциальной энергии (7). Таким образом, индуцированный полем решетки сдвиг частоты возникает как разность осцилляторных энергий (11) атома в основном и возбужденном состояниях. В предположении эквивалентности главных колебательных квантовых чисел n для переходов между состояниями часового перехода (режим Лэмба–Дике) сдвиг частоты этого перехода определяется выражением

$$\begin{aligned} \Delta v_{\text{cl}}^{\text{latt}}(I, n) &= \mathcal{E}_e^{\text{vib}}(I, n) - \mathcal{E}_g^{\text{vib}}(I, n) \\ &= -\Delta D(I) + \Delta\Omega(I)\left(n + \frac{1}{2}\right) - \Delta\mathcal{E}^{\text{anh}}(I)\left(n^2 + n + \frac{1}{2}\right), \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta D(I) &= D_e(I) - D_g(I); \quad \Delta\Omega(I) = \Omega_e(I) - \Omega_g(I); \\ \Delta\mathcal{E}^{\text{anh}}(I) &= \mathcal{E}_e^{\text{anh}}(I) - \mathcal{E}_g^{\text{anh}}(I). \end{aligned} \quad (13)$$

Разности в (13) соответствуют:

- 1) глубинам потенциальных барьеров (8);
- 2) частотам гармонических осцилляций атома в потенциале (7)

$$\Omega_{g(e)}(I) = 2\sqrt{\mathcal{E}^{\text{rec}}[\alpha_{g(e)}^{\text{dqm}}(\omega)I + 2\beta_{g(e)}(\xi, \omega)I^2]}, \quad (14)$$

которые определяются энергиями отдачи фотона $\mathcal{E}^{\text{rec}} = k^2/(2M)$ и коэффициентом (9) гармонической части потенциала (7) (ξ – степень циркулярной поляризации ($-1 \leq \xi \leq 1$));

3) ангармоническим поправкам к колебаниям атома в ловушке с разделенными потенциальными барьерами оптической решетки

$$\mathcal{E}_{g(e)}^{\text{anh}}(I) = \frac{\mathcal{E}^{\text{rec}}}{2} \left[1 + \frac{3\beta_{g(e)}(\xi, \omega)I}{\alpha_{g(e)}^{\text{dqm}}(\omega)} \right], \quad (15)$$

которые отвечают последнему члену в правой части формулы (7).

Разность дипольных и мультипольных поляризуемостей $\alpha_{g(e)}^{\text{dqm}}(\omega)$ (вместо суммы $\alpha_{g(e)}^{\Sigma}(\omega) = \alpha_{g(e)}^{E1}(\omega) + \alpha_{g(e)}^{\text{qm}}(\omega)$), которая появляется в случае взаимодействия атома с бегущей волной решетки) возникает вследствие сдвига на четверть периода как для временной, так и для пространственных переменных между E1- и (E2 + M1)-поляризуемостями атома со стоячей волной оптической решетки [9]. Как следует из уравнений (8)–(15), зависящие от интенсивности разности энергий, определяющие сдвиг частоты (12), могут быть представлены в виде [6]

$$\begin{aligned} \Delta D &= [\alpha_e^{E1}(\omega) - \alpha_g^{E1}(\omega)]I + [\beta_e(\xi, \omega) - \beta_g(\xi, \omega)]I^2, \\ \Delta\Omega &= 2\left[\sqrt{\alpha_e^{\text{dqm}}(\omega) + 2\beta_e(\xi, \omega)I} \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{\alpha_g^{\text{dqm}}(\omega) + 2\beta_g(\xi, \omega)I}\right] \sqrt{\mathcal{E}^{\text{rec}}I}, \\ \Delta\mathcal{E}^{\text{anh}} &= \frac{3}{2}\mathcal{E}^{\text{rec}} \left[\frac{\beta_e(\xi, \omega)}{\alpha_e^{\text{dqm}}(\omega)} - \frac{\beta_g(\xi, \omega)}{\alpha_g^{\text{dqm}}(\omega)} \right] I. \end{aligned} \quad (16)$$

Окончательно, индуцированный полем решетки сдвиг частоты часового перехода с учетом квадратичных по интенсивности I поля поправок можно представить в виде

$$\Delta\nu_{\text{cl}}^{\text{latt}}(n, \xi, I) = c_{1/2}(n)I^{1/2} + c_1(n, \xi)I + c_{3/2}(n, \xi)I^{3/2} + c_2(\xi)I^2. \quad (17)$$

Проводя отстройку частоты поля лазерной решетки в окрестности МДВ, можно добиться уменьшения зависящих от интенсивности поля коэффициентов c_i ($i = 1/2, 1, 3/2$ и 2) до минимальных значений. Дробные показатели степени у интенсивности I в формуле (17) возникают из-за корневой зависимости от I собственных частот (14). Так, коэффициент $c_{1/2}$ определяется разностью комбинаций поляризуемостей $\alpha_{\text{g(e)}}^{\text{dqm}}(\omega)$. Линейный по I член зависит главным образом от разности диэлектрических дипольных поляризуемостей $\alpha_{\text{g(e)}}^{\text{E1}}(\omega)$ (существенно меньшая по амплитуде поправка на гиперполяризуемость для линейного члена по I появляется из-за ангармонической поправки в (16)). Коэффициенты $c_{3/2}$ и c_2 зависят от разности гиперполяризуемостей $\Delta\beta(\xi, \omega) = \beta_{\text{e}}(\xi, \omega) - \beta_{\text{g}}(\xi, \omega)$, входящих в формулы для собственных частот $\Omega_{\text{g(e)}}$ и глубин потенциальных барьеров $D_{\text{g(e)}}$. Помимо зависимости от частоты лазерной решетки гиперполяризуемости зависят также от поляризации ее поля [10]. Эта зависимость может быть представлена в виде комбинации тензорных компонент гиперполяризуемости:

$$\beta_{\text{g(e)}}(\omega, \xi) = \beta_{\text{g(e)}}^{\text{lin}}(\omega) + \xi^2 [\beta_{\text{g(e)}}^{\text{circ}}(\omega) - \beta_{\text{g(e)}}^{\text{lin}}(\omega)], \quad (18)$$

где $\beta_{\text{g(e)}}^{\text{lin(circ)}}(\omega)$ – зависящая от частоты гиперполяризуемость для линейной (циркулярной) поляризации поля лазерной решетки.

Противоположные знаки величин $\Delta\beta^{\text{lin}}$ и $\Delta\beta^{\text{circ}}$ возникают в том случае, когда существует «магическая степень циркулярной поляризации» $\xi_{\text{mag}} = \pm 1/\sqrt{1 - \Delta\beta^{\text{circ}}/\Delta\beta^{\text{lin}}}$, при которой разности гиперполяризуемостей для часового перехода в (18) может обращаться в нуль. Этот эффект можно наблюдать на МДВ в атомах Yb при $\xi_{\text{mag}} = 0.777$ и в атомах Hg при $\xi_{\text{mag}} = 0.705$, как это следует из табл.1, в которой приведены характеристики атомов Sr, Yb и Hg, вычисленные в приближении модельного потенциала [7]. Для атомов Sr разности $\Delta\beta_{\text{mag}}^{\text{lin}}$ и $\Delta\beta_{\text{mag}}^{\text{circ}}$ при МДВ отрицательны, таким образом магическая эллиптичность в этом случае не существует и минимальное значение разности гиперполяризуемостей соответствует линейной поляризации. Дополнительная строка для атомов стронция в табл.1 отвечает МДВ с голубой отстройкой $\lambda_{\text{mag}} = 389.889$ нм [11].

Возможность наблюдения магической эллиптичности для атомов Yb появляется для длин волн решетки в области $758.5 < \lambda_{\text{latt}} < 759.7$ нм, близкой к области двух-

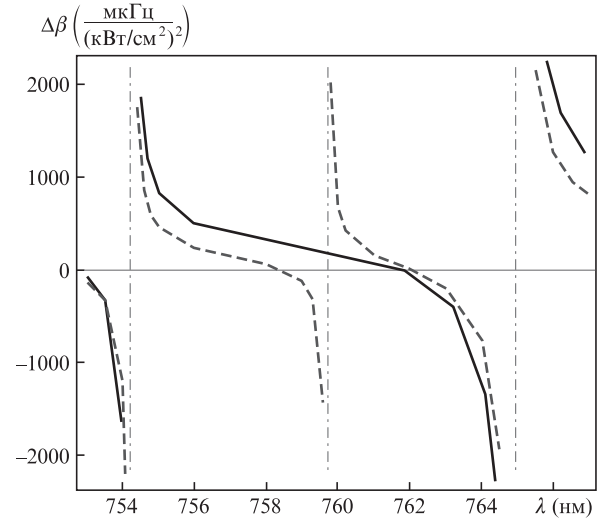


Рис.1. Зависимости гиперполяризуемости от длины волны λ для часового перехода в атомах Yb при линейной (штриховая кривая) и циркулярной (сплошная кривая) поляризациях лазерной волны оптической решетки. Вертикальные линии обозначают положения двухфотонных резонансов на уровнях $6s8p(^3P_2)$ ($\lambda = 754.226$ нм), $6s8p(^3P_0)$ ($\lambda = 759.71$ нм; этот резонанс возникает только для линейной поляризации) и $6s5f(^3F_2)$ ($\lambda = 764.953$ нм).

фотонного резонанса на уровне $6s8p(^3P_0)$ для линейно поляризованной волны решетки (рис.1), эта область соответствует МДВ $\lambda_{\text{mag}} = 759.3537$ нм [4]. Здесь разности гиперполяризуемостей $\Delta\beta^{\text{lin}}$ и $\Delta\beta^{\text{circ}}$ имеют противоположный знак, как это следует из расчетных данных. Подобная ситуация не возникает в окрестности $\lambda_{\text{mag}} = 813.42727$ нм [3] для атома Sr, хотя аналогичная область противоположных знаков $\Delta\beta^{\text{circ}}$ и $\Delta\beta^{\text{lin}}$ существует между узлами решетки при $\lambda = 800$ и 803 нм соответственно, которые располагаются довольно далеко от λ_{mag} , как показано на рис.2.

Необходимо отметить, что наряду со сдвигом частоты, ассоциируемым с действительной частью гиперполяризуемости $\Delta\beta^{\text{lin(circ)}}$, возбужденные линии часовых переходов атомов Hg на МДВ испытывают сопоставимое по амплитуде уширение, обусловленное двухфотонной ионизацией и описываемое мнимой частью гиперполяризуемости. Величина $\text{Im} \Delta\beta^{\text{lin(circ)}}$ является положительной для произвольной поляризации поля лазерной решетки. Перечисленные эффекты описываются коэффициентами c_i (за исключением коэффициента $c_{1/2}$, который не содержит поправки на гиперполяризуемости), связанными с мнимой частью сдвига (17).

В противоположность атомам Hg мнимая часть гиперполяризуемости для атомов Sr в решетке при голубой отстройке МДВ на три порядка меньше реальной части. Таким образом, уширение линии часового перехода в этом случае пренебрежимо мало по сравнению со сдвигом частоты.

Табл.1. Характеристики атомов Sr, Yb и Hg в оптической решетке на МДВ.

| Атом | λ_{mag} (нм) | $\alpha_{\text{mag}}^{\text{E1}}$ ($\frac{\text{кГ}\Pi}{\text{кВТ/CM}^2}$) | $\alpha_{\text{mag}}^{\text{qm}}$ ($\frac{\text{МГ}\Pi}{\text{кВТ/CM}^2}$) | $\text{Re} \Delta\beta_{\text{mag}}^{\text{lin}}$ ($\frac{\text{МКГ}\Pi}{(\text{кВТ/CM}^2)^2}$) | $\text{Im} \Delta\beta_{\text{mag}}^{\text{lin}}$ ($\frac{\text{МКГ}\Pi}{(\text{кВТ/CM}^2)^2}$) | $\text{Re} \Delta\beta_{\text{mag}}^{\text{circ}}$ ($\frac{\text{МКГ}\Pi}{(\text{кВТ/CM}^2)^2}$) | $\text{Im} \Delta\beta_{\text{mag}}^{\text{circ}}$ ($\frac{\text{МКГ}\Pi}{(\text{кВТ/CM}^2)^2}$) | $\Omega_{\text{mag}}/\sqrt{I}$ ($\frac{\text{КГ}\Pi}{\sqrt{\text{КВТ/CM}^2}}$) | $10^9 \partial(\Delta\alpha_{\text{mag}}^{\text{E1}})/\partial\omega$ ($\frac{1}{\text{кВТ/CM}^2}$) | \mathcal{E}_{rec} (кГЦ) |
|------|-----------------------------|---|---|--|--|---|---|---|--|-------------------------------------|
| Sr | 813.42727 | 45.2 | 1.38 | -200.0 | 0 | -311.0 | 0 | 25.05 | 0.254 | 3.47 |
| | 389.889 | -92.7 | -13.6 | 1150 | 2.48 | 1550 | 2.37 | 74.8 | 10.3 | 15.1 |
| Yb | 759.3537 | 40.5 | -8.06 | -366.3 | 0 | 240.2 | 0 | 18.03 | 0.720 | 2.00 |
| Hg | 362.53 | 5.70 | 8.25 | -2.50 | 4.34 | 2.53 | 6.37 | 13.1 | 0.134 | 7.57 |

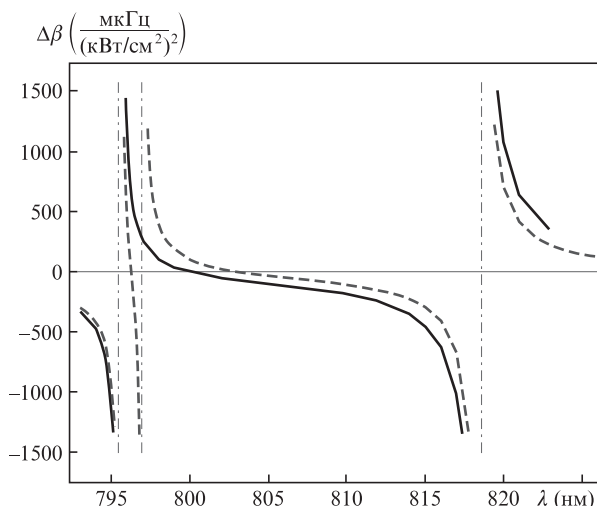


Рис.2. Зависимости гиперполяризуемости от длины волны λ для часового перехода в атомах Sg при линейной (штриховая кривая) и циркулярной (сплошная кривая) поляризациях лазерной волны оптической решетки. Вертикальные линии обозначают положения двухфотонных резонансов на уровнях $5s7p(^3P_2)$ ($\lambda = 795.5$ нм), $5s7p(^3P_0)$ ($\lambda = 797$ нм; этот резонанс возникает только для циркулярной поляризации) и $5s4f(^3F_2)$ ($\lambda = 818.6$ нм).

3. Стратегии определения МДВ для красной отстройки

Очевидно, что главный вклад в штарковскую энергию (11) атома в ловушке на МДВ лазерного поля определяется E1-поляризуемостью, которая превышает M1- и E2-поляризуемости более чем на шесть порядков. Поэтому различие в МДВ, определяемых формулами (1)–(3), может проявляться лишь на уровне шестого десятичного знака. Тем не менее это различие может существенно влиять на численные значения коэффициентов при интенсивностях лазерного поля в целых и дробных степенях и, следовательно, на сдвиг частоты часового перехода (17). Ниже в этом разделе будут рассмотрены три различных подхода к определению МДВ, а также представлены численные значения для всех коэффициентов.

3.1. Эквивалентность сдвигов часовых уровней в бегущей волне

Электрическое дипольное (E1), электрическое квадрупольное (E2) и магнитодипольное взаимодействия атома с полем бегущей волны синхронны. Следовательно, сдвиг в первом порядке по интенсивности поля I определяется суммой поляризуемостей $\alpha_{g(e)}^{\Sigma}(\omega)$. Для исключения этого сдвига используется настройка частоты поля на магическую частоту $\omega = \omega_{\text{mag}}^t$, для которой выполняется условие (1). Для этой частоты глубина потенциала (8) и все коэффициенты в правой части уравнения (17) имеют ненулевые значения:

$$\begin{aligned} c_{1/2}^t(n) &= -2\Delta\alpha_t^{\text{qm}} \sqrt{\mathcal{E}_t^{\text{rec}}/\alpha_t^{\Sigma}} \left(n + \frac{1}{2}\right), \\ c_1^t(\xi, n) &= \Delta\alpha_t^{\text{qm}} - \frac{3\mathcal{E}_t^{\text{rec}}}{2\alpha_t^{\Sigma}} \Delta\beta_t(\xi) \left(n^2 + n + \frac{1}{2}\right), \\ c_{3/2}^t(\xi, n) &= 2\Delta\beta_t(\xi) \sqrt{\mathcal{E}_t^{\text{rec}}/\alpha_t^{\Sigma}} \left(n + \frac{1}{2}\right), \quad c_2^t(\xi) = -\Delta\beta_t(\xi), \end{aligned} \quad (19)$$

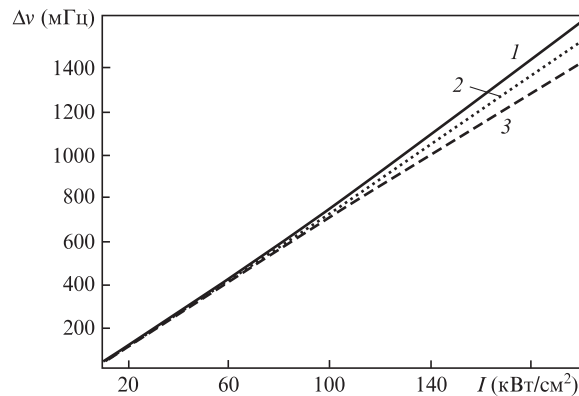


Рис.3. Зависимости сдвига частоты часового перехода $\Delta\nu$ в атомах Hg от интенсивности I оптической решетки с МДВ, определяемой для бегущей волны. Сдвиги частоты соответствуют линейной поляризации (1), магической эллиптичности (2) и циркулярной поляризации (3).

где индекс t соответствует бегущей волне. Поправки на эффекты гиперполяризуемости для низших колебательных уровней с $n < 3$ пренебрежимо малы при интенсивностях, необходимых для захвата атомов в ловушку. Для примера, используя численные данные табл.1 для атомов Hg, сдвиг частоты (в МГц), индуцированный оптической решеткой (17), можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta\nu_{\text{cl}}^t(n, \xi, I) &= -9.507(2n + 1)I^{1/2} \\ &+ [8.25 + (0.005 - 0.01\xi^2)(n^2 + n + 1/2)]I \\ &+ (5.80\xi^2 - 2.88)10^{-3}(2n + 1)I^{3/2} \\ &+ (2.5 - 5.03\xi^2)10^{-3}I^2, \end{aligned} \quad (20)$$

где интенсивность лазерной решетки I взята в кВт/см². Для $I > 2$ кВт/см² положительное значение линейной по I поправки полностью компенсируется отрицательным корневым членом, и главная поправка к сдвигу (20) определяется членами, пропорциональными $I^{3/2}$ и I^2 . С точностью до третьего десятичного знака зависимости коэффициента при I от n и ξ пренебрежимо малы, как это следует из рис.3, где приведена зависимость (20) для наименьшего значения энергии колебательного состояния ($n = 0$).

3.2. Эквивалентность сдвигов часовых уровней в стоячей волне

В стоячей волне оптической решетки атомы охлаждаются вплоть до температур $T < \Omega/2 \approx \mathcal{E}^{\text{rec}}/k_B \approx 1$ мК, что делает возможным захват атомов в ловушку с наименьшей энергией колебательного состояния с главным колебательным квантовым числом $n = 0$. Исключить корневой член можно при выполнении условий $\alpha_g^{\text{dqm}}(\omega_{\text{mag}}^s) = \alpha_c^{\text{dqm}}(\omega_{\text{mag}}^s) \equiv \alpha_s^{\text{dqm}}$. В этих условиях $c_{1/2}^s = 0$ и

$$\Delta\nu_{\text{cl}}^s(\xi, n, I) = c_1^s(\xi, n)I + c_{3/2}^s(\xi, n)I^{3/2} + c_2^s(n)I^2, \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} c_1^s(\xi, n) &= -\Delta\alpha_s^{\text{qm}} - \frac{3\mathcal{E}_s^{\text{rec}}}{2\alpha_s^{\text{dqm}}} \Delta\beta_s(\xi) \left(n^2 + n + \frac{1}{2}\right), \\ c_{3/2}^s(\xi, n) &= 2\Delta\beta_s(\xi) \sqrt{\mathcal{E}_s^{\text{rec}}/\alpha_s^{\text{dqm}}} \left(n + \frac{1}{2}\right), \\ c_2^s(\xi) &= -\Delta\beta_s(\xi). \end{aligned} \quad (22)$$

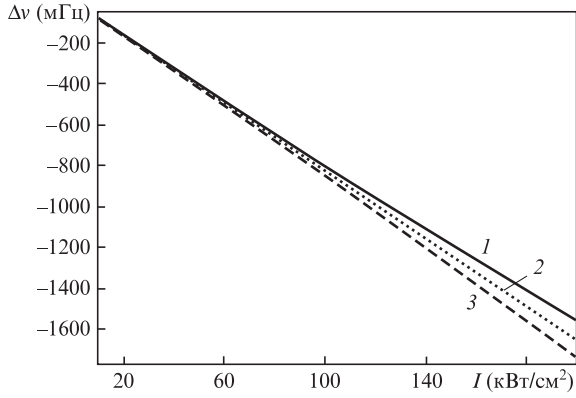


Рис.4. Зависимости сдвига частоты часового перехода $\Delta\nu$ в атомах Hg от интенсивности I оптической решетки с МДВ, определяемой для стоячей волны. Сдвиги частоты соответствуют линейной поляризации (1), магической эллиптичности (2) и циркулярной поляризации (3).

Индекс s соответствует стоячей волне. С точностью до трех значащих цифр сдвиг (21) для атомов Hg может быть записан без корневой зависимости и с отрицательным знаком для линейного члена. Соответствующая зависимость представлена на рис.4. Как и в случае бегущей волны, основная поправка к сдвигу определяется линейным по I членом, зависящим главным образом от разности мультипольных поляризуемостей $\Delta\alpha_s^{\text{qm}}$.

3.3. Эквивалентность дипольных поляризуемостей для часовых переходов

В случае $\alpha_g^{\text{E1}}(\omega_{\text{mag}}^{\text{E1}}) = \alpha_c^{\text{E1}}(\omega_{\text{mag}}^{\text{E1}}) \equiv \alpha_{\text{mag}}^{\text{E1}}$ поправки первого порядка для глубины потенциала (8) эквивалентны. Следовательно, главная поправка к коэффициенту c_1 , определяемая в (19) и (22) разностью мультипольных поляризуемостей $\Delta\alpha_{(s)}^{\text{qm}}$, компенсируется, и остается лишь поправка на гиперполяризуемость, которая на два порядка меньше, как это следует из данных табл.1. Одновременно коэффициент $c_{1/2}^{\text{E1}}$ равен лишь половине коэффициента $c_{1/2}^{\text{E1}}$ в уравнении (19). В этом случае коэффициенты в правой части уравнения (17) могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} c_{1/2}^{\text{E1}}(n) &= -\Delta\alpha_{\text{mag}}^{\text{qm}} \sqrt{\mathcal{E}_{\text{E1}}^{\text{rec}}/\alpha_{\text{mag}}^{\text{E1}}} \left(n + \frac{1}{2}\right), \\ c_1^{\text{E1}}(\xi, n) &= -\frac{3\mathcal{E}_{\text{E1}}^{\text{rec}}}{2\alpha_{\text{mag}}^{\text{E1}}} \Delta\beta^{\text{E1}}(\xi) \left(n^2 + n + \frac{1}{2}\right), \\ c_{3/2}^{\text{E1}}(\xi, n) &= 2\Delta\beta^{\text{E1}}(\xi) \sqrt{\mathcal{E}_{\text{E1}}^{\text{rec}}/\alpha_{\text{mag}}^{\text{E1}}} \left(n + \frac{1}{2}\right), \\ c_2^{\text{E1}}(\xi) &= -\Delta\beta^{\text{E1}}(\xi). \end{aligned} \quad (23)$$

Таким образом, в случае равных дипольных поляризуемостей коэффициенты $c_1^{\text{E1}}(\xi, n)$, $c_{3/2}^{\text{E1}}(\xi, n)$ и $c_2^{\text{E1}}(\xi, n)$ пропорциональны разности гиперполяризуемостей $\Delta\beta^{\text{E1}}(\xi)$.

Очевидно, что для всех трех описанных выше стратегий определения МДВ коэффициенты $c_{3/2}$ и c_2 , совпадающие до шести значащих цифр, пропорциональны $\Delta\beta(\xi)$. Коэффициент при корневой зависимости $c_{1/2}^{\text{E1}} = 0$, в то время как МДВ, определяемые уравнениями (1) и (3), эквивалентны при выполнении условия $c_{1/2}^{\text{E1}} \approx 0.5c_{1/2}^{\text{E1}}$ и пропорциональны разности мультипольных поляризуемостей $\Delta\alpha_{\text{mag}}^{\text{qm}}$. Как следует из табл.1, коэффициенты при

линейном члене в (17) удовлетворяют условию $|c_1^{\text{E1}}| \ll |c_1^{\text{E1}}| \approx |c_1^{\text{E1}}|$. Поправки на мультипольные взаимодействия к коэффициентам $c_1^{\text{E1}}(\xi, n)$ и $c_1^{\text{E1}}(\xi, n)$ противоположны по знаку, а поправки на ангармонические взаимодействия к коэффициенту $c_1^{\text{E1}(s)}(\xi, n)$ пропорциональны $\Delta\beta(\xi)$, и эта разность существенно меньше $\Delta\alpha_{\text{mag}}^{\text{qm}}$. Проведенные оценки показывают, что выбором магической частоты $\omega_{\text{mag}}^{\text{E1}}$ можно влиять на вклад нелинейных и мультипольных сдвигов в частоту часового перехода и, следовательно, обеспечить минимум погрешности, обусловленной влиянием лазерной решетки. Зависимость сдвига частоты (в МГц) часового перехода (17) от интенсивности с коэффициентами (23) для атомов Hg можно представить численно в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta\nu_{\text{cl}}^{\text{E1}}(n, \xi, I) &= -9.507(n + 1/2)I^{1/2} \\ &+ (4.98 - 10.02\xi^2)10^{-3}(n^2 + n + 1/2)I \\ &+ (5.80\xi^2 - 2.88)10^{-3}(n + 1/2)I^{3/2} \\ &+ (2.50 - 5.03\xi^2)10^{-3}I^2, \end{aligned} \quad (24)$$

где интенсивность взята в $\text{kВт}/\text{см}^2$. Для магической степени циркулярной поляризации $\xi_{\text{mag}} = \pm 0.705$ все гиперполяризуемости (зависящие от $-\xi$) в правых частях уравнений (23) и (24) равны нулю и остается ненулевым только член с $I^{1/2}$. В этом случае ненулевым является лишь неисклученный сдвиг, индуцированный лазерной решеткой, который для нижнего колебательного уровня ($n = 0$) есть $\Delta\nu_{\text{cl}}^{\text{E1}}(0, \xi_{\text{mag}}, I) = -4.75I^{1/2}$. Следовательно, при $I = 25 \text{ кВт}/\text{см}^2$ для повышения точности измерений частоты часового перехода до 18-й значащей цифры этот сдвиг должен быть контролируемым с точностью, превышающей как минимум 4%. Для линейной поляризации ($\xi = 0$), сдвиг

$$\begin{aligned} \Delta\nu_{\text{cl}}^{\text{E1}}(0, 0, I) &= -4.75I^{1/2} + 2.49 \times 10^{-3}I \\ &- 2.88 \times 10^{-3}I^{3/2} + 2.5 \times 10^{-3}I^2, \end{aligned}$$

где положительные линейные и квадратичные поправки полностью компенсируются отрицательными поправка-

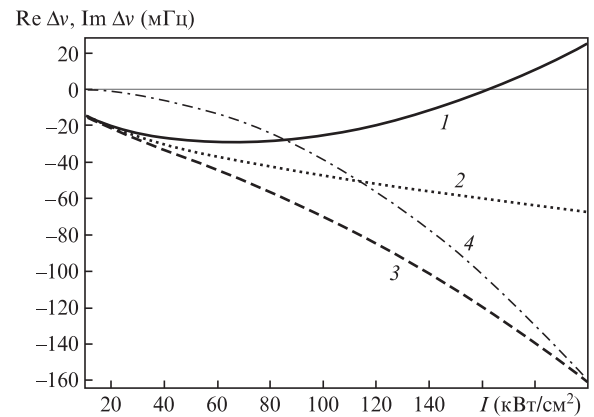


Рис.5. Зависимости реальной части сдвига частоты часового перехода $\Delta\nu$ в атомах Hg, захваченных в основное состояние с колебательным квантовым числом $n = 0$, от интенсивности I для линейной поляризации ($\xi = 0$; 1), магической эллиптичности ($\xi = \xi_{\text{mag}}$; 2) и циркулярной поляризации ($\xi = 1$; 3) лазерной волны в случае эквивалентных дипольных поляризуемостей для МДВ; кривая 4 соответствует мнимой части частотного сдвига (уширение линии часового перехода (25)) для линейной поляризации ($\xi = 0$) лазерного поля.

Табл.2. Коэффициенты для индуцированного лазерной решеткой частотного сдвига (17) для колебательных уровней с $n = 0$.

| Атом | $c_{1/2}^i = 2c_{1/2}^{E1} / (\sqrt{\text{кВт/см}^2})$ | $c_{1/2}^s$ (мГц/√кВт/см ²) | $c_1^i = -c_1^s$ (мГц/√кВт/см ²) | $c_1^{E1}(\xi = 0)$ (мГц/√кВт/см ²) | $c_1^{E1}(\xi = \pm 1)$ (мГц/√кВт/см ²) | $c_{3/2}^{(s,E1)}(\xi = 0)$ (мГц/√кВт/см ²) | $c_{3/2}^{(s,E1)}(\xi = \pm 1)$ (мГц/(кВт/см ²) ^{3/2}) | $c_2^{(s,E1)}(\xi = 0)$ (мГц/(кВт/см ²) ²) | $c_2^{(s,E1)}(\xi = \pm 1)$ (мГц/(кВт/см ²) ²) |
|------|--|---|--|---|---|---|--|--|--|
| Sr | -0.382 | 0 | 1.39 | 0.0115 | 0.0179 | -0.0554 | -0.0862 | 0.200 | 0.311 |
| Yb | 1.79 | 0 | -8.06 | 0.0136 | -0.0089 | -0.0814 | 0.0534 | 0.366 | -0.240 |
| Hg | -9.51 | 0 | 8.25 | 0.0025 | -0.0025 | -0.0029 | 0.0029 | -0.240 | -0.00253 |

ми, пропорциональными $I^{1/2}$ и $I^{3/2}$, для $I = 163$ кВт/см², как следует из рис.5.

Зависимости индуцированных лазерной решеткой частотных сдвигов от интенсивности поля решетки представлены на рис.3–5 для часовых переходов в атомах Hg при $n = 0$ для трех различных МДВ: в бегущей волне (рис.3), в стоячей волне (рис.4) и в промежуточном случае эквивалентности дипольных поляризуемостей (рис.5). Как следует из этих рисунков, для МДВ, определяемых для бегущей и стоячей волн (рис.3 и 4), индуцированный лазерной решеткой частотный сдвиг слабо зависит от поляризации лазерного поля решетки, поскольку вклад гиперполяризуемости пренебрежимо мал по сравнению с поправками, учитывающими мультипольные поляризуемости, в диапазоне интенсивностей $I < 200$ кВт/см². Напротив, в случае эквивалентных дипольных поляризуемостей для МДВ (рис.5), когда связанные с мультипольными поляризуемостями поправки к линейному по интенсивности члену полностью компенсируются, только вклады от гиперполяризуемостей в коэффициенты c_i ($i = 1, 3/2, 2$) обуславливают зависимость сдвига от поляризации лазерной волны. Следовательно, этот случай наиболее интересен для спектроскопии часового перехода. Поправка, учитывающая гиперполяризуемость, существенно зависит от поляризации лазерной волны. Для линейной поляризации ($\xi = 0$) при интенсивности $I \approx 160$ кВт/см² положительные поправки, вносимые линейным и квадратичным по интенсивности I членами в формуле (17) могут компенсироваться отрицательными поправками, пропорциональными $I^{1/2}$ и $I^{3/2}$. Для циркулярной и эллиптической поляризации с $\xi > \xi_{\text{mag}} \approx 0.7$ поправки на гиперполяризуемость для сдвига частоты отрицательны и возрастают при увеличении интенсивности I (рис.5).

Таким образом, принципиальной особенностью атомов ртути в оптической решетке с МДВ для эквивалентных дипольных поляризуемостей является возможность высокоэффективного контроля индуцированного лазерной решеткой частотного сдвига (24) путем изменения интенсивности и поляризации. При соответствующем выборе I и ξ ($\xi < \xi_{\text{mag}}$) можно полностью исключить этот сдвиг. Однако необходимо учитывать и мнимую часть $\Delta\nu_{\text{cl}}^{E1}(n, \xi, I)$, которая отвечает двухфотонной ионизации верхнего уровня часового перехода в поле лазерной волны оптической решетки. Так, в дополнение к сдвигу, обусловленному действительной частью гиперполяризуемости, имеет место эффект ионизационного уширения $\Gamma(\xi, n, I) = \text{Im} \Delta\nu(\xi, n, I)$ линии часового перехода в атомах ртути для МДВ, определяемый мнимой частью гиперполяризуемости:

$$\begin{aligned} \Gamma(\xi, n, I) &= \text{Im} [c_1(\xi, n)]I + \text{Im} [c_{3/2}(\xi, n)]I^{3/2} \\ &+ \text{Im} [c_2(\xi, n)]I^2 = \text{Im} \Delta\beta(\xi) \left[-\frac{3\mathcal{E}^{\text{rec}}}{2\alpha_{\text{mag}}} \left(n^2 + n + \frac{1}{2} \right) I \right. \\ &\left. + \sqrt{\mathcal{E}^{\text{rec}}/\alpha_{\text{mag}}} (2n + 1) I^{3/2} - I^2 \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

Как уже было отмечено выше, это уширение обуславливает наличие дополнительной погрешности, связанной с двухфотонной ионизацией, и его необходимо учитывать при оценке погрешности оптического стандарта частоты на основе лазерной решетки. На рис.5 приведены зависимости для реальных и мнимых составляющих сдвига частоты (17) при $n = 0$ и $\xi = 0$.

На рис.6 и 7 показаны наиболее интересные зависимости частотных сдвигов $\Delta\nu_{\text{cl}}^s(0, \xi, I)$ для атомов Sr и $\Delta\nu_{\text{cl}}^{E1}(0, \xi, I)$ для атомов Yb. В соответствии с уравнениями (19)–(23) в табл.2 представлены численные значения коэффициентов c_i ($i = 1/2, 1, 3/2, 2$). Отрицательные значения поправок для членов в (17), пропорциональных интенсивностям $I^{1/2}$ и $I^{3/2}$, для атомов Sr в лазерной решетке для МДВ (в случае стоячей волны) компенсируются положительными поправками для членов, пропорциональных

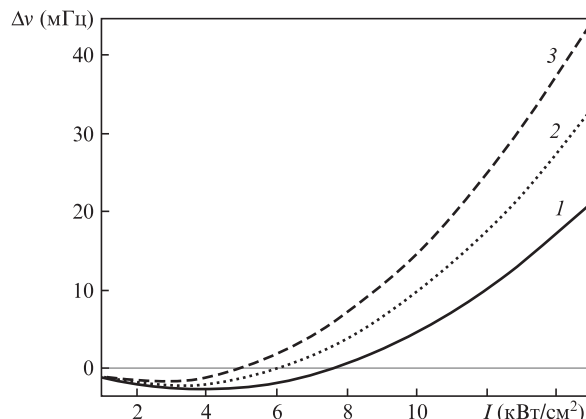


Рис.6. Зависимости сдвига частоты часового перехода $\Delta\nu$ в атомах Sr от интенсивности I для линейной (1), эллиптической (2) и циркулярной (3) поляризации для МДВ оптической решетки (случай стоячей волны лазерного поля).

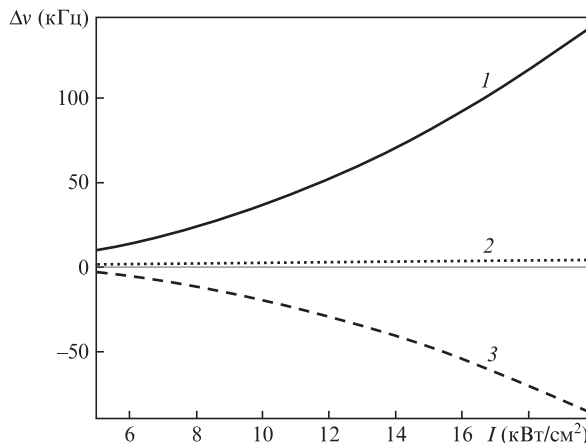


Рис.7. Зависимости сдвига частоты часового перехода $\Delta\nu$ для атомов Yb от интенсивности I для линейной (1), эллиптической (2) и циркулярной (3) поляризации поля решетки; МДВ определялась для эквивалентных дипольных поляризуемостей.

I^2 , уже при интенсивностях от 5 кВт/см² (для циркулярной поляризации) до 8 кВт/см² (для линейной поляризации), и зависимость $\Delta\nu_{cl}^s(n=0, \xi, I)$ преобразуется в параболу с положительным коэффициентом $c_2^s(\xi) = 0.2 + 0.111\xi^2$ мГц·(кВт/см²)⁻² (рис.6).

Более интересный результат может иметь место для сдвига $\Delta\nu_{cl}^{E1}(n=0, \xi = \xi_{mag}, I)$ в атомах Yb (рис.7), для которых $c_1^{E1}(\xi_{mag}) = c_{3/2}^{E1}(\xi_{mag}) = c_2^{E1}(\xi_{mag}) = 0$. Вообще говоря, для рассматриваемых значений интенсивностей I сдвиг может быть уменьшен практически до нуля при использовании соответствующих степеней циркулярной поляризации ξ_{mag} : $\Delta\nu_{cl}^{E1}(n=0, \xi_{mag}, I) = 0$. В частности, $\xi_{mag}^2(I = 5 \text{ кВт/см}^2) \approx 0.314$, $\xi_{mag}^2(I = 10 \text{ кВт/см}^2) \approx 0.504$ и $\lim_{I \rightarrow \infty} \xi_{mag}^2 \rightarrow 0.6044$.

4. МДВ с голубой отстройкой

Для МДВ при отталкивающем потенциале оптической решетки соответствующие значения дипольной поляризуемости отрицательны, $\alpha_{g(e)}^{E1}(\omega) < 0$, а штарковская энергия – положительна, поэтому положение равновесия атома находится вблизи узлов стоячей волны решетки с электрическим полем

$$E(X, t) = 2E_0 \sin(kX) \sin(\omega t). \quad (26)$$

Пространственная часть оператора взаимодействия атома с полем решетки (26) может быть описана выражением

$$\hat{V}(X) = \hat{V}_{E1} \sin(kX) + (\hat{V}_{E2} + \hat{V}_{M1}) \cos(kX) \quad (27)$$

с операторами E1-, E2- и M1-взаимодействий в виде (6). Захватывающий потенциал оптической решетки с МДВ, учитывающий зависимость от эффектов гиперполяризуемости и ангармонизма, может быть представлен по аналогии со случаем МДВ с красной отстройкой в виде (7). Основное преимущество отталкивающего потенциала состоит в том, что область локализации атомов располагается вблизи узлов стоячей волны решетки, причем в этих узлах поле решетки обращается в нуль. Следовательно, эффекты гиперполяризуемости не могут возникать в областях минимума потенциальной энергии и влиять на собственные частоты колебательных уровней:

$$U_{g(e)}^{(0)}(I) \equiv U_{g(e)}^{\text{latt}}(X=0, I) = -\alpha_{g(e)}^{\text{qm}}(\omega)I, \quad (28)$$

$$\Omega_{g(e)} = 2\sqrt{-\mathcal{E}^{\text{rec}} \alpha_{g(e)}^{\text{dqm}}(\omega)I}.$$

Энергии колебательных уровней атома в окрестностях узлов решетки стоячей волны с МДВ при голубой отстройке определяются выражением

$$\mathcal{E}_{g(e)}^{\text{vib}}(I, n) = U_{g(e)}^{(0)} + \Omega_{g(e)} \left(n + \frac{1}{2}\right) - \mathcal{E}_{g(e)}^{\text{anh}}(I) \left(n^2 + n + \frac{1}{2}\right), \quad (29)$$

в котором эффекты гиперполяризуемости могут учитываться только в ангармонической поправке

$$\mathcal{E}_{g(e)}^{\text{anh}}(I) = \frac{1}{2} \mathcal{E}^{\text{rec}} \left[1 - \frac{3\beta_{g(e)}(\omega)I}{\alpha_{g(e)}^{\text{dqm}}(\omega)} \right], \quad (30)$$

содержащей в дополнение к (29) поправку в виде

$$\Delta\nu_{cl}^{\text{latt}}(\omega_{\text{mag}}, I, n) = \mathcal{E}_e^{\text{vib}} - \mathcal{E}_g^{\text{vib}} = c_{1/2}(n)I^{1/2} + c_1(n)I, \quad (31)$$

где

$$c_{1/2}(n) = \sqrt{\mathcal{E}^{\text{rec}} \left(\sqrt{-\alpha_e^{\text{dqm}}(\omega_{\text{mag}})} - \sqrt{-\alpha_g^{\text{dqm}}(\omega_{\text{mag}})} \right) (2n+1);}$$

$$c_1(n) = -\Delta\alpha^{\text{qm}}(\omega_{\text{mag}}) \quad (32)$$

$$+ \frac{2\mathcal{E}^{\text{rec}}}{2} \left[\frac{\beta_e(\omega_{\text{mag}})}{\alpha_e^{\text{dqm}}(\omega_{\text{mag}})} - \frac{\beta_g(\omega_{\text{mag}})}{\alpha_g^{\text{dqm}}(\omega_{\text{mag}})} \right] \left(n^2 + n + \frac{1}{2} \right).$$

Главная поправка к индуцированному полем решетки сдвигу частоты оптического перехода описывается вторым членом в правой части уравнения (29). Следовательно, выбор МДВ заключается в обеспечении условия эквивалентности имеющих корневую зависимость от интенсивности лазерного поля собственных частот колебательного движения (28) атомов в основном и в возбужденном состояниях: $\Omega_g = \Omega_e$. Это означает, что при таком выборе МДВ коэффициент $c_{1/2}(n)$ может обратиться в нуль, и в результате остается лишь линейная зависимость по I в выражении (31). Линейный частотный сдвиг равен 136 мГц при $I = 10 \text{ кВт/см}^2$ (см. табл.1), и, следовательно, возникает необходимость его точного контроля при высокоточных измерениях частоты часового перехода.

5. Использование метода модельного потенциала для расчета электромагнитных поляризуемостей щелочно-земельных атомов

Расчеты МДВ в одноэлектронном приближении модельного потенциала [7] с использованием соответствующих эмпирических параметров, определяемых из известных значений энергий атомных уровней [12], позволяют получить численные данные для атомов Sr, Yb и Hg, близкие к известным из литературы экспериментальным значениям (см. результаты для λ_{mag} в табл.1). Результаты расчетов представлены на рис.8–10.

Вообще говоря, методы расчета спектроскопических характеристик многоэлектронного атома с использованием одноэлектронного приближения требуют некоторой модификации метода МПФ, точнее, выбора его параметров. Такая модификация была впервые продемонстрирована в работе [13]; впоследствии этот подход был успешно использован в расчетах поляризуемостей, гиперполяри-

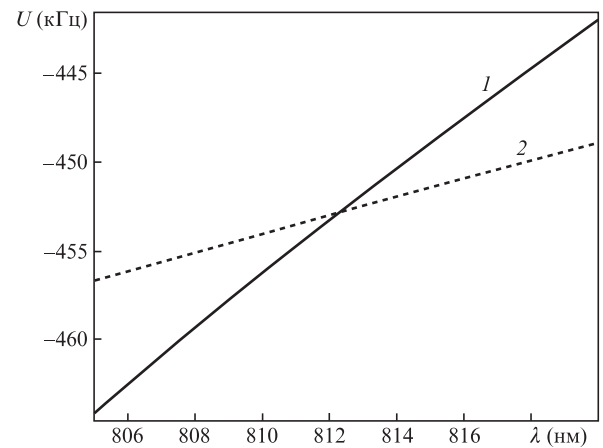


Рис.8. Зависимости глубины потенциала решетки U от длины волны при интенсивности лазерного поля $I = 10 \text{ кВт/см}^2$ для атомов Sr в возбужденном ($5s5p^3P_0$) (1) и основном ($5s^2^1S_0$) (2) состояниях.

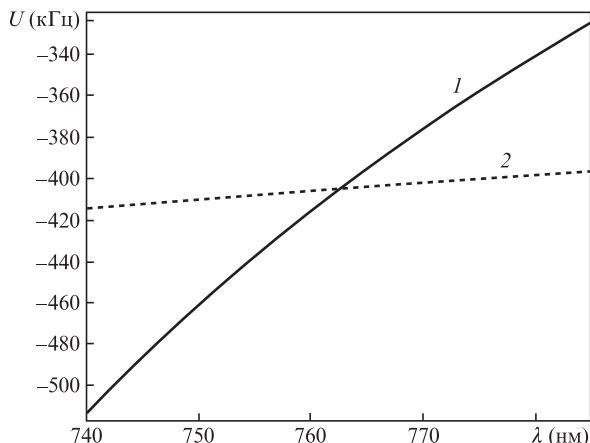


Рис.9. Зависимости глубины потенциала решетки U от длины волны при интенсивности лазерного поля $I = 10 \text{ кВт/см}^2$ для атомов Yb в возбужденном ($6s6p^3P_0$) (1) и основном ($6s^2^1S_0$) (2) состояниях. Результаты расчетов в приближении модельного потенциала ($\lambda_{\text{mag}} \approx 762.6 \text{ нм}$) находятся в хорошем соответствии с данными экспериментальных измерений ($\lambda_{\text{mag}}^{\text{exp}} \approx 759.3537 \text{ нм}$ [4]).

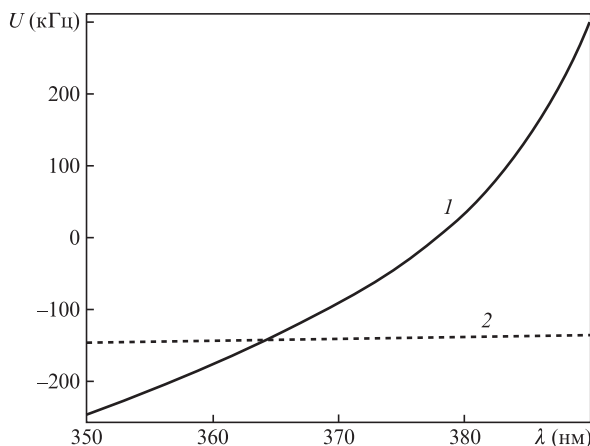


Рис.10. Зависимости глубины потенциала решетки от длины волны при интенсивности лазерного поля $I = 25 \text{ кВт/см}^2$ для атомов Hg в возбужденном ($6s6p^3P_0$) (1) и основном ($6s^2^1S_0$) (2) состояниях. Результаты расчетов в приближении модельного потенциала ($\lambda_{\text{mag}} \approx 364 \text{ нм}$) находятся в хорошем соответствии с данными экспериментальных измерений ($\lambda_{\text{mag}}^{\text{exp}} \approx 362.53 \text{ нм}$ [5]).

зумостей, взаимодействий атомов с внешними полями, динамических взаимодействий и т.д. (см., напр., [7, 14–17]).

Основная идея данной модификации заключается в следующем. Прежде всего, мы вводим нецелые значения для орбитального момента триплетных S-состояний \tilde{l}_S , которые, тем не менее, должны быть близки к реальным орбитальным моментам S-состояний ($\tilde{l}_S \approx l_S = 0$), а также эффективные моменты для синглетных и триплетных D-состояний, которые должны удовлетворять равенству $\tilde{l}_D \approx \tilde{l}_D \approx l_D = 2$. Такой выбор ведет к переопределению целочисленного значения для радиального квантового числа n_r с целью обеспечения исходного равенства $\tilde{l}_S + n_r + 1 = v_{nl}$ для эффективного главного квантового числа v_{nl} , которое находится из энергии $\mathcal{E}_{nl} = -Z^2/(2v_{nl}^2)$ атомного состояния $|nl\rangle$ (Z – эффективный заряд ядра).

Рассматриваемая модификация метода МПФ использовалась в настоящей работе при расчетах всей совокупности характеристик атомов Sr, Yb и Hg.

6. Заключение

В настоящей работе выполнены прецизионные расчеты высших нелинейно-оптических эффектов при взаимодействии щелочно-земельных атомов с полем оптической решетки с точки зрения их использования в современных оптических стандартах частоты на основе оптических решеток. Рассмотрены, в частности, мультипольные разложения оператора взаимодействия атомов с полем решетки для электрического дипольного (E1) и мультипольных (M1 и E2) взаимодействий. Определены аналитически и численно алгоритмы расчета МДВ для красной и голубой отстроек лазерного поля решетки. Сформулированы требования, предъявляемые к точности определения МДВ при различных стратегиях измерения частоты часового перехода для атомов Sr, Yb и Hg в оптической решетке. Показано, что для некоторых ситуаций вклады нелинейно-оптических эффектов высшего порядка не компенсируются выбором МДВ и, следовательно, должны быть корректно учтены при анализе результатов измерений частоты часового перехода в оптических стандартах частоты [18, 19].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (проект №3.7514.2017 и 3.1659.2017).

1. Chou C.W., Hume D.B., Koelemeij J.C.J., Wineland D.J., Rosenband T. *Phys. Rev. Lett.*, **104**, 070802 (2010).
2. Nemitz N., Ohkubo T., Takamoto M., Ushijima I., Das M., Ohmae N., Katori H. *Nat. Photonics*, **10**, 258 (2016).
3. Westergaard P.G., Lodewyck J., Lorini L., Lecallier A., Burt E.A., Zawada M., Millo J., Lemonde P. *Phys. Rev. Lett.*, **106**, 210801 (2011).
4. Barber Z.W., Stalnaker J.E., Lemke N.D., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **100**, 103002 (2008).
5. Mejri S., Yi L., McFerran J.J., Le Coq Y., Bize S. *Phys. Rev. Lett.*, **106**, 073005 (2011).
6. Ovsiannikov V.D., Pal'chikov V.G., Taichenachev A.V., Yudin V.I., Katori H. *Phys. Rev. A*, **88**, 013405 (2013).
7. Manakov N.L., Ovsiannikov V.D., Rapoport L.P. *Phys. Rep.*, **141**, 319 (1986).
8. Katori H., Takamoto M., Pal'chikov V.G., Ovsiannikov V.D. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 173005 (2003).
9. Taichenachev A.V., Yudin V.I., Ovsiannikov V.D., Pal'chikov V.G., Oates C.W. *Phys. Rev. Lett.*, **101**, 193601 (2008).
10. Taichenachev A.V., Yudin V.I., Ovsiannikov V.D., Pal'chikov V.G. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 173601 (2006).
11. Takamoto M., Katori H., Marmo S.I., Ovsiannikov V.D., Pal'chikov V.G. *Phys. Rev. Lett.*, **102**, 063002 (2009).
12. NIST Atomic Spectra Database: <http://physics.nist.gov/asd>.
13. Simons G. *J. Chem. Phys.*, **55**, 756 (1971).
14. Kosteletzky V.A., Nieto M.M. *Phys. Rev. A*, **32**, 3243 (1985).
15. Djerad M.T. *J. Phys. II*, **1**, 1 (1991).
16. Celik G., Ates S., Ozarslan S., Taser M. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **112**, 2330 (2011).
17. Katori H., Ovsiannikov V.D., Marmo S.I., Palchikov V.G. *Phys. Rev. A*, **91**, 052503 (2015).
18. Ovsiannikov V.D., Marmo S.I., Palchikov V.G., Katori H. *Phys. Rev. A*, **93**, 043420 (2016).
19. Schioppo M., Brown R.C., McGrew W.F., Hinkley N., Fasano R.J., Beloy K., Yoon T.H., Milani G., Nicolodi D., Sherman J.A., Phillips N.B., Oates C.W., Ludlow A.D. *Nat. Photonics*, **11**, 48 (2017).