

# Микроволновый стандарт частоты на ионах $^{25}\text{Mg}^+$ : ожидаемые характеристики и перспективы

И.В.Заливако, И.А.Семериков, А.С.Борисенко, К.Ю.Хабарова, В.Н.Сорокин,  
Н.Н.Колачевский

*Предложена схема нового стандарта частоты на основе микроволнового перехода между сверхтонкими компонентами основного состояния в ионах  $^{25}\text{Mg}^+$ . Захват ионов предлагается осуществлять с использованием линейной квадрупольной ловушки Пауля, а лазерное охлаждение, подготовку ансамбля частиц и детектирование – с помощью единой лазерной системы, основанной на полупроводниковом лазере. Приведена оценка характеристик предполагаемого стандарта.*

**Ключевые слова:** микроволновый стандарт частоты, ионы  $^{25}\text{Mg}^+$ .

## 1. Введение

Компактные стандарты частоты (СЧ) широко востребованы во многих областях современной прикладной физики. Они также используются в системах позиционирования, системах глобальной спутниковой навигации (ГНСС) (пользовательский и космический сегменты), в системах радиоастрономии, а кроме того, в телекоммуникации и для скоростной передачи данных. На сегодняшний день коммерчески доступны компактные, весом менее 100 г, микроволновые реперы на газовых ячейках (например, приборы SA.31m фирмы Microsemi [1]), которые обеспечивают относительную суточную нестабильность частоты на уровне единиц 11-го знака при относительной погрешности не лучше  $10^{-9}$ . К их недостаткам относится необходимость использования буферного газа для увеличения времени когерентности состояния атомов. Столкновения атомов с буферным газом приводят к сдвигу частоты, пропорциональному давлению в ячейке. Результирующий относительный сдвиг частоты определяется точностью контроля температуры ячейки, а также деградацией последней [2]. В более сложных и точных приборах используется метод Рэмси. Первичный стандарт 5071A [3] весом 30 кг (Microsemi) обеспечивает относительную суточную нестабильность  $3 \times 10^{-14}$  при относительной погрешности на уровне  $5 \times 10^{-13}$ .

Другим распространенным типом СЧ является водородный мазер. Водородные пассивные мазеры (Ч1-1007),

предлагаемые компанией «Время-Ч», обеспечивают суточную нестабильность в  $5 \times 10^{-15}$  при относительной погрешности частоты на уровне  $10^{-13}$ . Активные мазеры обладают лучшими характеристиками сигнала, однако уступают пассивным в компактности. Обычно вес водородных мазеров составляет несколько десятков килограммов. Для мазеров характерны редкие, но значительные перескоки частоты, что ограничивает возможность их применения без дополнительных реперов частоты. Такие скачки бывают вызваны механической нестабильностью внутреннего покрытия накопительной колбы, применяющегося для увеличения времени когерентности состояния атомов водорода.

Сегодня СЧ на основе газовых ячеек и пассивных водородных мазеров используются в качестве бортовых хранителей времени в ГНСС различных государств. В свою очередь активные водородные мазеры также успешно используются в космических экспериментах. Так, на борту космического радиотелескопа «Радиоастрон» (ФИАН), запущенного в 2012 г., установлен российский активный мазер, работающий уже на протяжении пяти лет [4]. Задача повышения компактности и надежности при сохранении высоких характеристик СЧ сохраняет свою актуальность. Существует потребность в компактном и надежном стандарте частоты с относительной погрешностью на уровне единиц 15-го знака на суточном интервале усреднения. Предлагаются различные пути ее решения, однако однозначного ответа на вопрос, какой из них является оптимальным, на сегодня нет.

Следует отметить, что требуемые характеристики могут быть достигнуты с использованием транспортируемых оптических стандартов частоты, которые уже сегодня демонстрируют характеристики воспроизводимости частоты на уровне лучше 16-го знака [5]. Однако пока такие системы очень громоздки и требуют деликатной настройки лазерной оптической части, с помощью которой осуществляется охлаждение, удержание и считывание метрологического перехода. Кроме того, для использования сигнала оптического СЧ в прикладных задачах необходимо выполнить преобразование оптической частоты в микроволновый диапазон, для чего служит фемтосекундный синтезатор частот (ФСОЧ) [6]. Группой

**И.В.Заливако, А.С.Борисенко, К.Ю.Хабарова, Н.Н.Колачевский.** Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Российский квантовый центр, Россия, 143025 Москва, Сколково, ул. Новая, 100; Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия, Московская обл., 141707 Долгопрудный, Институтский пер., 9; e-mail: zalivako.ilya@yandex.ru

**И.А.Семериков, В.Н.Сорокин.** Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Российский квантовый центр, Россия, 143025 Москва, Сколково, ул. Новая, 100; e-mail: ilia179@mail.ru

Поступила в редакцию 9 марта 2017 г., после доработки – 25 марта 2017 г.

М.Губина в ФИАНе ведется разработка компактного оптического стандарта частоты на основе He–Ne-лазера, стабилизированного по часовому переходу в метане, который интегрирован в схему ФСОЧ для преобразования частоты в микроволновый диапазон [7].

Несомненный интерес представляет использование в микроволновых СЧ ансамблей ионов, захваченных в ловушку. Большие облака ионов (до  $10^6$ ) могут быть локализованы в ловушке Пауля при помощи радиочастотного электрического поля, что позволяет снять ограничение как на время когерентности состояния иона, так и на время взаимодействия с микроволновым и оптическим полями без использования буферного газа. В качестве часовых обычно служат переходы между компонентами сверхтонкой структуры основного состояния. На данный момент различными группами проводятся исследования по созданию СЧ на ионах  $^{199}\text{Hg}^+$  (частота перехода 40 Гц) [8],  $^{137}\text{Ba}^+$  (8 ГГц) [9],  $^9\text{Be}^+$  (0.3 ГГц) [10],  $^{171}\text{Yb}^+$  (12.6 ГГц) [11],  $^{113}\text{Cd}^+$  (15.2 ГГц) [12]. Следует особо отметить микроволновый стандарт на ионах  $^{199}\text{Hg}^+$ , демонстрирующий кратковременную нестабильность на уровне  $5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ , а также на ионах  $^{113}\text{Cd}^+$  с кратковременной нестабильностью  $6 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$ .

В настоящей работе мы рассматриваем возможность использования иона  $^{25}\text{Mg}^+$  для создания микроволнового репера частоты. Несмотря на относительно небольшое расщепление компонент сверхтонкой структуры основного состояния (1.8 ГГц), ион магния обладает некоторыми преимуществами. В частности, его схема уровней позволяет производить охлаждение, подготовку и опрос ансамбля при помощи одной лазерной системы и нескольких оптических модуляторов. Захват в ловушку и лазерное охлаждение ионов магния, продемонстрированные нами в работе [13], в дальнейшем, после незначительной модификации установки, позволят выполнить исследования характеристик сверхтонкого перехода основного состояния в ионе магния.

## 2. Система уровней $^{25}\text{Mg}^+$ и предлагаемая экспериментальная схема

Схема энергетических уровней иона  $^{25}\text{Mg}^+$  (ядерный спин  $I = 5/2$ ), предлагаемых для использования в репере частоты, приведена на рис. 1. В качестве часового предлагается использовать магнитодипольный переход между компонентами сверхтонкой структуры основного состояния с частотой  $\nu_{\text{HFS}} = 1.789$  ГГц. Вклад линейного эффекта Доплера будет подавлен за счет эффекта Лэмба–Дике, поскольку ионы будут локализованы в объеме, заведомо меньшем длины волны. Однако для подавления квадратичного эффекта Доплера и удобства считывания перехода необходимо осуществить лазерное охлаждение.

Доплеровское охлаждение ионов  $^{25}\text{Mg}^+$  осуществляется на переходе между уровнями  $^2\text{S}_{1/2}$  и  $^2\text{P}_{3/2}$ , который также используется для приготовления квантовых состояний и детектирования. Переход  $^2\text{S}_{1/2} \rightarrow ^2\text{P}_{3/2}$  на длине волны 280 нм имеет естественную ширину  $\Gamma = 2\pi \times 41.4$  МГц и интенсивность насыщения  $I_{\text{sat}} = 250$  мВт/см<sup>2</sup>. Хотя переход является почти циклическим, ионы могут теряться из цикла охлаждения. Наличие сверхтонкой структуры верхнего уровня с расщеплением порядка  $\Gamma$  приводит к нерезонансному возбуждению перехода  $^2\text{S}_{1/2}(F = 3, m_F = 3) \rightarrow ^2\text{P}_{3/2}(F = 3, m_F = 3)$ . В результате часть ионов оказывается в долгоживущем состоянии  $^2\text{S}_{1/2}(F = 2)$  и теряется из процесса охлаждения. Для возвращения ионов в цикл охлаждения необходимо перекачивающее излучение, связывающее уровни  $^2\text{S}_{1/2}(F = 2)$  и  $^2\text{P}_{3/2}(F = 3)$ .

Предлагаемая схема эксперимента приведена на рис. 2. Удержание ионов магния осуществляется при помощи линейной квадрупольной ловушки Пауля, детальное описание которой приведено в [13]. Секулярные частоты движения ионов  $^{25}\text{Mg}^+$  в ловушке в радиальном и аксиальном направлениях есть  $\omega_{\text{rad}} \approx 2\pi \times 500$  кГц и  $\omega_{\text{ax}} \approx 2\pi \times 100$  кГц соответственно, глубина потенциала ловушки  $D \approx 3$  эВ. Загрузка ионов происходит методом ударной

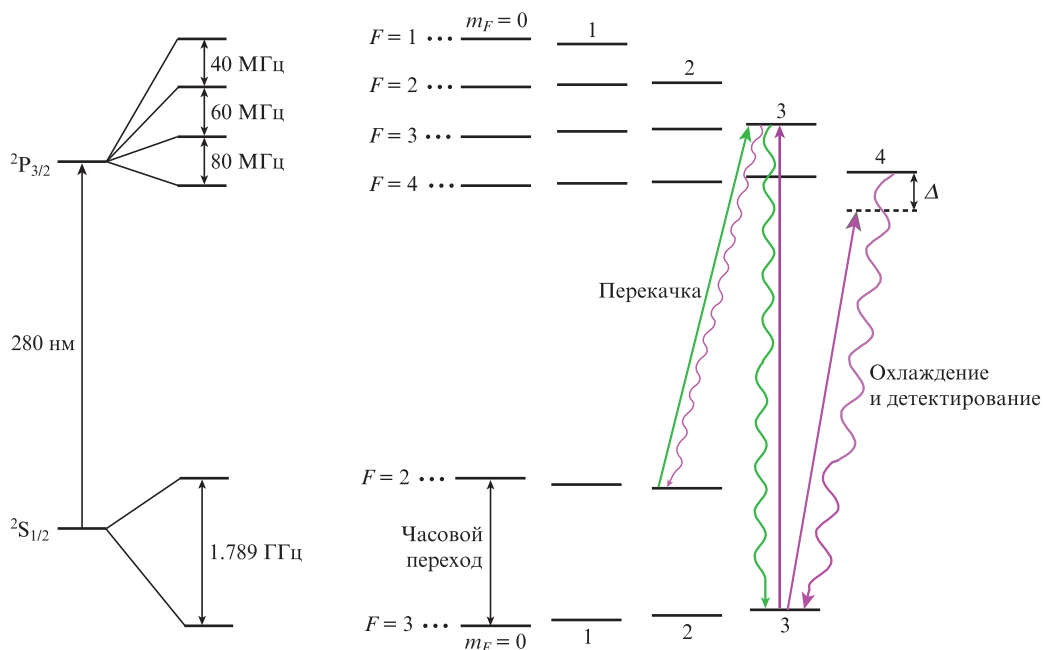


Рис. 1. Схема уровней иона  $^{25}\text{Mg}^+$ , используемых в эксперименте. Охлаждающее лазерное излучение отстроено от резонанса в красную сторону на величину  $\Delta \approx \Gamma/2$ . Перекачивающее излучение применяется для возвращения ионов, нерезонансно возбужденных охлаждающим излучением в состоянии  $^2\text{S}_{1/2}(F = 2)$ , в цикл охлаждения.

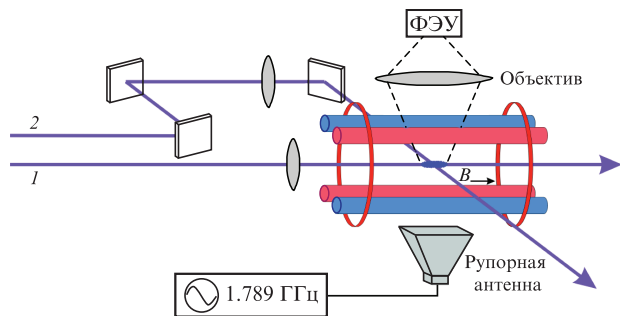


Рис.2. Схема установки для спектроскопии часового перехода в ионах  $^{25}\text{Mg}^+$ :

1, 2 – лазерные пучки (280 нм), обеспечивающие доплеровское охлаждение, подготовку квантового состояния и регистрацию доли возбужденных ионов; часовой переход возбуждается при помощи пирамидальной рупорной антенны; флуоресценция ионов регистрируется широкоапертурным объективом и ФЭУ;  $B$  – магнитное поле для снятия вырождения по магнитным квантовым числам.

ионизации атомов магния электронным пучком непосредственно в объеме ловушки. Поскольку изотопный состав магниевого атомного пучка является естественным, а используемый метод ионизации – неселективным, доля ионов  $^{25}\text{Mg}^+$  среди ионов других изотопов составляет 10%. Наличие ионов других изотопов в ловушке нежелательно, поскольку оно будет приводить к нагреву частиц, а также к ухудшению отношения сигнал/шум. Поэтому после загрузки ионов в ловушку необходимо осуществлять селекцию захваченных ионов по атомной массе. Этого можно добиться изменением амплитуды переменного потенциала на электродах ловушки и добавлением к нему постоянной составляющей, что приведет к сдвигу параметров ловушки в область, где будет устойчивым движение только изотопа  $^{25}\text{Mg}^+$ . Для реализации репера частоты планируется захватывать в ловушку около  $10^6$  ионов  $^{25}\text{Mg}^+$ .

Важным преимуществом ионных стандартов частоты является большое время жизни ионов в ловушке, что позволяет обеспечивать большое время взаимодействия возбуждающего излучения с частицами. Время жизни ионов в ловушке ограничивается, главным образом, двумя факторами: радиочастотным нагревом частиц, связанным с межйонным взаимодействием и отклонениями удерживающего потенциала от квадрупольного, и столкновениями захваченных ионов с нейтральными атомами [13–15]. Такие столкновения могут приводить к обмену зарядами иона и нейтрального атома и, следовательно, к потере иона из ловушки. Для подавления второго фактора ловушка располагается внутри вакуумной камеры, в которой при помощи ион-геттерного насоса давление поддерживается на уровне  $2 \times 10^{-10}$  мбар, что обеспечивает время жизни ионов в ловушке порядка десятков минут.

В отсутствие магнитного поля ионы могут переходить между вырожденными по энергии магнитными компонентами в результате столкновений с другими ионами, что значительно уменьшает время когерентности квантового состояния частицы и, соответственно, отношение сигнал/шум планируемого стандарта частоты. Приложение магнитного поля с индукцией  $B \approx 10$  мГс, направленного вдоль оси ловушки, позволит снять вырождение магнитных подуровней и предотвратить переходы между магнитными компонентами. Точная величина магнитного поля, обеспечивающая оптимальное отношение сигнал/шум, должна подбираться экспериментально.

В качестве источника микроволнового излучения планируется использовать генератор SRS DS345 (с возможностью стабилизации частоты по сигналу пассивного водородного мазера). Для усиления сигнала генератора нами разработана пирамидальная рупорная антенна с линейными размерами волновода  $54 \times 107 \times 154$  мм, направляющая сигнал в область удержания ионов. Для селективного возбуждения  $\pi$  переходов между сверхтонкими компонентами основного состояния важно, чтобы направление поляризации вектора магнитной индукции было параллельным оси ловушки.

Доплеровское охлаждение, оптическая накачка и регистрация ионов магния обеспечиваются лазерной системой, описанной в [16]. Оптическая схема, предлагаемая в эксперименте, представлена на рис.3. Излучение на длине волны 280 нм делится поляризационным светоделителем на две части. Полученные пучки отстраиваются по частоте при помощи акустооптических модуляторов (АОМ) в двухпроходной конфигурации таким образом, чтобы разность частот пучков соответствовала частоте сверхтонкого расщепления основного состояния  $\nu_{\text{HFS}}$ . Таким образом, излучение одного из пучков оказывается в резонансе с переходом  $^2\text{S}_{1/2}(F=3) \rightarrow ^2\text{P}_{3/2}$ , а излучение второго – с переходом  $^2\text{S}_{1/2}(F=2) \rightarrow ^2\text{P}_{3/2}$ . Кроме того, АОМы позволяют быстро и независимо включать и выключать оба пучка. Для изменения поляризации пучков в эксперименте можно использовать электрооптические модуляторы (ЭОМ) или полуволновые фазовые пластинки на моторизованных платформах.

Регистрация флуоресценции ионов  $^{25}\text{Mg}^+$  может осуществляться при помощи ФЭУ. Сбор излучения от ионов будет производиться при помощи широкоапертурного объектива с пятикратным увеличением.

### 3. Спектроскопия часового перехода

После загрузки ионов в ловушку и их селекции по атомной массе начинается циклический процесс регистрации часового перехода. Цикл измерения частоты часового перехода состоит из четырех этапов. Это доплеровское охлаждение ионов, оптическая накачка, возбуждение часового перехода по схеме Рэмси и регистрация доли возбужденных ионов.

Для осуществления охлаждения на промежуток времени  $t_{\text{cool}} \approx 1$  с включаются  $\sigma^+$ -поляризованные охлаждающий и перекачивающий пучки. Первый из них отстроен на  $\Gamma/2$  в красную область от перехода  $^2\text{S}_{1/2}(F=3) \rightarrow ^2\text{P}_{3/2}(F=4)$ . Перекачивающий пучок, резонансно связывающий уровни  $^2\text{S}_{1/2}(F=2) \rightarrow ^2\text{P}_{3/2}(F=3)$ , необходим для возвращения в охлаждающий цикл ионов, перешедших в состояние  $^2\text{S}_{1/2}(F=2)$  из-за нерезонансного возбуждения охлаждающим лазером перехода  $^2\text{S}_{1/2}(F=3) \rightarrow ^2\text{P}_{3/2}(F=3)$ .

В качестве часового планируется использовать переход  $^2\text{S}_{1/2}(F=2, m_F=0) \rightarrow ^2\text{S}_{1/2}(F=3, m_F=0)$ . Частота перехода  $\nu_0$  между магнитными компонентами с нулевым значением проекции момента на ось ловушки зависит от магнитного поля только во втором порядке малости по полю, тогда как частоты переходов между другими магнитными компонентами зависят от напряженности поля уже в первом порядке. Частота часового перехода зависит от величины магнитного поля:  $\nu_0(B) = \nu_{\text{HFS}} + \eta B^2$ , где  $\nu_{\text{HFS}}$  – частота перехода в отсутствие магнитного поля, а коэффициент  $\eta = 2.199$  кГц/Гс<sup>2</sup>. Накачка на уровень  $^2\text{S}_{1/2}(F=2, m_F=0)$  может осуществляться при помощи

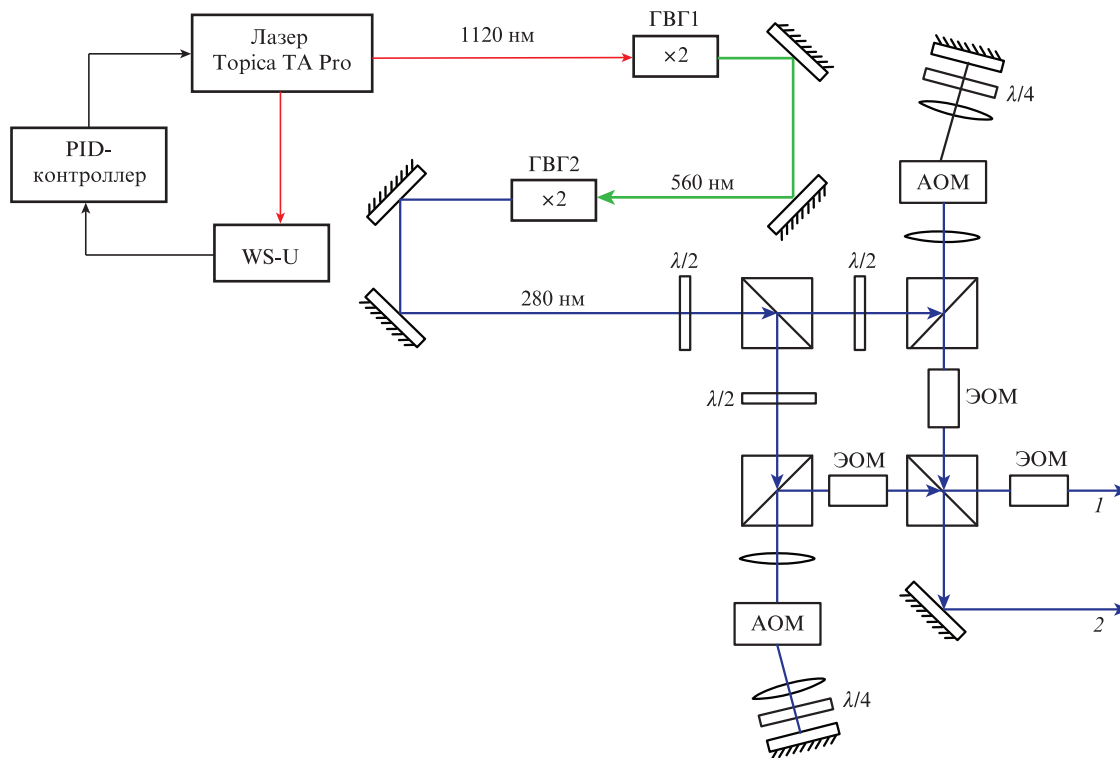


Рис.3. Оптическая схема для формирования излучения лазерного охлаждения, накачки и регистрации доли возбужденных ионов  $^{25}\text{Mg}^+$ : ГВГ1 и ГВГ2 – удвоители оптической частоты на нелинейных кристаллах LBO и BBO соответственно; 1, 2 – лазерные пучки, заводящие в ионную ловушку (рис.2); WS-U – высокостабильный измеритель длин волн, использующийся для стабилизации длины волны лазера Topica TA Pro.

двух лазерных пучков. Один из них должен быть настроен в резонанс с переходом  $^2\text{S}_{1/2}(F=2) \rightarrow ^2\text{P}_{3/2}(F=2)$ , иметь линейную поляризацию и быть направлен вдоль оси ловушки. Второй пучок должен связывать уровни  $^2\text{S}_{1/2}(F=3)$  и  $^2\text{P}_{3/2}(F=3)$ . Для обеспечения высокой эффективности накачки поляризация и направление этого пучка должны периодически меняться, чтобы возбуждать попеременно  $\pi$ - и  $\sigma^+$ -переходы.

Для компенсации сдвига частоты часового перехода за счет квадратичного эффекта Зеемана необходимо с высокой точностью измерять магнитное поле в области захвата ионов. Обычно такое измерение выполняется в экспериментальном цикле по расщеплению частот переходов  $^2\text{S}_{1/2}(F=2, m_F=\pm 2) \rightarrow ^2\text{S}_{1/2}(F=3, m_F=\pm 2)$ . Так как частоты этих переходов,  $\nu_2$  и  $\nu_{-2}$ , линейно зависят от магнитного поля, его индукция может быть вычислена по формуле  $B = \kappa(\nu_{-2} - \nu_2)$ , где  $\kappa = 0.267 \text{ Гс/МГц}$ , при выводе которой использовались коэффициенты  $g_J = 2.002254(3)$  [17] и  $g_J = 3.419804(27)$  [18] для электронного и ядерного g-факторов соответственно. Накачка на уровни  $^2\text{S}_{1/2}(F=2, m_F=\pm 2)$  может осуществляться аналогично накачке на уровень с  $m_F=0$ , за исключением того, что первый пучок должен быть соответственно  $\sigma^+$ - или  $\sigma^-$ -поляризованным (рис.4).

После накачки на нужный магнитный подуровень возбуждение часового перехода производится двумя радиочастотными  $\pi/2$ -импульсами. Их длительности и интервал между ними будут оптимизироваться экспериментально для достижения наилучших значений стабильности и точности. После возбуждения часового перехода доля возбужденных ионов будет определяться при помощи ФЭУ по уровню их флуоресценции при рассеянии охлаждающего лазерного излучения.

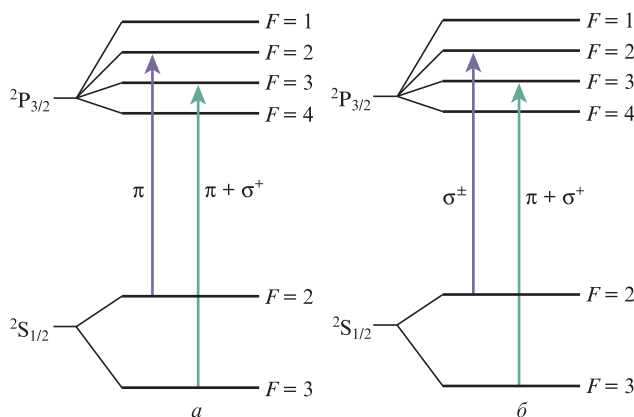


Рис.4. Схемы оптической накачки иона  $^{25}\text{Mg}^+$  на подуровни  $^2\text{S}_{1/2}(F=2, m_F=0)$  (а) и  $^2\text{S}_{1/2}(F=2, m_F=\pm 2)$  (б).

#### 4. Оценка основных характеристик

Основными эффектами, приводящими к сдвигу частоты часового перехода в микроволновых ионных стандартах частоты, являются эффект Доплера второго порядка и квадратичный эффект Зеемана. Вклады других эффектов, таких как динамический эффект Штарка, вызванный полями ловушки и равновесным тепловым излучением, а также столкновительный сдвиг, гораздо слабее влияют на частоту часового перехода и ее погрешность.

Поскольку область локализации ионов в ловушке значительно меньше половины длины волны, соответствующей излучению на длине волны часового перехода, эффект Доплера первого порядка оказывается подавленным и вклад в погрешность дает только эффект Доплера

второго порядка. Связанный с ним относительный сдвиг частоты может быть оценен по формуле [19]

$$\frac{\delta v_D}{v} = -\frac{3k_B T}{2mc^2} \left(1 + \frac{2}{3} N_D^k\right),$$

где  $k_B$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура ионного облака;  $m$  – масса иона;  $c$  – скорость света. Слагаемое  $N_D^k$  характеризует доплеровский сдвиг, связанный с микродвижением ионов, и для аналогичных конфигураций ловушек при наличии лазерного охлаждения обычно составляет  $\sim 3$ . При неопределенности температуры 1 К для иона  $^{25}\text{Mg}^+$  относительная неточность частоты  $\delta v_D/v$ , связанная с эффектом Доплера, составит приблизительно  $2 \times 10^{-14}$ .

Погрешность, обусловленную квадратичным эффектом Зеемана, можно оценить как

$$\frac{\delta v_Z}{v} = \frac{2\eta B \delta B}{v_{\text{HFS}}}.$$

При  $\delta B \approx 1$  мкГс погрешность  $\delta v_Z/v = 3 \times 10^{-14}$ .

Теоретически достижимую относительную нестабильность частоты будущего стандарта на коротких временах усреднения можно оценить по известной формуле [20]

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{2\pi v_{\text{HFS}} \Delta t_R \text{SNR}} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}}, \quad \tau \geq T_c \geq 2\Delta t_R,$$

где  $\Delta t_R$  – промежуток времени между последовательными микроволновыми импульсами в схеме Рэмси; SNR – отношение сигнал/шум;  $T_c$  – длительность цикла измерения частоты;  $\tau$  – время усреднения сигнала. Если единственным источником шума в процессе измерения является квантовый проекционный шум, то  $\text{SNR} = \sqrt{N_i}$ , где  $N_i$  – число ионов в ловушке. При  $v_{\text{HFS}} = 1.789$  ГГц,  $\Delta t_R = 1$  с,  $T_c = 2\Delta t_R$  и  $N_i = 10^6$  относительную нестабильность частоты на небольших временах усреднения для данного стандарта можно оценить в  $1.3 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$ . Однако существуют и другие источники шумов, например флуктуации магнитного поля, которые приводят к ухудшению отношения сигнал/шум, а следовательно, влияют на стабильность стандарта.

Предлагаемый стандарт уступает по относительной нестабильности микроволновому стандарту на ионах ртути, в основном из-за небольшого сверхтонкого расщепления основного состояния. В то же время предлагаемые нами эксперименты с использованием компактной ионной ловушки и оригинальной оптической схемы позволяют создать научный и технологический задел для нового поколения микроволновых ионных стандартов с лазерным охлаждением.

Таким образом, нами рассмотрен микроволновый стандарт частоты на сверхтонком расщеплении основно-

го состояния иона  $^{25}\text{Mg}^+$ , проработана схема эксперимента и установлена последовательность опроса часового перехода. Выполнена оценка точности относительного сдвига частоты  $\delta v/v \approx 3.6 \times 10^{-14}$  при умеренных требованиях к флуктуациям магнитного поля и температуре облака. Приведена оценка относительной нестабильности стандарта на малых временах:  $\sigma_y(\tau) = 1.3 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$ . Помимо прикладных аспектов, планируемые измерения позволят уточнить константу сверхтонкого расщепления иона магния.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 16-12-00096).

1. <https://www.microsemi.com/products/timing-synchronization-systems/embeddedtiming-solutions/components/sa-31m-sa-33m-amp-sa-35m#documents>.
2. Bandi Th., Affolderbach Ch., Stefanucci C., Merli F., Skrivervik A.K., Mileti G. *IEEE Transac. Ultrason., Ferroelectr., and Frequency Control.*, **61**, 1769 (2014).
3. [https://www.microsemi.com/document-portal/doc\\_view/133269-5071a](https://www.microsemi.com/document-portal/doc_view/133269-5071a).
4. Уткин А., Беляев А., Павленко Ю. *Матер. симп. «Метрология времени и пространства»* (2012).
5. Riehle F. *Nature Photon.*, **11**, 25 (2017).
6. Wilken T., Lezius M., Hänsch T.W., Kohfeldt A., Wicht A., Schkolnik V., Krutzik M., Duncker H., Hellmig O., Windpassinger P., Sengstock K., Peters A., Holzwarth R. *Proc. CLEO: Applications and Technol.*, AF2H.5 (2013).
7. Киреев А.Н., Таусенев А.В., Тюриков Д.А., Шелковников А.С., Шепелев Д.В., Колященко А.В., Губин М.А. *Квантовая электроника*, **46** (12), 1139 (2016) [*Quantum Electron.*, **46** (12), 1139 (2016)].
8. Burt E.A., Diener W.A., Tjoelker R.L. *IEEE Transac. Ultrason., Ferroelectr., and Frequency Control.*, **55** (12), 2586 (2008).
9. Knab H., Niebing K., Werth G. *IEEE Trans. Instr. Measurement*, **34** (2), 242 (1985).
10. Bollinger J.J., Heinzen D.J., Itano W.M., Gilbert S.L., Wineland D.J. *IEEE Trans. Instr. Measurement*, **40** (2), 126 (1991).
11. Park S.J., Manson P.J., Wouters M.J., Warrington R.B., Lawn M.A., Fisk P.T.H. *Frequency Control Symposium, 2007 Joint with the 21st European Frequency and Time Forum. IEEE International*, 613 (2007).
12. Miao K., Zhang J.W., Sun X.L., Wang S.G., Zhang A.M., Liang K., Wang L.J. *Opt. Lett.*, **40** (18), 4249 (2015).
13. Семериков И.А., Заливако И.В., Шпаковский Т.В., Борисенко А.С., Хабарова К.Ю., Сорокин В.Н., Колачевский Н.Н. *Квантовая электроника*, **46** (10), 935 (2016) [*Quantum Electron.*, **46** (10), 935 (2016)].
14. Harmon T.J., Moazzan-Ahmadi N., Thompson R.I. *Phys. Rev. A*, **67**, 013415 (2003).
15. Rapp D., Francis W.E. *J. Chem. Phys.*, **37**, 2631 (1962).
16. Shpakovsky T.V., Zalivako I.V., Semerikov I.A., Golovizin A.A., Borisenko A.S., Khabarova K.Yu., Sorokin V.N., Kolachevsky N.N. *J. Russ. Laser Res.*, **37**, 440 (2016).
17. Bollinger J.J. *Bull. Am. Phys. Soc.*, **37**, 1117 (1992).
18. Itano W.M., Wineland D.J. *Phys. Rev. A*, **24**, 1364 (1981).
19. Prestage J.D., Tjoelker R.L., Maleki L. *Joint Meeting EFTF - IEEE IFCS*, **124** (1), 121 (1999).
20. Fisk P.T.H. *Rep. Progr. Phys.*, **60**, 761 (1997).