Перемещение и локализация прозрачной наносферы силами светового давления в поле сфокусированного лазерного пучка

А.А.Афанасьев, Д.В.Новицкий

Приведены результаты численного моделирования уравнения Ланжевена, описывающего движение прозрачной наносферы под действием результирующей силы светового давления в поле непрерывного сфокусированного лазерного пучка гауссовой формы. Определены условия локализации наносферы вблизи фокальной перетяжки фокусируемого линзой пучка. Найдено аналитическое решение приближенного (укороченного) уравнения движения, которое практически точно совпадает с результатами численного моделирования исходного уравнения.

Ключевые слова: *наносфера, фокусировка лазерного пучка, силы светового давления, уравнение Ланжевена, локализация наносферы.*

1. Введение

Впервые оптическое перемещение и левитацию пластмассовых частиц малых размеров под действием сил светового давления с использованием непрерывных лазеров продемонстрировал А.Эшкин [1, 2]. После его работ на стыке оптики, механики и лазерной физики сформировалось и получило интенсивное развитие направление, связанное с манипуляцией малыми частицами лазерным излучением. Эффект действия сил светового давления на малые частицы, приводящий к их перемещению, находит интересные практические применения в различных технологиях и, в частности, в медицинских и биологических. Созданное авторами [3, 4] устройство для перемещения малых частиц и биологических объектов с помощью сил светового давления (так называемый лазерный пинцет) применяется в медицине и биологии при исследовании вирусов и бактерий [5], молекул ДНК [6], процессов, протекающих в живых клетках [7], и т. д.

Помимо медико-биологических приложений силы светового давления могут использоваться для записи концентрационных решеток в жидкой суспензии взвешенных пластмассовых частиц малых размеров [8]. Такие суспензии имеют большие значения оптического коэффициента Керра и могут применяться в качестве высокоэффективных нелинейных сред для четырехволнового смешения [9, 10] и вынужденного концентрационного (диффузного) рассеяния [11–13]. Силы светового давления также используются для охлаждения и локализации атомов, коллимации и управления атомными пучками, что может служить дополнительным инструментом в экспериментальной атомной физике (см. напр., [14]).

В экспериментах по манипуляции малыми частицами с помощью сил светового давления для повышения интенсивности излучения обычно применяются сфокусированные лазерные пучки [1, 2]. В [15] теоретически исследованы силы светового давления, действующие на прозрачную наносферу, находящуюся на оси сфокусированного гауссова пучка, и найдено выражение для результирующей силы, на основе которого предсказана возможность локализации наносферы с определенными размером и оптическими свойствами вблизи фокальной области используемой линзы.

В настоящей работе на основе уравнения Ланжевена исследовано движение наносферы в поле непрерывного сфокусированного лазерного пучка и теоретически продемонстрирован эффект ее локализации вблизи фокальной области линзы.

2. Анализ результирующей силы

В лазерном пучке на прозрачную наносферу действуют две компоненты силы светового давления: $\boldsymbol{F}_{\rm scat}$ – компонента, обусловленная рассеянием излучения и действующая в направлении распространения пучка, и $\boldsymbol{F}_{\nabla}$ – градиентная компонента, связанная с неоднородностью излучения ($\boldsymbol{F}_{\nabla\perp}$ – составляющая силы, действующая поперек пучка, и $\boldsymbol{F}_{\nabla z}$ – составляющая силы, действующая вдоль его оси z). В случае $\bar{m} = n_0/n > 1$ (n_0 и n – показатели преломления материала наносферы и окружающей жидкости соответственно) поперечная составляющая градиентной силы $\boldsymbol{F}_{\nabla\perp}$ будет способствовать удержанию наносферы на оси пучка z.

На рис.1 приведена схема фокусировки лазерного пучка линзой с фокусным расстоянием f.

В рассматриваемом случае результирующая сила $\boldsymbol{F}_z = \boldsymbol{F}_{\rm scat} + \boldsymbol{F}_{\nabla z}$, действующая на наносферу, находящуюся на оси z пучка, определяется выражением [15]

$$\boldsymbol{F}_z = \boldsymbol{e}_z F_0 \frac{K[(1 - z/f)^2 + (z/z_{\rm d})^2] + 2(1 - z/z_{\rm w})}{f[(1 - z/f)^2 + (z/z_{\rm d})^2]^2}, \qquad (1)$$

где $F_0 = 2\pi(n/c)\alpha I_0$; $K = 4k^4\alpha f/3$; $z_{\rm d} = kr_0^2$ – дифракционная длина пучка со входным радиусом r_0; k – волновое число; I_0 – интенсивность пучка;

А.А.Афанасьев, Д.В.Новицкий. Институт физики им. Б.И.Степанова НАНБ, Беларусь, 220072 Минск, просп. Независимости, 68; e-mail: dvnovitsky@gmail.com

Поступила в редакцию 31 января 2017 г., после доработки – 19 апреля 2017 г.

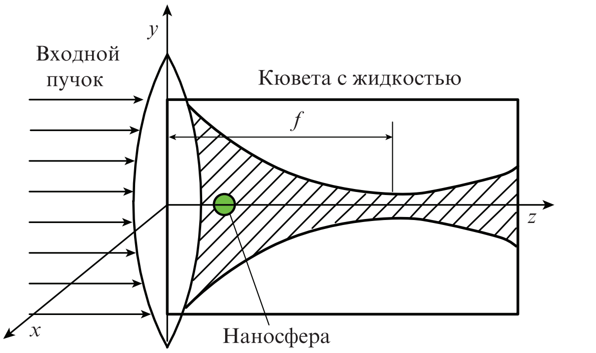

Рис.1. Схема фокусировки гауссова пучка линзой с фокусным расстоянием f в кювету с жидкостью, в которую погружена наносфера.

$$\alpha = \frac{\bar{m}^2 - 1}{\bar{m}^2 + 2} R^3 \equiv \alpha_0 R^3$$

– поляризуемость наносферы радиусом R;

$$z_{\rm w} = \frac{f}{1 + (f/z_{\rm d})^2}$$

– координата точки перетяжки пучка.

Используя результаты работы [15], приведем некоторые характерные особенности результирующей силы $\boldsymbol{F}_z$, которые потребуются в дальнейшем.

Из (1) следует, что при $\alpha_0 > 0$ продольная компонента градиентной силы $F_{\nabla z} \propto 1 - z/z_{\rm w}$ в области $z < z_{\rm w}$ сонаправлена с силой рассеяния $F_{\rm scat} \propto K$. В точке перетяжки $z = z_{\rm w}$ она равна нулю, а в области $z > z_{\rm w}$ – меняет направление на противоположное. В [15] показано, что при условии $\Gamma = Kz_{\rm w}/z_{\rm d} \leqslant 1$ в области

$$z_{\rm w} + \frac{f}{K}(1 - \sqrt{1 - \Gamma^2}) \leqslant z \leqslant z_{\rm w} + \frac{f}{K}(1 + \sqrt{1 - \Gamma^2}) \qquad (2)$$

результирующая сила $F_z \leqslant 0$. Из соотношения $\Gamma = 1$ находится критический радиус наносферы

$$R_{\rm f} = \sqrt[3]{\frac{3z_{\rm d}}{4k^4 z_{\rm w} f \alpha_0}}, \qquad (3)$$

при котором $F_z = 0$ в точке $z = z_{\rm w} + f/K$. Таким образом, наносферы с $R \leqslant R_{\rm f}$ могут локализоваться в области (2). Например, для наносферы из латекса в воде ($n_0 = 1.58$, $n = 1.33$) при $f = 2$ см, $r_0 = 0.1$ см и $k = 10^5$ см$^{-1}$ имеем $R_{\rm f} \approx 25$ нм. На рис.2 представлена зависимость F_z от безразмерной координаты $x = z/f$ для различных значений R и приведенных выше параметров.

В отсутствие фокусировки пучка (при $f \to \infty$) из (1) следует выражение

$$\boldsymbol{F}_z = \boldsymbol{e}_z \frac{2F_0}{[1 + (z/z_{\rm d})^2]^2} \left\{ \frac{2}{3} k^4 \alpha [1 + (z/z_{\rm d})^2] - \frac{z}{z_{\rm d}^2} \right\}, \qquad (4)$$

которое может быть также получено из соответствующих формул работы [16]. Очевидно, что в этом случае вследствие дифракционного расплывания пучка при $\alpha > 0$ продольная компонента градиентной силы $F_{\nabla z} \propto z/z_{\rm d}^2$ и сила рассеяния $F_{\rm scat} \propto \alpha$ всегда противоположно направлены. Критический радиус наносферы при этом определяется соотношением

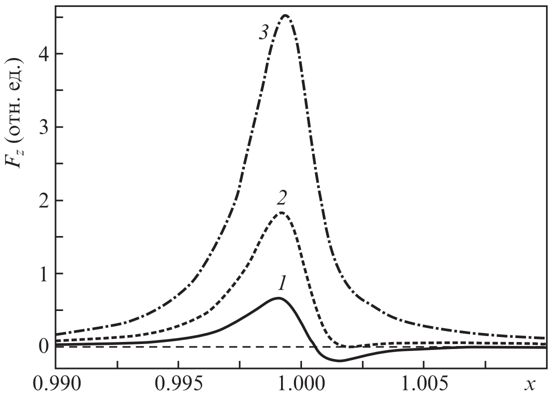

Рис.2. Зависимости результирующей силы F_z от нормированной координаты $x = z/f$ для $R = 20$ (*1*), 25 (*2*) и 30 нм (*3*).

$$R_\infty = \sqrt[3]{\frac{3}{4k^4 z_{\rm d} \alpha_0}}. \qquad (5)$$

Для приведенных выше параметров

$$\frac{R_{\rm f}}{R_\infty} = \sqrt[3]{1 + (z_{\rm d}/f)^2} \approx 10^2.$$

Таким образом, в отсутствие фокусировки условие $F_z \leqslant 0$ может быть достигнуто для наносфер очень малых размеров.

3. Движение наносферы и эффекты ее локализации

Уравнение Ланжевена для наносферы под действием силы (1) имеет вид

$$m\frac{{\rm d}^2 z}{{\rm d}t^2} + 6\pi R\eta \frac{{\rm d}z}{{\rm d}t} = F_z, \qquad (6)$$

где $m = 4\pi R^3 \rho/3$ – масса наносферы из материала с плотностью ρ; η – динамический коэффициент вязкости покоящейся жидкости, окружающей наносферу. Для анализа это уравнение с учетом выражения (1) удобно записать в виде

$$\frac{{\rm d}^2 x}{{\rm d}t^2} + \delta \frac{{\rm d}x}{{\rm d}t} = G_0 \frac{K[(1-x)^2 + (x/x_{\rm d})^2] + 2(1 - x/x_{\rm w})}{[(1-x)^2 + (x/x_{\rm d})^2]^2}, \qquad (7)$$

где $\delta = 9\eta/(2\rho R^2)$ – коэффициент трения; $G_0 = n\alpha_0 I_0/(2c\rho f^2)$; $x_{\rm d} = z_{\rm d}/f$; $x_{\rm w} = (1 + 1/x_{\rm d}^2)^{-1}$. В дальнейшем уравнение (7) в общем виде решается численными методами, а в случае его упрощения – аналитически.

3.1. Обсуждение результатов численного решения

На рис.3 представлены результаты численного решения уравнения (7) с нулевыми начальными условиями $x(t = 0) = 0$ и ${\rm d}x/{\rm d}t|_{t=0} = 0$. Видно, что происходит локализация наносфер с радиусами $R \leqslant R_{\rm f} = 25$ нм (кривые *1* и *2*). При этом время достижения точки локализации наносферы с $R = 20$ нм примерно втрое больше, чем для наносферы с $R = 25$ нм. Хотя координаты точек локализации зависят от R (см. (2)), для заданных параметров в используемом на рис.3,*а* масштабе они практически совпадают и близки к координате точки фокуса линзы $x \approx 1$. При этом

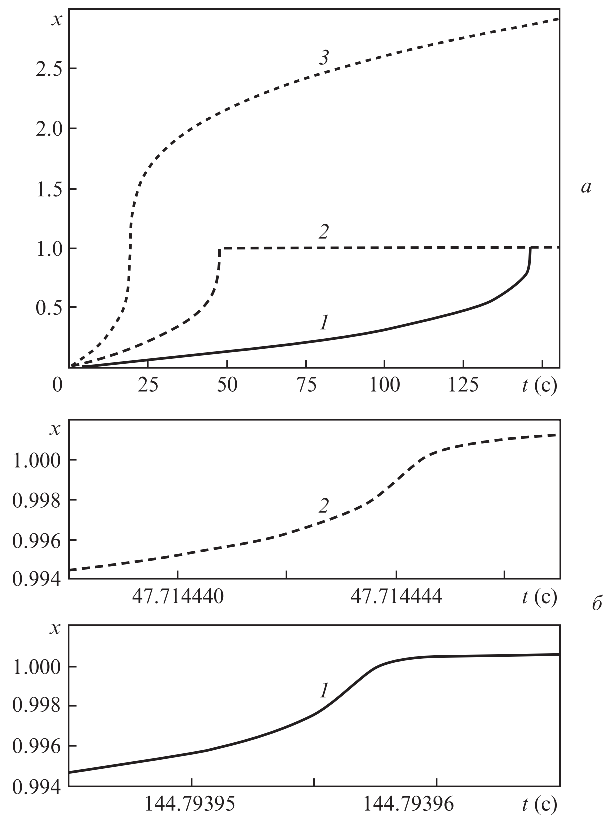

Рис.3. Временные завиcмости координаты наносферы при $G_0 = 10^5$ для $R = 20$ (*1*), 25 (*2*) и 30 нм (*3*).

наносфера с $R = 30$ нм $> R_{\mathrm{f}}$ (кривая *3*) после прохождения через эту точку продолжает движение со значительно меньшей скоростью вследствие уменьшения интенсивности расходящегося пучка и изменения направления продольной компоненты градиентной силы.

Из рис.3,*а* видно, что движение наносфер при подходе к точкам локализации происходит с возрастающей скоростью. Это очевидно не соответствует «быстрому» уменьшению результирующей силы в области $x \approx 1$ (см. рис.2). Такое кажущееся несоответствие обусловлено относительно «грубым» масштабом рис.3,*а*. Скорость наносферы при подходе к точке локализации стремится к нулю на малых расстояниях и за малые интервалы времени, что в масштабе рис.3,*а* остается практически незаметным. Процесс монотонного снижения скорости наносфер иллюстрирует дополнительный рис.3,*б*, на котором приведены кривые *1* и *2* в масштабе с существенно бóльшим пространственно-временным разрешением.

Критерием устойчивой локализации наносферы вблизи точки $x \approx 1$ является значительное превышение потенциалом градиентной силы F_∇ кинетической энергии ее теплового (броуновского) движения [3, 16]. В нашем случае этот критерий определяется условием

$$\frac{2\pi n}{c}\alpha_0 R^3 \frac{P}{\pi r^2} \geqslant 10 k_{\mathrm{B}} T, \tag{8}$$

где P – мощность излучения; $r = f/(kr_0)$ – радиус фокального пятна; k_{B} – постоянная Больцмана; T – температура окружающей жидкости. Используя экспериментальные данные работы [3], оценим минимальное значение радиуса наносферы $R_{\min}$, при котором выполняется равенство (8). Авторы [3] в эксперименте использовали полистироловые наносферы в воде ($\bar{m} = 1.24$ и соответственно $\alpha_0^{\exp} = 0.15$) и аргоновый лазер ($\lambda = 514.5$ нм) с радиусом пучка излучения $r^{\exp} = 0.29 \times 10^{-4}$ см. Для условий этого эксперимента минимальный радиус наносферы $R_{\min}^{\exp}$ был оценен авторами [16] и составил 9.45 нм. Комбинируя равенство (8) с аналогичным равенством для параметров эксперимента [3], можно получить выражение

$$R_{\min} = R_{\min}^{\exp} \sqrt[3]{\frac{\alpha_0^{\exp}}{\alpha_0}\left(\frac{r}{r^{\exp}}\right)^2}. \tag{9}$$

Для $k = 2\pi n/\lambda_0 = 1.62 \times 10^5$ см$^{-1}$, $r_0 = 0.1$ см, $f = 1$ см из (9) находим $R_{\min} \approx 16.9$ нм и соответственно $R_{\mathrm{f}} = 24.5$ нм. Полученный нами наименьший радиус наносферы $R_{\min}$ оказался в 1.8 раза больше $R_{\min}^{\exp}$ [16], что связано с различием поляризуемостей наносфер (α_0 и $\alpha_0^{\exp}$) и радиусов фокальных пятен пучка (r и $r^{\exp}$). Таким образом, для заданной мощности накачки $W^{\exp}$ [3] локализация наносфер в нашем случае (в однопучковой ловушке) возможна, если их радиусы удовлетворяют условию 16.9 нм $\leqslant R \leqslant$ 24.5 нм.

3.2. Анализ аналитического решения укороченного уравнения

Из рис.3 следует, что для заданных параметров средняя скорость движения наносфер $\langle v \rangle$ в области $x \leqslant 1$ оценивается значениями 10^{-1}–10^{-2} см/с. Процесс установления скорости движения наносфер происходит за время $\tau \approx 1/\delta$, которое в нашем случае при $\eta = 10^{-2}$ П и $\rho = 1$ г/см^3 очень мало: $\tau = 10^{-10}$ с. За это время наносферы проходят расстояние $\Delta z \leqslant 10^{-11}$ см. При этом скорость движения наносфер «квазистатически отслеживает» изменения результирующей силы, и второй производной в (7) можно пренебречь. Полученное так называемое укороченное уравнение допускает разделение переменных, и, следовательно, при $x(t = 0) = 0$ его решение можно представить в виде следующего интеграла:

$$\frac{\delta}{G_0}\int_0^x \frac{[(1-x')^2 + (x'/x_{\mathrm{d}})^2]^2 \mathrm{d}x'}{K[(1-x')^2 + (x'/x_{\mathrm{d}})^2] + 2(1 - x'/x_{\mathrm{w}})} = t. \tag{10}$$

Вычислив интеграл (10) и проведя несложные алгебраические преобразования, находим выражение

$$\frac{\delta}{G_0}[H(x) - H(0)] = t, \tag{11}$$

где

$$H(x) = A_0 W(x) + B_0 L(x) + U(x);$$

$$A_0 = \frac{4}{K^2}\left[1 - \frac{1}{x_{\mathrm{w}}}\left(1 - \frac{2}{K^2 x_{\mathrm{w}}}\right)\right]; \quad B_0 = \frac{4}{K^4 x_{\mathrm{w}}};$$

$$L(x) = (2 + K) - 2\left(K + \frac{1}{x_{\mathrm{w}}}\right)x + \frac{K}{x_{\mathrm{w}}}x^2;$$

$$U(x) = \frac{1}{K}\left[\left(1 - \frac{2}{K} + \frac{4}{K^2 x_{\mathrm{w}}}\right)x - \left(1 - \frac{1}{K x_{\mathrm{w}}}\right)x^2 + \frac{1}{3x_{\mathrm{w}}}x^3\right].$$

Функция $W(x)$ в зависимости от значения параметра Γ (или R) определяется следующими соотношениями [17]:

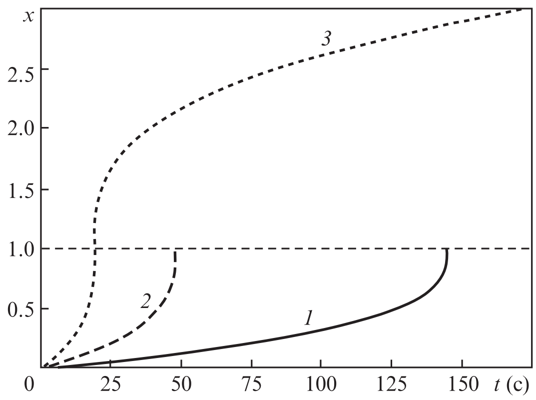

Рис.4. Временные зависмости координаты наносферы, рассчитанные по приближенной формуле (11) при тех же параметрах, что и для рис.3.

$$W(x) = x_{\mathrm{w}} \times \begin{cases} -\dfrac{1}{\sqrt{1-\Gamma^2}}\,\mathrm{artanh}\,\dfrac{K(x-x_{\mathrm{w}})-1}{\sqrt{1-\Gamma^2}} & \text{при } \Gamma < 1\,(R < R_{\mathrm{f}}), \\ -\dfrac{1}{K(x-x_{\mathrm{w}})-1} & \text{при } \Gamma = 1\,(R = R_{\mathrm{f}}), \\ \dfrac{1}{\sqrt{\Gamma^2-1}}\,\mathrm{arctan}\,\dfrac{K(x-x_{\mathrm{w}})-1}{\sqrt{\Gamma^2-1}} & \text{при } \Gamma > 1\,(R > R_{\mathrm{f}}). \end{cases}$$

На рис.4 приведены зависимости $x(t)$, рассчитанные по формуле (11) при тех же параметрах, что и для рис.3. Из сравнения кривых, изображенных на рис.3 и 4, видно, что они полностью совпадают. Таким образом, полученное укороченное уравнение, допускающее аналитическое решение, эквивалентно исходному уравнению (7). Следовательно, предлагаемый здесь прием упрощения исходного уравнения может быть использован в широкой области значений R для исследования аналитическими методами транспортировки и локализации прозрачных наносфер силами светового давления.

4. Заключение

На основе уравнения Ланжевена исследовано перемещение и локализация прозрачной наносферы результирующей силой светового давления в поле сфокусированного гауссова лазерного пучка. Из численного решения этого уравнения получена временная зависимость координаты наносферы для различных значений ее радиуса. Показано, что для радиуса наносферы $R \leqslant R_{\mathrm{f}}$ происходит ее локализация в точке $z \approx f$ вследствие компенсации силы рассеяния продольной составляющей градиентной силы ($\boldsymbol{F}_{\mathrm{scat}} + \boldsymbol{F}_{\nabla z} = 0$). Приведен критерий устойчивой локализации наносфер в сфокусированном пучке излучения аргонового лазера и дана оценка необходимых значений их минимальных радиусов $R_{\min}$.

Обосновано использование укороченного уравнения Ланжевена (при $\mathrm{d}^2z/\mathrm{d}t^2 = 0$), справедливость которого обусловлена «квазистатическим отслеживанием» скоростью наносферы изменения результирующей силы $F_z(z)$ в зависимости от координаты. Получено точное аналитическое решение укороченного уравнения движения и показано, что оно полностью совпадает с результатом численного решения исходного уравнения.

Авторы признательны А.Н.Рубинову за обсуждение полученных результатов.

1. Ashkin A. *Sci. Am.*, **226** (2), 63 (1972).
2. Эшкин А. *УФН*, **110** (1), 101 (1973).
3. Ashkin A., Dziedzic J.M., Bjorkholm J.E., Chu S. *Opt. Lett.*, **11**, 288 (1986).
4. Ashkin A., Dziedzic J.M., Yamane T. *Nature*, **330**, 769 (1987).
5. Ashkin A., Dziedzic J.M. *Science*, **235**, 1517 (1987).
6. Austin R.H., Brody J.P., Cox E.C., Duke T., Volkmuth W. *Phys. Today*, **50**, 32 (1997).
7. Goldman R.D., Spector D.L. (Eds) *Live Cell Imaging* (Cold Spring Harbor: CSHL Press, 2005).
8. Афанасьев А.А., Катаркевич В.М., Рубинов А.Н., Эфендиев Т.Ш. *ЖПС*, **69**, 675 (2002) [*J. Appl. Spectrosc.*, **69**, 782 (2002)].
9. Smith P.W., Ashkin A., Tomlinson W.J. *Opt. Lett.*, **6**, 284 (1981).
10. Афанасьев А.А., Рубинов А.Н., Михневич С.Ю., Ермолаев И.Е. *ЖЭТФ*, **128**, 451 (2005) [*J. Exp. Theor. Phys.*, **101**, 389 (2005)].
11. Афанасьев А.А., Рубинов А.Н., Михневич С.Ю., Ермолаев И.Е. *Оптика и спектроскопия*, **102**, 116 (2007) [*Opt. Spectrosc.*, **102**, 106 (2007)].
12. Бурханов И.С., Кривохижа С.В., Чайков Л.Л. *Квантовая электроника*, **46**, 548 (2016) [*Quantum Electron.*, **46**, 548 (2016)].
13. Burkhanov I.S., Krivokhizha S.V., Chaikov L.L. *Opt. Commun.*, **381**, 360 (2016).
14. Миногин В.Г., Летохов В.С. *Давление лазерного излучения на атомы* (М.: Наука, 1986).
15. Афанасьев А.А., Гайда Л.С., Гузатов Д.В., Рубинов А.Н., Свистун А.Ч. *Квантовая электроника*, **45**, 904 (2015) [*Quantum Electron.*, **45**, 904 (2015)].
16. Harada Y., Asakura T. *Opt. Commun.*, **124**, 529 (1996).
17. Градштейн И.С., Рыжик И.М. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений* (М.: Физматгиз, 1963).