

Плазмоны в многослойных плоскостойких структурах

М.В.Давидович

На основе строгих решений точных дисперсионных уравнений рассмотрены плазмоны в многослойных плоскостойких структурах в приближении Друде–Лоренца для металлических слоев с диссипацией. Приведены общие и частные виды дисперсионных уравнений, дана классификация волн, описаны втекающие и вытекающие волны, получены максимальные замедления, определены потери и условия перехода от прямых плазмонов к обратным и от медленных к быстрым, численно исследована дисперсия различных мод.

Ключевые слова: многослойные плоскостойкие структуры, плазмоны, приближение Друде–Лоренца.

1. Введение

Поверхностные плазмон-поляритоны (ПП) известны уже не одно столетие. По-видимому, впервые оптический поляритон наблюдал Дэвид Брюстер в 1815 г., когда обнаружил отсутствие отражения р-поляризованного света от прозрачной пластины [1, 2]. В хронологическом порядке отметим следующих исследователей, имеющих существенное отношение к ПП: А.Зоммерфельд (1899 г.), Р.У.Вуд (1902 г.), Н.Тесла (конец 19-го–начало 20-го вв.), К.Уллер (1902 г.), Дж.Ценнек (1907 г.) [3], К.А.Нортон (1930-е гг.), У.Фано (1941 г.), В.О.Шуман (1949–1952 гг.), Р.Ритчи (1957 г.) [4], А.Отто (1969 г.), Э.Кречман (1971 г.), М.И.Дьяконов (1988 г.), А.В.Чаплик и многие другие (см. литературу в [2, 5]). Простейшее явное дисперсионное соотношение Ценнека [3] описывает быстрые и медленные ПП вдоль границы вакуум–полупространство и является эталонным, поскольку дает точное аналитическое решение задачи [2, 6] и позволяет определить структуру поля, которое в диссипативном случае является втекающим в полупространство [1, 2]. Детально этот ПП в диссипативном случае исследован также в [6], однако в этой работе допущен ряд неточностей: утверждается возможность существования поверхностной обратной волны (ОВ), что не верно, а также наличие во всем диапазоне частот обратной объемной волны в диссипативном полупространстве (металле). Такая волна действительно существует (ее фаза движется к поверхности), но в ограниченном диапазоне частот – между частотой плазмонного резонанса и плазменной частотой [2].

Обычно рассматривают поверхностные плазмоны (их также обозначим аббревиатурой ПП), т. е. волны, экспоненциально затухающие по амплитуде от поверхности. В отсутствие диссипации эти волны – собственные, т. е. являются решениями самосопряженной краевой задачи.

Однако есть решения уравнений Максвелла в виде антиповерхностных волн [1], т. е. волн, экспоненциально возрастающих. Это несобственные волны. Их примером являются вытекающие волны (поляритоны). Большое значение в плазмонике имеет учет потерь. Собственные волны при этом становятся квазисобственными. В общем случае дисперсионные уравнения (ДУ) для ПП – неявные и требуют определения корней в комплексной плоскости. Для недиссипативных структур наличие прямых ПП связано с возрастающей зависимостью частоты от проекции волнового числа вдоль поверхности $\omega = \omega(k_x)$ ($k_x = k'_x - ik''_x$)*, а наличие обратных ПП – с убывающей зависимостью (ось z нормальна к поверхности). Групповая скорость (ГС) в первом случае положительная, $v_g > 0$, а во втором – отрицательная, $v_g < 0$. Между дисперсионными ветвями при этом могут быть запрещенные зоны или же ветви могут смыкаться при нулевой запрещенной зоне [7–12].

На частоте плазмонного резонанса (ПР) замедление бесконечно, а функция $k_x = k_x(\omega)$ не дифференцируема. Диссипация делает ее дифференцируемой: $dk_x/d\omega = 0$, запрещенные зоны (если они имелись) заменяются зонами с большим, но конечным затуханием, а бесконечные замедления становятся конечными. Групповая скорость в окрестности ПР испытывает резкие изменения: сначала сильно уменьшается, затем резко возрастает от малого положительного значения, переходит через бесконечность, меняет знак и далее с ростом частоты ее отрицательные значения могут сильно меняться. Это никак не означает присутствия обратных ПП. Расчеты показывают наличие большого положительного затухания ($k''_x \approx k'_x$) в точке ПР [2], т. е. в ее окрестности волны прямые. Для определения ОВ вместо ГС следует вычислять вектор Пойнтинга или определять потери. Во втором случае знак произведения $k''_x k'_x$ определяет прямую или обратную волну (знаки «+» и «-» соответственно).

В настоящее время исследуются объемные, локализованные или поверхностные плазмоны, причем последние

М.В.Давидович. Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского, Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83; e-mail: davidovichmv@info.sgu.ru

Поступила в редакцию 8 декабря 2016 г., после доработки – 23 марта 2017 г.

* Везде далее одинарный штрих означает реальную часть соответствующей комплексной величины, а двойной штрих – ее отрицательную мнимую часть.

рассматриваются вдоль границ фотонных кристаллов, включая гиперболические метаматериалы [5, 13–16], и вдоль сложных метаповерхностей [17–21]. Предложено множество применений локализованных плазмонов и ПП в различных устройствах для разных целей [5, 7–21]. Анализ ПП вдоль неплоских, сложно конфигурированных метаповерхностей требует электродинамических подходов к решению краевых задач [2], для чего необходимо четко представлять себе поведение ПП в простых структурах.

Целями настоящей работы являются нахождение общего вида комплексных ДУ с учетом потерь, получение их форм, допускающих сходящиеся итерационные решения, строгое численное исследование комплексных ДУ, определение участков дисперсионных ветвей с прямыми и обратными ПП, критериев существования ОВ и перехода быстрых ПП в медленные, максимальных замедлений и потерь, а также свойств втекающих и вытекающих ПП. Вид ДУ для конечной в поперечном направлении структуры зависит не только от ее конфигурации, но и от граничных условий на обеих ее внешних границах. В недиссипативном случае переход от поверхностной волны к вытекающей осуществляется исходя из одного ДУ: действительный квадратный корень в нем становится мнимым. В диссипативном случае ветвь корня следует выбирать, т. е. налагать некое граничное условие (условие излучения): это условие втекания или вытекания. Поэтому для одной и той же структуры имеют место четыре разных вида ДУ (для заданного типа волны и условий симметрии).

Для описания диэлектрической проницаемости (ДП) металла нами использовалось приближение Друде–Лоренца, в котором лоренцевский член ϵ_L (см. ниже) характеризует влияние кристаллической решетки и межзонных переходов. Часто при таком анализе применяется модель Друде ($\epsilon_L = 1$) [7, 8, 10–13], не позволяющая адекватно описывать металлы, особенно вблизи ПР. Для численного итерационного решения ДУ представлены в формах, допускающих сходимость итераций и точное вычисление комплексных корней. Численно изучены простейшие многослойные плоскостойкие структуры и ПП в них, анализ которых достаточно прост, что позволяет точно определять их свойства.

Одной из целей работы является учет диссипации. Обычно подобные структуры исследовались методом сшивания без такого учета (см., напр., [8, 10–13]). Результаты решения ДУ с диссипацией представлены в ряде работ, например в [2, 5–7, 16, 17]. В [2, 16, 17] был использован итерационный подход. Интересен метод работы [7], основанный на решении задачи Коши для системы дифференциальных уравнений. В [7] он также применен для нелинейной задачи в приближении независимости постоянной распространения от амплитуды волны с нелинейностью Керра в ДП диэлектрика, но представляется существенно более сложным, чем метод итераций.

В отсутствие диссипации волны в открытых структурах можно классифицировать как собственные медленные поверхностные, несобственные медленные антиповерхностные и несобственные быстрые вытекающие ([1], с. 227). Собственные волны суть решения самосопряженных граничных задач. Диссипация (даже слабая) сильно меняет свойства волн, в частности ПП. Она приводит к тому, что сопряженные краевые задачи становятся несамопряженными. Это обуславливает появление комплексных постоянных распространения и такого эффекта,

как втекание [1, 2, 22]. Заметим, что в вытекающей волне комплексная постоянная распространения связана в основном с радиационными потерями [1]. Примером втекающей поверхностной волны являются быстрая и медленная поверхностные волны Ценнека (ПВЦ) [1–3]. До работы Дж.Ценнека эту волну предсказал К.Уллер [5]. Она образуется (теоретически, может быть возбуждена) плоской волной, втекающей без отражения под углом Брюстера в структуру [1, 2]. В волноводе медленный втекающий ПП может превратиться в быстрый вытекающий поляритон при изменении свойств поверхности (в частности, ее импеданса) или окружающей ее среды [21], а также частоты излучения. Диссипация приводит к тому, что в запрещенных зонах становится возможным распространение несобственных волн с большими потерями. Это характерно, например, для волноводов ниже частот их отсечек, для фотонных кристаллов в запрещенных зонах и т. п.

Для ПП также существуют запрещенные зоны, в которых при диссипации могут распространяться поляритоны (медленные и быстрые), при этом возможна отрицательная ГС [2] (по отношению к фазовой скорости v_p). Ее обычно ассоциируют с ОВ и со скоростью движения энергии v_e , что верно только для собственных монохроматических волн без диссипации и неверно для несобственных волн. Для квазисобственных волн (собственных волн при наличии слабой диссипации) это уже приближение. Например, в несобственной ПВЦ над морем $v_g > v_p > c > v_e$, причем эта волна – быстрая и прямая. Поэтому при диссипации для классификации лучше использовать v_e , а не v_g . При этом достаточно определить направление вектора Пойнтинга \mathbf{S} и не определять плотность энергии в диспергирующей среде с диссипацией (что является нетривиальной задачей [23, 24]).

Следует различать обратные и противоположные волны. Последние существуют парами и могут быть как прямыми, так и обратными. Они являются следствием квадратичного закона дисперсии, т. е. соответствуют смене направлений движения (одновременной смене знаков \mathbf{S} и v_p). Для ПП в структуре с одним или двумя слоями вектор \mathbf{S} легко найти аналитически [21]. Однако для многослойных структур это затруднительно. Ниже использована простая методика: волна считается обратной, если направление движения фазы противоположно направлению затухания. Эти направления определяем по реальной (k'_x) и мнимой (k''_x) частям постоянной распространения.

2. Волны, поля и дисперсия плазмонов в плоскостойкой структуре

Полученное Дж.Ценнеком методом сшивания ДУ [3] для поляритона на границе безграничного полупространства с ДП $\tilde{\epsilon}$ и вакуума имеет вид

$$k_x = k_0 \sqrt{\frac{\tilde{\epsilon}}{\tilde{\epsilon} + 1}}, \quad (1)$$

где k_0 – волновое число в вакууме. Это выражение явное, и оно справедливо как для быстрых поляритонов, так и для медленных ПП. Далее мы будем использовать следующие обозначения: ϵ_n и t_n – ДП и толщины слоев; $k_{nz} = \sqrt{k_0^2 \epsilon_n - k_x^2}$ – постоянные распространения по нормали z к границе в слое; $\rho_n^c = k_{nz}/(k_0 \epsilon_n)$ и $\rho_n^h = k_0/k_{nz}$ – нормированные (на $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$, где μ_0 и ϵ_0 – магнитная и диэлектрическая проницаемости вакуума) волновые сопротив-

ления E - и H -волн в слоях с ДП ε_n (далее слово «нормированный» будем опускать). Магнитные свойства не рассматриваем. Ось z направим перпендикулярно слоям, при этом вакуум находится при $z > 0$. В случае E -волны (ТМ-волны) $\rho_0 = k_{0z}/k_0 = \sqrt{1 - (k_x/k_0)^2}$ – волновое сопротивление для E -волны в вакууме (иногда индексы «e», «h» также будем опускать).

Для существования H -волн над полупространством необходимо наличие у него магнитных свойств. Однако существование этих волн возможно в слоистых структурах. Различие при рассмотрении имеется только в постоянных распространения (величина $k_0^2 \varepsilon_n$ заменяется $k_0^2 \varepsilon_n \mu_n$) и в импедансах: для H -волн $\rho_n^h = k_{0n} \mu_n / k_{nz}$, а для немагнитных слоев надо просто положить $\mu_n = 1$. Нетрудно видеть, что уравнение (1) можно переписать так: $\rho_0^e = \tilde{\rho}^e$, т. е. импеданс волны в вакууме равен ее импедансу в полупространстве. Это означает отсутствие отражения [1]:

$$R^{e,h} = \frac{\rho^{e,h} - \tilde{\rho}^{e,h}}{\rho^{e,h} + \tilde{\rho}^{e,h}} = 0. \quad (2)$$

Иными словами, волна из вакуума распространяется под углом Брюстера $\theta^{e,h} = \pi/2 - \varphi^{e,h}$ и без отражения втекает в диссипативное полупространство. В случае диэлектрического полупространства выполнение условия (2) для магнитной моды невозможно: отражение связано с возбуждением и излучением электрических диполей среды, которые при угле Брюстера направлены вдоль отраженного луча и не излучают. Для магнитной же моды электрические диполи возбуждаются перпендикулярно плоскости падения, и отраженная волна есть всегда.

Ситуация меняется для магнитодиэлектрического полупространства или слоистой структуры: имеются обе волны, а отсутствие отраженной волны связано с интерференцией. Условие (2) означает переход от задачи дифракции (требующей определения из двух уравнений коэффициентов отражения $R^{e,h}$ и коэффициентов прохождения $T^{e,h}$ через заданную амплитуду падающей волны) к задаче о свободных волнах, т. е. к однородной системе двух линейных уравнений. Условие (1) фактически означает равенство нулю ее определителя. Сразу ясно, что в случае сложной многослойной бесконечной диссипативной структуры ДУ $\rho_0^{e,h} = \tilde{\rho}^{e,h}$ остается в силе, если под $\tilde{\rho}^{e,h}$ понимать входной импеданс для соответствующей волны в плоскости $z = 0$. ДУ также просто обобщаются на случай наличия вместо вакуума некой среды: следует просто подставить в них диэлектрическую и магнитную проницаемости.

Волна, подчиняющаяся ДУ (1), является поверхностной и втекающей. Это означает, что $k_{0z} = \sqrt{k_0^2 - k_x^2} = k'_{0z} - ik''_{0z}$, причем $k'_{0z} < 0$, $k''_{0z} > 0$, т. е. в положительном направлении оси z волна экспоненциально затухает (локализация у поверхности), а ее фаза распространяется к поверхности. Здесь мы используем зависимость вида $\exp(i\omega t - k_x x - ik_z z)$, где $k_x = k'_x - ik''_x$. Если выбрать условие $k''_x > 0$, т. е. ось x направить вдоль вектора \mathbf{v}_e , то волна будет обратной при $k'_x < 0$. Обычно постоянная распространения определяется из ДУ через квадратный корень, поэтому удобно найти корень из условия $k'_x > 0$, т. е. ось x направить вдоль вектора \mathbf{v}_p . Тогда обратный плазмон (ОП) соответствует условиям $k''_x < 0$ и $k'_x > 0$, что более удобно для представления дисперсионных кривых. Именно так они далее и построены. В общем случае условие $k'_x k''_x > 0$ определяет прямую волну, а $k'_x k''_x < 0$ – ОВ.

Над диссипативным полупространством ОВ нет, как нет и вытекающих волн. Вытекание для прямой волны по сути означает обращение знака k_{0z} . Угол вытекания $\tilde{\theta} = -\theta = \tan(k'_{0z}/k'_{0x})$ [17]. Отрицательный угол вытекания определяет втекание. Вытекание из диссипативного полупространства означало бы бесконечное возрастание плотности энергии в его глубину, что невозможно. Вытекание также невозможно из бесконечно тонкой импедансной пленки (например, графеновой), описываемой поверхностной проводимостью σ_s , поскольку оно связано с расходом запасенной в структуре энергии. Конечно, это относится к равновесному графену, поскольку при его накачке возможна отрицательная проводимость. Вытекание может происходить из конечных диссипативных и активных структур [2, 17].

Конечность структуры означает связывание волн на обеих ее границах. В этом случае поляритоны являются связанными: есть две E -волны и две H -волны [1, 25]. Кроме того, каждая из этих двух волн может быть как втекающей, так и вытекающей. Поясним это. Решение для плоскостной структуры со скалярными проницаемостями разделяется на E - и H -волны. Для каждой из них в каждом из слоев рассматриваем по две волны, распространяющиеся в противоположных направлениях оси z , тогда как сверху и снизу структуры надо взять по одной волне, удовлетворив условиям излучения. Тогда метод шивания дает однородную систему уравнений, равенство нулю определителя которой и есть ДУ.

Можно рассматривать волны, расходящиеся от структуры, что эквивалентно вытеканию, или сходящиеся к ней, что эквивалентно втеканию. Однако может быть втекание на одной границе и вытекание на другой, т. е. всего четыре варианта. От того, какой вариант выбрать, будет зависеть вид ДУ. Для каждого типа ДУ существует, вообще говоря, бесконечное число мод. Для недиссипативных структур с действительными ДП слоев число таких распространяющихся (медленных) мод растет с ростом частоты [1], а высшие быстрые комплексные вытекающие моды затухают. Для тонких наноразмерных слоев это может иметь место в УФ диапазоне. Мы рассматриваем только низшую основную моду каждого из ДУ в условиях, когда имеются металлические слои с отрицательными значениями ε'_n . Вытекание из конечной вдоль оси z диссипативной структуры означает, что она была возбуждена источниками излучения при $x = -\infty$, в этом случае поля экспоненциально убывают с ростом x и возрастают вдали от структуры с ростом $|z|$. При повышении частоты вытекание может смениться втеканием [21].

Для реализации втеканья в длинную конечную симметричную структуру источники следует располагать вдали от нее слева и по обе стороны от нее, чтобы имитировать две плоские волны, причем сфазированные источники возбуждают четный ПП (магнитная стенка), а источники в противофазе – нечетный ПП (электрическая стенка). Другой способ возбуждения – располагать источники над одной из поверхностей. В этом случае возможно втекание с одной стороны и вытекание с другой.

Остановимся на классификации волн. Здесь используется классификация по продольным компонентам ($E_x(z)$ для E -волн и $H_x(z)$ для H -волн) в отличие от классификации, приведенной в [1, 21, 25–28] по поперечным компонентам. Наша классификация представляется более общей, поскольку для полосковых [8] и многослойных структур [17] с конечной шириной поперечные компоненты (их

четыре) могут иметь разные четности. Классификация осуществляется по одной продольной компоненте. Нечетной моде в симметричной структуре соответствует электрическая стенка при $z = 0$, а четной – магнитная.

Получение ДУ на основе прямого сшивания весьма трудоемко. Удобно использовать метод матриц передачи. С помощью классических нормированных матриц передачи

$$\hat{a}_n^{e,h} = \begin{pmatrix} \cos(k_{zn}t_n) & i\rho_n^{e,h}(k_{zn}t_n) \\ i\sin(k_{zn}t_n)/\rho_n^{e,h} & \cos(k_{zn}t_n) \end{pmatrix}$$

строим полную матрицу

$$\hat{a}^{e,h} = \prod_{n=1}^N \hat{a}_n^{e,h},$$

связывающую компоненты полей сверху и снизу структуры:

$$\begin{pmatrix} E_{0x} \\ Z_0 H_{0y} \end{pmatrix} = \hat{a}^e \begin{pmatrix} E_{N+1x} \\ Z_0 H_{N+1y} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -E_{0y} \\ Z_0 H_{0x} \end{pmatrix} = \hat{a}^h \begin{pmatrix} -E_{N+1y} \\ Z_0 H_{N+1x} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Для того чтобы из (3) получить ДУ, надо связать E_{0x} с H_{0y} и E_{N+1x} с H_{N+1y} для E -волн и соответствующие компоненты с нулевым индексом и индексом $N + 1$ для H -волн. Тем самым нужно наложить некие импедансные условия. Индекс $N + 1$ отвечает полупространству, расположенному ниже структуры. По идее, под ним следует понимать вакуум. Однако для получения вытекания интересно рассматривать недиссипативное полупространство с ДП $\tilde{\epsilon}$. Предполагая это, мы считаем, что полупространство моделируется весьма толстой подложкой с малыми, но конечными потерями, при этом вытекающая из структуры волна не доходит до удаленной границы, т. е. превращается в волну, втекающую в подложку.

Реально моделировать такую подложку можно на основе метода матриц передачи с учетом ее толщины. То же самое следует отнести и к среде, которой соответствует индекс «0». Необходимо отметить, что режим вытекания для конечных структур может быть реализован на конечной их длине. Условия излучения для идеальных бесконечных плоскостойких структур отличаются от традиционных условий Зоммерфельда для источников в конечной области, потому что структура «уходит» на бесконечность при $x = \pm\infty$. Следовательно, вытекающая волна по сути является комплексной антиповерхностной и не удовлетворяет этим условиям при $|z| = \pm\infty$, но удовлетворяет закону сохранения энергии [1, 25]. Для вытекающей из структуры волны $E_{0x}/H_{0y} = Z_0\rho_0^{e(h)}$, при этом $k'_{0z} > 0$, $k''_{0z} < 0$. Для втекающей волны $E_{0x}/H_{0y} = -Z_0\rho_0^{\delta}$, при этом знак изменился за счет того, что $k'_{0z} < 0$, $k''_{0z} > 0$. Для волны, втекающей в верхнее полупространство (что возможно только в случае диссипации в нем), необходимо было бы выполнение условий $k'_{0z} > 0$, $k''_{0z} > 0$ (волна, втекающая в верхнее полупространство, вытекает из структуры). Задавая связи вида

$$\frac{E_{0x}}{H_{0y}} = \pm Z_0\rho_0^e, \quad \frac{E_{N+1x}}{H_{N+1y}} = \mp Z_0\rho_{N+1}^e, \\ -\frac{E_{0y}}{H_{0x}} = \pm Z_0\rho_0^h, \quad -\frac{E_{N+1y}}{H_{N+1x}} = \mp Z_0\rho_{N+1}^h$$

и налагая условия на действительные и мнимые компоненты поперечного волнового числа сверху и снизу структуры, получаем ДУ в виде

$$\pm\rho_0^e(\pm a_{21}^e\rho_{N+1}^e + a_{22}^e) - (\pm a_{11}^e\rho_{N+1}^e + a_{12}^e) = 0, \quad (4) \\ \pm\rho_0^h(\pm a_{21}^h\rho_{N+1}^h - a_{22}^h) + (\pm a_{11}^h\rho_{N+1}^h - a_{12}^h) = 0.$$

Здесь знаки волновых сопротивлений берутся независимо, причем верхний знак отвечает втеканью, а нижний – вытеканью для соответствующей границы. Далее будем обозначать $\rho_{N+1}^{e,h} = \tilde{\rho}^{e,h}$.

Уравнения (4) – трансцендентные и комплексные относительно k_x . Найти это волновое число можно, полагая $\text{Im} k_x < 0$, т. е. выбирая волну с движением энергии в положительном направлении. Однако величина k_x'' может быть малой, даже если диссипация не очень мала. Это, например, имеет место для волн в тонкой пленке с близким к единице замедлением: практически вся энергия распространяется в вакууме. Для диагностики ОП необходимо решать ДУ с большой точностью, при этом на этапе итерационного решения k_x'' может менять знак. Удобнее использовать условие $k_x' > 0$. Тогда ОП соответствует $k_x'' < 0$. В (4) следует выбирать знаки волновых импедансов, исходя из того, какие волны мы ищем.

Для структуры, окруженной снизу и сверху вакуумом, нужно искать втекающие в нее или вытекающие из нее волны, и тогда знаки коррелированы. Для структуры, лежащей на диссипативной подложке, можно искать втекающую волну только на границе $z = 0$. В этом случае удобно использовать метод трансформации импедансов. Входной импеданс подложки равен ее волновому импедансу: $\rho_{in} = \tilde{\rho}^{e(h)}$. Слой толщиной $t_N = h_{N-1} - h_N$ в области $-h_N < z < h_{N-1}$ трансформирует ρ_{in} в $\rho_{in}^{(N)}$ согласно формуле трансформации импедансов

$$\rho_{in}^{(N)} = \rho_N^{e(h)} \frac{\rho_{in} + i\rho_N^{e(h)} \tan(k_{zN}t_N)}{\rho_N^{e(h)} + i\rho_{in} \tan(k_{zN}t_N)}. \quad (5)$$

Далее нужно сделать замену $\rho_{in} \rightarrow \rho_{in}^{(N)}$, $N \rightarrow N - 1$, получив трансформацию к следующему слою, и так далее до трансформации первым слоем к импедансу поверхности $\rho_{in}^{(1)}$. ДУ будет иметь вид $\rho_0^{e(h)} = \rho_{in}^{(1)}$. Входные импедансы здесь разные, поскольку они определены для разных типов волн. Обозначая их $\rho_{in}^{e(h)}$, имеем ДУ в форме

$$k_x^{e,h} = k_0 \sqrt{1 - (\rho_{in}^{e,h})^{\pm 2}}, \quad (6)$$

где знак «+» соответствует E -волне, а знак «-» – H -волне.

Рассмотрим пример для слоя толщиной t с ДП ϵ на полупространстве с ДП $\tilde{\epsilon}$. Если слой электрически тонкий ($\tan(k_z t) \ll 1$), то $\rho_{in}^{(1)} = \tilde{\rho}^{e(h)} + i[\rho^{e(h)} - \tilde{\rho}^{e(h)}]k_z t$. Если он прозрачный ($k_z'' \ll k_z'$), то изменяется в основном реактивная часть импеданса, а в случае поглощающего слоя – активная его часть. Если слой четвертьволновой и прозрачный, то $\rho_{in}^{(1)} = [\rho^{e(h)}]^2 / \tilde{\rho}^{e(h)}$. Для прозрачного слоя мнимые части величин $\rho^{e,h}$ малы, поэтому реактивная часть импеданса $\rho_{in}^{(1)}$ меняет знак по сравнению с $\tilde{\rho}^{e,h}$. При сильном поглощении и достаточной толщине слоя $\tan(k_z t) \rightarrow -i$, и $\rho_{in}^{(1)} = \rho^{e(h)}$, т. е. волна не доходит до границы слоя, и он воспринимается как бесконечный.

Уравнения (6) удобно решать итерационно. Рассмотрим пример металлической пленки толщиной t , окружен-

ной сверху и снизу вакуумом. Как нетрудно видеть, равенство $\rho_0^{e,h} = \rho_{in}^{(1)}$ возможно только в двух случаях: $k_z t = m\pi$ и $\rho^{e,h} = \rho_0^{e,h}$. Первое равенство при $m = 1$ означает прозрачный полуволновой слой, а второе выполняется только для вакуума. В случае вакуума существует тривиальное решение в виде плоской волны. Первое условие дает резонансное прохождение, что, например, эквивалентно согласованию одинаковых волноводов полуволновой «банкой», используемой для вывода энергии в вакуумных усилителях и генераторах. При этом энергия идет в одну сторону. Однако для волн, распространяющихся вдоль металлической пленки в вакууме, известны решения в виде четного (симметричного) и нечетного (антисимметричного) плазмонов [21, 25–28], которые могут быть как прямыми, так и обратными. Для получения этих решений следует учесть, что для ПП волна втекает в пленку с двух сторон – сверху и снизу от нее. Поэтому если сверху берется импеданс $\rho_0^{e,h}$, то снизу он должен быть равен $-\rho_0^{e,h}$ (волны из вакуума идут к пленке). Такую волну следует возбуждать симметричными источниками при $x = -\infty$, $z = \pm\infty$, причем четный плазмон возникнет, если они в фазе, а нечетный – если они в противофазе. Вытекание же означает, что энергия была запасена в пленке при $x = -\infty$ и излучается при движении волны.

Используя метод функций Грина [2], легко получить ДУ для бесконечно тонкой пленки и показать, что вытекание возможно тогда и только тогда, когда реальная часть ее проводимости отрицательна. При смене втекания вытеканием знаки импедансов в обеих областях изменятся на противоположные, но вид ДУ остается прежним:

$$(\rho_0^{e,h}/\rho^{e,h})^2 + \frac{i(\rho_0^{e,h}/\rho^{e,h})}{\tan(k_z t)} + 1 = 0,$$

или $\rho_0^{e,h}/\rho^{e,h} = -itan(k_z t/2)$ и $\rho^{e,h}/\rho_0^{e,h} = -itan(k_z t/2)$. Это как раз и есть уравнения для нечетного (антисимметричного по E_x) и четного (симметричного) плазмонов [21].

Рассмотрим сначала E -волны. Для первого плазмона в силу симметрии в плоскости $z = -t/2$ можно поставить электрическую стенку, а для второго – магнитную. Пересчет импеданса вакуума в эту плоскость дает две указанные формулы. Имеется достаточное число работ, содержащих экспериментальные данные по ДП металлов, например [29–31]. Для теоретического анализа удобно использовать модель Друде–Лоренца:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\omega) &= \varepsilon_L(\omega) - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - i\omega\omega_c}, \\ \varepsilon_L(\omega) &= 1 + \sum_{k=1}^m \frac{\omega_{pk}^2}{\omega_k^2 - \omega^2 + i\omega\omega_{ck}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Плазменную частоту ω_p и электронную частоту столкновений ω_c определяем на основе концентрации и проводимости при постоянном токе, а остальные параметры удобно подобрать из условия наилучшей аппроксимации экспериментальных данных. Будем использовать простейшую модель с постоянным действительным членом ε_L . Так, на частотах вплоть до оптических можно считать, что $\varepsilon_L \approx 1 + \omega_{p1}^2/\omega_1^2 + \dots + \omega_{pm}^2/\omega_m^2$. Если пренебречь диссипацией и считать ДП металла отрицательной, $\varepsilon = -|\varepsilon|$, то для четного и нечетного плазмонов вдоль металлической пленки имеем

$$k_{ex}^e = k_0 \sqrt{\frac{\varepsilon^2 \tanh^2 \theta + |\varepsilon|}{\varepsilon^2 \tanh^2 \theta - 1}}, \quad k_{ox}^e = k_0 \sqrt{\frac{\varepsilon^2 + |\varepsilon| \tanh^2 \theta}{\varepsilon^2 - \tanh^2 \theta}}. \quad (8)$$

Здесь нижний индекс «e» соответствует четному плазмону, а индекс «o» – нечетному;

$$\theta = t\sqrt{k_0^2 |\varepsilon| + k_{o(e)x}^2}/2.$$

Поскольку $\tanh^2 \theta \rightarrow 1$ при $t \rightarrow \infty$, то для толстой пластины $k_{ex}^e = k_{ox}^e = k_0 \sqrt{\varepsilon/(1 + \varepsilon)}$. Это – ДУ Ценнека (1), имеющее запрещенную зону $-1 \leq \varepsilon \leq 0$, или $k_s \leq k_0 \leq k_{s0}$ в отсутствие потерь. Здесь $k_s = k_p/\sqrt{\varepsilon_L + 1}$ – волновое число ПР, соответствующее частоте ω_s ; $k_p = \omega_p/c$ – плазменное волновое число; $k_{s0} = k_p/\sqrt{\varepsilon_L}$ – граничное волновое число плазмоника, отвечающее $\varepsilon' = 0$.

Учет диссипации приводит к зависимости k_s и k_{s0} от ω_c и к небольшому их уменьшению. При конечных t значения компонент (8) и соответствующих замедлений ограничены. Действительно, если бы это было не так, то на частоте бесконечного замедления $\tanh^2 \theta = 1$. Тогда эта частота определялась бы из условия $\varepsilon = -1$, т. е. равнялась бы ω_s и не зависела бы от толщины. Полагая теперь толщину равной нулю, получаем единичное замедление, т. е. противоречие. Реально частота максимального замедления уменьшается с уменьшением толщины (рис.1), при этом для нее всегда $\tanh \theta < 1$. Для четного ПП $\varepsilon^2 \tanh^2 \theta > 1$, а для нечетного $\varepsilon^2 > \tanh^2 \theta$. В [28] рассмотрены плазмоны без диссипации и показано, что для четного E -ПП нет ОВ, а для нечетного E -ПП она существует. Численные расчеты (рис.1) для четного E -ПП не дают ветви с ОП, т. е. всегда $k'_x k''_x > 0$. Введя бесконечно малые потери, аналитически также можно показать выполнение этого условия. Штриховая кривая δ на рис.1 соответствует предельному случаю $t \rightarrow \infty$ и уравнению (1). В области $\omega_s < \omega < \omega_p$, т. е. в запрещенной зоне $-1 < \varepsilon' < 0$, в случае диссипации из (1) имеем выражение

$$k_x = \frac{k_0 \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon'^2 - |\varepsilon'| - i\varepsilon''}}{\sqrt{(1 + \varepsilon')^2 + \varepsilon''^2}} = \pm |k_x| \exp(i\varphi/2).$$

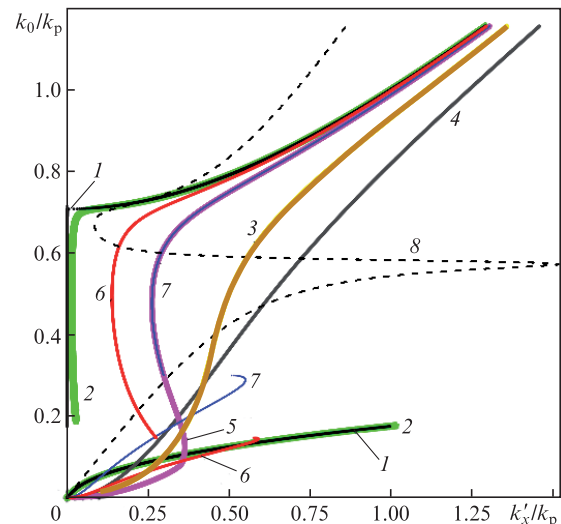


Рис.1. Нормированная на плазменное волновое число дисперсия симметричного E -ПП для $\varepsilon_L = 2$, $\omega_p = 10^{16}$ Гц при $t = 2$ (1–6) и 10 нм (7), а также при $t = \infty$ (8) для отношений $\omega_c/\omega_p = 10^{-4}$ (1), 10^{-2} (2, 8), 5×10^{-1} (3), 1 (4), 2×10^{-1} (5, 7) и 10^{-1} (6). Штриховая кривая δ построена для $\varepsilon_L = 2 - 0.01i$. Цветные варианты рис.1–4 приведены на сайте нашего журнала <http://www.quantum-electron.ru>.

Здесь φ – аргумент комплексного числа под корнем в числителе. Два значения корня соответствуют двум встречным волнам. Если потери малы, т.е. $\epsilon''^2 + \epsilon'^2 - |\epsilon'| < 0$, то это комплексное число находится в третьем квадранте, т.е. $k'_x k''_x > 0$. Если потери велики, т.е. $\epsilon''^2 + \epsilon'^2 - |\epsilon'| > 0$, то оно находится в четвертом квадранте, и опять $k'_x k''_x > 0$. Волна является прямой, хотя дисперсия аномальная и отрицательная. Интересно отметить, что при переходе через ω_s в малой ее окрестности нормальная дисперсия сменяется аномальной положительной, которая переходит в аномальную отрицательную, что качественно напоминает дисперсию Лоренца (7). Для нечетного E-ПП выше ветви с прямым ПП расположены ветви с ОП (рис.2). Там же приведены ветви с ОП (кривая 6) и с прямым поляритоном (кривая 5) для симметричного H-ПП. Поляритон обратный и сильно замедленный на низких частотах, имеет там большие потери и не имеет компоненты E_x , т.е. не взаимодействует с электронными потоками, поэтому его весьма трудно возбудить. На высоких частотах поляритон прямой. С ростом толщины t замедление и потери растут, но при $t \rightarrow \infty$ он не существует.

Результаты для прямых и обратных плазмонов приведены на рис.2 для металлической пленки с $\epsilon_L = 9 - 0.01i$ и $\omega_p = 10^{16}$ Гц, $\omega_c = 10^{13}$ Гц. Ветви обратных плазмонов контролировались по условию $k''_x < 0$. Каждая из точек дисперсионных ветвей есть итерационное решение соответствующего ДУ. Результаты свидетельствуют о том, что в диссипативных структурах аномальная отрицательная дисперсия (отрицательная ГС) еще не означает наличия ОБ. Особенно это касается запрещенных (в отсутствие диссипации) зон. ОП могут соответствовать как нормальной, так и аномальной отрицательной дисперсии. Характерна здесь кривая 8 на рис.1, соответствующая ПП над металлическим полупространством, т.е. зависимости (1). При подходе к точке ПР $\tilde{\omega}_s \approx \omega_p / \sqrt{\epsilon_L + 1} - \omega_c \approx \omega_s$ снизу ГС v_g сначала сильно уменьшается, но в малой окрестности резонанса начинает резко расти, переходит через бесконечность и меняет знак, что соответствует загибу дисперсионной кривой. Отрицательная ГС не означает, что плазмон является обратным. В точке загиба $v_g = \infty$, но ско-

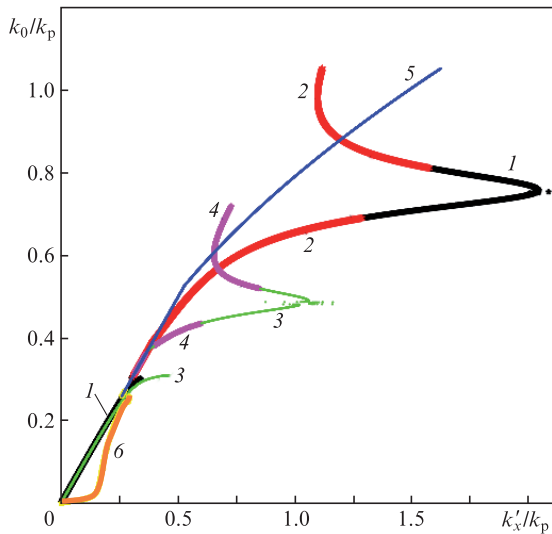


Рис.2. Прямые (1,3,5) и обратные (2,4,6) плазмон-поляритонные ветви для антисимметричного электрического (1–4) и симметричного магнитного (5,6) плазмонов в слоях толщиной $t = 50$ (1,2), 100 (3,4) и 10 нм (5,6) при $\epsilon_L = 9 - 0.01i$ и $\omega_p = 10^{16}$ Гц, $\omega_c = 10^{13}$ Гц.

рость энергии $v_e < c$. В данной точке потери максимальны, при этом $k'_x \approx k''_x$. Такой загиб может иметь место и для других ветвей.

Наличие загиба не означает изменения знака v_e , поскольку в окрестности этой точки вектор Пойнтинга S и плотность энергии непрерывны. Потоки вектора S легко рассчитать в каждой из областей [21, 28]. Полный поток определяется как их сумма. При этом в результате расчета следует подставлять решение ДУ k_x . Знак потока в металлической пленке определяется величинами ϵ и k_x . Действительно, для E-ПП $2S_x = -E_z H_y^* = k_x Z_0 |H_y|^2 / (k_0 \epsilon)$. Поток мощности определяется реальной частью S_x , а его знак – знаком суммы $k'_x \epsilon' + k''_x \epsilon''$. Без диссипации знак потока меняется при изменении знака ϵ или k'_x , т.е. в металлической пленке при $\omega < \omega_p / \sqrt{\epsilon_L}$ направление потока противоположно направлению потока в вакууме. В случае диссипации знак потока отрицательный при $k'_x \epsilon' + k''_x \epsilon'' < 0$. В прямой волне ($k'_x > 0$) это возможно при $\epsilon' < -k''_x \epsilon'' / k'_x < 0$, поскольку $\epsilon'' > 0$ и $k''_x > 0$. При этом поток в вакууме положительный и больше по абсолютной величине. В ОБ ($k'_x < 0$) это возможно при $\epsilon' > k''_x \epsilon'' / |k'_x|$, т.е. если $\mu' < 0$. Для существования ОБ поток в пластине должен быть противоположен по направлению потоку в вакууме и больше по модулю.

В работах [9, 10, 32–34] рассмотрены ОБ в слоистых структурах, включая слои из однородных метаматериалов с $\epsilon' < 0$ и $\mu' < 0$. В [32–34] и ряде других работ рассмотрен простейший волновод из метаматериала в виде пластины. Не касаясь вопроса о возможности (или невозможности) получения однородных метаматериалов, описываемых только отрицательными ϵ' и μ' , отметим, что ДУ для них те же (с учетом изменения знака k_{nz} в слоях из метаматериала).

Кривые для медленных ПП в отсутствие диссипации не пересекают световую линию, тогда как достаточная диссипация приводит к такому пересечению в области запрещенной зоны на рис.1 (быстрые поляритоны) и в области $\epsilon' > 1$ (медленные поляритоны). Быстрым поляритонам обычно соответствуют радиационные потери (вытекание). Как диссипация, так и радиационные потери приводят к негамильтоновой системе, для которой условия теоремы Леонтовича – Лайтхилла – Рытова [23, 24, 35] не выполняются, т.е. в монохроматической волне $v_e \neq v_g$. Максимумам замедления соответствуют условия $\partial k_{e(\omega),x}^c / \partial k_0 = 0$ для комплексных в общем случае соотношений (8), что эквивалентно $v_g = \infty$. Поскольку они неявные и трансцендентные, разделить их на действительные и мнимые части, явно зависящие от частоты, нельзя. Даже для явного дисперсионного соотношения Ценнека (1) условие для частоты максимального замедления требует поиска корня алгебраического уравнения высокой степени [2].

Получим приближенно такую частоту, считая, что $\tanh^2 \theta$ в окрестности резонанса меняется существенно медленнее, чем ϵ . Нахождение максимума k_{ex}^c заменим нахождением максимума отношения $(|\epsilon| + 1) / (\epsilon^2 \tanh^2 \theta - 1)$ при постоянном значении $\tanh^2 \theta$. В результате получим

$$\tilde{\omega}_s^2 = \frac{\omega_p^2}{2\epsilon_L - \sqrt{\epsilon_L^2 - (\tanh \theta)^2}}.$$

Отсюда видно, что с уменьшением t и соответственно величины $\tanh^2 \theta$ частота уменьшается. Нечетный же плазмон может быть сильно замедленным лишь в случае доста-

точно больших толщин, когда $|\varepsilon| \approx 1$ и $\tanh \theta \approx 1$, при этом его ветвь в области $\omega < \omega_s$ лежит левее и выше: $k_{ex}^e/k_{ox}^e > 1$. Для малых толщин он распространяется со скоростью чуть меньше скорости света. Решение ДУ (8) для пленки серебра представлено на рис.3 и 4. ДП серебра аппроксимировалась по модели Друде–Лоренца (7) с параметрами $\omega_p = 1.9 \times 10^{16}$ Гц, $\omega_c = 4.5 \times 10^{13}$ Гц, $\omega_{p1} = 2.5 \times 10^{16}$ Гц, $\omega_1 = 2 \times 10^{16}$ Гц, $\omega_{p2} = 4 \times 10^{16}$ Гц, $\omega_2 = 4.5 \times 10^{16}$ Гц, $\omega_{c1} = \omega_{c2} = 5 \times 10^{12}$ Гц, $\varepsilon_L(0) = 22.0$, $m = 2$.

Итак, при учете диссипации замедление оказывается ограниченным, появляется ветвь аномальной дисперсии в запрещенной зоне $\omega_s < \omega < \omega_{s0}$, где ГС переходит через бесконечное значение и становится отрицательной. Сказанное не означает существования ОВ, поскольку в этой области не может распространяться энергия в отсутствие потерь, а при потерях фазовая скорость направлена вдоль распространения энергии, но противоположно ГС. В области $\omega > \omega_s$ на рис.1 и 2 также имеют место ветви аномальной дисперсии. Для определенной их части волны являются обратными, а ГС противоположна скорости v_e .

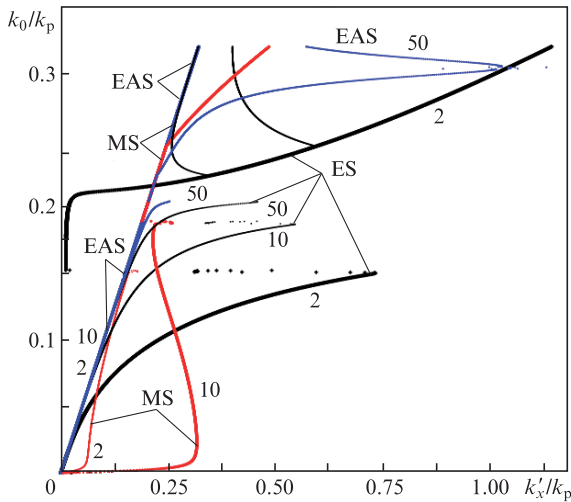


Рис.3. Нормированная на плазменное волновое число дисперсия электрического симметричного (ES), электрического антисимметричного (EAS) и магнитного симметричного (MS) ПП в пленках серебра. Числа у кривых – толщины пленок в нм.

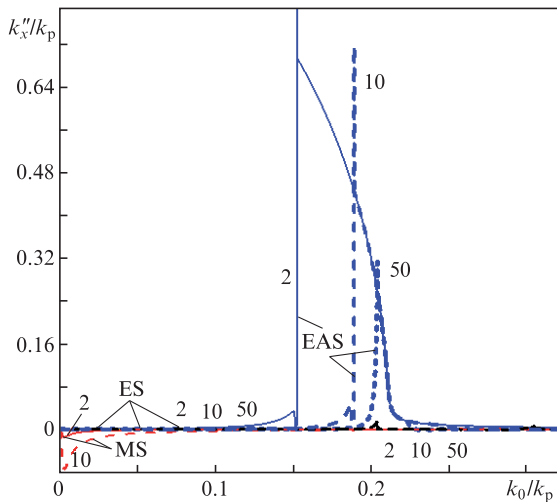


Рис.4. Нормированные на плазменное волновое число потери плазмонов, соответствующие рис.3.

Рассмотрим случай малой толщины, когда пленка почти прозрачна, величина $\tanh \theta \approx \theta$ мала и $k_{ox}^e = k_0[1 + (|\varepsilon|^{-1} + \varepsilon^{-2})\theta^2/2]$. При уменьшении толщины до нуля нечетный плазмон вырождается в Т-волну свободного пространства с $k_{0z} = 0$. Для четного медленного плазмона такого перехода не существует. При стремлении толщины к нулю и постоянном k_{ex} частота уменьшается, при этом $\theta \rightarrow tk_p/2$, а $\varepsilon^2\theta^2$ растет. На постоянной частоте замедление растет с уменьшением толщины, при этом для каждой толщины есть критическая частота максимального замедления $\tilde{\omega}_s(t) < \tilde{\omega}_s(\infty) = \omega_s$. Рассмотрим теперь поведение волн на малых частотах при фиксированной толщине. Область отрицательных ДП ограничена снизу, по крайней мере, несколькими значениями ω_c . При сверхнизких частотах $\varepsilon = -i\sigma_0(\omega\varepsilon_0)^{-1}$, $k_x \approx k_0$, в силу чего $\theta = (1 + i)t\sqrt{\omega\sigma_0/(8c^2\varepsilon_0)}$, $\tanh \theta \rightarrow \theta$. Поэтому

$$k_{ex}^e = k_0 \sqrt{\frac{1 + [2c\varepsilon_0/(t\sigma_0)]^2}{1 + 4i\omega c^2\varepsilon_0^3/(t^2\sigma_0^3)}}$$

$$k_{ox}^e = k_0 \sqrt{\frac{1 + [t\omega/(2c)]^2}{1 + it^2\omega^3\varepsilon_0/(4c^2\sigma_0)}}$$

т. е. оба плазмона немного замедленные, но четный плазмон остается более медленным, при этом дисперсия определяется проводимостью $\sigma_0 = \varepsilon_0\omega_p^2/\omega_c$. В обоих случаях $k_{e(o)x}^e/k_0 \rightarrow 1$ при $\omega \rightarrow 0$. В модели без диссипации при малых частотах $\varepsilon \approx -\omega_p^2/\omega^2$, и

$$k_{ex}^e = k_p \sqrt{\frac{t^2(k_p^2 + k_{ex}^e)^2 k_p^2/k_0^2 + 4}{t^2(k_p^2 + k_{ex}^e)^2 k_p^4/k_0^4 - 4}}$$

$$k_{ox}^e = k_0 \sqrt{\frac{4k_p^4/k_0^4 + t^2(k_p^2 + k_{ox}^e)^2 k_p^2/k_0^2}{4k_p^4/k_0^4 - t^2(k_p^2 + k_{ox}^e)^2}}$$

При малых k_0 замедления стремятся к единице, однако точный анализ требует учета диссипации. В правых частях этих выражений можно пренебречь $k_{e(o)x}^e$ по сравнению с k_p , т. е. получить явные приближенные соотношения. Приведем также ДУ для H -плазмонов:

$$n_{ex}^h = \frac{k_{ex}^h}{k_0} = \sqrt{\frac{1 - \varepsilon \tanh^2 \theta}{1 - \tanh^2 \theta}},$$

$$n_{ox}^h = \frac{k_{ox}^h}{k_0} = \sqrt{\frac{\varepsilon + \tan^2(k_z t/2)}{1 + \tan^2(k_z t/2)}}. \tag{9}$$

Магнитный четный плазмон при $\varepsilon < 0$ – медленный. В области $-1 < \varepsilon < 0$ его замедление порядка единицы. С ростом $|\varepsilon|$ (с уменьшением частоты) замедление растет на малых частотах пропорционально k_0^{-1} , но при учете потерь оно достигает максимума в области сверхнизких частот, а затем стремится к единице (рис.2). С ростом толщины $\tanh^2 \theta \rightarrow 1$, а замедление $n \rightarrow \infty$, что указывает на то, что над полупространством ПП не существует. Из-за отсутствия продольной компоненты электрического поля он не взаимодействует с электронными пучками и не возбуждается ими. Очень медленный H -ПП можно возбудить в тонкой пластинке втекающей (скользящей) под очень малым углом ТЕ-волной с низкой частотой, что весьма сложно. В области $0 < \varepsilon < 1$ H -ПП – быстрый, в об-

ласти $\varepsilon > 1$ имеются обычные моды диэлектрического волновода [1, 25]. В области $\varepsilon < 0$ магнитный нечетный плазмон медленным быть не может. Он является быстрым вытекающим и сильно затухающим, что связано с невозможностью скомпенсировать излучение при нечетном распределении E_y . Медленным этот плазмон становится при $\varepsilon > 1$.

Поле пленки обусловлено плотностью тока поляризации $\mathbf{J}_p = i\omega\varepsilon_0[\varepsilon(z) - 1]\mathbf{E}$. В случае тонкой пленки и E -волны достаточно учесть компоненту E_x и воспользоваться формулами (2.41) из работы [36]. Из них следует, что поле медленной волны поверхностного тока – поверхностное, а поле быстрой волны тока – вытекающее. В случае нечетной H -волны берем электрическое поле $\mathbf{E} = e_y E_{0y} \times \sin(k_z z) \exp(-ik_x x)$ и ток поляризации $\mathbf{J}_p = i\omega\varepsilon_0[\varepsilon(z) - 1] \times e_y E_{0y} \sin(k_z z) \exp(-ik_x x)$, где компоненты волнового вектора удовлетворяют второму ДУ в (8) (отсчет z здесь ведется от плоскости симметрии). Через \mathbf{J}_p определяются вектор-потенциал A и все поля, в частности $E_y = -ik_0 c^{-1} Z_0 A_y$ и $H_x = -\partial A_y / \partial z$ [36]. В области вне источников, $|z| > t/2$, получаем

$$A = ie_y E_{0y} \frac{\exp(-ik_x x - |z| \sqrt{k_x^2 - k_0^2})}{c^{-1} Z_0 k_0 \sqrt{k_x^2 - k_0^2}} \times \left(\sqrt{k_x^2 - k_0^2} \sin \frac{k_z t}{2} \cosh \frac{\sqrt{k_x^2 - k_0^2} t}{2} - k_z \cos \frac{k_z t}{2} \sinh \frac{\sqrt{k_x^2 - k_0^2} t}{2} \right). \quad (10)$$

Внутри пластины имеем электрическое поле и связанное с ним через уравнение Максвелла магнитное поле. Поскольку $H_x = -ik_z (k_0 Z_0)^{-1} E_{0y} \cos(k_z z) \exp(-ik_x x)$, то, сшивая E_y и H_x , определяем ДУ (8) другим методом. Вычисляя теперь A и поля внутри области $|z| < t/2$, получаем совпадение с приведенными выше результатами, при этом функция A_y и ее производная по z непрерывны на границе. Отметим, что в (10) функция $\varepsilon(z)$ постоянна внутри пленки, однако такой метод построения ДУ пригоден для любой зависимости $\varepsilon(z)$. При этом в (10) изменяется член в квадратных скобках, и нужно также вычислить вектор-потенциал внутри слоя. Анализ плазмонов удобно проводить с использованием функции $\tanh\theta$, которую для $\varepsilon > 0$ следует представить через обычные тангенсы, при этом все приведенные ДУ имеют бесконечное число мод в комплексной плоскости k_x [1]. Для комплексной ДП мнимые и действительные значения k_x становятся комплексными. В отсутствие диссипации число распространяющихся мод определяется k_0 .

Важной проблемой является максимально возможное замедление. Для четного ПП оно растет с уменьшением толщины и при малых толщинах примерно обратно пропорционально t . Реально толщина пленки ограничена величиной ~ 2 нм, до которой технологически еще можно получить сплошную пленку без островков. Кроме того, в такой пленке транспорт является баллистическим, плотность состояний (число мод проводимости) изменяется, т.е. меняется ω_p . Может возрасти частота столкновений за счет диффузного рассеяния на стенках (рассеяния на фононах локализованных состояний), что увеличивает потери и ограничивает замедление. Нечетный ПП при малых толщинах распространяется практически со ско-

ростью света, и заметное замедление наступает, когда величина $\alpha = 1 - \tanh^2\theta$ мала на частоте чуть меньше частоты ПР: $\tilde{\omega}_s = \omega_s - \delta\omega$, $\varepsilon = -1 - \delta\varepsilon$, $\delta\varepsilon = 2\omega_p^2 \delta\omega / \omega_s^3$. Пусть n – максимальное замедление на частоте $\tilde{\omega}_s$. Считаем величину $\theta(\tilde{\omega}_s, n) = [\tilde{\omega}_s t / (2c)] \sqrt{|\varepsilon(\tilde{\omega}_s)| + n}$ большой, поэтому $\tanh^2[\theta(\tilde{\omega}_s)] \approx 1 - 4 \exp[-\theta(\tilde{\omega}_s)]$, откуда $\alpha = 4 \exp[-\theta(\tilde{\omega}_s, n)]$. Для нечетного E -ПП $|\varepsilon(\tilde{\omega}_s)| = 1 + \delta\varepsilon \approx 1$. Для четного E -ПП $|\varepsilon(\tilde{\omega}_s)| > 1$, но частота максимального замедления другая и имеет меньшее значение, а отстройка $\delta\omega$ для нее больше. Все определенные выше величины разные для обоих плазмонов, и далее будем их снабжать соответствующими индексами.

Для максимальных замедлений имеем уравнения

$$n_e \approx |\varepsilon(\tilde{\omega}_{se})|^{1/2} \sqrt{\frac{|\varepsilon(\tilde{\omega}_{se})| + 1}{\varepsilon^2(\tilde{\omega}_{se}) - 1}} \left\{ 1 + \frac{\varepsilon^2(\tilde{\omega}_{se}) \alpha_e(\tilde{\omega}_{se})}{2[\varepsilon^2(\tilde{\omega}_{se}) - 1]} \right\}, \quad (11)$$

$$n_o \approx \sqrt{\frac{2}{2\delta\varepsilon + \alpha_o(\tilde{\omega}_{so})}} \left[1 + \frac{3\delta\varepsilon - \alpha_o(\tilde{\omega}_{so})}{4} \right]. \quad (12)$$

Представим их в виде

$$n_{e(o)} = \left[\frac{\lg(\alpha_{e(o)}/4) 2c}{\tilde{\omega}_{se(o)} t} \right]^2 - |\varepsilon \tilde{\omega}_{se(o)}|. \quad (13)$$

Подчеркнем, что выражения (11)–(13) пригодны для достаточно больших толщин слоев, когда $\alpha_{e,o}(\tilde{\omega}_s, n_{e,o})$ и $\delta\varepsilon$ малы, причем замедления входят и в правые части в $\alpha_{e,o}$. Пренебрегая $\alpha_{e,o}$ в правых частях (11) и (12), получаем зависимости замедлений от резонансных частот. Приравнявая (11) (или (12)) и (13) и подставляя эти зависимости в полученные соотношения, находим уравнения для определения резонансных частот, зная которые можно определить и замедления. Говорить о максимальном замедлении n_o целесообразно для больших толщин, когда оба ПП вырождаются в волну Ценнека. Для ПП, распространяющегося вдоль металлического полупространства с ДП $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon$, необходим учет потерь. Тогда

$$n = n' - in'' = \frac{ck_x(\omega_s)}{\omega_s} \approx \frac{1 + \varepsilon''(\omega_s)/2 - i}{\sqrt{2\varepsilon''(\omega_s)}}. \quad (14)$$

На самом деле максимальное замедление n' имеет место чуть ниже частоты

$$\tilde{\omega}_s = \sqrt{\frac{\omega_p^2}{\varepsilon_L + 1} - \omega_c^2}.$$

Точное ее нахождение приводит к поиску корня алгебраического уравнения высокого порядка [2], соответствующего минимуму выражения

$$2n'^2 = \frac{\sqrt{a^2 + b^2} + b}{c},$$

где $b = \varepsilon_1 \omega_c / \omega$; $a = \sqrt{c - b^2} \varepsilon' + b^2$; $c = (\varepsilon' + 1)^2 + b^2$; $\varepsilon_1 = \varepsilon - \varepsilon_L$. Однако выражение (14) тем точнее, чем меньше потери. При малых потерях $k_x' \approx k_x''$. Диссипация при большом, но конечном t также ограничивает замедления, которые можно получить приближенно, взяв $\omega = \omega_s$, т.е. положив $\varepsilon' = -1$ и $\theta = \theta' + i\theta''$. Приближение работает тем лучше, чем больше толщина и меньше потери. Опуская индексы и предполагая, что $\theta' \gg |\theta''|$, получаем

$$\theta' \approx \frac{t\sqrt{k_0^2 + k_x'^2 - k_x''^2}}{2}, \quad \theta'' \approx \frac{t^2(\varepsilon''k_0^2 - 2k_x'' k_x')}{8\theta'}.$$

Считаем также, что $k_0 t > 1$. Тогда $\tanh^2 \theta \approx 1 - 4\exp(-2\theta) = 1 - \alpha + i\beta$. Полагая, что $\alpha \ll 1$ и $|\beta| \ll 1$, имеем

$$\begin{aligned} k_{\text{ex}}^{\text{e}} &\approx k_0 \sqrt{\frac{2 - \alpha + i(3\varepsilon'' + \beta)}{-\alpha + i(2\varepsilon'' + \beta)}}, \\ k_{\text{ox}}^{\text{e}} &\approx k_0 \sqrt{\frac{2 - \alpha + (3\varepsilon'' + \beta)}{\alpha + i(2\varepsilon'' - \beta)}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Аналогично для магнитного плазмона

$$k_{\text{ex}}^{\text{h}} \approx k_0 \cosh \theta \left[\sqrt{2} + \frac{i(\varepsilon'' + \beta) - \alpha}{\sqrt{2}} \right]. \quad (16)$$

Вблизи ПР возможен переход на ветвь с аномальной отрицательной дисперсией, поэтому важен выбор знака корня. Результат также зависит от знака β и от соотношения между этой величиной и ε'' . Если, например, $2\varepsilon'' \pm \beta \gg \alpha$, то

$$\begin{aligned} \frac{k_{\text{ex}}^{\text{e}}}{k_0(1-i)} &\approx \frac{2 - \alpha + i[3\varepsilon'' + \beta + \alpha/(4\varepsilon'' + \beta)]}{\sqrt{4\varepsilon'' + 2\beta}}, \\ \frac{k_{\text{ox}}^{\text{e}}}{k_0(1-i)} &\approx \frac{2 - \alpha + i[3\varepsilon'' + \beta - \alpha/(4\varepsilon'' + \beta)]}{\sqrt{4\varepsilon'' + 2\beta}}, \end{aligned} \quad (17)$$

т.е. порядки потерь и замедления одинаковы. Отсюда видно, что наше предположение ($\theta' \gg |\theta''|$) не верно. При больших замедлениях оказывается, что $k_0^2 + k_x'^2 - k_x''^2 \ll 2k_x'' k_x' - \varepsilon'' k_0^2$ и $\theta' \approx |\theta''|$, причем знак θ'' отрицательный. Так,

$$\begin{aligned} \theta' &\approx \frac{t}{2} \sqrt{k_x'' k_x'} \left(1 + \frac{k_0^2 + k_x'^2 - k_x''^2}{4k_x'' k_x'} \right), \\ \theta'' &\approx -\frac{t}{2} \sqrt{k_x'' k_x'} \left(1 - \frac{k_0^2 + k_x'^2 - k_x''^2}{4k_x'' k_x'} \right). \end{aligned} \quad (18)$$

Отсюда следует, что $\alpha = 4\exp(-2\theta')\cos(2\theta'')$, $\beta = 4\exp(-2\theta') \times \sin(2\theta'')$, и эти величины экспоненциально малы. В данном случае практически всегда $2\varepsilon'' \pm \beta > \alpha$, и соотношения (17) справедливы.

Для выражения (16) получаем $k_{\text{ex}}^{\text{h}}/k_{\text{ox}}^{\text{h}} \approx -\tan\theta''$, т.е. при малых θ'' плазмон прямой, а при больших – обратный, что определяется толщиной t . Полагая $k_x' t = \pi$, $k_x'' \approx k_x' \gg k_0$, имеем $k_{0z} \approx (1+i)k_x'$, т.е. угол втекания примерно равен $\pi/4$. Если $k_x' = k_0(1 + \delta k_x' - i\delta k_x'')$ при малых $\delta k_x'$ и $\delta k_x''$, то $k_{0z} \approx k_0 \sqrt{2i\delta k_x'' - 2\delta k_x'}$, что соответствует $n' \approx 1$ и малым потерям. Если $\delta k_x' > 0$ (волна медленная), то фаза комплексного волнового числа k_{0z} больше $\pi/4$, а если $\delta k_x' < 0$ (волна быстрая), то эта фаза меньше $\pi/4$. Поэтому обе волны втекают под малым углом, но для быстрой волны и одинаковых $|\delta k_x'|$ и $\delta k_x''$ он больше. Это является приближением, поскольку сами величины определяются углом втекания.

Подчеркнем, что для разных плазмонов величины k_x , θ , α и β в формулах (7)–(18) разные, а k_0 во всех соотношениях равно $\hat{\omega}_s c$ (при больших толщинах $k_0 = \omega_s c$). Соответственно

$$\varepsilon''(\omega_s) = \frac{(\varepsilon_L + 1)^{3/2} \omega_c / \omega_p}{1 + (\varepsilon_L + 1)(\omega_c / \omega_p)^2} \approx \frac{(\varepsilon_L + 1)^{3/2} \omega_c}{\omega_p}.$$

Для меди примем, что $\omega_p = 2.7 \times 10^{16}$ Гц, $\omega_c = 1.09 \times 10^{14}$ Гц, $\varepsilon_L \approx 25$, $\varepsilon''(\omega_s) \approx 0.5$. Для серебра $\omega_p = 1.9 \times 10^{16}$ Гц, $\omega_c = 4.9 \times 10^{13}$ Гц, $\varepsilon_L \approx 22$, $\varepsilon''(\omega_s) \approx 0.25$. Для золота $\omega_p = 1.43 \times 10^{16}$ Гц, $\omega_c = 3.98 \times 10^{13}$ Гц, но в силу межзонных переходов формула Друде–Лоренца с постоянным членом ε_L в области ω_s дает большую погрешность [37] из-за достаточно сильных межзонных переходов. Их основной негативный эффект – увеличение $\varepsilon''(\omega_s)$, при этом изменяется и ω_s . Использовать приведенные соотношения для максимальных замедлений можно только при малых $\varepsilon''(\omega_s)$.

Порядок максимального замедления четного E -ПП можно определить из условия $\min|\varepsilon^2 \tanh^2 \theta - 1|$. В случае достаточно тонких пленок и малой диссипации получаем $n' \approx (\lambda/t)/(\pi|\varepsilon'|\sqrt{1+|\varepsilon'|})$. Значению ДП $\varepsilon = -8.6-0.6i$ вблизи резонанса для пленки с $t = 2$ нм соответствует $n' \approx 3.76$. Расчет дает $n' \approx 5.1$ (рис.3). В работе [27] выдвинуто предположение о существовании оптических ПП с длиной волны $\lambda = 50$ нм в пленке серебра толщиной 2 нм. По-видимому, для комнатной температуры эта оценка замедления слишком (примерно в два раза) завышена даже при использовании частоты ω_c для объемного материала. Для получения очень медленных ПП нужны низкие криогенные температуры. Для этого целесообразно, по-видимому, использовать полуметаллы в ИК и терагерцевой областях, монослой или бислой графена либо хорошо проводящие полупроводниковые материалы с плазменными частотами в терагерцевой области. Например, для допированного InSb $\varepsilon_L = 17.8$, $\omega_p = 10^{12}$ Гц и $\omega_c \approx 10^{10}$ Гц при температуре $T = 77$ К [38]. Для недопированного образца согласно [38] при $T = 300$ К концентрация электронов $N_e = 2 \times 10^{17}$ см $^{-3}$, поэтому при допировании можно менять плазменную частоту в широких пределах.

Смещение $\hat{\omega}_s$ в терагерцевую область – важная задача терагерцевой электроники, связанная с созданием устройств, основанных на взаимодействии электронных потоков с медленными ПП [39]. Для этого целесообразно использовать тонкие пленки с большими ε_L , слоистые структуры с тонкими металлическими пленками и слоями диэлектрика, а также тонкие пленки с листами графена. Поскольку при частотах, существенно меньших ω_s , справедливо равенство $\varepsilon''/|\varepsilon'| = \omega_c/\omega$, то необходимо уменьшать и частоту столкновений. Один из способов снижения потерь – использование активных слоев и пленок, полученных путем оптической накачки, например графеновых. Поверхностная проводимость графена является слабо выраженной тензорной величиной. Формулы для ее описания получены методами Кубо–Гринвуда и неравновесных функций Грина в приближенном скалярном виде [40], а также и в тензорном виде, например в приближении Бхатнагара–Гроса–Крука [41].

Проводящую пленку, тонкую по сравнению с длиной волны и глубокой проникновения в нее излучения, можно описать поверхностной проводимостью $\sigma_s = \sigma t$, где σ – объемная проводимость. Если длина свободного пробега $\lambda_0 \gg t$, то следует рассматривать квантовый баллистический транспорт. В таких веществах, как графен, можно использовать только σ_s . Пленка выполняет роль шунта с нормированной проводимостью $\zeta = \sigma_s Z_0$ и описывается матрицей передачи

$$\hat{a}_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \zeta & 1 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Матрицу можно рассматривать как две параллельно включенные проводимости $\zeta/2$, соответствующие двум сторонам пленки. ДУ для пленки в вакууме получим приравниванием импедансов: $k_x^e = k_0 \sqrt{1 - (2/\zeta)^2}$ для E -волн и $k_x^h = k_0 \sqrt{1 - (\zeta/2)^2}$ для H -волн. Очевидно, что они по форме соответствуют выражению (6). В этом случае волны могут быть только втекающими. Если y – проводимость правого полупространства, то входная проводимость слева от пленки есть $\sigma_s - y$. Из-за втекания волн знак проводимости изменен. Условие согласования имеет вид $y = \sigma_s - y$, откуда и следуют ДУ.

Очевидно, что эти же ДУ получаются методом сшивания с учетом скачка тангенциальной компоненты магнитного поля на пленке (листе с током). В общем случае для произвольного числа слоев можно найти ДУ, используя полную матрицу передачи слоев. Условия втекания – вытекания эквивалентны граничным условиям для матрицы и могут быть записаны в виде двухполюсника на ее левых и правых клеммах. Знак входного импеданса двухполюсника определяет втекание или вытекание волн. В результате получается однородная система двух уравнений с двумя неизвестными, равенство нулю определителя которой и дает ДУ. Нагружая матрицу на правых клеммах соответствующим двухполюсником, т.е. налагая граничные условия, получаем входной импеданс на ее левых клеммах, соответствующих левой границе структуры.

Если структура длинная и диссипативная, то может случиться так, что этот импеданс не зависит от нагрузки на другой поверхности. Следовательно, ПП на обеих поверхностях не связаны, и их можно рассматривать независимо. Это служит обоснованием метода трансформации импедансов: в каждом из слоев рассматривается только падающая (втекающая) волна, т.е. отражением от правой границы структуры пренебрегается. В случае большого числа диссипативных слоев (например, квазипериодических) можно задать входной импеданс в любом сечении (в частности, положить его равным нулю) и пересчитать его к плоскости $z = 0$ [16]. Периодические и квазипериодические структуры исследованы также в [12, 13]. В бесконечной периодической структуре входной импеданс для прямых и встречных блоховских волн вследствие условий Флоке–Блоха также периодический, что может быть использовано для измерения объемных волн [16].

Из (6) следует, что ПП будут замедленными, когда проводимость в основном реактивная (диссипация мала), причем для E -волн она должна быть мала по модулю, а для H -волн – велика. Металлическую пленку с толщиной в единицы или десятки нанометров можно описать поверхностной проводимостью, пропорциональной толщине: $\sigma_s = \sigma t$. Проводимость графена на металлической подложке возрастает [42], что уменьшает замедление E -ПП и увеличивает замедление H -ПП. Для получения сильно замедленных H -ПП интересна структура в виде металлического слоя, обложенного листами графена. Для получения сильно замедленных E -ПП интересна структура в виде диэлектрического слоя, например SiO_2 , обложенного листами графена. Для четного ПП (магнитная стенка в середине) имеем $y_0 + \zeta = -iy \tan(k_z t/2)$. Для нечетного ПП (электрическая стенка) $y = -i(y_0 + \zeta) \tan(k_z t/2)$. Здесь $y_0 = 1/\rho_0$, $y = 1/\rho$. Для бислоя графена $\rho = \rho_0$, при этом ζ соответствует половине проводимости. Для четных и нечетных E - и H -волн имеем

$$k_{x_e}^e = k_0 \sqrt{1 - (\zeta_e^e)^{-2}}, \quad k_{x_e}^h = k_0 \sqrt{1 - (\zeta_e^h)^2}, \quad (20)$$

$$k_{x_o}^e = k_0 \sqrt{1 - (\zeta_o^e)^{-2}}, \quad k_{x_o}^h = k_0 \sqrt{1 - (\zeta_o^h)^2},$$

где

$$\zeta_e^e = \zeta + \frac{itk_0 \varepsilon}{2\theta} \tanh \theta; \quad \zeta_e^h = \zeta - \frac{2i\theta}{tk_0} \tanh \theta; \quad (21)$$

$$\zeta_o^e = \zeta + \frac{itk_0 \varepsilon}{2\theta \tanh \theta}; \quad \zeta_o^h = \zeta - \frac{2i\theta}{tk_0 \tanh \theta}. \quad (22)$$

Сравнивая эти выражения с приведенными выше результатами, видим, что тонкая металлическая пленка играет роль дополнительной индуктивной проводимости, если величины (21) и (22) понимать как эффективные проводимости.

В плазмоне $\varepsilon = -|\varepsilon'| - i\varepsilon''$. Получение очень медленных четных E -ПП связано с необходимостью иметь проводимость $\zeta_e^e = \zeta_e^e + i\zeta_e^e$, удовлетворяющую условию $0 \leq \zeta_e^e \ll |\zeta_e^e| \ll 1$, т.е. малую по модулю и с реальной частью, существенно меньшей мнимой. Реальная часть определяется диссипацией, которая должна быть мала. Динамическая (высокочастотная) проводимость графена хорошо описывается моделью Друде [40]:

$$\zeta(\omega) = \frac{\zeta(0)}{1 + i\omega/\omega_c}, \quad (23)$$

т.е. является индуктивной, как и проводимость металлической пленки, поэтому замедление уменьшится. Эффект такой же, как и от увеличения толщины (и эффективной проводимости) металлической пленки.

Желательно получить пленку с емкостной проводимостью, чтобы она частично компенсировала эффективную индуктивную проводимость металлической пленки $-itk_0 \varepsilon' |\tanh \theta| / (2\theta)$, увеличивая замедление. Это можно сделать, создав на металле структуру из тонкого диэлектрического слоя. Регулировать импеданс также можно, создавая на слое диэлектрика двумерно-периодическую или одномерно-периодическую структуру, например из графеновых нанолент конечной длины или из металлических элементов. При определенных соотношениях периода и длины волны вносимая проводимость может быть как емкостной, так и индуктивной. Емкостную проводимость вносит сам тонкий диэлектрический слой.

Для E -ПП эффективная проводимость тонкой металлической пленки существенно больше, что объясняет большее замедление при малых толщинах. Однако получить толщину пленки существенно меньше 2 нм технологически почти невозможно, да и ее параметры не описываются параметрами объемного материала. В этом случае интересен бислой графена, для которого $t = 3.1 \text{ \AA}$. Для четного H -ПП проводимость должна быть большой по модулю, т.е. необходимо увеличивать ее индуктивную реактивную часть, что также обеспечивает бислой графена на двух сторонах металлической пленки. Указанные структуры можно моделировать как одной эффективной проводимостью, так и на основе точных ДУ (20)–(22).

Приведем ДУ для симметричной структуры из слоя толщиной t_1 с ДП ε_1 , на обеих поверхностях которого лежат два слоя толщиной t_2 с ДП ε_2 , граничащие с двумя полупространствами с ДП ε_3 . Волновые сопротивления в средах обозначим ρ_1, ρ_2, ρ_3 . Нормированное входное сопротивление на границе сред 1 и 2 для симметричного ПП (магнитная стенка в центре) есть $\rho_{12}^s = -i\rho_1 \tan(k_{1z} t_1/2)$,

а для антисимметричного (электрическая стенка в центре) $\rho_{12}^a = -i\rho_1 \tan(k_{1z}t/2)$. На границе сред 2 и 3 нормированные входные импедансы

$$\rho_{23}^{s,a} = \rho_2 \frac{\rho_{12}^{s,a} + i\rho_2 \tan(k_{2z}t)}{\rho_2 + i\rho_{12}^{s,a} \tan(k_{2z}t)}$$

Таким образом, ДУ имеют вид $\rho_3 = \rho_{23}^s$ и $\rho_3 = \rho_{23}^a$. Каждое из них определяет две волны, электрическую и магнитную, в зависимости от использованных типов импедансов.

3. ОП в толстой плоскостойкой структуре

Получим условия существования ОП на границе вакуум–поглощающая структура, считая вторую границу удаленной и записав нормированный входной импеданс в виде $\rho = \rho' + i\rho''$. Для простоты опускаем индексы и полагаем действительную часть малой и положительной из-за диссипации: $0 < \rho' < 1$. Замедленным *E*-ПП будет при $\rho' < |\rho''|$, а очень медленным – при $|\rho''| \gg 1$. При $\rho'' > 0$ импеданс является индуктивным, а при $\rho'' < 0$ – емкостным. Для *E*-ПП условие движения энергии вдоль оси *x* есть

$$\text{Im} \sqrt{1 - \rho'^2 + \rho''^2 - 2i\rho\rho''} < 0.$$

Для индуктивного поверхностного импеданса в обоих случаях ($1 - \rho'^2 + \rho''^2 < 0$ и $1 - \rho'^2 + \rho''^2 > 0$) $k'_x > 0$, т. е. волна прямая. Для емкостного импеданса всегда $k'_x < 0$, т. е. волна обратная. Для *H*-волны выполняется условие

$$\text{Im} \sqrt{1 - (\rho' + i\rho'')^{-2}} < 0,$$

из которого следует, что для индуктивного импеданса волна обратная, а для емкостного – прямая.

ОП появляется при замедлении $n = \sqrt{1 - \rho'^2}$, т. е. когда волна быстрая. Если импеданс ρ^c *E*-волны индуктивный, то изменить его на емкостной добавлением тонкой однородной металлической, графеновой или иной индуктивной пленки не получится: индуктивная часть только увеличится. Однако это возможно для прозрачного слоя, когда его толщина сравнима с длиной волны излучения в нем. Так, если на индуктивную поверхность нанести четвертьволновый слой непоглощающего материала, то импеданс станет емкостным. ОП в тонких металлических пленках (с толщиной, существенно меньшей длины волны, и с малой диссипацией), могут возникать на границе со слоем диэлектрика, что имеет место при $\omega_c \ll \omega < \omega_p / \sqrt{\epsilon_L + \tilde{\epsilon}}$ [16]. В случае толстых индуктивных пленок с нормальным скин-эффектом $\rho' = \rho'' \ll 1$ (что справедливо на низких частотах), и замедление равно $1 + \rho'^4/2$. Медленная волна переходит в быструю, когда $k_x^{ce(h)} = k_0$, откуда получаем условие $(\rho'/\rho'')^2 = \rho'^2 + 1$. В терминах ϵ' и ϵ'' это условие получено в [2] для произвольных соотношений ρ' и ρ'' . В частности, ПВЦ над однородной сушей или морем всегда быстрая, поскольку $\rho' > \rho''$. Электрически тонкий слой льда, волновое сопротивление которого существенно больше импеданса моря, вносит емкостной импеданс, оставляя реальную его часть почти неизменной, и ПВЦ может стать медленной. Следует отметить, что в обоих случаях замедление весьма близко к единице.

Рассмотрим условия перехода от прямой волны к обратной для пленки в вакууме (рис.5). Для этого представим поперечную компоненту в виде

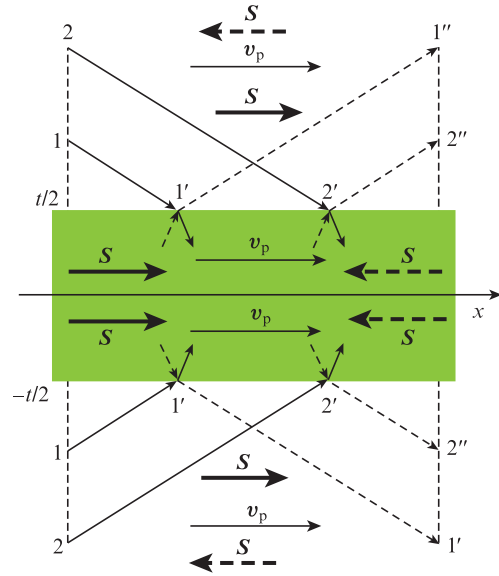


Рис.5. Втекающие (сплошные лучи) и вытекающие (штриховые лучи) волны в магнитоэлектрической пластине.

$$k_{0z} = \sqrt{k_0^2 + k_x''^2 - k_x'^2 + 2ik_x' k_x''}.$$

Для прямой волны ($k'_x k_x'' > 0$) возможно втекание и вытекание. Втекающая волна может быть как быстрой ($k_0^2 + k_x''^2 - k_x'^2 > 0$), так и медленной ($k_0^2 + k_x''^2 - k_x'^2 < 0$). В обоих случаях фаза φ компоненты k_{0z} лежит в первом квадранте и $k_{0z} = \pm |k_{0z}| \exp(i\varphi)$. Поскольку в вакууме имеем зависимость $\exp(-ik_{0z}z)$, знак «+» соответствует вытеканию, а знак «-» – втеканию. При этом втекание сопровождается экспоненциальным затуханием при удалении от поверхности (волна поверхностная), а вытекание – нарастанием (волна антиповерхностная).

Лучевая интерпретация нарастания для вытекающей волны дана в [1, 12], а затухания для втекающей волны – в [2]. На рис.5 такая интерпретация проиллюстрирована для прямых и обратных волн. Схематически показан ход фазовых лучей. Направление движения фазы считается положительным, направление вектора Пойнтинга *S* показано толстой стрелкой – сплошной для прямой волны и штриховой для ОБ. Для прямой волны (втекающей и вытекающей) энергия движется вдоль фазового луча, а для ОБ – в противоположном направлении. Из-за диссипации в точке 1' амплитуда прямой поверхностной втекающей волны больше, чем в точке 2', т. е. волна поверхностная. Для вытекающей волны, наоборот: амплитуда в точке 1'' больше, чем в точке 2'', т. е. волна антиповерхностная. Для вытекающей ОБ вытекает фаза, а энергия втекает, т. е. волна поверхностная. Для втекающей ОБ фаза втекает, а энергия вытекает, и волна антиповерхностная. Заметим, что ОБ в диссипативной пластине ведет себя как прямая волна в активной пластине (с отрицательными потерями).

Для обратной волны ($k'_x k_x'' < 0$) также возможно втекание и вытекание. Как для быстрой, так и для медленной волны фаза находится в третьем квадранте, поэтому втекающая волна является поверхностной и затухающей, а вытекающая – антиповерхностной и нарастающей. Для точки перехода имеем условие $k_x'' = 0$, а переход соответ-

стует смене знака. Это возможно, когда скорость волны достигнет (снизу или сверху) скорости света, а также для медленной и быстрой волн. В первом случае втекания нет, вся энергия движется в вакууме. Переход соответствует смене втекания вытеканием, но перехода от медленной волны к быстрой нет. Во втором случае волна медленная, в третьем – всегда быстрая, а переход также соответствует смене втекания вытеканием. Ряд случаев иллюстрирует рис.2.

Анализ для структуры, граничащей с двумя разными полупространствами, более сложен. Если сверху структура вакуум, а снизу среда с ДП $\tilde{\epsilon}$, следует анализировать еще и величину $\tilde{k}_z = \sqrt{k_0^2 \tilde{\epsilon} + k_x'^2 - k_x''^2 + 2ik_x' k_x''}$. Для простоты считаем, что $\tilde{\epsilon} > 1$. Втекающая в структуру из вакуума волна возможна, если в нем на бесконечности есть источники. Здесь случай $k_x = k_0$ невозможен, но для медленной волны реален переход от быстрой волны в среде ($k_x^2 < k_0^2 \tilde{\epsilon}$) к медленной ($k_x^2 > k_0^2 \tilde{\epsilon}$) со сменой знака $k_x' k_x''$ и сменой втекания вытеканием. Возможны и два других сценария, когда волна остается либо медленной, либо быстрой. Переход от втекания к вытеканию имеет место в обоих полупространствах.

Результаты расчетов для металлической пленки, обложенной двумя диэлектрическими пленками, а также для диэлектрической пленки, обложенной двумя металлическими пленками, демонстрируют возможность смены прямой волны обратной при изменении частоты. При $0 < \rho' < 1$ такая смена происходит для медленной волны, но при частотах существенно больше и меньше частоты смены можно получить волны с бóльшим замедлением. Все рассуждения относятся и к H -волнам при замене импедансов адмитансами, но H -ПП не интересны в плане их взаимодействия с электронными потоками.

Для терагерцевых усилителей бегущей волны с ленточными электронными пучками интересны прямые E -ПП с замедлениями порядка 2–4 [39] и волноводные структуры с вакуумным каналом и границами вакуум–металл или вакуум–металлическая пленка–диэлектрик. В лампах ОВ на обратном плазмоне необходимо наличие участков с аномальной отрицательной дисперсией, при этом нужно исключить области резонансов и больших потерь. Если имеем условие $\rho' > 2$, то смена типа волны происходит при медленной волне, что характерно для четного E -ПП в тонкой пленке. Входные импедансы и проводимости зависят от k_x , а соотношения (6) – неявные. Когда речь идет об изменении знака импеданса, надо понимать, что это происходит при k_x , удовлетворяющих ДУ.

4. Волны в несимметричных структурах с несколькими диэлектрическими слоями

Для расчета полей в любом слое достаточно задать одну из амплитуд в (3), например H_{N+1y} для E -волны. Метод матриц передачи позволяет определить все амплитуды и тем самым распределения полей. При этом следует дополнительно определять N матриц для каждого слоя, связывающих амплитуды в нем с H_{N+1y} . Простейшая диэлектрическая структура имеет две поверхности, отделяющие слой с ДП ϵ от полупространств с ДП ϵ_1 при $z > 0$ и $\tilde{\epsilon}$ при $z < -t$. Эта структура несимметрична, поэтому втекающая в слой волна имеет два различных угла втекания. Втекание может смениться вытеканием. Если $\epsilon_1 < \tilde{\epsilon}$, то втекание в слой из первой среды может происходить вместе с вытеканием из слоя в полупространство с $\tilde{\epsilon}$.

Данные рис.5 весьма просто объясняют поверхностный характер втекающей волны, как и антиповерхностный характер вытекающей волны [1, 2]. ДУ для четырех областей приведено в [10], а для трех областей оно имеет вид [21]

$$\exp(-2ik_z t) = \frac{k_z + \epsilon k_{1z} \tilde{\epsilon} k_z + \epsilon \tilde{k}_z}{k_z - \epsilon k_{1z} \tilde{\epsilon} k_z - \epsilon \tilde{k}_z}. \tag{24}$$

Здесь

$$\tilde{k}_z = \sqrt{k_0^2 \tilde{\epsilon} - k_x^2}; k_z = \sqrt{k_0^2 \epsilon - k_x^2}; k_{1z} = \sqrt{k_0^2 \epsilon_1 - k_x^2}.$$

Для медленных ПП в (24) удобно положить

$$k_z = -i\sqrt{k_x^2 - k_0^2 \epsilon}.$$

В случае поиска ПП на границе с вакуумом лучше использовать ДУ, полученное с помощью формулы (5). Так,

$$\rho_0^{e,h} = \rho^{e,h} \frac{-\tilde{\rho}^{e,h} + i\rho_1^{e,h} \tan(k_z t)}{\rho^{e,h} - i\tilde{\rho}^{e,h} \tan(k_z t)}. \tag{25}$$

Здесь мы опять изменили знак $\tilde{\rho}^{e,h}$, поскольку втекание предполагает распространение волны из нижнего полупространства к пластине. Если внизу вакуум, то $\tilde{\rho}^{e,h} = \rho^{e,h}$, и из (25) следуют все четыре приведенных выше ДУ. Если ПП ищутся на другой поверхности, импедансы следует поменять местами.

В случае конечной многослойной структуры в вакууме использование соотношений (6) для нахождения обеих ветвей с учетом дифракции при итерациях неудобно. Поэтому лучше выполнить пересчет матриц сверху вниз и снизу вверх для получения двух типов соотношений, что также относится и к трансформации импедансов (5). Обозначим трансформированные снизу вверх и сверху вниз импедансы ρ_{in}^{\pm} . Эти соотношения теперь следует подставить в (6). Если сверху вакуум, а снизу подложка, то для второй ветви, локализованной около подложки, имеем ДУ для итерационного определения E -волны:

$$k_x^e = k_0 \sqrt{\tilde{\epsilon}^2 - \tilde{\epsilon}(\rho_{in}^{(1)})^2}.$$

Рассмотрим также соотношения (3). Если с обеих сторон структуры вакуум, то

$$\rho_0^{e,h} = \frac{a_{11}^{e,h} \rho_0^{e,h} - a_{12}^{e,h}}{a_{21}^{e,h} \rho_0^{e,h} - a_{22}^{e,h}},$$

откуда

$$\rho_0^{e,h} = \frac{a_{11}^{e,h} - a_{22}^{e,h}}{2a_{21}^{e,h}} \pm \sqrt{\frac{(a_{11}^{e,h} - a_{22}^{e,h})^2}{(2a_{21}^{e,h})^2} - \frac{a_{12}^{e,h}}{a_{21}^{e,h}}}. \tag{26}$$

Уравнения (26) пригодны для определения четырех ветвей решений для обоих типов волн. Для получения втекания ($k_{0z}'' > 0$) или вытекания ($k_{0z}'' < 0$) следует контролировать k_{0z}'' .

Интересен случай плазмонов, распространяющихся вдоль границы многослойных квазипериодических плоскостных структур и вдоль слоев бесконечных периодических структур. Такие структуры могут являться гиперболическими метаматериалами с эффективными ДП, реальные части которых удовлетворяют условию $\epsilon'_{xx} \epsilon'_{zz} < 0$ [16, 43]. Изложенный выше метод позволяет получить ДУ

для плазмонов на поверхности и внутри бесконечной периодической структуры [12, 16]. В последнем случае ДУ Флоке–Блоха следует дополнить условием периодичности входного импеданса, что позволит определить две комплексные компоненты, k_x и k_z , для волны в анизотропном одноосном фотонном кристалле.

5. Заключение

Рассмотрены ПП на границе плоскостных многослойных структур с диссипативными металлическими или диэлектрическими слоями, а также в присутствии на этих границах бесконечно тонких пленок с заданной поверхностной проводимостью. Волны (поляритоны) классифицированы как втекающие и вытекающие, поверхностные и антиповерхностные, быстрые и медленные, прямые и обратные. Втекающие/вытекающие волны классифицируются по знаку реальной части нормальной компоненты волнового вектора в вакууме k'_{0z} , определяющей поток мощности из вакуума в структуру. Поверхностные/антиповерхностные волны классифицированы по знаку мнимой части нормальной компоненты волнового вектора в вакууме k''_0 , определяющей экспоненциальное затухание/нарастание волны от поверхности. В частности, вытекающая волна является антиповерхностной с комплексным волновым числом k_{0z} . Волна быстрая, если $k'_x/k_0 < 1$, и медленная, если $k'_x/k_0 > 1$. Как медленные, так и быстрые волны могут быть поверхностными. Вытекающая волна быстрая по отношению к той среде, в которую она вытекает (т. е. в которую втекает ее энергия). Волна классифицируется как обратная, если для ее постоянной распространения k_x выполнено условие $k'_x k''_x < 0$, и как прямая, если $k'_x k''_x > 0$. Выбирая за положительное направление оси x направление движения фазы, получаем другое определение обратной волны: $k'_x e_x \text{Re} \mathbf{S} < 0$. Оно более общее, поскольку пригодно для структур без диссипации, и более удобно для очень малых потерь, когда знак $k'_x k''_x$ контролировать трудно.

Обычно используемая ГС для классификации ОВ в случае диссипативных структур непригодна. Она может быть любой, в том числе и бесконечной, а ее отрицательное значение в общем случае не определяет ОП, который может соответствовать ветвям с аномальной отрицательной и нормальной дисперсиями, так же как и прямой плазмон. Приведены ДУ для любых возможных конфигураций структур и типов волн в них. Результаты работы подтверждены результатами численного решения ДУ для простейших структур, при этом невязка дисперсионных уравнений контролировалась и не превышала 10^{-8} .

Работа частично поддержана Министерством образования и науки РФ в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности № 3.1155.2014/К и Российским научным фондом (проект № 16-19-10033).

1. Вайнштейн Л.А. *Электромагнитные волны* (М.: Радио и связь, 1988).
2. Давидович М.В. *Втекающие и вытекающие несобственные моды – анализ диссипативных дисперсионных уравнений и волна Ценнека* (Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 2014).

3. Zenneck J. *Ann. Phys.*, **23**, 846 (1907).
4. Ritchie R.H. *Phys. Rev.*, **106**, 874 (1957).
5. Chiadini F., Fiumara V., Scaglione A., Lakhtakia A. *J. Opt. Soc. Am. B*, **33** (6), 1197 (2016).
6. Norrman A., Setälä T., Friberg A.T. *Opt. Lett.*, **38** (7), 1119 (2013).
7. Salgueiro J.R., Kivshar Yu.S. *J. Opt.*, **16**, 114007 (2014).
8. Berini P. *Adv. Opt. Phot.*, **1** (3), 484 (2009).
9. Wang Y., Plummer E. W., Kempa K. *Adv. Phys.*, **60** (5), 799 (2011).
10. Tao F., Zhang H.F., Yang X.H., Cao D. *J. Opt. Soc. Am. B*, **26** (1), 50 (2009).
11. Economou E.N. *Phys. Rev.*, **182**, 539 (1969).
12. Orlov A.A., Krylova A.K., Zhukovsky S.V., Babicheva V.E., Belov P.A. *Phys. Rev. A*, **90**, 013812 (2014).
13. Kong X.K., Liu S.B., Zhang H.F., Li C.Z., Bian B.R. *J. Opt.*, **13**, 035101 (2011).
14. Zapata-Rodriguez C.J., Miret J.J., Vukovic S., Belic M.R. *Opt. Express*, **21** (16), 19113 (2013).
15. Овчаренко А.И., Ермаков О.Е., Song M., Богданов А.А., Иорш И.В., Кившарь Ю.С. В сб.: *Электроника и микроэлектроника СВЧ* (С.-Петербург: Изд-во СПб. ГЭТУ «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина), 2015, т. 1, вып. 1, с. 54–57).
16. Давидович М.В. *ЖЭТФ*, **160** (6), 1069 (2016).
17. Альтшулер Е.Ю., Давидович М.В., Стефюк Ю.В. *Радиотехника и электроника*, **55** (1), 25 (2010).
18. Gomez-Diaz J.S., Tymchenko M., Alù A. *Opt. Mater. Express*, **5** (10), 2313 (2015).
19. Qin F., Ding L., Zhang L., Monticone F., Chum C.C., Deng J., Mei S., Li Y., Teng J., Hong M., Zhang S., Alù A., Qiu C.-W. *Sci. Adv.*, **2** (1), e1501168 (2016).
20. Yu N., Capasso F. *Nat. Mater.*, **13**, 139 (2014).
21. Федянин Д.Ю., Арсенин А.В., Лейман В.Г., Гладун А.Д. *Квантовая электроника*, **39** (8), 745 (2009) [*Quantum Electron.*, **39** (8), 745 (2009)].
22. Белокопытов Г.В. *Волны в направляющих структурах. Учебное пособие* (М.: Изд-во МГУ, 2010).
23. Давидович М.В. *Письма в ЖТФ*, **32** (22), 53 (2006).
24. Давидович М.В. *ЖТФ*, **80** (5), 40 (2006).
25. Вайнштейн Л.А. *Открытые резонаторы и открытые волноводы* (М.: Сов. радио, 1966).
26. Зуев В.С., Зуева Г.Я. *Оптика и спектроскопия*, **105**, 852 (2008).
27. Зуев В.С. *Препринт ФИАН № 18* (М., 2005).
28. Tournois P., Laud V. *Opt. Commun.*, **137**, 41 (1997).
29. Ordal M.A., Long L.L., Bell R.J., Bell S.E., Bell R.R., Alexander R.W. Jr., Ward C.A. *Appl. Opt.*, **22** (7), 1099 (1983).
30. Johnson P.V., Christy R.W. *Phys. Rev. B*, **6**, 4370 (1972).
31. Drachev V.P., Chettiar U.K., Kildishev A.V., Yuan H.-K., Cai W., Shalaev V.M. *Opt. Express*, **16** (2), 1186 (2008).
32. Аненков В.В., Шевченко В.В. *Радиотехника и электроника*, **56** (10), 1194 (2011).
33. Shadrivov I.V., Sukhorukov A.A., Kivshar Y.S. *Phys. Rev. E*, **67**, 057602 (2003).
34. Basharin A.A., Kafesaki M., Economou E.N., Soukoulis C.M. *Opt. Express*, **20** (12), 12752 (2012).
35. Рытов С.М. *ЖЭТФ*, **17** (10), 930 (1947).
36. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. *Возбуждение электромагнитных волн* (М.: Радио и связь, 1983).
37. Майер С.А. *Плазмоника. Теория и приложения* (Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2011).
38. Орлов В.Г., Сергеев Г.С. *ФТТ*, **55** (11), 2105 (2013).
39. Давидович М.В., Бушуев Н.А. *Труды Второй всероссийской объединенной научной конференции «Проблемы СВЧ электроники»* (М., ООО Медиа Паблшер, 2015).
40. Hanson G.W. *J. Appl. Phys.*, **103**, 064302 (2008).
41. Lovat G., Hanson G.W., Araneo R., Burghignoli P. *Phys. Rev. B*, **87**, 115429 (2013).
42. Алисултанов З.З., Камиллов И.К. *ФТТ*, **56** (4), 821 (2014).
43. Баранов Д.Г., Виноградов А.П., Симовский К.Р., Нефедов И., Третьяков С.А. *ЖЭТФ*, **141** (4), 650 (2012).