

## ЛАЗЕРНЫЕ ГИРОСКОПЫ

# Измерения комплексных коэффициентов связи в кольцевом резонаторе лазерного гироскопа

А.С.Бессонов, А.П.Макеев, Е.А.Петрухин

*Предложен способ измерения комплексных коэффициентов связи в кольцевом оптическом резонаторе, незаполненном активной газовой смесью. Описана установка, на которой проведены измерения в резонаторах кольцевых He–Ne-лазеров с длиной волны излучения 632.8 нм. Представлена модель интерференции полей консервативных и диссипативных источников обратного рассеяния. В рамках этой модели объяснено наблюдаемое в экспериментах необычное поведение полей обратного рассеяния в кольцевых резонаторах: значительное различие модулей коэффициентов связи встречных волн и варьирование величины суммарного фазового сдвига в широком диапазоне. Предлагается использовать данный способ в качестве метрологического при сборке и юстировке кольцевого резонатора лазерного гироскопа.*

**Ключевые слова:** кольцевой лазер, кольцевой резонатор, лазерный гироскоп, обратное рассеяние, порог захвата, коэффициенты связи встречных волн.

### 1. Введение и постановка задачи

Обратное рассеяние (ОР) на зеркалах является одним из основных источников погрешности лазерного гироскопа (ЛГ) на основе кольцевого He–Ne-лазера с длиной волны излучения 632.8 нм. Это явление приводит к возникновению зоны нечувствительности гироскопа при малых скоростях вращения (так называемый порог захвата), а также к нелинейным искажениям частотной характеристики гироскопа вне полосы захвата [1, 2].

При описании эффектов, связанных с влиянием ОР, используется следующая система уравнений [2]:

$$\frac{dI_{cw}}{dt} = I_{cw} \frac{c}{L} \left[ \alpha - \beta I_{cw} - \theta I_{ccw} + 2r_{ccw} \left( \frac{I_{ccw}}{I_{cw}} \right)^{1/2} \cos(\psi + \varphi_{ccw}) \right], \quad (1)$$

$$\frac{dI_{ccw}}{dt} = I_{ccw} \frac{c}{L} \left[ \alpha - \beta I_{ccw} - \theta I_{cw} + 2r_{cw} \left( \frac{I_{cw}}{I_{ccw}} \right)^{1/2} \cos(\psi - \varphi_{cw}) \right], \quad (2)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \Omega + \frac{c}{L} \left[ r_{ccw} \left( \frac{I_{ccw}}{I_{cw}} \right)^{1/2} \sin(\psi + \varphi_{ccw}) + r_{cw} \left( \frac{I_{cw}}{I_{ccw}} \right)^{1/2} \sin(\psi - \varphi_{cw}) \right], \quad (3)$$

где  $I_{cw}$  и  $I_{ccw}$  – интенсивности встречных волн (ВВ) кольцевого лазера (КЛ) в направлениях по и против часовой стрелки;  $\psi$  – разность фаз ВВ в КЛ;  $\Omega$  – частота подставки;  $\alpha$  – разность коэффициента усиления активной среды и потерь кольцевого резонатора (КР). Коэффициенты  $\beta$  и  $\theta$  являются, соответственно, параметрами самонасыщения и взаимного нелинейного насыщения ВВ в активной среде;  $c$  – скорость света;  $L$  – периметр КР. Влияние ОР описывается двумя комплексными коэффициентами связи (КС), представляющими собой доли полей собственных колебаний, рассеянных во встречных направлениях:

$$\tilde{r}_{cw} = r_{cw} \exp(i\varphi_{cw}), \quad (4)$$

$$\tilde{r}_{ccw} = r_{ccw} \exp(i\varphi_{ccw}). \quad (5)$$

Из структуры уравнений (1)–(3) легко увидеть, что ОР учитывается в них не четырьмя параметрами (двумя модулями  $r_{cw}$  и  $r_{ccw}$  и двумя фазовыми сдвигами  $\varphi_{cw}$  и  $\varphi_{ccw}$ ), а тремя. Фазовые сдвиги, возникающие при ОР каждой из ВВ, фигурируют в этих уравнениях в виде суммы  $\varphi = \varphi_{cw} + \varphi_{ccw}$ . Поэтому под комплексными КС мы подразумеваем три параметра:  $r_{cw}$ ,  $r_{ccw}$  и  $\varphi$ .

Влияние ОР на амплитудно-частотные характеристики кольцевого газового лазера активно исследовалось начиная с середины 60-х годов прошлого века. За более чем полувековую историю ЛГ было опубликовано несколько сотен статей и получено множество патентов на эту тему. Стоит особо упомянуть работу [3], где авторы представили результаты модельных экспериментов с использованием обратных отражателей, установленных вблизи выходного зеркала КЛ, которые позволили выявить основные особенности поведения амплитудно-частотной характеристики КЛ в зависимости от комплексных КС. Результаты расчетов, выполненных в приближении слабой связи [4, 5], показали хорошее качественное совпадение с результатами этих модельных экспериментов. В частности, для поправки к частоте биений ВВ в КЛ было получено следующее соотношение:

А.С.Бессонов. Московский технологический университет (МИРЭА), Россия, 119454 Москва, просп. Вернадского, 78  
 А.П.Макеев. АО «НИИ "Полус" им. М.Ф.Стельмаха», Россия, 117342 Москва, ул. Введенского, 3, корп. 1  
 Е.А.Петрухин. АО «Серпуховский завод "Металлист"» Россия, Московская обл., 142200 Серпухов, ул. Луначарского, 32; e-mail: petruhin53@mail.ru

Поступила в редакцию 24 января 2017 г., после доработки – 1 апреля 2017 г.

$$\frac{\Delta\nu}{\Omega} = 1 - \left(\frac{c}{L}\right)^2 \left( \frac{S_+^2}{2\Omega^2} - \frac{1}{2} \frac{S_-^2}{\Omega_g^2 + \Omega^2} \right), \quad (6)$$

где  $\Delta\nu$  – частота биений КЛ;

$$\Omega_g = \Omega_c \frac{\alpha(\beta - \theta)}{\delta(\beta + \theta)}; \quad (7)$$

$\Omega_c$  – полоса КР;  $\delta$  – потери КР. Коэффициенты в числителях отрицательной и положительной поправок к частоте биений представляют собой следующие комбинации КС:

$$S_+ = \sqrt{r_{cw}^2 + r_{ccw}^2 + 2r_{cw}r_{ccw}\cos(\varphi_{cw} + \varphi_{ccw})}, \quad (8)$$

$$S_- = \sqrt{r_{cw}^2 + r_{ccw}^2 - 2r_{cw}r_{ccw}\cos(\varphi_{cw} + \varphi_{ccw})}. \quad (9)$$

Приближение слабой связи соответствует случаю, когда частотная подставка  $\Omega$  значительно превышает порог захвата  $\Omega_L$ .

Соотношение (6) можно использовать для экспериментальной оценки величин комплексных КС. Для этого КЛ помещают на поворотный стол и измеряют зависимость масштабного коэффициента от скорости вращения (частотной подставки  $\Omega$ ). Параметр  $S_+$  определяет порог захвата  $\Omega_L$  ( $\Omega_L = (c/L)S_+$ ) КЛ (в рамках приближения слабой связи). Отношением параметров  $S_+$  и  $S_-$  определяется знак поправки к масштабному коэффициенту ЛГ. Как правило, в кольцевых He–Ne-лазерах с длиной волны излучения 632.8 нм параметр  $S_-$  в 3–5 раз превышает  $S_+$ . Поэтому при больших скоростях вращения наблюдается положительный знак поправки к масштабному коэффициенту ЛГ [2].

Разумеется, по результатам измерений параметров  $S_+$  и  $S_-$  (см. соотношения (8) и (9)) невозможно определить значения всех трех параметров ОР:  $r_{cw}$ ,  $r_{ccw}$  и  $\varphi$ . Для того чтобы провести их оценку, предполагают (см., напр., [6]), что модули КС для встречных направлений равны. В ряде случаев (в частности, при анализе источников погрешности ЛГ сверхбольшого размера [7]) комплексные КС определяются по результатам измерений переменных составляющих интенсивностей ВВ на частоте биений. При таком способе оценки нет необходимости предполагать равенство модулей КС, т. к. используются величины трех измеряемых параметров: глубины модуляции интенсивностей ВВ и фазовый сдвиг между переменными составляющими интенсивностей на частоте биений.

Перечисленные выше способы можно отнести к косвенным способам измерения комплексных КС в КЛ. Не акцентируя внимания на очевидных недостатках косвенных способов, связанных с неточным знанием значений параметров нелинейного взаимодействия ВВ ( $\theta$  и  $\beta$ ) и с использованием приближенных решений системы уравнений (1)–(3), укажем на более существенный и принципиальный их недостаток: комплексные КС определяются только после того, как КР собран и заполнен рабочей газовой смесью.

Практика показывает, что при массовой сборке разброс величин комплексных КС значителен. В результате различие минимальных и максимальных значений порога захвата достигает 20–30 раз. Объяснить это влиянием крупных пылевидных частиц в рабочей зоне зеркал не всегда удается. Столь большой разброс значений параметров обусловлен, прежде всего, физической природой

формирования полей ОР в КР (так называемой спектральной структурой полей ОР [8, 9]). Поэтому сборка и юстировка лазерного гироскопа на сегодняшний день представляет собой «лотерею», результат которой становится известным после трудоемкой процедуры вакуумно-технологической обработки моноблочного датчика. По этой причине проведение измерений комплексных КС на стадии сборки и юстировки КР является не только крайне важным средством контроля, но, что более существенно, позволяет повысить точность ЛГ.

Настоящая работа состоит из двух основных частей. В первой части (разд.2,3) описаны способы измерений комплексных КС в КР. Представлены результаты измерений для кольцевых резонаторов He–Ne-лазера с длиной волны излучения  $\lambda = 632.8$  нм. Анализируется влияние на комплексные КС интерференции полей ОР ВВ. Во второй части работы (разд.4) рассмотрена модель интерференции волн диссипативных и консервативных точечных источников, позволяющая корректно описать наблюдаемые в экспериментах закономерности.

## 2. Способы измерения комплексных КС в КР

Начнем с простейшей оптической схемы, позволяющей измерить модуль КС для одной из ВВ в КР (рис.1,а). При совпадении частоты генерации зондирующего лазера (ЗЛ) с частотой собственного колебания КР интенсивности прямой ( $I$ ) и обратной ( $I_{bs}$ ) волн определяются следующими соотношениями [10]:

$$I = \frac{4T_1T_2}{\delta^2} I_0, \quad (10)$$

$$I_{bs} = \frac{4r^2}{\delta^2} I. \quad (11)$$

Здесь  $T_1$  и  $T_2$  – коэффициенты пропускания входного и выходного зеркал КР;  $I_0$  – интенсивность излучения лазера (предполагаем идеальное согласование амплитудно-фазовых фронтов лазера и КР);  $r$  – модуль КС (индекс направления не указан). Следует отметить, что эти соотношения получены в предположении малости потерь КР. Для справки, суммарные потери КР современных ЛГ составляют сотни ppm (1 ppm – 1 миллионная часть или 0.0001 %).

Проведем численные оценки. Для типичных значений параметров КР ЛГ ( $\delta = 400$  ppm,  $T_1 = T_2 = 150$  ppm,  $r = 0.1$ –1 ppm) отношение интенсивностей обратной и прямой волн  $I_{bs}/I = 2.5 \times 10^{-7}$ – $2.5 \times 10^{-5}$ . Или для оценки абсолютного значения мощности обратной волны, выходящей из КР (положим, что ЗЛ имеет мощность генерации 1 мВт) получаем  $1.4 \times 10^{-13}$ – $1.4 \times 10^{-11}$  Вт. Регистрация таких мощностей оптического излучения не вызывает существенных технических сложностей.

Разумеется, что при таком способе измерения не удастся получить информацию о величине фазового сдвига  $\varphi$  ВВ, возникающего при ОР. Для его измерения необходимо использовать принципиально другую оптическую схему. В наших экспериментах применялись две такие схемы (рис.1,б и в), где собственные колебания КР возбуждались во встречных направлениях. В этом случае поля ВВ представляют собой суперпозицию собственных колебаний резонатора и полей обратно рассеянных волн:

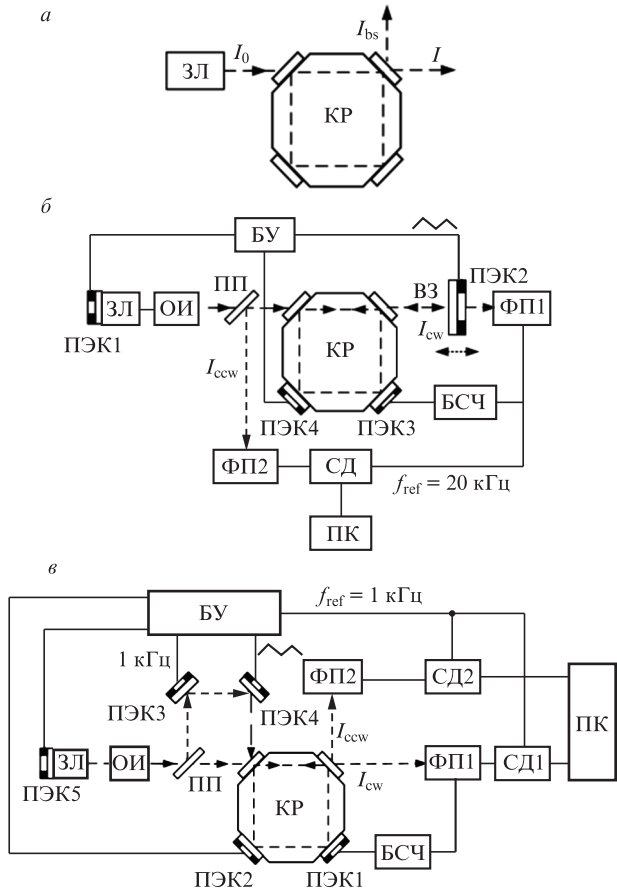


Рис.1. Принципиальные схемы измерения комплексных КС: оптическая схема измерения модуля КС для одной из ВВ (а), схема с возвратным зеркалом (ВЗ) (б) и схема со смесителем (в): ЗЛ – зондирующий He–Ne-лазер с длиной волны излучения 632.8 нм; БУ – блок управления; БСЧ – блок стабилизации частоты; ОИ – оптический изолятор; ПП – полупрозрачная пластинка; ФП1 и ФП2 – фотоприемники; ПЭК1–ПЭК5 – пьезоэлектрические корректоры; СД1 и СД2 – синхронные детекторы; ПК – персональный компьютер;  $f_{ref}$  – опорная частота сигнала, подающегося на вход синхронного детектора.

$$E_{cw}^{sum} = E_{cw} \exp(i\chi_{cw}) + \frac{2r_{ccw}}{\delta} E_{ccw} \exp[i(\chi_{ccw} + \varphi_{ccw})], \quad (12)$$

$$E_{ccw}^{sum} = E_{ccw} \exp(i\chi_{ccw}) + \frac{2r_{cw}}{\delta} E_{cw} \exp[i(\chi_{cw} + \varphi_{cw})]. \quad (13)$$

В связи с тем что ВВ в КР имеют одинаковую частоту, множитель  $\exp(i\omega t)$  ( $\omega$  – круговая частота) в этих соотношениях опущен. Множитель  $2r/\delta$  появляется в результате учета связи между интенсивностями прямой и обратной волн (11). С учетом малости отношения  $2r/\delta$  для интенсивностей ВВ несложно получить следующие выражения:

$$I_{cw} = I_{cw}^{(0)} \left[ 1 + \frac{4r_{ccw}}{\delta} \sqrt{\frac{I_{ccw}^{(0)}}{I_{cw}^{(0)}}} \cos(\chi + \varphi_{ccw}) \right], \quad (14)$$

$$I_{ccw} = I_{ccw}^{(0)} \left[ 1 + \frac{4r_{cw}}{\delta} \sqrt{\frac{I_{cw}^{(0)}}{I_{ccw}^{(0)}}} \cos(\chi - \varphi_{cw}) \right], \quad (15)$$

где  $\chi = \chi_{ccw} - \chi_{cw}$  – разность фаз возбуждающих колебаний;  $I_{cw}^{(0)}$  и  $I_{ccw}^{(0)}$  – средние значения интенсивностей ВВ (без учета полей ОР).

При перемещении зеркал, расположенных вне исследуемого КР, разность фаз  $\chi$  изменяется в диапазоне  $0-2\pi$ , имеют место также небольшие (от долей до единиц процентов) изменения интенсивностей ВВ. Наблюдаемый при этом сдвиг положений экстремумов интерференционных картин обусловлен искомым суммарным фазовым сдвигом  $\varphi$ . Например, при  $\varphi = \pi$  положение максимума интенсивности одной из волн будет совпадать с положением минимума интенсивности ВВ.

Важными параметрами, характеризующими наблюдаемые интерференционные картины, являются их контрасты ( $c_{cw}$  и  $c_{ccw}$ ), определяемые как отношение разности максимального и минимального значений интенсивностей к их сумме. В случае схемы с возвратным зеркалом (ВЗ) для контрастов имеем выражения

$$c_{cw} = \frac{I_{cw}^{max} - I_{cw}^{min}}{I_{cw}^{max} + I_{cw}^{min}} = \frac{8T_2\sqrt{\rho}}{\delta^2} r_{ccw}, \quad (16)$$

$$c_{ccw} = \frac{I_{ccw}^{max} - I_{ccw}^{min}}{I_{ccw}^{max} + I_{ccw}^{min}} = \frac{2}{T_2\sqrt{\rho}} r_{cw} \quad (17)$$

( $\rho$  – коэффициент отражения ВЗ), а в случае схемы со смесителем – выражения

$$c_{cw,ccw} = \frac{4r_{ccw,cw}}{\delta}. \quad (18)$$

При выводе соотношения (18) мы предположили, что интенсивности собственных ВВ в КР равны. На практике это легко достижимо, т.к. возбуждение собственных колебаний во встречных направлениях происходит через одно входное зеркало КР. Измеренные в экспериментах контрасты интерференционных картин мы использовали при определении модулей КС. Параметры  $\delta$ ,  $T_2$  и  $\rho$  измерялись дополнительно.

Оптические схемы (рис.1,б, в) имеют как достоинства, так и недостатки. Главным достоинством схемы с ВЗ является то, что контраст интерференционной картины в направлении против часовой стрелки (17) можно контролируемым образом увеличить, уменьшая коэффициент отражения ВЗ. Тот же эффект достигается и при помещении между КР и ВЗ ослабляющего фильтра. Забегая вперед, отметим, что в процессе наших экспериментов не возникало технических трудностей при измерении модулей КС, меньших 0.01 ppm.

Основным недостатком схемы с ВЗ является заметное различие контрастов для ВВ вследствие несимметричности возбуждения собственных колебаний. Это в ряде случаев затрудняет измерения фазового сдвига. Оптическая схема со смесителем легко обеспечивает симметричность возбуждения ВВ. В свою очередь, при использовании данной схемы приходится переходить к измерению переменных составляющих интенсивностей волн, выходящих из КР. Из-за этого становится невозможным корректно измерить абсолютные значения модулей КС, что является существенным недостатком схемы со смесителем.

Наши измерения проводились в два этапа, при этом использовались основные преимущества указанных двух схем. Сначала измерялись абсолютные значения модулей КС с применением схемы с ВЗ. Затем с помощью схемы со смесителем измерялся фазовый сдвиг  $\varphi$ .

Перейдем теперь к описанию технических деталей нашего способа измерения. Прежде всего, для измерений

комплексных КС необходимо осуществить «привязку» частоты генерации ЗЛ к частоте основной моды исследуемого КР. Для этого одно из зеркал ЗЛ было снабжено пьезоэлектрическим корректором (ПЭК), позволяющим управлять частотой генерации. Стабилизация частоты осуществлялась по амплитудным резонансам интенсивности выходящего из КР излучения. Резонанс имеет вид функции Лоренца. В блоке стабилизации частоты (БСЧ) используется сигнал ошибки, пропорциональный первой производной данной функции по времени. Для этого в управляющий сигнал ПЭКа вводится небольшая по амплитуде (порядка ширины резонанса) гармоническая модуляция с частотой около 10 кГц. Сигнал ошибки подается на вход ПИД-регулятора (пропорционально-интегрально-дифференцирующий регулятор), выход которого подключался к ПЭКу КР или ЗЛ. Подробности, касающиеся деталей создания подобных схем стабилизации, можно найти в работе [11].

При оптимальной настройке БСЧ среднее значение интенсивности излучения, выходящего из КР, было равно примерно 50% от ее пикового значения. Временная зависимость интенсивности излучения, выходящего из КР при работающем БСЧ, представлена на рис.2,а. В качестве ЗЛ использовались два типа He-Ne-лазеров моноблочной конструкции из ситалла: с линейным и кольцевым резонаторами. В первом случае мощность одноименной генерации составляла около 1 мВт, во втором – 70 мкВт. Мощность излучения, выходящего из КР, как правило, превышала 1 мкВт. Для измерений применялись кремниевые фотодиоды с диаметром фоточувствительной площадки 1 мм и схема преобразования фототок–напряжение, выполненная на одном операционном усилителе LF411CN.

При использовании схемы с ВЗ измерялось среднее значение интенсивности излучения, выходящего из КР. Для этого выход фотоприемника (рис.1,б) подключался ко входу синхронного детектора. Опорным напряжением служило переменное напряжение с частотой, равной удвоенной частоте модуляции БСЧ (около 20 кГц). На ПЭК ВЗ подавался сигнал треугольной формы с периодом около 20 с и амплитудой, соответствующей продольному перемещению ВЗ на расстояние более  $\lambda/2$ . В зависимости от величины измеряемого модуля КС выбирался фильтр, позволяющий получить контраст интерференционной картины на уровне 10%. Типичная временная зависимость среднего значения интенсивности излучения, выходящего из КР в направлении против часовой стрелки, при передвижении ВЗ представлена на рис.2,б.

В наших экспериментах использовались четырехзеркальные КР с периметрами 16 или 28 см. Суммарные потери КР варьировались в диапазоне 400–1800 ppm. Применялись многослойные диэлектрические зеркала со слоями из  $\text{TiO}_2\text{--SiO}_2$  и  $\text{Ta}_2\text{O}_5\text{--SiO}_2$ , нанесенными методом ионного осаждения. Коэффициент интегрального рассеяния (КИР) зеркал не превышал 30 ppm.

Как уже отмечалось выше, при измерении фазового сдвига  $\varphi$  приходится регистрировать переменные составляющие интенсивностей волн, выходящих из КР (рис.1,в). Связано это с тем, что контрасты интерференционных картин в схеме со смесителем, как правило, составляют несколько десятых процента. Регистрация столь небольших изменений интенсивности на фоне других амплитудных шумов представляется в данной ситуации неразрешимой задачей. При переходе к измерению переменных состав-

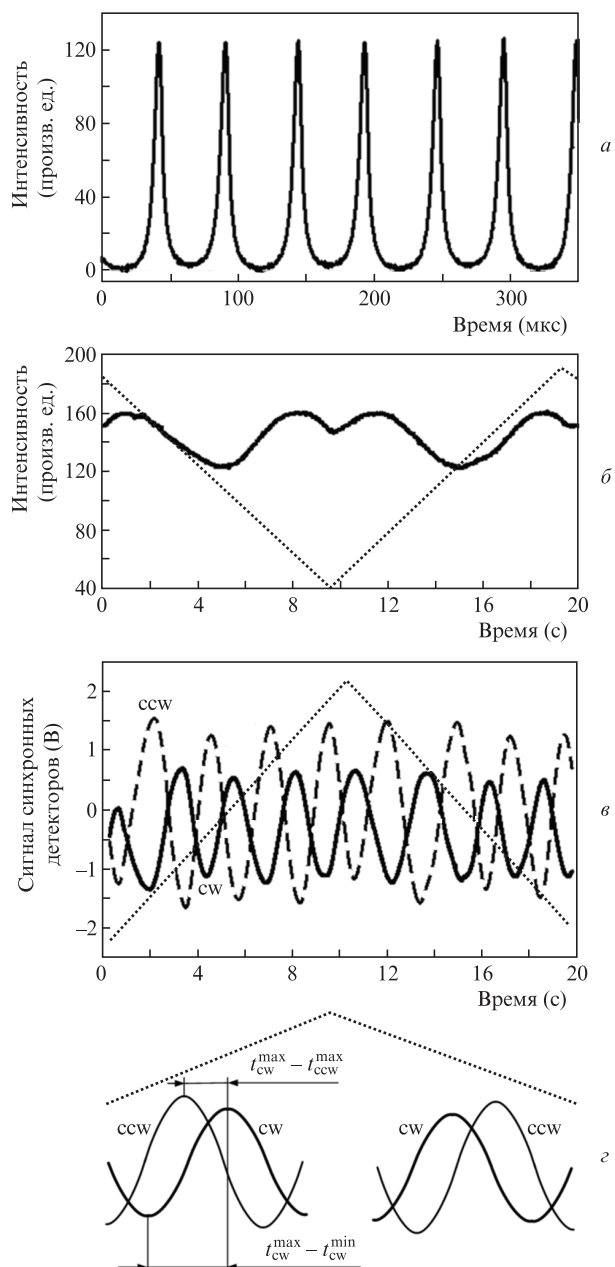


Рис.2. Временная зависимость интенсивности выходящего из КР излучения при работе БСЧ (а), временная зависимость среднего значения интенсивности излучения, выходящего из КР, при передвижении ВЗ (сплошная кривая) и форма сигнала, приложенного к ПЭКу ВЗ (пунктирная линия) (измеренная величина модуля КС составила  $2.5 \pm 0.3$  ppm) (б), временные зависимости сигналов синхронных детекторов, регистрирующих переменные составляющие интенсивностей ВВ, выходящих из КР (кривые), и форма сигнала, приложенного к ПЭКу ВЗ (пунктирная линия) (в), а также иллюстрация процедуры измерения фазового сдвига (см. текст) (г).

ляющих интенсивности вводится гармоническая модуляция измеряемого параметра, что позволяет значительно увеличить отношение сигнал/шум измерительной схемы.

По этой причине два поворотных зеркала (рис.1,в) устанавливаются на два ПЭКа. На один из них подается гармонический сигнал с частотой около 1 кГц и амплитудой девиации, соответствующей изменению фазового сдвига ВВ примерно на  $\pi$ . На другой ПЭК подается сигнал треугольной формы с периодом 20 с и амплитудой, соответствующей изменению фазового сдвига ВВ более чем на

2π. При этом продольное смещение расстояния между фронтами ВВ, входящими в исследуемый КР, превышает λ. Регистрация временных зависимостей переменных составляющих интенсивности осуществляется с помощью двух синхронных детекторов, на управляющие входы которых подается сигнал гармонической модуляции. Типичная временная зависимость сигналов с выходов синхронных детекторов приведена на рис.2,в. В отличие от схемы с ВЗ, где регистрируются небольшие (~10%) изменения интенсивности выходящего из КР излучения, в схеме со смесителем выходные напряжения синхронных детекторов при перемещении ПЭКа изменяют знак. Связано это с тем, что из интерференционных картин аппаратно вычитается среднее значение интенсивности.

Процедуру измерения фазового сдвига φ поясняет рис.2,г. Абсолютное значение фазового сдвига определяется при обработке временных зависимостей переменных составляющих интенсивностей ВВ. При этом положение каждого из экстремумов зависимостей на временной оси определяется путем параболической аппроксимации его формы. Калибровочным значением является временной сдвиг между положениями минимума и максимума одной из волн, который принимается за сдвиг фазы, равный π. Сдвиг φ вычисляется по формуле

$$\varphi = \pi \frac{t_{cw}^{\max} - t_{ccw}^{\max}}{t_{cw}^{\max} - t_{cw}^{\min}} \quad (19)$$

Здесь  $t_{cw}^{\max}$  и  $t_{cw}^{\min}$  – положения максимума и минимума переменных составляющих интенсивности волны, направленной по часовой стрелке;  $t_{ccw}^{\max}$  – положение максимума волны, направленной против часовой стрелки.

При обработке интерференционных картин переменных составляющих интенсивностей ВВ необходимо ответить на вопрос: больше или меньше π суммарный фазовый сдвиг из-за ОР? Получить ответ позволяет учет того обстоятельства, что левый и правый фронты импульса напряжения медленного сканирования ПЭКа оптического смесителя различаются знаком изменения разности фаз ВВ. На одном из фронтов разность растет, а на другом уменьшается. Отсюда следует, что измеряемая величина φ могла как превышать π, так и быть меньше его.

### 3. Результаты измерений

Нами были проведены измерения комплексных КС примерно в тридцати КР. Модули КС находились в диапазоне от десятых долей до нескольких единиц ppm. Относительная погрешность этих измерений не превышала 10%. В ряде случаев наблюдалось существенное (в 2–3 раза) различие модулей КС ВВ.

Что касается фазового сдвига φ, то в исследованных нами резонаторах его значение варьировалось в широком диапазоне: от 2 до 4 рад. Погрешность этих измерений можно оценить величиной ~0.05 рад.

Разумеется, цели наших исследований не ограничивались только созданием метода, позволяющего измерить комплексные КС в КР. Во время проведения экспериментов и анализа их результатов возникает много вопросов, требующих ясных физических объяснений. Например, почему модули КС в КР с зеркалами, имеющими примерно одинаковые значения КИР, могут различаться более чем на порядок? Или, почему для ВВ модули КС могут разли-

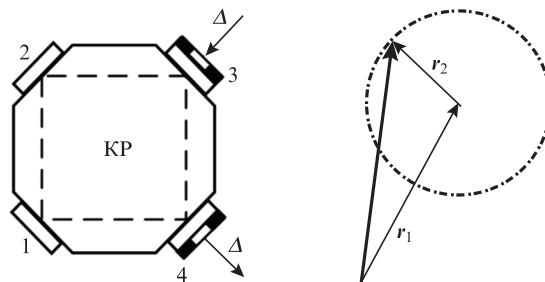


Рис.3. Иллюстрация режима противофазного хода двух ПЭКов: оптическая схема КР с двумя ПЭКа и ход векторов комплексных КС на комплексной плоскости (см. текст) (Δ – смещение зеркал).

чаться в 2–3 раза? Еще более непонятным представляется столь большой разброс величины суммарного фазового сдвига.

Необычное поведение комплексных КС в КР можно отнести к особенностям интерференции полей всей совокупности источников ОР, расположенных на поверхности зеркал КР. Мы попытались промоделировать процессы интерференции, воспользовавшись режимом противофазного хода двух ПЭКов, установленных на зеркалах исследуемых КР. Кратко опишем его.

При противофазном передвижении ПЭКов периметр КР остается неизменным и наблюдаемые изменения комплексных КС определяются интерференцией волн двух источников ОР (рис.3). Для простоты на комплексной плоскости представлены КС для одной из ВВ. Каждое из зеркал характеризуется своим парциальным комплексным КС. Суммарные комплексные КС представляют собой векторные суммы их парциальных частей. При противофазном ходе двух ПЭКов суммарный вектор КС зеркал 1 и 2 (обозначим его  $r_1$ ) остается неподвижным на комплексной плоскости, а суммарный вектор КС зеркал 3 и 4 (обозначим его  $r_2$ ) совершает круговое движение. Легко видеть, что при противофазном смещении ПЭКов мы имеем периодически чередующиеся максимальные и минимальные значения модуля суммарного КС:

$$r^{\max} = |r_1| + |r_2|, \quad (20)$$

$$r^{\min} = ||r_1| - |r_2||. \quad (21)$$

По результатам измерений этих значений можно определить модули  $|r_1|$  и  $|r_2|$ , равные полусумме и полуразности максимального и минимального значений соответственно. Период чередования этих экстремумов составляет λ (в пересчете на изменение периметра КР при перемещении одного ПЭКа). Единственная сложность при интерпретации результатов таких измерений заключается в том, что невозможно определить, к какой конкретно паре зеркал найденные значения модулей относятся.

При измерении комплексных КС во встречных направлениях мы получаем три периодические зависимости: для модулей КС ВВ и суммарного фазового сдвига. На рис.4 приведены некоторые из этих зависимостей.

Следует отметить, что для каждого из исследованных нами КР характерна уникальная совокупность указанных трех зависимостей. Это существенно затрудняет анализ и обобщение результатов измерений комплексных КС. Конечно, можно ограничиться тем, что по результатам этих измерений предоставить разработчикам ЛГ прогнозируемые величины порога захвата и нелинейной

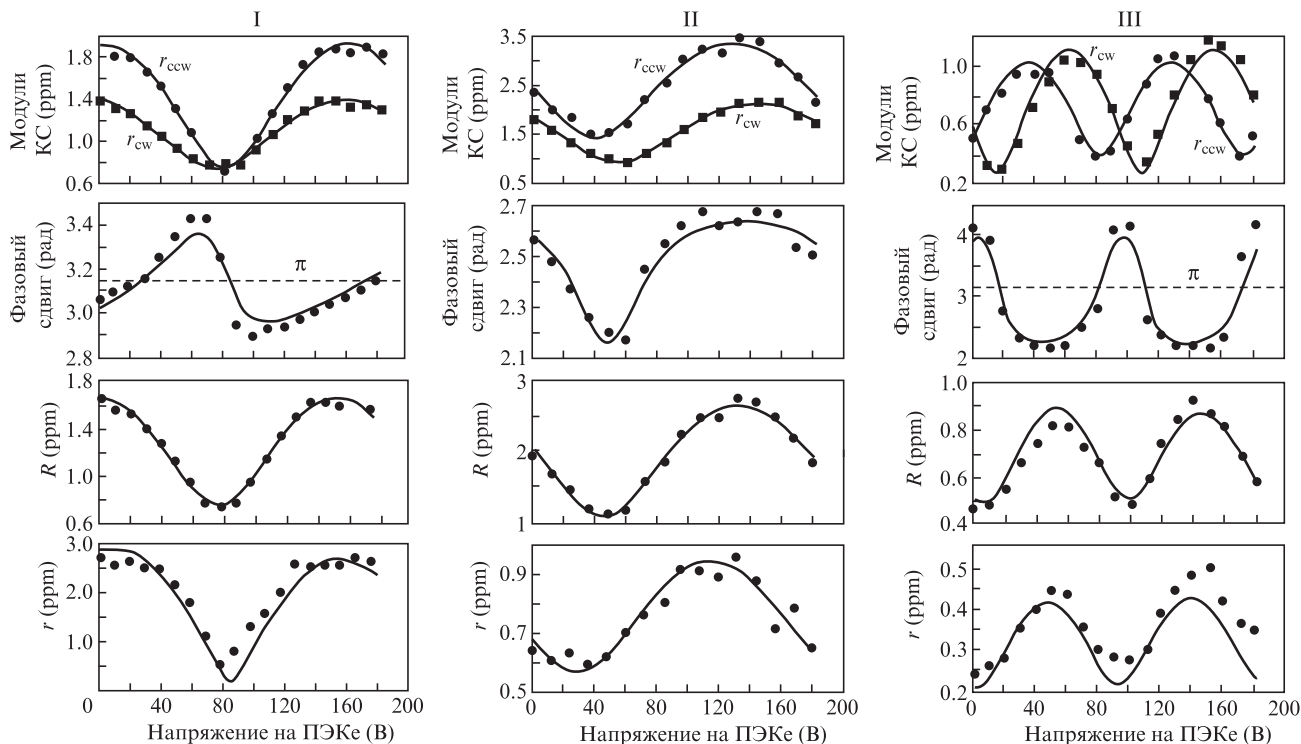


Рис.4. Зависимости от напряжения на ПЭКе модулей КС ВВ, фазового сдвига, а также консервативной и диссипативной составляющих КС при противофазном ходе двух ПЭКов для трех (I–III) резонаторов. Сплошные кривые – аппроксимация, точки – эксперимент.

поправки к масштабному коэффициенту. Однако для понимания физики процессов формирования полей ОР в КР необходимо создать модель, адекватно описывающую результаты наших экспериментов. Этому посвящена вторая часть настоящей работы.

### 4. Модель интерференции полей консервативных и диссипативных источников ОР

Начнем с простейшего случая. Предположим, что в КР имеются всего лишь два точечных источника ОР с размерами, много меньшими длины волны  $\lambda$ . Каждый из этих источников характеризуется парциальным модулем КС, фазовым сдвигом, возникающим при ОР, и продольной координатой на оптической оси КР. Заметим, что в случае точечного источника модули КС ВВ равны. Суммарные комплексные КС этой системы можно представить в следующем виде:

$$\tilde{r}_{cw,ccw}^{sum} = R \exp(i\varphi_R) + r \exp(i\varphi_r \pm 2ikl). \tag{22}$$

Здесь  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число;  $R$  и  $r$  – модули КС для двух источников;  $\varphi_R$  и  $\varphi_r$  – фазовые сдвиги, возникающие при ОР;  $l$  – расстояние между точечными источниками, отсчитываемое вдоль оптической оси КР. Начало отсчета совпадает с положением источника с модулем КС, равным  $R$ . Знак « $\pm$ » во втором слагаемом относится к комплексному КС волны, рассеянной в направлении против часовой стрелки.

Физический смысл знака « $\pm$ » в (22) состоит в том, что волна, рассеянная от точечного источника в направлении против часовой стрелки, попадает в исходную точку после полного обхода периметра КР (кратного целому чис-

лу длин волн) за вычетом расстояния  $l$ . Множитель 2 перед волновым числом в показателе экспоненты учитывает тот факт, что при ОР сдвиг фаз формируется из двух равных по величине слагаемых: первое связано с приходом к источнику рассеяния основной волны, второе – с возвращением рассеянного поля в исходную точку.

Нетрудно убедиться в том, что если точечные источники вносят одинаковые фазовые сдвиги при ОР (рис.5,а), то мы имеем дело с симметричным ОР. При изменении расстояния между источниками модули КС остаются одинаковыми для ВВ. В зависимости от расстояния  $l$  они изменяются от максимального значения, равного  $R + r$ , до минимального, равного  $R - r$  (полагаем, что  $R > r$ ). Суммарный фазовый сдвиг при перемещении источников не изменяется и равен  $2\varphi$  ( $\varphi = \varphi_R = \varphi_r$ ).

Ситуация качественно меняется, когда точечные источники вносят неодинаковые фазовые сдвиги. При изменении продольного расстояния между источниками появляется различие в модулях КС ВВ, описываемое соотношением

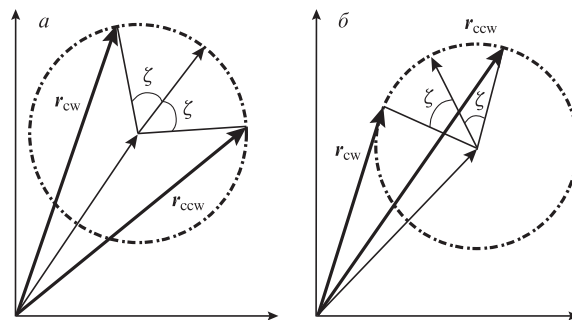


Рис.5. Векторные диаграммы сложения двух комплексных КС точечных источников ОР при  $\varphi_R = \varphi_r$  (а) и  $\varphi_R \neq \varphi_r$  (б);  $\xi = 2kl$  – фазовое смещение.

$$r_{cw}^2 - r_{ccw}^2 = 4rR \sin(2kl). \quad (23)$$

Суммарный фазовый сдвиг также не остается постоянным и при перемещении источников может изменяться в очень широком диапазоне (в зависимости от соотношений между  $R$ ,  $r$ ,  $\varphi_R$  и  $\varphi_r$ ).

Будем также считать, что имеются два типа источников ОР – консервативный и диссипативный. Эти типы источников рассмотрены в теоретических работах [2, 12], где анализируется влияние эффектов ОР на характеристики КЛ. Первый из них вносит фазовый сдвиг  $\varphi_R = \pi/2$ , а второй –  $\varphi_r = \pi$ . При этом диссипативные источники ОР определяют параметр  $S_+$  (или порог захвата), а консервативные – параметр  $S_-$ .

При всей кажущейся, на первый взгляд, примитивности рассмотренной модели, она хорошо описывает основные результаты наших измерений комплексных КС. Модель можно усложнить, представив каждое из зеркал резонатора в виде совокупности диссипативных и консервативных точечных источников ОР, случайным образом «разбросанных» по его поверхности. Однако и в этом случае комплексные КС будут формироваться в процессе интерференции полей двух эффективных консервативных и диссипативных точечных источников, смещенных относительно друг друга на расстояние  $l$ .

В рамках этой модели можно свести результат любого измерения комплексных КС к определению трех параметров: консервативной ( $R$ ) и диссипативной ( $r$ ) составляющих КС и фазового смещения  $\zeta = 2kl$ . Эти параметры определяются следующими соотношениями:

$$R = \sqrt{r_{cw}^2 + r_{ccw}^2 - 2r_{cw}r_{ccw} \cos \varphi} / 2, \quad (24)$$

$$r = \sqrt{r_{cw}^2 + r_{ccw}^2 + 2r_{cw}r_{ccw} \cos \varphi} / 2, \quad (25)$$

$$\zeta = \arcsin \left[ \frac{r_{cw}^2 - r_{ccw}^2}{\sqrt{(r_{cw}^2 - r_{ccw}^2) - 4r_{cw}^2 r_{ccw}^2 \cos^2 \varphi}} \right]. \quad (26)$$

Из представленных соотношений видно, что консервативная составляющая модуля КС для зеркала  $R = \frac{1}{2}S_-$ , а диссипативная составляющая  $r = \frac{1}{2}S_+$ .

Таким образом, физический процесс ОР в КЛ наиболее наглядно можно характеризовать тремя параметрами:  $R$ ,  $r$  и  $\zeta$ . Режим противофазного хода двух ПЭКов в КР описывается в рамках модели интерференции полей двух пар консервативных и диссипативных источников ОР:

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{cw,ccw}^{\text{sum}} = & R_1 \exp(i\pi/2) + r_1 \exp(i\pi \pm i\zeta_1) \\ & + [R_2 \exp(i\pi/2) + r_2 \exp(i\pi \pm i\zeta_2)] \exp(\pm 2ik\Delta l). \end{aligned} \quad (27)$$

Каждая из пар зеркал (1–2 и 3–4 на рис.3) имеет свой набор параметров:  $R_1$ ,  $r_1$ ,  $\zeta_1$  или  $R_2$ ,  $r_2$ ,  $\zeta_2$ . Перемещение ПЭКов сопровождается изменением  $\Delta l$  продольного расстояния между парами зеркал. Как и в случае соотношения (22), знак « $\leftarrow$ » относится к волне, распространяющейся в направлении против часовой стрелки.

Соотношение (27) использовалось при решении обратной задачи, связанной с определением шести параметров, характеризующих противофазный ход ПЭКов:  $R_1$ ,  $r_1$ ,  $\zeta_1$  и  $R_2$ ,  $r_2$ ,  $\zeta_2$ . Их значения получались в результате аппроксимации зависимостей комплексных КС от переме-

щения ПЭКов. В рамках настоящей работы мы не имеем возможности описать подробно алгоритм решения обратной задачи. Заметим только, что исходный экспериментальный материал, включающий в себя три зависимости ( $r_{cw,ccw}(U)$  и  $\varphi(U)$ , где  $U$  – напряжение, прикладываемое к одному из ПЭКов), достаточен (математически) для определения указанных шести параметров.

Разумеется, мы не можем определить, к какой конкретно паре зеркал данные параметры относятся (об этом уже говорилось выше). Однако удается «связать между собой» значения консервативных и диссипативных составляющих КС для пар зеркал. Это позволяет ответить на один немаловажный вопрос: существует ли корреляционная связь между консервативной и диссипативной составляющими ОР? Проведенные нами эксперименты указывают на отсутствие такой связи.

Измеренные зависимости модулей КС (рис.4) были аппроксимированы с использованием соотношения (27). Результаты этой аппроксимации представлены на рис.4 сплошными кривыми. Здесь же приведены расчетные зависимости консервативных и диссипативных составляющих КС. Видно, что используемая модель интерференции полей консервативных и диссипативных источников ОР хорошо описывает результаты наших экспериментов. В рамках этой модели удается объяснить наблюдаемое в ряде экспериментов заметное различие модулей КС ( $r_{cw} \neq r_{ccw}$ ), а также поведение суммарного фазового сдвига при противофазном ходе ПЭКов.

Особо следует остановиться на влиянии спекл-структур на формирование полей ОР. Зеркало современного ЛГ представляет собой слабошероховатую поверхность с высотой неровностей порядка  $1 \text{ \AA}$  и длиной корреляции, не превышающей долей микрометра. Вследствие этого поле волны ОР в КР формируется в результате интерференции полей очень большого числа источников с некогерентными фазами. Похожая задача была впервые рассмотрена лордом Рэлеем в 1880 году [13] при описании статистики результирующего поля  $A$  большого числа гармонических вибраторов, имеющих случайные фазы  $\Psi_p$ :

$$A = \alpha \left| \sum_p \exp(i\Psi_p) \right|. \quad (28)$$

При этом  $A$  также является случайной величиной, плотность вероятности которой описывается хорошо известным распределением Рэля:

$$f(A) = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right), \quad (29)$$

где  $\sigma$  – параметр масштаба.

При такой статистике разброс измеряемых значений модулей КС может быть сопоставим с их средним значением. Заметим, что и при описании статистики спекл-структур полей рассеянного света также используется это распределение [14].

Результаты проведенных нами экспериментов указывают (хотя следует отметить, что косвенно!) на влияние спекл-структуры полей ОР на формирование комплексных КС. Мы провели исследования 12 КР, собранных из зеркал, примерно одинакового качества. Величина КИР зеркал со слоями из  $\text{TiO}_2$ – $\text{SiO}_2$  не превышала 20 ppm. В результате измерений были получены 24 значения консервативных и диссипативных составляющих КС. Их

средние значения (в скобках указаны стандартные отклонения) таковы:  $\langle R \rangle = 1.4$  ppm ( $s_R = 0.82$  ppm) для консервативной составляющей и  $\langle r \rangle = 0.24$  ppm ( $s_r = 0.24$  ppm) для диссипативной составляющей.

Отметим также, что мы не было обнаружено корреляционной связи между консервативными и диссипативными составляющими для пар зеркал. Это означает, что при «большой» консервативной составляющей не всегда наблюдается «большая» диссипативная составляющая.

Что касается средних значений  $\langle R \rangle$  и  $\langle r \rangle$ , то измеренные величины не вызывают удивления. В частности, численную оценку  $\langle R \rangle$  можно провести в предположении, что свет изотропно рассеивается зеркалом в телесный угол  $4\pi$  ср. Воспользуемся соотношениями из [10]:

$$\frac{\Phi}{4\pi} = \left(\frac{w_0}{4L}\right)^2, \quad (30)$$

$$R = \sqrt{\frac{S\Phi}{4\pi}}. \quad (31)$$

Здесь  $w_0$  – радиус перетяжки основной моды КР;  $S$  – КИР зеркала;  $\Phi$  – телесный угол основной моды, в который попадает рассеянное зеркалом излучение. Оценка  $R$  в нашем случае дает 1.5 ppm, что по порядку величины совпадает с измеренными нами значением  $\langle R \rangle$ .

Заметим, что модель изотропно рассеивающего зеркала не позволяет объяснить такой большой разброс значений измеряемых параметров. Для данных этого эксперимента отношение максимального и минимального значений  $R$  составило  $\sim 15$ . С учетом того что интенсивность рассеянного излучения пропорциональна квадрату модуля КС, придется считать, что КИР зеркал различаются более чем в 200 раз (!). Объяснить столь существенный разброс значений наличием (незамеченных на стадии сборки и юстировки!) отдельных пылевидных частиц на зеркалах представляется нам крайне сомнительным. Единственным разумным объяснением такого огромного разброса значений модулей КС может быть наличие спекл-структуры в полях ОР.

Эту особенность поведения измеряемых комплексных КС следует учитывать при анализе результатов измерений, проводя усреднение по достаточно большому массиву исследованных КР.

## 5. Заключение

Прежде всего, следует сказать о главном результате нашей работы. Впервые были проведены прямые измерения комплексных КС в КР в отсутствие в нем рабочей газовой смеси. Благодаря этому мы получаем возможность более глубоко исследовать физические аспекты процессов интерференции полей ОР в КР. На основе результатов проведенных нами экспериментов предложена физическая модель интерференции полей консервативных и диссипативных источников ОР. Эта модель позволила объяснить целый ряд особенностей формирования комплексных КС. К ним относятся существенное различие модулей КС ВВ и варьирование суммарного фазового сдвига в широком диапазоне. Несложно показать, что предложенный нами способ позволяет (в принципе!) измерять комплексные КС отдельных зеркал КР.

Разумеется, все это имеет и несомненную прикладную ценность. На сегодняшний день при сборке и юстировке

КР ЛГ контролируются следующие параметры: качество полировки подложек зеркал, коэффициенты пропускания, интегрального рассеяния и фазовой анизотропии зеркал, а также потери для основных типов колебаний собранных КР. Контроль параметров ОР не проводится. Сборка и юстировка КР происходят «вслепую». Как следствие, заметное количество выпускаемых КЛ отбраковывается из-за попадания в рабочую зону зеркал крупных пылевидных частиц.

Использование предлагаемого способа измерения комплексных КС в метрологической системе контроля параметров КР позволит восполнить этот пробел и поможет увеличить процент выпуска качественных ЛГ. Опираясь на результаты измерений комплексных КС, можно сформулировать критерий отбраковки собранных КР, основанный, например, на прогнозируемой величине порога захвата ЛГ [15, 16].

Представляется также крайне интересным использование метода измерений комплексных КС при создании системы юстировки, позволяющей минимизировать парциальные значения диссипативных и консервативных составляющих КС для отдельных зеркал. Попытки создания подобных систем юстировки предпринимались в 80-х–90-х годах прошлого века. Основная идея подхода авторов патентов [8, 9] базируется на том, что при повороте зеркала вокруг своей оси можно направить темную часть спекла во встречную моду юстируемого КР.

При этом априори предполагалось, что существует прямая корреляционная связь между интенсивностью ОР во встречную моду КР и порогом захвата в КЛ. Как показали результаты наших экспериментов, такой связи не существует. Однако основная идея подхода к проблеме минимизации порога захвата ЛГ, предложенная авторами упомянутых выше патентов, представляется нам перспективной. Необходимо только оснастить подобные устройства средствами измерения комплексных КС и передвижения юстируемого зеркала.

Авторы выражают глубокую признательность В.В.Азаровой за действенную поддержку работы и плодотворные дискуссии. Хочется также поблагодарить В.В.Васильева за создание надежной и удобной в эксплуатации конструкции блока стабилизации частоты.

1. Aronowitz F., Collins R.J. *Appl. Phys. Lett.*, **9**, 55 (1966).
2. Aronowitz F., in *Optical Gyros and their Applications* (Neuilly-sur-Seine, France, RTO AGARDograph 339, 1999, p. 3-1).
3. Андропова И.А., Берштейн И.Л. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **14**, 698 (1971).
4. Хошев И.М. *Радиотехника и электроника*, **22**, 313 (1977).
5. Wilkinson J.R. *Progr. Quantum Electron.*, **11**, 1 (1987).
6. Fan G., Luo H., Lu G., Hu S. *Chin. Opt. Lett.*, **10**, 051404 (2012).
7. Beghi A., Belfi J., Beverini N., Bouhadef B., Cuccato D., Di Virgilio A., Ortolan A. *Appl. Opt.*, **51**, 7518 (2012).
8. Rahn J., Hutchings T.J. US Patent 4,884,283 (1989).
9. Jungwirth D.R. US Patent 5,090,812 (1992).
10. Krentz G., Bux S., Slama S., et al. *Appl. Phys. B*, **87**, 643 (2007).
11. Титце У., Шенк К. *Полупроводниковая схемотехника* (М.: Мир, 1983).
12. Etrich C., Mandel P., Centeno Neelen R., Spreew R.J.C., Woerdman J.P. *Phys. Rev. A*, **46**, 525 (1992).
13. Rayleigh, Lord. *Philos. Mag.*, **10**, 73 (1880).
14. Dainty J.C. *Laser Speckle and Related Phenomena* (Berlin: Springer-Verlag, 1984).
15. Петрухин Е.А. Патент РФ № 2570096. Приоритет от 18.06.2014.
16. Петрухин Е.А. *Труды XXXIII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам* (СПб., 2016, с. 83–88).