НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

Генерация гигантских пространственно локализованных волновых пакетов гауссовой формы в активных световодах с насыщающейся инерционной нелинейностью

В.М.Журавлев, И.О.Золотовский, П.П.Миронов, М.С.Явтушенко, В.Растоджи

Рассмотрена динамика волновых пакетов в активном световоде с насыщающейся инерционной нелинейностью логарифмического типа. Показана возможность формирования в подобного рода структурах пространственно локализованных волновых пакетов гауссовой формы (TEM_{00} мода) с большой (существенно превышающей 100 мкм^2) площадью моды и большой (свыше 1 ТВт) пиковой мощностью.

Ключевые слова: *активный световод, насыщающаяся логарифмическая нелинейность, трехмерный солитоноподобный импульс, одномодовый волновой пакет с гигантской пиковой мощностью.*

1. Введение

Значительный интерес к световодам с большой эффективной площадью моды, относительно малыми нелинейными параметрами и высоким порогом разрушения определяется возможностями формирования в них импульсов с большой пиковой мощностью (свыше 1 МВт), что делает их пригодными для решения целого ряда практических задач [1–7]. При этом стандартное одномодовое волокно, напротив, имеет достаточно малую эффективную площадь моды, не превышающую 100 мкм^2. Получение эффективного одномодового сигнала (например, гауссовой TEM_{00} моды) на выходе световода потребует, очевидно, большей площади сердцевины световода, при этом для дальнейшего эффективного сжатия (временной и пространственной фокусировки) пучка такой световод по возможности должен оставаться одномодовым.

В настоящей работе рассматривается динамика пространственно локализованных волновых пакетов в среде с инерционной насыщающейся нелинейностью логарифмического типа. Среды с нелинейностью такого типа ранее рассматривались в работах [8–14]. Показано, что модель насыщающейся логарифмической нелинейности точнее описывает динамику мощных импульсов, распространяющихся в световодах с легирующими добавками, чем классическая двухуровневая модель насыщающейся нелинейности.

Предложен механизм генерации в подобных световодах одномодовых волновых пакетов (импульсов) гауссовой формы с площадью моды, существенно превышающей 100 мкм^2, и энергией свыше 1 мДж. Генерация волновых пакетов с соответствующими параметрами делает возможным их дальнейшее сжатие с помощью стандартных методов до волновых масштабов (диаметр ~1 мкм) и интенсивностей $I \gg 10^{16}$ Вт/см^2. В результате реализация лазерных комплексов с такими характеристиками может способствовать решению целого ряда важнейших технологических задач, включая разработку лазерных ускорителей заряженных частиц и систем управления ядерными и термоядерными реакциями [3–8].

Наиболее перспективным с этой точки зрения представляется использование оптических усилителей дисковой формы (с поперечными размерами, много большими размеров одномодовых световодов) на основе полупроводников [15–19] или сильно легированных редкоземельными элементами стекол (рис.1). В этом случае может использоваться короткий (менее 1 м) световод большого диаметра (кварцевый диск), сильно легированный эрбием, неодимом или иттербием, который при надлежащем изготовлении и соответствующей накачке может иметь коэффициент нелинейности в 5×10^5 раз больший, чем у обычного волокна [20]. Для полупроводниковых усилителей представляется возможным использование токовой накачки и получение гигантских значений инкремента усиления – значительно больших 10 см$^{-1}$. Важным допол-

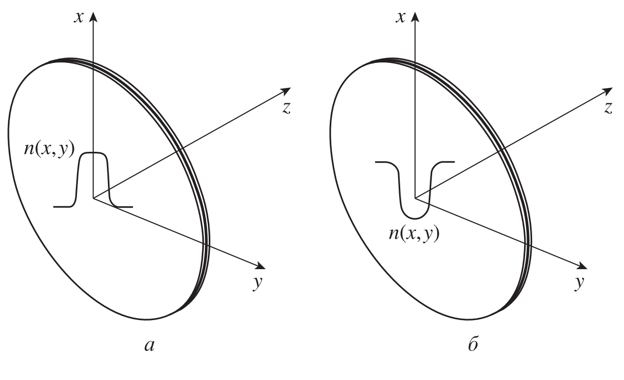

Рис.1. «Фокусирующий» параболический световод с уменьшающимся от центра показателем преломления $n(x,y,z,t) = n_0(1 - |m_x|x^2/x_0^2 - |m_y|y^2/y_0^2) + \Delta n(I)$ (*а*) и «расфокусирующий» параболический световод с увеличивающимся от центра показателем преломления $n(x,y,z,t) = n_0(1 + |m_x|x^2/x_0^2 + |m_y|y^2/y_0^2) + \Delta n(I)$ (*б*).

В.М.Журавлев, И.О.Золотовский, П.П.Миронов, М.С.Явтушенко. Ульяновский государственный университет, Россия, 432970 Ульяновск, ул. Л.Толстого, 42; e-mail: rafzol.14@mail.ru
V.Rastogi. Department of Physics, Indian Institute of Technology Roorkee, 247667, Roorkee, India

Поступила в редакцию 23 декабря 2016 г., после доработки – 24 марта 2017 г.

нительным преимуществом коротких (длиной значительно меньше 1 м) дисковых усилителей большой мощности может стать возможность их эффективного охлаждения.

Другим способом формирования таких высокоэнергетичных гауссовых импульсов (в одномодовом режиме – типа TEM_{00} моды) с большой площадью моды могут оказаться сильно легированные (как правило, ионами иттербия) тейперированные световоды (см., напр., [21–26]) с увеличивающимся диаметром и большой концентрацией активных центров.

Отметим, что рассмотренные эффекты, описываемые моделью логарифмической насыщающейся нелинейности, вероятно, могут наблюдаться и в стандартных волоконных световодах – в том случае, если они сильно легированы, а пиковая интенсивность распространяющегося импульса $I_0 \gg 10^{11}$ Вт/см^2. Это могут быть световоды, легированные германием, или световоды с сердцевиной из фосфатного стекла [27–31]. Очевидно, что при рассмотрении динамики высокоинтенсивных импульсов (с $I_0 > 10^{11}$ Вт/см^2) в сильно легированных лазерных средах неизбежно возникает вопрос о необходимости учета эффекта насыщения нелинейности и инерционности нелинейного отклика [32–35].

В настоящей работе продемонстрирована возможность формирования одномодового импульса гауссовой формы с чрезвычайно большой пиковой мощностью (свыше 1 ТВт) и значительной площадью моды (т. е. трехмерного солитона с большими площадью моды и энергией). Такой импульс впоследствии легко может быть сжат с помощью классических методик (с использованием линз и дифракционных решеток) до пиковых интенсивностей $I_0 \gg 10^{16}$ Вт/см^2.

2. Основные уравнения для описания динамики волнового пакета в среде с насыщающейся нелинейностью логарифмического типа

Рассмотрим динамику волнового пакета, распространяющегося в нелинейной среде с параболическим по сечению световода распределением показателя преломления. В этом случае ее можно описать уравнением

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\mathrm{i}}{2}\left(D_x \frac{\partial^2}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2}{\partial y^2} + D_\tau \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\right)A$$
$$= \mathrm{i}k_0 \delta n(z, x, y, t, I)A + g(z)A, \qquad (1)$$

где A – медленно меняющаяся амплитуда волнового пакета; $k_0 = \omega_0/c$; δn – возмущение показателя преломления световода; $g(z)$ – инкремент усиления световода, который мы полагаем зависящим только от продольной координаты z; $\tau = t - \int_0^z \mathrm{d}z/u_\mathrm{g}(z)$ – время в «бегущей» системе координат; $u_\mathrm{g} = (\partial\beta/\partial\omega)^{-1}_{\omega=\omega_0}$ – групповая скорость; β – постоянная распространения волнового пакета; $D_\tau = (\partial^2\beta/\partial\omega^2)_{\omega=\omega_0}$ – дисперсия групповых скоростей; $D_x \cong D_y \cong 1/(n_0k_0) = 1/\beta_0$ – соответствующие дифракционные параметры (предполагаются приблизительно равными, что справедливо в случае слабого двулучепреломления на оси световода); n_0 – показатель преломления сердцевины световода; $\beta_0 \approx n_0k_0$.

При этом для «возмущенного» показателя преломления световода с учетом насыщающейся нелинейности (которую мы полагаем однородной по сечению световода) и параболического распределения линейной составляющей показателя преломления можно записать:

$$\delta n(x, y, z, t) = n_0\left(m_x \frac{x^2}{x_0^2} + m_y \frac{y^2}{y_0^2}\right) - \Delta n(I(x, y, z, t)), \qquad (2)$$

где $m_{x,y}$ – коэффициенты модуляции по соответствующим направлениям (далее предполагается, что $|m_{x,y}| \ll 1$); x_0 и y_0 – эффективные поперечные размеры световода. При этом мы считаем, что интенсивное излучение приводит к изменению показателя преломления, который может быть оценен как $n(x = 0, y = 0, z) = n_0 + \sum\chi_i\Delta n_i(I)$, где χ_i – функция, зависящая от концентрации соответствующей i-й компоненты среды (параметр, изменяющийся от 0 до 1).

В данном случае считается, что каждая отдельная компонента вносит свой вклад $\Delta n_i(I)$ в изменение показателя преломления. При $\chi = 1$ материал (нелегированный кварцевый световод, жидкость или полупроводник определенного типа и т. д.) предполагается полностью однородным.

При этом следует отметить, что в средах с большой кубической (керровской) нелинейностью время отклика на воздействие практически всегда достаточно велико и почти линейно увеличивается с ростом керровской нелинейности [32–35]. С учетом времени отклика (инерционности) и насыщения нелинейности для каждой i-й компоненты среды можно записать следующее соотношение:

$$\Delta n_i(I) + \tau_{\mathrm{nl},i}\frac{\partial \Delta n_i(I)}{\partial t} = n_i^{(2)} I_{n,i} \ln(1 + I/I_{n,i}), \qquad (3а)$$

где $\tau_{\mathrm{nl},i}$ – время нелинейного отклика i-й компоненты среды; $n_i^{(2)}$ – параметр, характеризующий величину кубической (керровской) нелинейности i-й компоненты; $I_{n,i}$ – интенсивность насыщения для i-й компоненты; $I = |A(z,\tau)|^2$ – интенсивность излучения. Таким образом, в настоящей работе рассматривается световод с насыщающейся нелинейностью логарифмического типа. Модели, описывающие динамику излучения в подобного рода средах, представлены в работах [9–14, 32, 33].

Нам представляется, что логарифмическая насыщающаяся нелинейность, описываемая уравнением (3а), более точно описывает динамику мощного волнового пакета, чем насыщающаяся нелинейность, описываемая выражением [32–34]:

$$\Delta n_i(I) + \tau_{\mathrm{nl},i}\frac{\partial \Delta n_i(I)}{\partial t} = \frac{n_i^{(2)} I}{1 + I/I_{n,i}}. \qquad (3б)$$

В отличие от (3а), в (3б) практически не учитывается модуляция (зависимость от времени) показателя преломления в приближении больших мощностей распространяющегося в световоде излучения, т. е. при $I/I_{n,i} \gg 1$.

Так, хорошо известно, что в грубом квазимонохроматическом приближении [32–34] (т. е. в пренебрежении влиянием дисперсионных и нелинейных эффектов высших порядков) для классической керровской нелинейности вида RI, где $I = |A|^2 = I_0\exp(-\tau^2/\tau_\mathrm{p}^2)$, а R – коэффициент кубической (керровской) нелинейности [32, 33], укороченное уравнение, описывающее динамику амплитуды A, можно записать в виде

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \mathrm{i}R|A|^2 A = 0, \qquad (4)$$

откуда

$$A \approx A_0 \exp(-\mathrm{i}R|A|^2 z) \approx A_0 \exp\{-\mathrm{i}RI_0[1-(\tau^2/\tau_{\mathrm{p}}^2)]z\}. \quad (5)$$

В этом случае в квазимонохроматическом приближении для чирпа (т. е. скорости частотной модуляции) волнового пакета можно записать приближенное соотношение [33, 34]

$$\partial^2\varphi/\partial\tau^2 \approx 2RI_0 z/\tau_{\mathrm{p}}^2.$$

Наиболее распространенная модель, учитывающая насыщение нелинейности, отвечает двухуровневой атомной системе, для которой параметр нелинейности можно записать как $RI/(1 + I/I_n)$ [32, 34]. В этом случае укороченное уравнение (4) принимает вид

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \mathrm{i}\frac{RI}{1+I/I_n}A = 0. \quad (6)$$

При этом, как и выше, в грубом квазимонохроматическом приближении

$$A \approx A_0 \exp\left(-\mathrm{i}\frac{RIz}{1+I/I_n}\right)$$

$$\approx A_0 \exp\left\{-\mathrm{i}\frac{RI_0[1-(\tau^2/\tau_{\mathrm{p}}^2)]z}{1+I_0[1-(\tau^2/\tau_{\mathrm{p}}^2)]/I_n}\right\}$$

$$\approx A_0 \exp(-\mathrm{i}RI_n z) \quad (7)$$

(при $\tau^2 \ll \tau_{\mathrm{p}}^2$ и $I_0 \gg I_n$).

Следовательно, для максимума импульса при $\tau \ll \tau_{\mathrm{p}}$ величину чирпа (скорости частотной модуляции, или линейной составляющей скорости изменения несущей частоты) можно оценить как $\partial^2\varphi/(\partial\tau^2)_{\tau\to 0} \to 0$.

Очевидно, что для мощных пучков, распространяющихся в среде с насыщающейся инерционной нелинейностью, такое приближение не вполне корректно. Трудно представить себе нелинейную среду, при распространении в которой у мощного лазерного импульса исчезает линейная составляющая скорости частотной модуляции (чирпа). По сути, достаточно длинный импульс в такой среде должен становиться практически спектрально-ограниченным. Следовательно, в нашем случае генерации (формирования) высокоэнергетичного импульса такая модель не учитывает важнейшего фактора – нелинейной фазовой модуляции – и, следовательно, не вполне корректна.

Рассмотрим теперь модель, учитывающую насыщающуюся нелинейность логарифмического типа – $RI_n\ln(1 + I/I_n)$. Для этого случая верно квазимонохроматичное приближение вида

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \mathrm{i}RI_n\ln\left(1+\frac{I}{I_n}\right)A = 0. \quad (8)$$

При этом для амплитуды можно записать

$$A \approx A_0 \exp\left[-\mathrm{i}RI_n\ln\left(1+\frac{I}{I_n}\right)z\right]$$

$$\approx A_0 \exp\left\{-\mathrm{i}RI_n\ln\left[1+\frac{I_0\exp(-\tau^2/\tau_{\mathrm{p}}^2)}{I_n}\right]z\right\}$$

$$\approx A_0 \exp\left[-\mathrm{i}RI_n\left(-\frac{\tau^2}{\tau_{\mathrm{p}}^2}+\ln\frac{I_0}{I_n}\right)z\right] \quad (9)$$

(при $I_0 \gg I_n$ и $\tau \ll \tau_{\mathrm{p}}$).

Из (9) получаем выражение для чирпа несущей частоты: $\partial^2\varphi/(\partial\tau^2)_{\tau\to 0} \to 2RI_n z/\tau_{\mathrm{p}}^2$. Очевидно, что при $I_0 \gg I_n$ чирп растет значительно медленнее, чем в случае стандартной керровской нелинейности, однако он не стремится к нулю, как в случае классической насыщающейся модели.

Отметим, что при $I/I_n \ll 1$ и $\tau_{\mathrm{nl}} \to 0$ оба типа насыщающейся нелинейности (двухуровневая и логарифмическая) сводятся к хорошо известной классической нелинейности керровского типа [32–35].

Обычно реализуется ситуация, когда в матрицу с малой и «быстрой» керровской нелинейностью (например, в кварцевое стекло) вводятся легирующие добавки с большой и «медленной» нелинейностью (например, добавки на основе полупроводников или редкоземельных элементов). В этом случае, как правило, $n_i^{(2)}(I) \gg n_l^{(2)}(I)$ и $I_{n,i} \ll I_{n,l}$ (нижние индексы l определяют параметры матрицы световода). Кроме того, хорошо известно, что обычно нелинейность сильно зависит от времени отклика нелинейной среды, так что $\tau_{\mathrm{nl}} \sim n^{(2)}$ [33–35], из чего следует условие $\tau_{\mathrm{nl},i} \gg \tau_{\mathrm{nl},l}$. Таким образом, для сред с большой насыщающейся нелинейностью, как правило, характерно время нелинейного отклика, существенно большее нескольких фемтосекунд. Так, для стандартных кварцевых световодов $\tau_{\mathrm{nl}} < 10^{-14}$ с, но уже для световодов с высокой степенью легирования (например, ионами эрбия и иттербия) время отклика τ_{nl} может быть существенно больше, $\sim 10^{-13}$ с, а для сильно легированных стекол достигать $\sim 10^{-11}$ с.

Рассмотрим подробнее ситуацию с легирующими добавками на основе полупроводников и редкоземельных элементов, для которых τ_{nl} варьируется в интервале 10^{-11}–10^{-13} с.

3. Образование трехмерных солитоноподобных импульсов в среде с насыщающейся нелинейностью логарифмического типа

В случае насыщающейся нелинейности логарифмического типа и параболической неоднородности показателя преломления по сечению световода уравнение (1) может быть преобразовано к виду

$$\frac{\partial}{\partial z}A + \frac{\mathrm{i}}{2}\left(D_x\frac{\partial^2}{\partial x^2} + D_y\frac{\partial^2}{\partial y^2} - D_\tau\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\right)A$$

$$+\mathrm{i}\left(\sum_i \chi_i R_i I_{n,i}\left[\ln\left(1+\frac{I}{I_{n,i}}\right)\right]\right)A$$

$$-\mathrm{i}\left\{\sum_i \chi_i \tau_{\mathrm{nl},i} R_i I_{n,i}\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\ln\left(1+\frac{I}{I_{n,i}}\right)\right]\right\}A$$

$$= \mathrm{i}\beta_0\left[\frac{m_x(z)x^2}{x_0^2(z)} + \frac{m_y(z)y^2}{y_0^2(z)}\right]A + g(z)A. \quad (10)$$

Далее будем рассматривать динамику спектрально-ограниченных импульсов гауссовой формы, имеющих на входе в среду вид

$$A(z=0) = A_0 \exp\left[-\frac{x^2}{2\Delta x^2(0)} - \frac{y^2}{2\Delta y^2(0)} - \frac{\tau^2}{2\tau_{\rm p}^2(0)}\right] \quad (11)$$

в случае, когда быструю керровскую нелинейность можно считать малой по сравнению с инерционной «медленной» нелинейностью. Это логично, поскольку мы будем рассматривать возможность генерации трехмерных солитонов с гигантскими поперечными размерами (в том числе значительно большими 1 мм), когда интенсивность излучения не превышает 10^{10} Вт/см^2 даже при пиковых мощностях, значительно больших 1 МВт. В этом случае для «медленной» нелинейности можно считать, что $I/I_n^{(\rm slow)} \gg 1$ и, как следствие, $\ln(1 + I/I_n^{(\rm slow)}) \approx \ln(I/I_n^{(\rm slow)})$. С другой стороны, для «быстрой» нелинейности (например, для кубической (керровской) нелинейности, типичной для стеклянных диэлектрических матриц) с хорошей степенью точности можно считать, что $I/I_n^{(\rm fast)} \ll 1$ и, как следствие, $\ln(1 + I/I_n^{(\rm fast)}) \approx I/I_n^{(\rm fast)}$.

Рассмотрим случай одной легирующей добавки в матрице, когда учитывается только одна компонента с насыщающейся инерционной нелинейностью. Именно такая ситуация, как правило, реализуется на практике. К примеру, это может быть стекло, сильно легированное редкоземельными элементами (эрбием, неодимом или иттербием), или же стекло, легированное полупроводниками.

В этом случае на длине сформировавшегося волнового пакета, т. е. при $z \gg u_{\rm g}\tau_{\rm nl}$, мы можем, осуществив подстановку

$$A = \bar{A} \exp\int_0^z \left[g(z) + {\rm i}\chi_i R_i I_{n,i}\left(F(z) - \frac{\tau_{\rm nl}^2}{\tau_{\rm p}^2(z)}\right)\right]{\rm d}z,$$

где

$$F(z) = \ln\left[\frac{I_0}{I_{n,i}} \frac{\tau_{\rm p}(0)}{\tau_{\rm p}(z)} \frac{\Delta x(0)}{\Delta x(z)} \frac{\Delta y(0)}{\Delta y(z)} \exp\left(2\int_0^z g(z)\,{\rm d}z\right)\right],$$

перейти от нелинейного уравнения (8) к линейному уравнению для амплитуды $\bar{A}$:

$$\frac{\partial\bar{A}}{\partial z} + \frac{\rm i}{2}\left(D_x\frac{\partial^2}{\partial x^2} + D_y\frac{\partial^2}{\partial y^2} - D_\tau\frac{\partial^2}{\partial^2\bar{\tau}}\right)\bar{A}$$
$$= {\rm i}(\Omega_x(z)x^2 + \Omega_y(z)y^2 + \Omega_\tau(z)\bar{\tau}^2)\bar{A}. \quad (12)$$

Здесь $\bar{\tau} = \tau - \tau_{\rm nl}$ – время нелинейного отклика среды. В (12) введены параболические потенциалы, определяемые величиной насыщения нелинейности и распределением изменения показателя преломления по сечению световода:

$$\Omega_x(z) = \frac{\chi_i R_i I_{n,i}}{\Delta x^2(z)} + \frac{m_x\beta_0}{x_0^2},$$

$$\Omega_y(z) = \frac{\chi_i R_i I_{n,i}}{\Delta y^2(z)} + \frac{m_y\beta_0}{y_0^2},$$

$$\Omega_\tau(z) = \frac{\chi_i R_i I_{n,i}}{\tau_{\rm p}^2(z)}.$$

Для простоты, но не ограничивая общности рассматриваемой задачи, примем, что параметры D_x, D_y, D_τ не зависят от z. Соответствующая задача с учетом начальных условий имеет локализованные солитоноподобные решения:

$$\bar{A}(z,x,y,\tau) = A_0\psi^{(\tau)}(z,\tau)\psi^{(x)}(z,x)\psi^{(y)}(z,y). \quad (13)$$

В этом случае уравнение (12) распадается на три независимых (автономных) уравнения [36]:

$$\frac{\partial\psi^{(x)}}{\partial z} + \frac{\rm i}{2}D_x\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi^{(x)} = {\rm i}\Omega_x x^2\psi^{(x)},$$
$$\frac{\partial\psi^{(y)}}{\partial z} + \frac{\rm i}{2}D_y\frac{\partial^2}{\partial y^2}\psi^{(y)} = {\rm i}\Omega_y y^2\psi^{(y)}, \quad (14)$$
$$\frac{\partial\psi^{(\tau)}}{\partial z} - \frac{\rm i}{2}D_\tau\frac{\partial^2}{\partial\bar{\tau}^2}\psi^{(\tau)} = {\rm i}\Omega_\tau\bar{\tau}^2\psi^{(\tau)}.$$

Система уравнений (14), как известно, описывающая колебания гармонического осциллятора, имеет пространственно локализованные солитоноподобные решения:

$$\psi^{(j)}(j,z) = U^{(j)}(j)\exp\left({\rm i}\int_0^z \lambda_j(z)\,{\rm d}z\right);\quad j = x,y,\tau. \quad (15)$$

Здесь $\lambda_j = \eta_j/\sqrt{\pm 2D_j/\Omega_j}$; η_j – неотрицательное целое число.

При $\Omega_{x,y}/D_{x,y} > 0$ (для поперечных компонент) или $\Omega_\tau/D_\tau < 0$ (для продольной временной компоненты) система уравнений (14) имеет солитоноподобные решения в виде известных функций гармонического осциллятора. При этом функция $U_n^{(j)}$ будет иметь вид [37, 38]

$$U_n^{(j)}(j) = \exp\left(-\frac{\xi_j^2}{2}\right)H_n^{(j)}(j), \quad (16)$$

где $H_n^{(j)}(j)$ – полином Чебышева–Эрмитта n-го порядка, определяемый соотношением [37, 38]

$$H_n^{(j)}(j) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{2^n n!\sqrt{\pi}}}\exp(\xi_j^2)\frac{{\rm d}^n\exp(-\xi_j^2)}{{\rm d}\xi_j^2}; \quad (17)$$

$\xi_j^2 = j^2\sqrt{\pm 2\Omega_j/D_j}$; для $j = x,y$ справедлив знак «+», для $j = \tau$ – знак «–».

Функции, являющиеся решениями уравнений (14), будут непрерывными и конечными при $\eta_j = 2n + 1$ (n = 0, 1, 2, 3, ...).

Если в световод вводится импульс гауссовой формы ($\rm TEM_{00}$ мода), то решению, описывающему динамику волнового пакета, соответствует простейший полином нулевого порядка ($n = 0$, $\lambda_{x,y} = \sqrt{\Omega_{x,y}D_{x,y}/2}$ и $\lambda_\tau = \sqrt{-\Omega_\tau D_\tau/2}$). При этом оказывается возможным формирование солитоноподобного (пространственно локализованного) импульса с длительностью и поперечными размерами, определяемыми соотношениями

$$\tau_{\rm s} \approx \left[-\frac{D_\tau}{2\chi_i R I_{n,i}}\right]^{1/2}, \quad (18а)$$

$$\Delta j \approx \left[\frac{D_j}{2\Omega_j}\right]^{1/4},\ j = x,\,y. \quad (18б)$$

Поскольку можно считать, что для радиально-симметричного световода $D_x \sim D_y \sim 1/\beta_0$, выражение (18б) в этом случае приводится к виду

$$\Delta j = \left\{-\frac{\chi R I_n j_0^2}{2m_j\beta_0} + \left[\left(\frac{\chi R I_n j_0^2}{2m_j\beta_0}\right)^2 + \frac{j_0^2}{2m_j\beta_0^2}\right]^{1/2}\right\}^{1/2} \quad (18в)$$

при $m_j > 0$ и

$$\Delta j = \left\{ -\frac{\chi R I_n j_0^2}{2m_j\beta_0} \pm \left[\left(\frac{\chi R I_n j_0^2}{2m_j\beta_0} \right)^2 + \frac{j_0^2}{2m_j\beta_0^2} \right]^{1/2} \right\}^{1/2} \tag{18г}$$

при $m_j < 0$.

Отметим, что устойчивый солитоноподобный импульс может сформироваться только в случае выполнения условия $\tau_{\mathrm{nl}} \leqslant \tau_{\mathrm{s}}$. С учетом того, что в рассматриваемых нами случаях световодов с большой насыщающейся нелинейностью верно неравенство $\tau_{\mathrm{nl}} \geqslant 10^{-13}$ с, длительность локализованного волнового пакета должна удовлетворять неравенству $\tau_{\mathrm{s}} > \tau_{\mathrm{nl}} > 10^{-13}$ с.

Интересно, что для $m_j < 0$ (т.е. при возникновении в световоде расфокусирующей линзы, компенсируемой нелинейной фокусировкой) параметры Ω_x, Ω_y, определяющие эффективную площадь моды, могут принимать практически любые значения, сколь угодно близкие к нулевому. Как следствие, легко могут быть реализованы условия генерации двумерного (по сечению) солитона с поперечными размерами Δx, $\Delta y \gg 1$ мм.

В приближении пучков большого диаметра для расфокусирующего световода ($m_j < 0$), когда верны неравенства

$$\chi_i R_i I_{n,i} \Delta x^2, \chi_i R_i I_{n,i} \Delta y^2 \gg 1/\beta_0,$$

$$|m_x| \Delta x^4 / x_0^2,\ |m_y| \Delta y^4 / y_0^2 \gg 1/\beta_0^2,$$

для пучков с большими размерами (Δx, $\Delta y > 100$ мкм) существуют решения (решения в (18г) со знаком «+»), аппроксимируемые следующими соотношениями:

$$\Delta x \approx x_0 \left[\frac{\chi R I_n}{|m_x| \beta_0} \right]^{1/2}, \tag{19а}$$

$$\Delta y \approx y_0 \left[\frac{\chi R I_n}{|m_y| \beta_0} \right]^{1/2}. \tag{19б}$$

Видно, что при использовании градиентных расфокусирующих световодов (с увеличивающимся от оси показателем преломления) можно обеспечить генерацию квазиодномодовых (с гауссовым распределением поля по сечению световода – TEM_{00} мода) волновых пакетов с огромной (свыше 1 мм^2) площадью моды. Заметим, что насыщающийся характер нелинейности приводит к тому, что пучок в соответствующей среде описывается хорошо известным уравнением типа гармонического квантового осциллятора [39]. Как следствие, соответствующие линейные уравнения, очевидно, дают устойчивые к возмущениям решения. Следовательно, подобного рода пучки устойчивы по отношению к возникновению поперечной модуляционной неустойчивости и распаду единого пучка на отдельные мелкомасштабные пучки – филаменты [32–34, 40–47].

Эффективное накопление энергии происходит при сохранении формы волнового пакета до того момента, пока влияние быстрой нелинейности не становится сравнимым с влиянием медленной нелинейности с малой энергией насыщения. Когда влияние быстрой нелинейности становится сопоставимым с влиянием медленной нелинейности, (10) трансформируется в уравнение типа трехмерного уравнения Гросса–Питаевского [20, 32, 34], и в общем случае его можно анализировать только численными методами.

Из соотношения (18а) видно, что в среде с насыщающейся инерционной нелинейностью в области аномальной дисперсии групповых скоростей (ДГС) возможно формирование солитоноподобного импульса с большими энергией и пиковой мощностью. В силу потенциальной неустойчивости подобного волнового пакета (прежде всего из-за возможного развития модуляционной неустойчивости) в средах с большой насыщающейся нелинейностью устойчивый трехмерный солитон может формироваться, когда $\chi_i R_i I_{n,i} < 10$ м$^{-1}$. При этом для «цельных» высоконелинейных материалов (например, для фоторефрактивных сред [32, 34, 35]), как правило, $R_i I_{n,i} > 10^3$ м$^{-1}$, следовательно, при $\chi_i \approx 1$ нелинейность слишком велика для формирования «насыщенных» устойчивых солитоноподобных импульсов, поскольку в этом случае (в оптическом и ближнем ИК диапазонах спектра) не выполняется условие $\tau_{\mathrm{nl}} \leqslant \tau_{\mathrm{s}}$. Однако при определенных концентрациях легирующей примеси (когда $\chi_i \ll 1$) устойчивый солитоноподобный волновой пакет может быть реализован на длине световода $z \gg u_{\mathrm{g}} \tau_{\mathrm{s}}$. Так, при $D_\tau \approx -10^{25}$ с^2/м и $\chi_i R_i I_{i,n} \approx 5$ м$^{-1}$ длительность солитоноподобного импульса $\tau_{\mathrm{s}} \approx 10^{-13}$ с, а его поперечные размеры, определяемые соотношением (18б), могут принимать практически любые значения. Энергия солитоноподобного усиливаемого импульса будет изменяться как

$$W(z) = W(0) \exp\left(2 \int_0^z g(z) \mathrm{d}z \right)$$

и может достигать (при соответствующей мощности накачки) больших значений – свыше 1 Дж.

По всей видимости, для экспериментальной реализации рассматриваемых эффектов концентрация ионов эрбия в световодах (стеклянных матрицах) должна превышать 10^{20} см$^{-3}$ [27], вплоть до $\sim 10^{21}$ см$^{-3}$, что может соответствовать $\chi \sim 0.01$. Это позволит использовать короткий, менее 1 м, отрезок сильно легированного эрбием световода-конуса [21–23] или соответствующим образом легированный (неодимом, иттербием или эрбием) кварцевый диск. Такие элементы при надлежащем изготовлении могут характеризоваться коэффициентом нелинейности, в 5×10^5 раз бóльшим, чем в обычном волокне [34, 35], т.е. достигать значений $n^{(2)} \approx 10^{-8}$ см^2/кВт. Безусловно, сильное легирование редкоземельными элементами приведет к существенному росту потерь (например, из-за возникающей кластеризации). Однако соответствующие потери могут быть компенсированы за счет использования более мощных накачек.

4. Солитоноподобные импульсы в среде с бегущей волной изменения показателя преломления

Целый набор интересных решений появляется в случае, если показатель преломления дополнительно промодулирован по времени. Тогда соотношение (2) можно переписать следующим образом [48–52]:

$$\delta n(x, y, z, t) = n_0 \left(m_x \frac{x^2}{x_0^2} + m_y \frac{y^2}{y_0^2} - \Delta n(I(x, y, z, t)) \right)$$
$$+ m_\tau n_0 \cos[\omega_\tau (\tau - \delta\tau(z))], \tag{20}$$

где

$$\delta\tau = \int_0^z (u_g^{-1} - u_m^{-1})\mathrm{d}z$$

– параметр, определяемый разностью скорости u_m бегущей волны изменения показателя преломления (БВИПП) и групповой скорости солитоноподобного волнового пакета.

В этом случае, отталкиваясь от результатов работ [36, 52], можно заключить, что в выражении для длительности и размеров формируемого солитоноподобного импульса верными останутся соотношения (18а) и (18б), если записать для параболического потенциала

$$\tilde{\Omega}_\tau \approx \chi_i R_i I_{n,i}/\tau_\mathrm{p}^2(z) + m_\tau\beta_0\omega_\tau^2, \qquad (21)$$

для времени задержки солитоноподобного волнового пакета

$$\bar{\tau} = \tau - \tau_\mathrm{nl} - \delta\tau, \qquad (22)$$

а для смещения фазы

$$\lambda_\tau = \sqrt{-\Omega_\tau D/2} + m_\tau\beta_0\omega_\tau^2/2. \qquad (23)$$

Тогда длительность солитоноподобного импульса определится соотношением

$$\tau_\mathrm{s} = \left\{-\frac{\chi_i R I_{n,i}}{2m_\tau\beta_0\omega_\tau^2} + \theta(m_\tau, D)\left[\left(\frac{\chi_i R I_{n,i}}{2m_\tau\beta_0\omega_\tau^2}\right)^2 - \frac{D}{2m_\tau\beta_0\omega_\tau^2}\right]^{1/2}\right\}^{1/2}, \qquad (24)$$

где $\theta(m_\tau, D) = 1$ при $m_\tau > 0$ и $D < 0$, а также при $m_\tau < 0$ и $D > 0$; $\theta(m_\tau, D) = \pm 1$ (бистабильное решение) при $m_\tau < 0$ и $D < 0$. В случае $m_\tau > 0$ и $D > 0$ солитоноподобный волновой пакет не образуется.

На рис.2–4 показаны зависимости нормированной длительности солитоноподобного импульса $\tau_\mathrm{s}/\tau_\mathrm{nl}$ от χ_0/χ. При их построении использовались нормировочные параметры $\tau_\mathrm{nl} = 10^{-13}$ с, $\chi_0 = 0.1$, а также параметры $RI_n = 10^4$ м$^{-1}$, $D = -10^{-26}$ с^2/м (рис.2 и 3), $D = 10^{-26}$ с^2/м (рис.4). Отметим, что при $\tau_\mathrm{s} \leqslant \tau_0$ рассматриваемая модель становится не вполне корректной. В этом случае необходимо дополнительно учитывать влияние нелинейных и дисперсионных эффектов высших порядков.

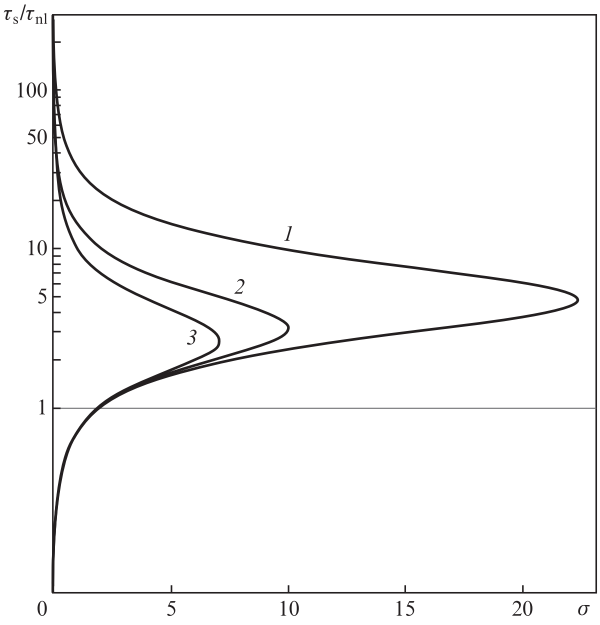

Рис.3. Зависимости нормированной длительности солитоноподобного импульса $\tau_\mathrm{s}/\tau_\mathrm{nl}$ от нормированной функции $\sigma = 10^{-3}(\chi_0/\chi)$ в случае $D = -10^{-26}$ с^2/м и $m_\tau < 0$ при $|m_\tau\beta_0\omega_\tau^2| = 10^{23}$ (*1*), 5×10^{23} (2), 10^{24} м$^{-1}$·с$^{-2}$ (*3*).

Отметим некоторые интересные особенности представленных на рис.2–4 решений. Во-первых, отдельного внимания заслуживает тот факт, что при синхронизации солитоноподобного волнового пакета с минимумом БВИПП (при $m_\tau < 0$) в области аномальной ДГС возможно существование двух устойчивых солитонных ре-

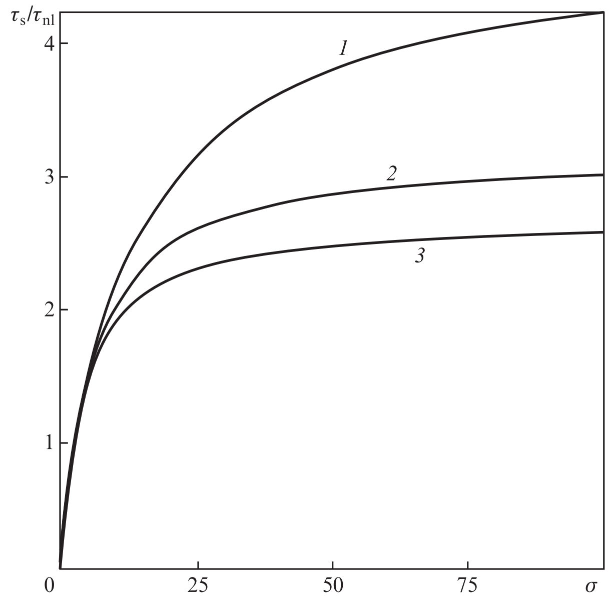

Рис.2. Зависимости нормированной длительности солитоноподобного импульса $\tau_\mathrm{s}/\tau_\mathrm{nl}$ от нормированной функции $\sigma = 10^{-3}(\chi_0/\chi)$ в случае $D = -10^{-26}$ с^2/м и $m_\mathrm{r} > 0$ при $|m_\tau\beta_0\omega_\tau^2| = 10^{23}$ (*1*), 5×10^{23} (*2*), 10^{24} м$^{-1}$·с$^{-2}$ (*3*). Здесь и на рис.3, 4 знак $m_\tau\beta_0\omega_\tau^2$ зависит от знака глубины модуляции m_τ.

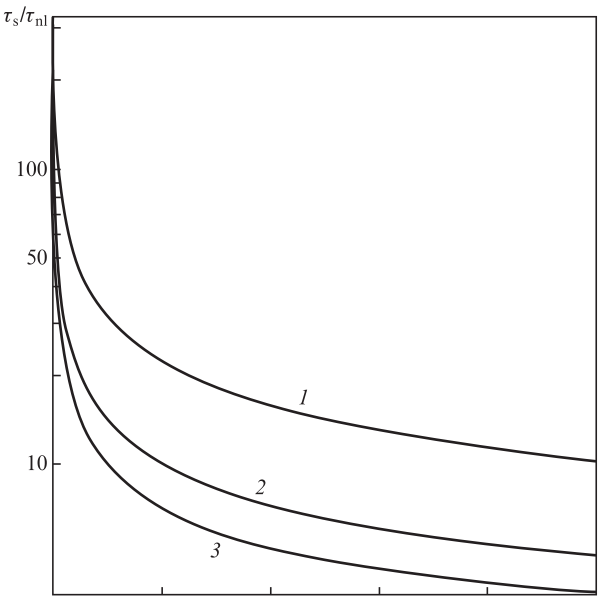

Рис.4. Зависимости нормированной длительности солитоноподобного импульса $\tau_\mathrm{s}/\tau_\mathrm{nl}$ от нормированной функции $\sigma = 10^{-3}(\chi_0/\chi)$ в случае $D = 10^{-26}$ с^2/м и $m_\tau < 0$ при $|m_\tau\beta_0\omega_\tau^2| = 10^{23}$ (*1*), 5×10^{23} (2), 10^{24} м$^{-1}$·с$^{-2}$ (*3*).

шений – «длинного» солитона $\theta(m_\tau, D) = +1$ и «короткого» солитона $\theta(m_\tau, D) = -1$ (рис.3). При этом режим бистабильности реализуется, в том числе, при малых значениях m_τ и ω_τ. Представляется, что соответствующее свойство нелинейных сред с насыщающейся нелинейностью может быть использовано для создания на их основе полностью оптических логических элементов.

Во-вторых, из рис.3 видно, что в линейном приближении, т.е. при $\chi_0/\chi \to \infty$, длительность локализованного волнового пакета τ_s асимптотически стремится к $(|D|/(2|m_\tau|\beta_0\omega_\tau^2))^{1/4}$.

В-третьих, при синхронизации солитоноподобного волнового пакета с минимумом БВИПП (при $m_\tau < 0$) оказывается возможным образование трехмерного солитона в среде с нормальной материальной дисперсией, когда $D > 0$ (рис.4). Длительность такого солитона может значительно превышать 1 нс, поэтому, оставаясь устойчивым, он сможет аккумулировать солитоноподобные импульсы с огромной энергией – значительно большей 1 Дж. В условиях нормальной ДГС реализация солитоноподобного импульса существенно увеличивает его устойчивость к возмущениям за счет предотвращения развития модуляционной неустойчивости, которая имеет место в среде с аномальной ДГС [32–34].

Отметим, что описанная выше схема формирования высокоэнергетичных пространственно локализованных волновых пакетов в условиях взаимодействия с БВИПП напоминает предложенный в работах [53, 54] механизм формирования шаровой молнии. Вопрос об экспериментальной реализации такой схемы требует отдельного рассмотрения, однако создание соответствующих акусто- или электрооптических модуляторов не представляется в настоящее время чем-то особенно сложным. В частности, перспективной может оказаться схема, используемая в конусных световодах и резонаторах «бутылочного» типа (bottle cavities), позволяющая реализовать эффективное акустооптическое взаимодействие БВИПП и волн типа мод шепчущей галереи [49, 55–59].

5. Заключение

В работе рассмотрены условия формирования пространственно локализованных волновых пакетов в легированных световодах с большой насыщающейся инерционной нелинейностью логарифмического типа. Показано, что в подобного рода световодах могут формироваться солитоноподобные волновые пакеты (TEM_{00} моды) с большой площадью сечения и большими энергией (свыше 1 Дж) и пиковой мощностью (свыше 1 ТВт).

Показано, что большая насыщающаяся (инерционная) нелинейность способствует формированию солитоноподобного волнового пакета, а большая площадь моды снижает влияние быстрой керровской нелинейности матрицы (например, кварцевого световода). Таким образом, возможна реализация одномодового режима генерации импульсов с огромной площадью моды (значительно превышающей 100 мкм^2) и большой (свыше 1 Дж) энергией.

Для получения волновых пакетов с подобными энергетическими характеристиками оптимальным представляется использование конусных световодов, легированных иттербием, неодимом или эрбием, с увеличивающимся диаметром. Дальнейшее усиление соответствующих солитонов может осуществляться в дисковых усилителях, изготовленных на основе легированных редкоземельными элементами кварцевых стекол.

Показано, что дополнительные возможности для генерации высокоэнергетичных волновых пакетов в одномодовом режиме могут быть получены в условиях их взаимодействия с БВИПП, реализуемой в световоде с насыщающейся инерционной нелинейностью.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (проект №14.Z50.31.0015), РНФ (проект №16-42-02012) и частичной поддержке РФФИ (грант №16-42-732119р_офи_м).

1. Geddes C.G.R. et al. *Nature*, **431**, 538 (2004).
2. Veisz L. et al. *Compt. Rend. Phys.*, **10**, 140 (2009).
3. Buck A., Wenz J., Karsch S., Veisz L. *Phys. Rev. Lett.*, **110**, 185006 (2013).
4. Caldwell A. et al. *Nat. Phys.*, **5**, 363 (2009).
5. Большаков В.В., Воробьев А.А., Урюпина Д.С., Иванов К.А., Моршедиан Н., Волков Р.В., Савельев А.Б. *Квантовая электроника*, **39** (7), 669 (2009) [*Quantum Electron.*, **39** (7), 669 (2009)].
6. Бахари А., Таранухин В.Д. *Квантовая электроника*, **34** (2), 129 (2004) [*Quantum Electron.*, **34** (2), 129 (2004)].
7. Lourenco S., Kowarsch N., Scheid W., Wang P.X. *Laser Part Beams*, **28** (1), 195 (2010).
8. Ponomarenko S.A. *Phys. Rev. E*, **65**, 055601 (2002).
9. Valley G.C. *Phys. Rev. A*, **50** (6), R4457 (1994).
10. Hossieni H. *Intern. J. Basic Appl. Sci.*, **13** (2), 18 (2013).
11. Han X. *Bull. Korean Math. Soc.*, **50** (1), 275 (2013).
12. Segev M., Stegeman G.I. *Phys. Today*, **51**, 42 (1998).
13. Bang O., Edmundson D., Krolikowski W. *Phys. Rev. Lett*., **83**, 5479 (1999).
14. Eugenieva E.D., Christodoulides D.N., Segev M. *Opt. Lett*., **25**, 972 (2000).
15. Jauregui C., Limpert J., Tünnermann A. *Nat. Photonics*, **7**, 861 (2013).
16. Kobtsev S.M., Smirnov S.V. *Opt. Express*, **16**, 7428 (2008).
17. Gapontsev V., Fomin F.A., Abramov M., in *Proc. Adv. Solid-State Photon. Topical Meeting* (OSA, 2010, Paper AWA1).
18. Limpert J., Roser F., Schreiber T., Tunnermann A. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **12**, 233 (2006).
19. Okhotnikov O.G. (ed.). *Semiconductor Disk Lasers: Physics and Technology* (New York: John Wiley & Sons, 2010).
20. Маломед Б.А. *Контроль солитонов в периодических средах* (М.: Физматлит, 2009, с. 192).
21. Коптев М.Ю., Анашкина Е.А., Бобков К.К., Лихачёв М.Е., Левченко А.Е., Алёшкина С.С., Семёнов С.Л., Денисов А.Н., Бубнов М.М., Липатов Д.С., Лаптев А.Ю., Гурьянов А.Н., Андрианов А.В., Муравьев С.В., Ким А.В. *Квантовая электроника*, **45** (5), 443 (2015) [*Quantum Electron.*, **45** (5), 443 (2015)].
22. Filippov V., Chamorovskii Yu., Kerttula J., Golant K., Pessa M., Okhotnikov O.G. *Opt. Express*, **16**, 1929 (2008).
23. Trikshev A.I., Kurkov A.S., Tsvetkov V.B., Filatova S.A., Kertulla J., Filippov V., Chamorovskiy Yu.K., Okhotnikov O.G. *Laser Phys. Lett*., **10**, 065101 (2013).
24. Stacey C.D., Jenkins R.M., Banerji J., Davies A.R. *Opt. Commun.*, **269**, 310 (2007).
25. Jung Y., Jeong Y., Brambilla G., Richardson D.J. *Opt. Lett.*, **34** (15), 2369 (2009).
26. Andrianov A., Anashkina E., Kim A., Meyerov I., Lebedev S. Sergeev A., Mourou G. *Opt. Express*, **22**, 28256 (2014).
27. Егорова О.Н., Галаган Б.И., Денкер Б.И., Сверчков С.Е., Семенов С.Л. *Квантовая электроника*, **46** (12), 1071 (2016) [*Quantum Electron*., **46** (12), 1071 (2016)].
28. Буфетов И.А., Семенов С.Л., Косолапов А.Ф., Мелькумов М.А., Дудин В.В., Галаган Б.И., Денкер Б.И., Осико В.В., Сверчков С.Е., Дианов Е.М. *Квантовая электроника*, **36** (3), 189 (2006) [*Quantum Electron*., **36** (3), 189 (2006)].
29. Дианов Е.М., Буфетов И.А., Машинский В.М., Шубин А.В., Медведков О.И., Ракитин А.Е., Мелькумов М.А., Хопин В.Ф., Гурьянов А.Н. *Квантовая электроника*, **35** (5), 435 (2005) [*Quantum Electron.*, **35** (5), 435 (2005)].
30. Рыбалтовский А.О., Колташев В.В., Медведков О.И., Рыбалтовский А.А., Соколов В.О., Клямкин С.Н., Плотниченко В.Г.,

Дианов Е.М. *Квантовая электроника*, **38** (12), 1147 (2008) [*Quantum Electron*., **38** (12), 1147 (2008)].
31. Egorova O.N., Semjonov S.L., Velmiskin V.V., Yatsenko Yu.P., Sverchkov S.E., Galagan B.I., Denker B.I., Dianov E.M. *Opt. Express*, **22** (7), 7625 (2014).
32. Кившарь Ю.С., Агравал Г.П. *Оптические солитоны* (М.: Физматлит, 2005).
33. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М: Наука, 1988).
34. Розанов Н.Н. *Нелинейная оптика: учебное пособие. Ч. 1. Уравнения распространения излучения и нелинейный отклик среды* (СПб: СПбГУИТМО, 2008).
35. Ковалев В.И. *Квантовая электроника*, **24** (8), 751 (1997) [*Quantum Electron.*, **24** (8), 732 (1997)].
36. Журавлев В.М., Золотовский И.О., Миронов П.П. *Оптика и спектроскопия*, **121** (5), 110 (2016).
37. Тихонов А.Н., Самарский А.А. *Уравнения математической физики* (М.: Наука, 1981).
38. Хованский А.Г. *Математическое просвещение*, **17**, 93 (2013).
39. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Квантовая механика (нерелятивистская теория)* (М.: Наука, 1974).
40. Аскарьян Г.А. *ЖЭТФ*, **42**, 1567 (1962).
41. Shen Y.R., Boyd R.W., Lukishova S.G. (Eds.). *Self-focusing: Past and Present* (New York: Springer, 2009).
42. Чекалин С.В., Кандидов В.П. *УФН*, **183**, 133 (2013).
43. Houard A., Liu Y., Mysyrowicz A. *J. Phys. Conf. Ser.*, **497**, 012001 (2014).
44. Беспалов В.И., Таланов В.И. *Письма в ЖЭТФ*, **3** (2), 471 (1966).
45. Liu W., Hosseini S.A., Luo Q., Ferland B., Chin S.L., Kosareva O.G., Panov N.A., Kandidov V.P. *New J. Phys.*, **6**, 6 (2004).
46. Chin S.L., Petit S., Liu W., Iwasaki A., Nadeau M.-C., Kandidov V.P., Kosareva O.G., Andrianov K.Yu. *Opt. Commun*., **329**, 210 (2002).
47. Chin S.L., Talebpour A., Yang J., Petit S., Kandidov V.P., Kosareva O.G., Tamarov M.P. *Appl. Phys. B*, **67**, 74 (2002).
48. Торчигин В.П. *Квантовая электроника*, **20** (3), 276 (1993) [*Quantum Electron*., **20** (3), 235 (1993)].
49. Торчигин В.П. *Квантовая электроника*, **22** (5), 509 (1995) [*Quantum Electron*., **22** (5), 484 (1995)].
50. Булюк А.Н. *Квантовая электроника*, **19** (10), 1018 (1992) [*Quantum Electron*., **19** (10), 948 (1992)].
51. Торчигин В.П. *Квантовая электроника*, **20** (3), 283 (1993) [*Quantum Electron*., **20** (3), 241 (1993)].
52. Золотовский И.О., Лапин В.А., Семенцов Д.И. *Квантовая электроника*, **46** (1), 39 (2016) [*Quantum Electron*., **46** (1), 39 (2016)].
53. Торчигин В.П. *Докл. РАН*, **389** (3), 41 (2003).
54. Torchigin V.P., Torchigin A.V., in *Handbook of Solitons: Research, Technology and Applications* (New York: Nova Puplishers, 2010, pp 3–54).
55. Sumetsky M. *Opt. Lett.*, **39**, 1913 (2014).
56. Sumetsky M. *Opt. Lett.*, **29**, 8 (2004).
57. Toropov N.A., Sumetsky M. *Opt. Lett.*, **41**, 2278 (2016).
58. Торчигин В.П., Торчигин С.В. *Квантовая электроника*, **33** (10), 913 (2003) [*Quantum Electron*., **33** (10), 913 (2003)].
59. Сычугов В.А., Торчигин В.П., Цветков М.Ю. *Квантовая электроника*, **32** (8), 738 (2002) [*Quantum Electron*., **32** (8), 738 (2002)].