

Эффект обращения атомного потока в флуктуирующей бегущей оптической решетке

Д.В.Макаров

Рассмотрена динамика ансамбля невзаимодействующих холодных атомов в поле движущейся оптической решетки, подверженной случайным амплитудным и фазовым флуктуациям. Продемонстрирован эффект разворота атомного ансамбля под влиянием флуктуаций решетки, при котором атомы начинают двигаться в направлении, противоположном направлению движения решетки. Построена кинетическая модель, воспроизводящая данный эффект и позволяющая связать его возникновение с асимметрией амплитуд межуровневых переходов в импульсном пространстве.

Ключевые слова: движущаяся оптическая решетка, холодные атомы, гармонический шум, обращение атомного потока.

1. Введение

Движущиеся оптические решетки, образуемые двумя встречными лазерными пучками с малой расстройкой по частоте, представляют интерес с различных точек зрения. Например, они рассматриваются как средство передачи крупномасштабных ансамблей атомов, находящихся в перепутанных состояниях, в заданную область при реализации квантовых вычислений [1, 2]. Также они могут использоваться для моделирования различных явлений физики твердого тела, например электрон-фононного [3] и спин-орбитального [4, 5] взаимодействий. Несколько необычная зонная структура энергетического спектра атомов в движущихся оптических решетках создает возможности для когерентного управления атомным транспортом [6, 7]. Еще одним интересным применением движущихся оптических решеток является исследование фазового перехода из сверхтекучего состояния в состояние моттовского изолятора в конденсатах Бозе–Эйнштейна [8, 9].

Практически всегда оптические потенциалы в той или иной степени подвержены шумам, связанным, например, с флуктуациями характеристик лазерного излучения. Как правило, эти шумы носят деструктивный характер, вызывая нагрев и декогеренцию атомов [10]. Вместе с тем в определенных случаях шум решетки может приводить к достаточно интересным физическим явлениям, например к индуцированным шумом переходам Ландау–Зинера [11], а также к значительному продлению времени осцилляций *Zitterbewegung* [12]. В недавней работе [13] была рассмотрена задача о движении атомов в оптическом потенциале, являющемся суперпозицией случайного статического потенциала и движущейся решетки. Было обнаружено, что в этом случае флуктуации движущейся ре-

шетки не только способны значительно усиливать атомный транспорт, но и вызывают спонтанную смену направления атомного потока – по прошествии некоторого времени атомы начинают двигаться против направления движения оптического потенциала. В настоящей работе мы намерены исследовать этот эффект в отсутствие случайного потенциала, т. е. в оптическом потенциале, включающем в себя только бегущую оптическую решетку.

2. Описание модели

Рассмотрим случай сигарообразной оптической ловушки, внутри которой создана оптическая решетка. В отсутствие межатомного взаимодействия поведение атомов описывается одномерным уравнением Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_a} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + V(X, t) \Psi, \quad (1)$$

где m_a – масса атома;

$$V(X, t) = V_0 \cos(2k_L X - \beta \omega_0 t); \quad \beta = \operatorname{sgn} v; \quad |v| = \frac{\omega_0}{2k_L}; \quad (2)$$

v – скорость движения решетки вдоль оси X ; ω_0 – разность частот между встречными лазерными пучками, формирующими оптическую решетку; k_L – волновое число этих лазерных пучков. Введем нормировку переменных:

$$x = 2k_L X, \quad \tau = \omega_0 t,$$

где

$$\omega_r = \frac{\hbar k_L^2}{2m_a}$$

– частота отдачи. Тогда уравнение (1) преобразуется к виду

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V(x, \tau), \quad V(x, \tau) = A \cos(x - \beta \omega \tau), \quad (3)$$

где

Д.В.Макаров. Тихоокеанский океанологический институт им. В.И.Ильичева ДВО РАН, Россия, 690041 Владивосток, ул. Балтийская, 43; Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: makarov@poi.dvo.ru

$$A \equiv \frac{V_0}{8E_r}; \quad \omega \equiv \frac{\omega_0}{8\omega_r};$$

E_r – энергия отдачи. Дальнейшая наша задача – смоделировать случайное «дрожание» оптической решетки. Для этого мы воспользуемся приемом, впервые использованным в работе [14] и также применявшимся в работах [12, 13, 15]. Мы заменим выражение (2) для $V(x, \tau)$ на следующее:

$$V(x, \tau) = A[f(\tau) \cos x - \beta f(\tau + \tau_{sh}) \sin x], \quad (4)$$

где $f(\tau)$ – некоторый случайный сигнал с конечной шириной частотной полосы, а $f(\tau + \tau_{sh})$ – копия этого сигнала со сдвигом по времени τ_{sh} . В дальнейшем мы будем рассматривать сигналы, ширина спектра которых значительно меньше центральной частоты ω или имеет тот же порядок величины. Нас интересует случай, когда величина временного сдвига задается формулой

$$\tau_{sh} = \frac{\pi}{2\omega}.$$

Тогда если положить $f(\tau) \sim \cos \omega \tau$, то $V(x, \tau) \sim \cos(x - \beta \omega \tau)$.

В качестве модели сигнала $f(\tau)$ мы используем так называемый гармонический шум [16, 17], также известный как двумерный случайный процесс Орнштейна–Уленбека. Гармонический шум является решением системы стохастических дифференциальных уравнений в форме уравнения Ланжевена

$$\frac{df}{d\tau} = g, \quad \frac{dg}{d\tau} = -\Gamma g - \omega^2 f + \sqrt{2\varepsilon\Gamma} \xi(\tau), \quad (5)$$

где $\xi(\tau)$ – гауссов белый шум; ε – константа, характеризующая амплитуду гармонического шума; Γ – положительная константа, характеризующая степень стохастичности. Первые два момента гармонического шума описываются формулами

$$\langle f \rangle = 0, \quad \langle f^2 \rangle = \frac{\varepsilon}{\omega^2}.$$

В дальнейшем мы подбирали константу ε так, чтобы удовлетворялось условие

$$\langle f^2 \rangle = \frac{1}{2}. \quad (6)$$

Спектральная плотность гармонического шума описывается формулой

$$S(\Omega) = \frac{\Gamma}{\pi[\Omega^2 \Gamma^2 + (\Omega^2 - \omega^2)]} \quad (7)$$

и имеет, при $\Gamma < 2\Omega$, максимум на частоте

$$\Omega = \omega_p = \sqrt{\omega^2 - \frac{\Gamma^2}{2}}. \quad (8)$$

Ширина максимума описывается формулой

$$\Delta\omega = \sqrt{\omega_p^2 + \Gamma\omega'} - \sqrt{\omega_p^2 - \Gamma\omega'}, \quad (9)$$

где

$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - \frac{\Gamma^2}{4}}.$$

Из (6) и (7) следует, что $\Delta\omega \rightarrow 0$ и $\omega_p \rightarrow \omega$ при $\Gamma \rightarrow 0$. При малых значениях Γ мы имеем $\Delta\omega \approx \Gamma$.

3. Моделирование динамики атомов в импульсном представлении

Можно добиться значительного упрощения, если предположить, что в процессе движения атомы не покидают некоторую ограниченную область в пространстве переменной x

$$-\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2},$$

размер которой описывается формулой $L = 2\pi N$, где N – некоторое достаточно большое целое число. Устанавливая на границах этой области периодические граничные условия, мы можем ввести базисный набор собственных состояний оператора импульса

$$|m\rangle = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ip_m x}, \quad p_m = \frac{2\pi m}{L},$$

где $m > 1$ – целое число. Тогда решение уравнения Шредингера может быть представлено в виде суммы

$$\Psi(x, \tau) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m(\tau) e^{-iE_m \tau} |m\rangle, \quad E_m = \frac{p_m^2}{2}.$$

Подставляя это разложение в (3), получаем

$$\frac{da_m}{d\tau} = -i \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{m,n}(\tau) e^{i(E_m - E_n)\tau} a_n(\tau).$$

Принимая во внимание (4), находим выражение для матричного элемента $V_{m,n} \equiv \langle m | V | n \rangle$:

$$V_{m,n}(\tau) = \frac{A}{2} [f(\tau) + i\beta \operatorname{sgn}(m-n) f(\tau + \tau_{sh})] \delta_{m,n \pm N}, \quad (10)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера. Ненулевые матричные элементы удобно представить в следующем виде:

$$V_{m,m-N} = \frac{A}{2} Y(\tau), \quad V_{m,m+N} = \frac{A}{2} Y^*(\tau),$$

где

$$Y(\tau) = f(\tau) + i\beta f(\tau + \tau_{sh}). \quad (11)$$

В дальнейшем мы будем рассматривать только случай $\beta = 1$. Уравнения движения для амплитуд a_m преобразуются к виду

$$i \frac{da_m}{d\tau} = J_{m,m-N}(\tau) a_{m-N} + J_{m,m+N}(\tau) a_{m+N}, \quad (12)$$

где

$$J_{m,m-N} = \frac{A}{2} Y(\tau) e^{i(E_m - E_{m-N})\tau}; \quad (13)$$

$$J_{m,m+N} = \frac{A}{2} Y^*(\tau) e^{i(E_m - E_{m+N})\tau}. \quad (14)$$

Нами было проведено моделирование динамики атомов путем численного решения системы уравнений (12) с последующим усреднением по 1000 реализациям гармонического шума. Начальное условие было выбрано следующим образом:

$$a_m(\tau = 0) = (2\pi L^2 \sigma_x^2)^{-1/4} \int_{x=0}^L e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4\sigma_x^2} - ip_m x} dx, \quad (15)$$

где $\sigma_x = 10\pi$. При таком начальном условии квантовомеханическое среднее значение оператора импульса в начальный момент времени равно нулю.

Результаты моделирования представлены на рис.1. Видно, что при $\Gamma = 0.1$ и 0.5 на начальном этапе наблюдается достаточно быстрое ускорение атомов в направлении положительных значений x , т.е. в направлении движения оптической решетки. После достижения некоторого пикового значения среднего импульса этот процесс прекращается, после чего атомы испытывают торможение, а затем ускоряются в противоположном направлении. Смещение атомного ансамбля можно оценить по формуле

$$\langle x(\tau) \rangle = \langle x(\tau = 0) \rangle + \int_0^\tau \langle p(\tau') \rangle d\tau',$$

где $\langle x(\tau = 0) \rangle$ определяется начальным условием (15) и равно нулю (рис.1,б). Видно, что после смены направления движения атомный ансамбль проходит свое начальное положение и продолжает далее двигаться против направления движения оптической решетки. Сопоставляя

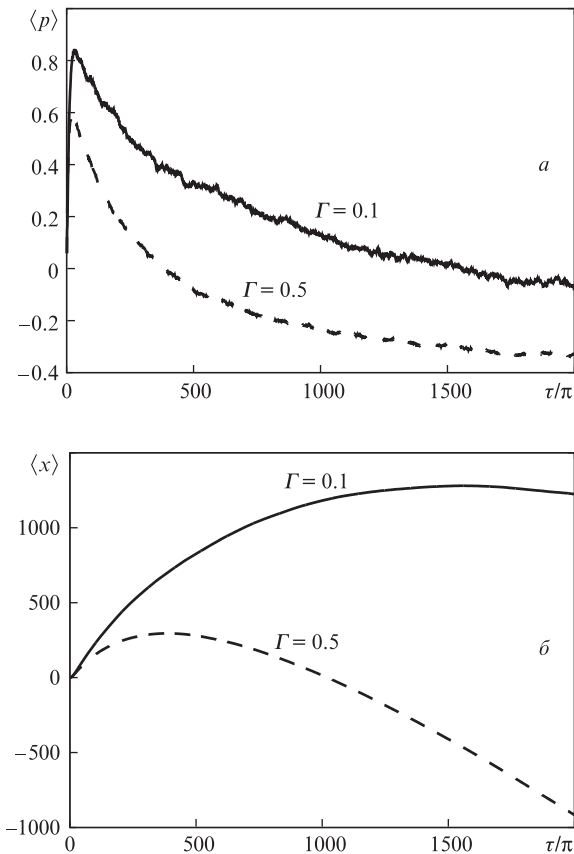


Рис.1. Зависимости среднего импульса (а) и среднего смещения (б) атомов от времени, полученные путем решения уравнений (12); $A = 0.25$, $\omega = 1$.

данные, полученные для разных значений Γ , можно заключить, что усиление флуктуаций движущейся решетки делает эффект обращения потока более сильным. Таким образом, разумно предположить, что флуктуации играют очень важную роль в возникновении этого эффекта.

Объяснение эффекта обращения атомного потока возможно с использованием кинетического подхода. Простейшая форма кинетических уравнений для населенностей $\rho_m \equiv |a_m|^2$ выглядит следующим образом [18]:

$$\frac{d\rho_m}{d\tau} = \sum_n \Gamma_{m,n}(\rho_n - \rho_m), \quad \Gamma_{m,n} = \langle |J_{m,n}|^2 \rangle. \quad (16)$$

Мы можем пренебречь интерференционными эффектами, которые затухают по прошествии некоторого времени. Это дает возможность усреднить коэффициенты $J_{m,n}$ по достаточно большому интервалу времени, в дальнейшем устремив длину этого интервала к бесконечности. В результате выражения для ненулевых коэффициентов выглядят следующим образом:

$$\bar{\Gamma}_{m,m-N} = \frac{i\pi A}{2} [F(\Omega = \omega_{m-N,m}) + iF'(\Omega = \omega_{m-N,m})],$$

$$\bar{\Gamma}_{m,m+N} = \frac{i\pi A}{2} [F(\Omega = \omega_{m+N,m}) - iF'(\Omega = \omega_{m+N,m})],$$

где $\omega_{m\pm N,m} = E_{m\pm N} - E_m$, а F и F' – фурье-образы функций $f(\tau)$ и $f(\tau + \tau_{sh})$ соответственно. Предполагая, что время корреляции гармонического шума достаточно велико, мы можем воспользоваться приближением

$$F'(\Omega) \approx e^{i\Omega\tau_{sh}} F(\Omega). \quad (17)$$

Принимая во внимание (6), имеем $|F(\Omega)|^2 = S(\Omega)/2$. Таким образом, получаем выражение для амплитуды переходов

$$\Gamma_{m,m\pm N} = \frac{\pi^2 A^2 S(\omega_{m,m\pm N})}{4} (1 \pm \sin \omega_{m,m\pm N} \tau_{sh}). \quad (18)$$

Эта формула не работает, если $\omega \approx \omega_{m,m\pm N}$ и $\omega_{m,m\pm N} \tau_{sh} = \pm \pi/2$. В этом случае приближение (17) становится неприменимым. Формула (18) предполагает, что амплитуды переходов между состояниями с положительными импульсами имеют большие значения, чем амплитуды переходов между состояниями с отрицательными импульсами. Отсюда следует, что состояния с отрицательными импульсами, соответствующие антинаправленному с оптической решеткой движению, являются «темными» и способны со временем накапливать населенность за счет индуцированных шумом переходов. В результате становится возможным разворот атомов в обратном направлении.

На рис.2 представлена зависимость среднего импульса от времени, полученная путем численного решения кинетических уравнений (16). Можно отметить достаточно хорошее качественное согласие между данным результатом и кривыми, представленными на рис.1,а. Некоторое количественное расхождение может быть связано с влиянием интерференционных членов, которые способны усиливать первоначальный разгон атомов в направлении движения оптической решетки. Таким образом, мы можем сделать вывод, что построенная нами кинетическая модель достаточно хорошо воспроизводит основные особенности рассматриваемой физической системы.

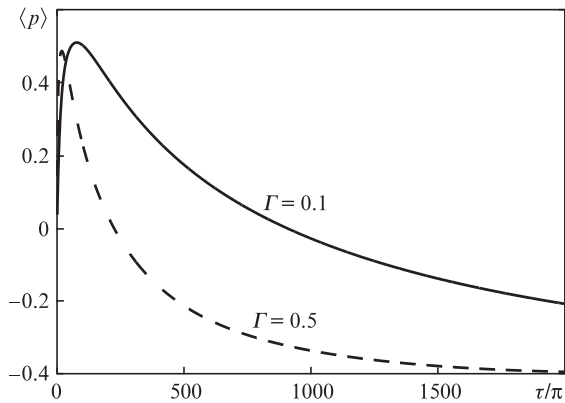


Рис.2. Зависимость среднего импульса атомов от времени, полученная путем решения системы кинетических уравнений; значения параметров те же, что и на рис.1.

4. Заключение

Рассмотрена динамика холодных атомов в поле движущейся оптической решетки, подверженной случайным амплитудным и фазовым флуктуациям. Показано, что флуктуации приводят к спонтанному развороту потока атомов, в результате чего они начинают двигаться в направлении, противоположном движению оптической решетки. Построена кинетическая модель, описывающая динамику атомов в импульсном пространстве. Проведенный с ее помощью анализ позволяет сделать вывод, что обращение атомного потока обусловлено индуцированной шумом накачкой импульсных состояний, соответствующих движению в направлении, противоположном направлению движения оптической решетки.

Вместе с тем, существует целый ряд вопросов, ответы на которые могли бы содействовать как обнаружению

новых свойств эффекта обращения потока, так и оценке перспектив его экспериментальной реализации. Во-первых, вызывает интерес, каким образом картина атомной динамики изменится при учете внутренних степеней свободы? Во-вторых, остается открытым вопрос: возможен ли эффект обращения атомного потока, если движущаяся решетка подвержена детерминированной модуляции вместо случайных флуктуаций? Ответы на эти вопросы предполагается найти в дальнейшей работе.

Работа поддержана РФФИ (грант № 15-02-08774).

1. Kuhr S., Alt W., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **91** (21), 213002 (2003).
2. Schmid S., Thalhammer G., et al. *New J. Phys.*, **8** (8), 159 (2006).
3. Greenaway M.T., Balanov A.G., Fromhold T.M. *Phys. Rev. A*, **87** (1), 013411 (2013).
4. Lin Y.-J., Jimenez-García K., Spielman I.B. *Nature*, **471** (7336), 83 (2011).
5. Hammer C., Zhang Y., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **114** (7), 070401 (2015).
6. Fallani L., Catallotti F.S., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **91** (24), 240405 (2003).
7. Browaeys A., Häffner H., et al. *Phys. Rev. A*, **72** (5), 053605 (2005).
8. Mun J., Medley P., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **99** (15), 150604 (2007).
9. Arahata E., Nikuni T. *Phys. Rev. A*, **79** (6), 063606 (2009).
10. Pichler H., Schachenmayer J., Daley A.J., Zoller P. *Phys. Rev. A*, **87** (3), 033606 (2013).
11. Burkhardt S., Kraft M., Mannella R., Wimberger S. *New J. Phys.*, **15**, 045008 (2013).
12. Argonov V.Yu., Makarov D.V. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **49** (17), 175503 (2016).
13. Makarov D.V., Kon'kov L.E. *Eur. J. Phys. B*, **87** (12), 281 (2014).
14. Makarov D.V., Kon'kov L.E. *Phys. Lett. A*, **377** (43), 3093 (2013).
15. Makarov D.V., Kon'kov L.E. *Phys. Scr.*, **90** (3), 035204 (2015).
16. Neiman A., Schimansky-Geier L. *Phys. Rev. Lett.*, **72** (19), 2988 (1994).
17. Анищенко В.С., Нейман А.Б., Мосс Ф., Шиманский-Гайер Л. *УФН*, **169** (1), 7 (1999) [*Phys. Usp.*, **42** (1), 7 (1999)].
18. Wilkinson M., Mehlig B., Cohen D. *Europhys. Lett.*, **75** (5), 709 (2006).